Pravděpodobnost a statistika

Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava

18. září 2021

Co nás v semestru čeká?

- přednášky (středa),
- cvičení (pondělí, středa)
  - povinná,
  - LPOA209, LPOA210, LPOC109 - počítačové učebny,
- software: jazyk R, RStudio, GeoGebra, (Statgraphics, SPSS, . . .)

- Co musím udělat pro získání zápočtu?

  úspěšně zvládnout písemné práce (počet ??),
  vypracovat projekt (protokol + obhajoba).

- Co musím udělat pro vykonání zkoušky?

  učit se,učit se, učit se, . . .

Jazyk R a RStudio

R

- Jedná se programovací jazyk a prostředí určené pro statistickou analýzu dat a jejich grafické zobrazení.
- Dialekt jazyka **S** volně šiřitelný pod GNU GPL.
- Domovská stránka: www.r-project.org
- Funguje pod Windows, Unixem, MacOS, všemi versemi Linuxu.

RStudio

- Integrované vývojové prostředí pro jazyk R.
- Domovská stránka: www.rstudio.com

Náplň předmětu

- Kombinatorika,
- Pravděpodobnost,
- Statistika.

Studijní materiály a literatura

- Otipka, P., Šmajstrla, V.: *Pravděpodobnost a statistika.* Skriptum VŠB-TU, Ostrava 2006. ISBN 80-248-1194-4, [on-line: http://homen.vsb.cz/~oti73/cdpast1/].
- Doležalová, J.-Pavelka, L.: *Pravděpodobnost a statistika.* Skriptum VŠB, Ostrava 2005. ISBN 80-248-0948-6.
- Křivý, I.: *Úvod do teorie pravděpodobnosti.* Pedagogická fakulta v Ostravě, 1983.
- Hebák, P., Kahounová, J.: *Počet pravděpodobnosti v příkladech*, INFORMATORIUM, 1994.
- ...

Kombinatorika

Kombinatorika zkoumá počty různých výběrů z daného souboru.

- Kolik trojciferných čísel lze sestavit z číslic 1; 3; 8; 9?
- Kolik je možností jak vyplnit tiket Sportky?
- Kolika způsoby lze seřadit balíček mariášových karet?

Využití: základní pravděpodobnostní úlohy

- Jaká je pravděpodobnost výhry prvního pořadí ve Sportce?

Způsoby výběru

- podle uspořádání prvků („Záleží na pořadí?“)
  - uspořádané (variace, permutace),
  - neuspořádané (kombinace),
- podle opakování prvků („Mohou se prvky opakovat?“)
  - s opakováním,
  - bez opakování.

Variace bez opakování

Variace bez opakování jsou uspořádané k-tice vybírané z n prvkové množiny, přičemž jednotlivé prvky se v k-ticích nesmí opakovat

Kolik jich muže být?

Na první místo můžeme dát n prvků, na druhé jen $n-1, \dots,$ na k-té zbude $n-k+1$ prvku. Celkem tedy

$$V_k(n) = n \cdot (n-1) \cdot \ \dots \ \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} \,.$$

Variace bez opakování - příklad

Příklad: Sestavujeme vlajku ze tří vodorovných pruhů. K dispozici máme vždy jeden bílý, červený, modrý, žlutý a zelený pruh látky. Kolik vlajek lze sestavit?

Řešení:
3 pruhy na vlajce,
5 barevných pruhů látky

Vybíráme tři pruhy z pěti: $V_3(5) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 60\,.$

Permutace bez opakování

Permutace jsou uspořádané n-tice vybírané z n prvkové množiny, přičemž jednotlivé prvky se nesmí opakovat.

Kolik jich je (kolika způsoby lze seřadit n-prvkovou množinu)?

