

Příklady k procvičení č. 2

1. Zakreslete grafy následujících funkcí a rozhodněte o monotonii a sudosti, resp. lichosti, těchto funkcí.

a) $f: y = \begin{cases} 1 & \text{pro } x \geq 0, \\ -1 & \text{pro } x < 0, \end{cases}$

b) $f: y = \begin{cases} x & \text{pro } x \geq 0, \\ -x & \text{pro } x < 0, \end{cases}$

c) $f: y = \begin{cases} -1 & \text{pro } x \leq -1, \\ x & \text{pro } x \in (-1, 1), \\ 1 & \text{pro } x \geq 1, \end{cases}$

d) $f: y = \begin{cases} 1+x & \text{pro } x \leq -1, \\ 0 & \text{pro } x \in (-1, 1), \\ 1-x & \text{pro } x \geq 1. \end{cases}$

2. Rozhodněte, zda je daná funkce sudá nebo lichá.

a) $f: y = 2$, b) $f: y = 3x^2$, c) $f: y = \frac{x^2 + 1}{x}$, d) $f: y = x^2 + x$,

e) $f: y = -1$, f) $f: y = \operatorname{sgn} x$, g) $f: y = \frac{5x}{2x^2 + 1}$, h) $f: y = \frac{x+1}{x-1}$.

3. Odpovězte na následující otázky. Správná je vždy právě jedna z uvedených odpovědí.

a) Grafy funkcí $f: y = f(x)$ a $g: y = f(-x)$ jsou $\left\{ \begin{array}{l} \text{souměrné podle počátku} \\ \text{souměrné podle osy } x \\ \text{souměrné podle osy } y \end{array} \right\}$.

b) Graf liché funkce je $\left\{ \begin{array}{l} \text{souměrný podle počátku} \\ \text{souměrný podle osy } x \\ \text{souměrný podle osy } y \end{array} \right\}$.

c) Grafy funkcí $f: y = f(x)$ a $g: y = |f(x)|$ jsou totožné, je-li $\left\{ \begin{array}{l} f \text{ sudá funkce} \\ D(f) = \langle 0, \infty \rangle \\ H(f) = \langle 0, \infty \rangle \end{array} \right\}$.

d) Grafy funkcí $f: y = f(x)$ a $g: y = -f(-x)$ jsou $\left\{ \begin{array}{l} \text{souměrné podle počátku} \\ \text{souměrné podle osy } x \\ \text{souměrné podle osy } y \end{array} \right\}$.

e) Je-li funkce $f: y = f(x)$ rostoucí, pak je funkce $g: y = -f(x)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{rostoucí} \\ \text{klesající} \end{array} \right\}$.

f) Je-li funkce f ryze monotonní, pak $\left\{ \begin{array}{l} \text{je vždy prostá} \\ \text{nemusí být prostá} \end{array} \right\}$.

g) Je-li funkce $f: y = f(x)$ lichá, pak funkce $g: y = -f(x)$ je $\left\{ \begin{array}{l} \text{lichá} \\ \text{sudá} \\ \text{není lichá ani sudá} \end{array} \right\}$.

h) Je-li funkce $f: y = f(x)$ periodická s periodou p , pak funkce $g: y = k \cdot f(x)$,
 $k \in \mathbb{R}, k > 0, k \neq 1$, $\left\{ \begin{array}{l} \text{je periodická s periodou } p \\ \text{je periodická s periodou } kp \\ \text{nemusí být periodická} \end{array} \right\}$.

4. Rozhodněte, zda se následující funkce rovnají:

$$f: y = x^2, \quad g: y = |x|^2.$$

5. Nakreslete grafy následujících funkcí.

a) $f: y = |x| + 1$, b) $f: y = |x + 1| + 2$, c) $f: y = 2|x - 1| + |x| + 2$,

6. Nakreslete graf periodické funkce s periodou $p = 1$, která je pro $x \in \langle 0, 1 \rangle$ definována následovně:

a) $f: y = \frac{x}{2}$, b) $f: y = x^2$.

7. Nakreslete grafy následujících funkcí:

a) $f: y = 2x^2 + 4x - 1$, b) $f: y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{11}{2}$.

Výsledky

- a) neklesající, b) sudá, c) neklesající, lichá, d) sudá.
- a) sudá, b) sudá, c) lichá, d) ani sudá ani lichá,
e) sudá, f) lichá, g) lichá, h) ani sudá ani lichá.
- a) souměrné podle osy y , b) souměrný podle počátku,
c) $H(f) = \langle 0, \infty \rangle$, d) souměrné podle počátku,
e) klesající, f) je vždy prostá,
g) lichá, h) je periodická s periodou p .
- Ano