

Příklady k procvičení č. 1

1. Určete minimum, maximum, infimum a supremum následujících množin:

(a) $A = (0, 5) \cup \{7\} \cup (8, 9)$,

(b) $B = \mathbb{Q}$,

(c) $C = \{n!, n \in \mathbb{N}\}$,

(d) $D = (-\infty, -3) \cup (5, \infty)$,

(e) $E = \{x \in \mathbb{R} : x^2 > 4\}$,

(f) $F = \{x \in \mathbb{R} : 6x - x^2 - 9 < 0\}$.

2. Užitím matematické indukce dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ platí:

(a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$,

(b) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$,

(c) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$.

Výsledky

- | | | | | |
|-------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1. a) | $\min A$ neexistuje, | $\max A = 9$, | $\inf A = 0$, | $\sup A = 9$, |
| b) | $\min B$ neexistuje, | $\max B$ neexistuje, | $\inf B = -\infty$, | $\sup B = +\infty$, |
| c) | $\min C = 1$, | $\max C$ neexistuje, | $\inf C = 1$, | $\sup C = +\infty$, |
| d) | $\min D$ neexistuje, | $\max D$ neexistuje, | $\inf D = -\infty$, | $\sup D = +\infty$, |
| e) | $\min E$ neexistuje, | $\max E$ neexistuje, | $\inf E = -\infty$, | $\sup E = +\infty$, |
| f) | $\min F$ neexistuje, | $\max F$ neexistuje, | $\inf F = -\infty$, | $\sup F = +\infty$. |