

# NÁHODNÁ VELIČINA

**Definice:** Náhodná veličina  $X$  (NV  $X$ ) je reálná funkce definovaná na množině všech elementárních jevů, která každému jevu přiřadí reálné číslo.

Jedním z úkolů teorie pravděpodobnosti je vybudovat matematický aparát, který přiřadí všem zajímavým podmnožinám množiny reálných čísel příslušné pravděpodobnosti. Pravidlo, které každé hodnotě (popř. každému intervalu hodnot) přiřazuje pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude této hodnoty (popř. hodnoty z tohoto intervalu), nazýváme **rozdělením pravděpodobnosti náhodné veličiny**.

## **DISTRIBUČNÍ FUNKCE**

**Definice:** Nechť  $X$  je náhodná veličina. Reálnou funkci  $F(t)$  definovanou pro  $\forall t \in R$  vztahem

$$F(t) = P(X \in (-\infty, t)) = P(X < t)$$

nazveme **distribuční funkcí** NV  $X$ .

### Vlastnosti distribuční funkce

- $0 \leq F(x) \leq 1$
- $P(x_1 \leq X < x_2) = F(x_2) - F(x_1)$  pro  $x_1 < x_2$
- $F(x)$  je neklesající funkce:  $\forall x_1, x_2 \in R : x_1 < x_2 \Rightarrow F(x_1) \leq F(x_2)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$
- $F(x)$  je zleva spojitá :  $\forall a \in R : \lim_{x \rightarrow a^+} F(x) = F(a)$
- $F(x)$  má nejvýše spočetně mnoho bodů nespojitosti

V závislosti na hodnotách, kterých může náhodná veličina nabývat rozlišujeme 2 typy náhodných veličin - **diskrétní a spojitá**.

### **DISKRÉTNÍ NÁHODNÁ VELIČINA**

*Definice:* NV  $X$  je diskrétní, pokud nabývá nejvýše spočetně mnoha hodnot  $\{x_1, x_2, \dots\}$  takových, že

$$P(X = x_i) \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} P(X = x_i) = 1.$$

Často nás nezajímá jen pravděpodobnost toho, že  $X$  nabude určitou hodnotu  $x_i$ , ale potřebujeme určit pravděpodobnost, se kterou  $X$  nabude hodnoty menší než jistá mez a k tomu slouží (jak jsme již nadefinovali) distribuční funkce, kterou u diskrétní NV můžeme vyjádřit pomocí pravděpodobnostní funkce a platí:

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{x_i < x} p(x_i)$$

Příklad: Mezi 12 automobily v autosalónu je 5 aut značky Škoda a 7 automobilů jiných značek. Náhodná veličina  $X$  představuje počet automobilů Škoda mezi pěti náhodně vybranými vozidly do firemní flotily. Vytvořte pravděpodobnostní a distribuční funkci této náhodné veličiny.

Řešení:

## ***SPOJITÁ NÁHODNÁ VELIČINA***

**Definice:** NV  $X$  je spojitá, pokud má spojitou distribuční funkci  $F(x)$  a existuje funkce  $f(x)$  taková, že

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt .$$

### *Vlastnosti funkce hustoty*

- $f(x) = F'(x)$  pro  $x$ , kde existuje derivace distribuční funkce (kde neexistuje, volíme  $f(x)$  libovolně)
- $f(x) \geq 0$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

Příklad: Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny  $X$  má tvar:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ a \cdot \sin x & 0 \leq x < \pi \\ 0 & x \geq \pi \end{cases}$$

Určete koeficient  $a$ , distribuční funkci  $F(x)$  a  $P\left(\frac{\pi}{4} \leq X \leq \frac{3\pi}{4}\right)$ .

Řešení: