

Příklady k procvičení č. 9

1. Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce $f: f(x) = 2\sqrt{2}\sin x$ v dotykovém bodě $T = [\frac{\pi}{4}, ?]$.
2. Najděte rovnici tečny ke grafu funkce

$$f: f(x) = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$$

v dotykovém bodě T , jenž je průsečíkem funkce f s osou y .

3. Na grafu funkce $f: f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ určete bod, ve kterém je tečna rovnoběžná s osou x .
4. Určete pod jakým úhlem protíná osu x graf funkce $f: f(x) = \ln x$. (Nápověda: úhel, pod kterým se protínají dvě křivky je úhel, pod kterým se protínají jejich tečny.)
5. Vypočtěte limity:

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 + 1}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\cos 2x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$

(h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 4}{x + 2} \right)^{4x-1}$

(i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln \frac{1}{x})^x$

(j) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$

(k) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{12} + x^6 + 3x + 2}{2x^7 + 4x + 22}$

6. Určete, v kterých bodech není funkce

$$f: f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$$

spojitá a je-li to možné, dodefinujte ji tak, aby byla spojitá na celém \mathbb{R} .

Výsledky:

1) $t: y = 2x - \frac{\pi}{2} + 2$, $n: y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8} + 2$,

2) $t: y = 4x + 1$,

3) $[0, 1]$,

4) $\alpha = \frac{\pi}{4}$,

5a) $\frac{4}{3}$, 5b) 0, 5c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 5d) $\frac{1}{2}$, 5e) 0,

5f) 2, 5g) e, 5h) e^8 , 5i) 1, 5j) $\frac{1}{3}$, 5k) ∞ ,

6) není spojitá v bodě 1, v tomto bodě ji lze dodefinovat hodnotou $\frac{3}{2}$.