

Kombinatorika

Uspořádané výběry	Bez opakování	Variace bez opakování	$V_k(n) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$
		Permutace bez opakování	$P(n) = V_n(n) = \frac{n!}{(n-n)!} = n!$
	S opakováním	Variace s opakováním	$V_k(n) = n^k$
		Permutace s opakováním	$P_{n_1, n_2, \dots, n_k} = \frac{P(n)}{P(n_1) \cdot P(n_2) \cdot \dots \cdot P(n_k)} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$
Neuspořádané výběry	Bez opakování	Kombinace bez opakování	$C_k(n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$
	S opakováním	Kombinace s opakováním	$C_k^s(n) = C_k(n+k-1) = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)! \cdot k!}$

- 1) Je dáno 10 různých bodů v rovině. Kolik trojúhelníků z nich lze sestavit, pokud
 - a) žádné 3 neleží na jedné přímce?
 - b) právě 5 leží na jedné přímce?

- 2) Z 5 bílých a 4 červených kuliček tvoříme trojice tak, aby v každé trojici byly vždy 2 bílé a 1 červená kulička. Kolik trojic splňujících tuto podmínku lze vytvořit?

- 3) Určete, kolika způsoby lze navrhnout čtvercový vzor ze 3x3 dlaždic, jestliže
 - a) máme k dispozici 4 bílé a 5 černých dlaždic.
 - b) máme k dispozici neomezený počet černých a bílých dlaždic?
 - c) máme k dispozici jednu bílou a neomezený počet černých dlaždic?

- 4) Kolik prvků obsahuje množina všech pěticiferných přirozených čísel? Číslice se mohou opakovat.

- 5) Kolika způsoby lze rozmístit 32 dětí do 32-místného autobusu (s 16 dvousedadly), chce-li sedět Pepík vedle Aničky?

- 6) Kolik různě dlouhých kódů lze sestavit ze 4 písmen A, B, C, D, jestliže se v kódu žádné písmeno nesmí opakovat?

- 7) Určete počet všech trojiciferných přirozených čísel, v jejichž dekadickém zápisu se každá číslice vyskytuje nejvýše jednou.

- 8) Určete počet všech čtyřciferných přirozených čísel, v jejichž dekadickém zápisu není nula a ze zbývajících 9 číslic se v něm každá vyskytuje nejvýše jednou. Kolik čísel je větších než 9 000? Kolik je menších než 3 000?
- 9) O telefonním čísle svého spolužáka si Vašek zapamatoval jen to, že je šestimístné, začíná sedmičkou, neobsahuje žádné dvě stejné číslice a je dělitelné pětadvaceti. Určete, kolik telefonních čísel přichází v úvahu.
- 10) Určete, kolika způsoby je možno ze sedmi mužů a čtyř žen vybrat šestičlennou skupinu, v níž jsou:
- a) právě dvě ženy
 - b) aspoň dvě ženy
- 11) Určete počet všech přirozených čísel větších než 500 a menších než 30 000, v jejichž dekadickém zápisu se vyskytují pouze číslice 0,1,3,5,6, a to každá nejvýše jednou.
- 12) Určete počet všech uspořádaných pětic, které lze nastavit na zámku trezoru s pěti kotouči, na nichž jsou číslice 0,1,2,...,9, jestliže:
- a) v každé pěticí se každá číslice vyskytuje nejvýše jednou,
 - b) v každé pěticí jsou dvě sedmičky, dvě trojky a jedna dvojka,
 - c) pro žádnou pěticí není dána žádná omezující podmínka.
- 13) Kolika různých telefonních stanicím můžeme přidělit čísla, jsou-li všechna telefonní čísla osmiciferná a ani jedno nezačíná nulou?
- 14) Určete, kolika způsoby lze ze skupiny 4 děvčat a 6 chlapců vybrat šestičlenné volejbalové družstvo, jestliže:
- a) nejsou stanoveny žádné omezující podmínky,
 - b) v něm mají být právě dvě děvčata,
 - c) v něm má být stejný počet děvčat a chlapců.
- 15) Na tržnici mají v dostatečném množství 6 druhů sazenic rajčat. Určete kolika způsoby lze koupit 10 sazenic?

- 16) V cukrárně mají čokoládovou zmrzlinu a ještě dalších 6 druhů zmrzliny. Dáša se rozhodla, že si koupí 3 kopečky zmrzliny. Určete, kolik má možností výběru, jestliže:
- si neklade žádné omezující podmínky,
 - nechce, aby všechny kopečky byly stejného druhu,
 - každý kopeček má být jiného druhu.
- 17) Kolik šesticiferných čísel bez opakování je možno sestavit z cifer 1, 2, 3, 4, 5, 6, mají-li čísla začínat ciframi 4 nebo 5 ?
- 18) Ze 6 mužů a 4 žen se má vybrat sedmičlenná skupina. Určete, kolika způsoby to lze provést, jestliže:
- nejsou stanoveny žádné omezující podmínky,
 - v ní mají být alespoň tři ženy,
 - v ní mají být nejvýše 4 muži,
 - v ní mají být nejméně 2 ženy a nejvýše 5 mužů.
- 19) Kolik různých sedmiciferných přirozených čísel je možné utvořit z číslic 1,4,7, jestliže se v nich číslice 1 a 4 mají vyskytovat dvakrát a číslice 7 třikrát?