

Příklady k procvičení č. 11

1. Určete maximální intervaly, na nichž jsou následující funkce ryze konvexní, resp. ryze konkávní. Určete inflexní body.

(a) $f: y = \frac{1}{x}$,

(b) $f: y = x^4 - 2x^3 - 12x^2 + 7x - 3$,

(c) $f: y = x - \ln(x^2 - 9)$,

(d) $f: y = \frac{x}{1+x^2}$,

(e) $f: y = x^2 \ln(x^2)$.

2. Najděte asymptoty grafu následujících funkcí.

(a) $f: y = x - 2 \operatorname{arctg} x$,

(b) $f: y = xe^{\frac{1}{x}}$,

(c) $f: y = \frac{(x-1)^2}{x+2}$,

(d) $f: y = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$.

Výsledky:

1a) na $(-\infty, 0)$ konkávní, na $(0, \infty)$ konvexní, nemá inflexní body,

1b) na $(-\infty, -1)$ konvexní, na $(-1, 2)$ konkávní, na $(2, \infty)$ konvexní, inflexní body jsou $x = -1$, $x = 2$,

1c) na $(-\infty, -3)$ konvexní, na $(3, \infty)$ konvexní, nemá inflexní body,

1d) na $(-\infty, -\sqrt{3})$ konkávní, na $(-\sqrt{3}, 0)$ konvexní, na $(0, \sqrt{3})$ konkávní, na $(\sqrt{3}, \infty)$ konvexní, inflexní body jsou $x = -\sqrt{3}$, $x = 0$, $x = \sqrt{3}$,

1e) na $(-\infty, -e^{-\frac{3}{2}})$ konvexní, na $(-e^{-\frac{3}{2}}, 0)$ konkávní, na $(0, e^{-\frac{3}{2}})$ konkávní, na $(e^{-\frac{3}{2}}, \infty)$ konvexní, inflexní body jsou $x = -e^{-\frac{3}{2}}$, $x = e^{-\frac{3}{2}}$,

2a) svislé asymptoty nejsou, asymptota v $+\infty$ je $y = x - \pi$, asymptota v $-\infty$ je $y = x + \pi$,

2b) svislá asymptota je $x = 0$, asymptota v $\pm\infty$ je $y = x + 1$,

2c) svislá asymptota je $x = -2$, asymptota v $\pm\infty$ je $y = x - 4$,

2d) svislé asymptoty nejsou, asymptota v $\pm\infty$ je $y = 0$.