Výroky

1. Sestavte tabulku pravdivostních hodnot pro následující výrokovou formuli:

$$\neg(x \implies y) \iff (x \wedge \neg y)$$

2. Negujte následující kvantifikované výroky a rozhodněte, zda je pravdivý původní výrok nebo jeho negace:

   (a) $\forall x \in \mathbb{R}\, \exists y \in \mathbb{R} : x + y = 5.$

   (b) $\exists x \in \mathbb{R}\, \forall y \in \mathbb{R} : y^2 \geq x.$

   (c) $\forall x \in \mathbb{R}\, \forall y \in \mathbb{R} : (x-y)^2 \geq 0.$

   (d) $\exists x \in \mathbb{R}\, \exists y \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 = 0.$

3. Utvořte negaci následujícího výroku:

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists \delta > 0 : \ (3 < \delta \implies 6 < \varepsilon)$$

4. Utvořte negaci následujícího výroku:

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists \delta > 0\, \forall x \in \mathbb{R} : \ (0 < |x-3| < \delta \implies |10x - 30| < \varepsilon)$$

Výsledky

1.

x	y	$\neg y$	$x \implies y$	$\neg(x \implies y)$	$(x \wedge \neg y)$	$\neg(x \implies y) \iff (x \wedge \neg y)$
1	1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1

2. Negace:

   (a) $\exists x \in \mathbb{R}\, \forall y \in \mathbb{R} : x + y \neq 5.$

   (b) $\forall x \in \mathbb{R}\, \exists y \in \mathbb{R} : y^2 < x.$

   (c) $\exists x \in \mathbb{R}\, \exists y \in \mathbb{R} : (x-y)^2 < 0.$

   (d) $\forall x \in \mathbb{R}\, \forall y \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 \neq 0.$

   Ve všech případech jsou pravdivé původní výroky, neboť:

   (a) K libovolnému číslu x lze vždy nalézt odpovídající y, tak aby byla splněna daná rovnice.

(b) Máme najít alespoň jedno univerzální x takové, že nerovnost $y^2 \geq x$ bude splněna pro všechna y; v našem případě můžeme vzít $x = 0$ (protože pro libovolné $y \in \mathbb{R}$ platí $y^2 \geq 0$).

(c) Můžeme dosadit libovolné x a libovolné y a vždy bude uvedená nerovnost platit.

(d) Existuje nějaké x a nějaké y (alespoň jedno x a alespoň jedno y), pro která tento vztah platí. V našem případě vezmeme $x = 0$ a $y = 0$, jiná možnost volby zde neexistuje.

3. $[(\exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 : \neg(3 < \delta \implies 6 < \varepsilon))]$ nebo $[((\exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 : (3 < \delta \wedge 6 \geq \varepsilon)))]$

4. $[\exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \exists x \in \mathbb{R} : \neg(0 < |x - 3| < \delta \implies |10x - 30| < \varepsilon)]$