Na první místo můžeme dát n prvku, na druhé pak jen $n-1$, $\ldots$, na n-té zbude jediný prvek. Celkem tedy

$$P(n) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ \ldots \ \cdot 1 = n!$$

Pozorování: Permutace jsou speciálním případem variací, tj. pro $k = n$ je

$$V_n(n) = P(n) \, .$$

Permutace bez opakování - příklad

Příklad: Osm přátel si v restauraci sedá ke „svému" stolu o 8-mi místech.

(a) Kolika způsoby se mohou posadit?

Řešení:

$$P(8) = 8! = 40\,320\,.$$

Permutace bez opakování - příklad

Příklad: Osm přátel si v restauraci sedá ke „svému“ stolu o 8-mi místech.

(b) Co když je stůl kulatý a za jedno rozesazení považujeme ta, kdy má každý stejného levého i pravého souseda?

Řešení: Posunutí všech o jedno místo nově definované usazení nezmění, posunout se mohou dokonce 8 krát. Celkový počet usazení je tedy 8 krát menší, tj.

$$\frac{P(8)}{8} = \frac{8!}{8} = 7! = 5\,040\,.$$

Co ještě víme o „n s vykřičníkem“?

Faktoriál

Je-li n přirozené číslo, pak symbolem $n!$ (čteme „n faktoriál“) rozumíme součin všech přirozených čísel od 1 do n:

$$n! = \prod_{i=1}^{n} i = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1, \quad n = 1, 2, \ldots$$

Speciálně definujeme

$$0! = 1\,.$$

A to proč?

Permutace jsou speciálním případem variací bez opakování. Když do vzorce dosadíme $k = n$, dostaneme výraz

$$V_n(n) = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!}\,.$$

Z definice permutace víme, že $P(n) = n!$. Aby platila rovnost $n!/0! = n!$,definuje se $0! = 1$.

Poznámka Faktoriál roste velmi rychle, například $10! = 3\,628\,800$ a $20!$ je 19-ciferné číslo.

Kombinace bez opakování

Kombinace k**-té třídy z** n **prvku** jsou k-prvkové skupiny vybírané z n-prvkové množiny, přičemž nezáleží na pořadí, v jakém prvky byly vybrány.
(Alternativní definice: Jsou to k-prvkové podmnožiny z množiny mající n prvku.)

Kolik jich je?

Vezměme k-členné variace z n prvků. Potom $k!$ variací obsahuje tytéž prvky, jen v jiném pořadí - representují tutéž podmnožinu. Tedy k-prvkových podmnožin je $k!$-krát méně než variaci

$$C_k(n) = \frac{V_k(n)}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!} \cdot \frac{1}{k!} = \binom{n}{k}.$$

Kombinace bez opakování - příklad

Příklad: Na večírku je n lidí. Přiťukne-li si skleničkou každý s každým, kolik ťuknutí by mohlo být slyšet?

Řešení:

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = \frac{n \cdot (n-1)}{2}\,.$$

Co ještě víme o kombinačním čísle?

Kombinační číslo

Pro všechna celá nezáporná čísla n, k taková, že $k \leq n$, je

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \ \ldots \ \cdot (n-k+1)}{k!}, \quad k = 1, 2, \ldots,$$

Symbol $\binom{n}{k}$ čteme „n nad k“ a nazýváme jej kombinační číslo.

Dále platí

$$\binom{n}{0} = 1, \qquad \binom{n}{1} = n, \qquad \binom{n}{n} = 1.$$

Vlastnosti

Pro celá $0 \leq k \leq n$ platí

- $\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$,

  Důkaz:
  $$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!\,[n-(n-k)]!} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \binom{n}{k}$$

- $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$.

