

Příklady k procvičení č. 8

1. Derivujte funkci f danou předpisem a výsledek upravte:

(a) $f(x) = 3x^3 - 2\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{x^2} \operatorname{arctg} x$

(c) $f(x) = x^3 \sqrt{x} e^x$

(d) $f(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

(e) $f(x) = \frac{e^x}{\sin x}$

(f) $f(x) = 2 \arcsin \sqrt{\frac{x}{2}} - \sqrt{2x - x^2}$

(g) $f(x) = (x^2 + 4) \operatorname{arctg} \frac{x}{2} - 2x$

2. Vypočtěte třetí derivaci funkce f dané předpisem:

a) $f(x) = \cos^2 x$,

b) $f(x) = x \ln x$,

c) $f(x) = xe^{2x}$.

3. Nechť $n \in \mathbb{N}$. Vypočtěte n -tou derivaci funkce f dané předpisem $f(x) = x^n$.

4. Přímočarý pohyb tělesa je popsán rovnicí $s = 2t^3 - 15t^2 + 36t + 2$, kde dráha s je vyjádřena v metrech a čas t v sekundách. Zjistěte, ve kterém okamžiku je rychlost nulová.

5. Vyberte právě jednu z uvedených možností tak, aby bylo tvrzení pravdivé.

(a) Má-li funkce derivaci v bodě x_0 , $\left\{ \begin{array}{l} \text{je} \\ \text{není} \\ \text{nemusí být} \end{array} \right\}$ v bodě x_0 definovaná.

(b) Má-li funkce vlastní derivaci v bodě x_0 , $\left\{ \begin{array}{l} \text{je} \\ \text{není} \\ \text{nemusí být} \end{array} \right\}$ v bodě x_0 spojitá.

(c) Má-li funkce nevlastní derivaci v bodě x_0 , $\left\{ \begin{array}{l} \text{je} \\ \text{není} \\ \text{může být} \end{array} \right\}$ v bodě x_0 spojitá.

(d) Je-li funkce spojitá v bodě x_0 , $\left\{ \begin{array}{l} \text{existuje} \\ \text{neexistuje} \\ \text{nemusí existovat} \end{array} \right\}$ derivace $f'(x_0)$.

Výsledky:

$$1a) 9x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{3}{x^4}, 1b) \frac{2 \operatorname{arctg} x}{3\sqrt[3]{x}} + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{1+x^2},$$

$$1c) \left(\frac{7}{2}\sqrt{x^5} + \sqrt{x^7}\right)e^x, 1d) \frac{1}{1-\sin x},$$

$$1e) \frac{e^x(\sin x - \cos x)}{\sin^2 x}, 1f) \sqrt{\frac{x}{2-x}}, 1g) 2x \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$$

$$2a) 4 \sin 2x, 2b) -\frac{1}{x^2}, x \in (0, \infty), 2c) (12 + 8x)e^{2x}$$

$$3) n!$$

$$4) t_1 = 2 \text{ s}, t_2 = 3 \text{ s}$$

$$5a) \text{ je}, 5b) \text{ je}, 5c) \text{ může být}, 5d) \text{ nemusí existovat}.$$