

Příklady k procvičení IX.

Spočtěte první parciální derivace funkce f podle všech proměnných, je-li

1. $f(x, y) = xy^2 - 3x^3y^4 + \cos(x^2y^3),$

2. $f(x, y) = \ln\left(\frac{x^2+y^2}{3}\right),$

3. $f(x, y) = y^x.$

Určete diferenciál funkce f v bodě c , je-li

4. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad c = (3, 4),$

5. $f(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}, \quad c = (1, 3).$

6. Užitím diferenciálu vypočítejte přibližně $\ln(1.03^2 + (-0.02)^2).$

Najděte rovnici tečné roviny ke grafu funkce f v bodě c , je-li

7. $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2, \quad c = (1, 2),$

8. $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}, \quad c = (-1, 2).$

Vypočtěte $\frac{df}{du}(c)$, je-li

9. $f(x, y, z) = xy^2z^3, \quad c = (0, 1, \sqrt{2}), \quad u = \frac{(1, -1, 0)}{\|(1, -1, 0)\|},$

10. $f(x, y, z) = x + e^{\frac{y}{z}}, \quad c = (1, 1, 1), \quad u = \frac{(1, 2, 2)}{\|(1, 2, 2)\|}.$

Výsledky:

1. $\frac{\partial f}{\partial x} = y^2 - 9x^2y^4 - 2xy^3 \sin(x^2y^3), \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 2xy - 12x^3y^3 - 3x^2y^2 \sin(x^2y^3),$

2. $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{x^2+y^2}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2y}{x^2+y^2}, \quad \mathbf{3.} \quad \frac{\partial f}{\partial x} = \ln(y) \cdot y^x, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = x y^{x-1},$

4. $df_c(h) = \frac{3}{5}h_1 + \frac{4}{5}h_2, \quad \mathbf{5.} \quad df_c(h) = \frac{3}{10}h_1 - \frac{1}{10}h_2, \quad \mathbf{6.} \quad 0.06,$

7. $2x + 4y + z - 6 = 0, \quad \mathbf{8.} \quad 4x + 2y - z - 3 = 0, \quad \mathbf{9.} \quad \frac{df}{du}(c) = 2, \quad \mathbf{10.} \quad \frac{df}{du}(c) = \frac{1}{3}.$