Projekty z matematické analýzy pro IT pro kombinované studium

Projekt bude čitelně a přehledně vypracován na papírech formátu A4. V horní části každého odevzdaného listu budou následující údaje: Jméno studenta, identifikační číslo studenta, studijní skupina a číslo projektu.

Projekt číslo 1:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = x^3 e^{-x}$.
2. Mezi všemi rovnoramennými lichoběžníky vepsanými do daného půlkruhu o poloměru R tak, že jejich delší základna je průměr půlkruhu, vyberte ten, který má největší obsah. Určete rozměry lichoběžníka.

Projekt číslo 2:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \arcsin \dfrac{1+x}{1-x}$.
2. Z desky tvaru rovnoramenného trojúhelníku, jehož základna je a, výška k základně je v, má být vyříznuta obdélníková deska maximálního obsahu, přičemž jedna strana obdélníku je částí základny. Určete rozměry obdélníku.

Projekt číslo 3:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = x + \operatorname{arccotg}(2x)$.
2. Určete rozměry parního kotle tvaru válce tak, aby při daném objemu bylo ochlazování páry ve válci nejmenší, tj. aby povrch válce byl minimální.

Projekt číslo 4:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \sin x - \ln(\sin x)$.
2. Půdorys divadelního jeviště je sjednocením obdélníku a půlkruhu. Obvod půdorysu je 40 m. Určete rozměry půdorysu, víte-li, že byly stanoveny tak, aby obsah půdorysu jeviště byl co největší.

Projekt číslo 5:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \arccos x + \sqrt{1-x^2}$.
2. Z města B vyjíždí po přímočaré železniční trati do města A vzdáleného 100 km rychlostí 120 km/h rychlík. Ve stejném okamžiku vyjíždí z města A po přímé silnici do města C vzdáleného 200 km rychlostí 90 km/h automobil. Velikost úhlu BAC je 30°. Za jak dlouho bude vzdálenost rychlíku od automobilu nejmenší (a čemu se bude rovnat)?

Projekt číslo 6:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = e^{\operatorname{tg} x}$.

2. Mezi všemi rotačními válci s povrchem $S = 600\pi$ cm^2 najděte ten, který má největší objem (určete jeho rozměry).

Projekt číslo 7:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{2x+3}{(x+1)^2}$.

2. Na elipse o rovnici $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1$ najděte takový bod, aby tečna elipsy v něm sestrojená vytvářela spolu s osami souřadnic trojúhelník nejmenšího obsahu.

Projekt číslo 8:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{\ln(x^2)}{x}$.

2. Na parabole o rovnici $y = 3x + x^2$ najděte bod, který je nejblíže bodu $[9, 9]$

Projekt číslo 9:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

2. Do rotačního kužele o poloměru podstavy R a výšce h vepište rotační válec, který má největší obsah pláště (bez podstav).

Projekt číslo 10:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{x^2}{\ln x}$.

2. Do elipsy o poloosách a, b vepište obdélník největšího obsahu.

Projekt číslo 11:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{\sin x}{2 - \cos x}$.

2. Vrcholem $[0, -3]$ elipsy $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ veďte tětivu, která má největší délku.

Projekt číslo 12:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{x^4}{(x-1)^3}$.

2. Mezi všemi rovnoramennými trojúhelníky daného obvodu $2s$ vyberte ten, jehož rotací kolem jeho osy vznikne těleso největšího objemu.

Projekt číslo 13:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{x^3}{2(x+1)^2}$.

2. Jak zvolit poloměr r podstavy a výšku v rotačního válce vepsaného do rotačního kužele s poloměrem podstavy $a = 9$ cm a výškou $h = 12$ cm, aby objem válce byl maximální? Jaký bude tento objem?

Projekt číslo 14:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = e^{x^2-x}$.

2. Drát, jehož délka je a cm, rozdělte na dvě části tak, aby součet obsahů kruhu a čtverce, jejichž obvody jsou vymodelovány z těchto dvou částí drátu, byl co nejmenší.

Projekt číslo 15:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = e^{\frac{1}{x}} - x$.

2. Hodláte koupit obdélníkovou parcelu o rozloze 200 m^2, jejíž jedna strana bude ohraničena již hotovou zdí, zatímco ze zbývajících tří stran bude nutné parcelu oplotit. Ukažte, že obdélník lze zvolit tak, aby plot měl minimální délku. Najděte délky příslušných stran.

Projekt číslo 16:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 8}$.

2. Najděte kladná čísla a, b tak, aby body $A = [a, 0]$, $B = [0, b]$, $C = [2, 4]$ ležely na jedné přímce a aby vzdálenost bodů A a B byla minimální. Vypočtěte tuto vzdálenost.

Projekt číslo 17:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$.

2. Máme určit rozměry plechové konzervy tvaru rotačního válce daného objemu 1 litr, abychom na výrobu spotřebovali co nejméně plechu.

Projekt číslo 18:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \ln \cos x$.

2. Mezi všemi okny daného obvodu a, která mají tvar sjednocení obdélníka a půlkruhu sestrojeného nad jednou jeho stranou, vyberte to, které má největší obsah.

Projekt číslo 19:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \sqrt{x^4 - x^2}$.

2. Jak velké čtverce je nutné vystřihnout z rohů obdélníkového kartonu o rozměrech 90 cm krát 42 cm, aby otevřená krabice složená ze zbytku kartonu měla největší objem?

Projekt číslo 20:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \sqrt[3]{x^2} \cdot e^{-x}$.

2. Na parabole o rovnici $y = 6x - x^2$ najděte bod, který je nejblíže bodu $[-11, 8]$

Projekt číslo 21:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{x^3}{4 - x^2}$.
2. Je dán kruh o poloměru s. Z kruhové výseče o středovém úhlu velikosti α je svinut kuželový filtr. Rozhodněte, jak je třeba zvolit α, aby tento filtr měl maximální objem.

Projekt číslo 22:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \ln(4 - x^2)$.
2. Jaké mají být rozměry pravoúhlého bazénu se čtvercovým dnem a objemem 108 m^3, má-li se při vydlaždičkování dna plus stěn spotřebovat co nejméně dlaždiček?

Projekt číslo 23:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.
2. Muž v loďce je vzdálen 12 km od pobřeží (majícího tvar přímky). Chce se co nejrychleji dostat do místa na pobřeží, které je od něj vzdáleno 20 km. Rozhodněte, kde se má vylodit, víte-li, že dokáže veslovat rychlostí 6 km/h a po břehu se pohybovat rychlostí 10 km/h.

Projekt číslo 24:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$.
2. Z obdélníkového plechu o velikosti 80 cm krát 50 cm se má po odstřižení stejně velkých čtverců v rozích plechu vyrobit krabice bez víka. Jak velké čtverce je třeba odstřihnout, aby vzniklá krabice měla maximální objem, a jak velký bude tento objem?