  Důkaz:
  $$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \frac{n!}{k!(n-k)!} + \frac{n!}{(k+1)!\,[n-(k+1)]!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} + \frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!}$$
  $$= \frac{n!}{k!(n-k-1)!} \cdot \left(\frac{1}{n-k} + \frac{1}{k+1}\right) = \frac{n!}{k!(n-k-1)!} \cdot \frac{n+1}{(n-k)(k+1)}$$
  $$= \frac{(n+1)\cdot n!}{(k+1)\cdot k!\cdot(n-k)\cdot(n-k-1)!} = \frac{(n+1)!}{(k+1)!\cdot(n-k)!} = \binom{n+1}{k+1}$$

Při výpočtech je dobré co nejvíce krátit:
$$\binom{100}{2} = \frac{100!}{2!\cdot 98!} = \frac{100\cdot 99\cdot 98\cdot 97\cdot\ \ldots\ \cdot 1}{(2\cdot 1)\cdot(98\cdot 97\cdot\ \ldots\ \cdot 1)} = \frac{100\cdot 99}{2} = 4950.$$

Binomická věta

Pro reálné číslo x a nezáporné celé n je

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k.$$

Důkaz: Matematická indukce.

Důsledek: Dosazením za $x = 1$ a $y = 1$ dostaneme

$$2^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \ldots + \binom{n}{n}$$

$\ldots$ počet všech podmnožin n-prvkové množiny

Pascalův trojúhelník

Pascalův trojúhelník je schéma, které dobře znázorňuje některé vlastnosti kombinačních čísel.

$$
\begin{array}{ccccccccccccccc}
 & & & & & & & \binom{0}{0} & & & & & & & \\
 & & & & & & \binom{1}{0} & & \binom{1}{1} & & & & & & \\
 & & & & & \binom{2}{0} & & \binom{2}{1} & & \binom{2}{2} & & & & & \\
 & & & & \binom{3}{0} & & \binom{3}{1} & & \binom{3}{2} & & \binom{3}{3} & & & & \\
 & & & \binom{4}{0} & & \binom{4}{1} & & \binom{4}{2} & & \binom{4}{3} & & \binom{4}{4} & & & \\
 & & \binom{5}{0} & & \binom{5}{1} & & \binom{5}{2} & & \binom{5}{3} & & \binom{5}{4} & & \binom{5}{5} & & \\
 & \binom{6}{0} & & \binom{6}{1} & & \binom{6}{2} & & \binom{6}{3} & & \binom{6}{4} & & \binom{6}{5} & & \binom{6}{6} & \\
\binom{7}{0} & & \binom{7}{1} & & \binom{7}{2} & & \binom{7}{3} & & \binom{7}{4} & & \binom{7}{5} & & \binom{7}{6} & & \binom{7}{7}
\end{array}
$$

Pascalův trojúhelník

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

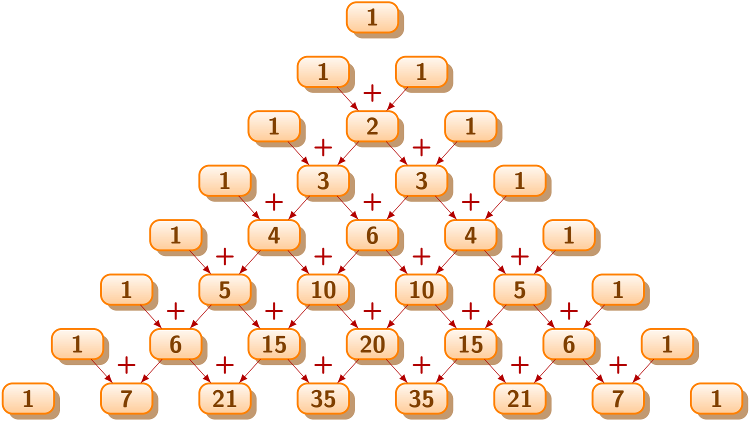
1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

Pascalův trojúhelník



Pascalův trojúhelník

Kromě hodnot kombinačních čísel můžeme v Pascalově trojúhelníku najít i určitou geometrickou strukturu.

Co se stane Pokud všechna sudá čísla vybarvíme jednou barvou a lichá čísla barvou jinou?

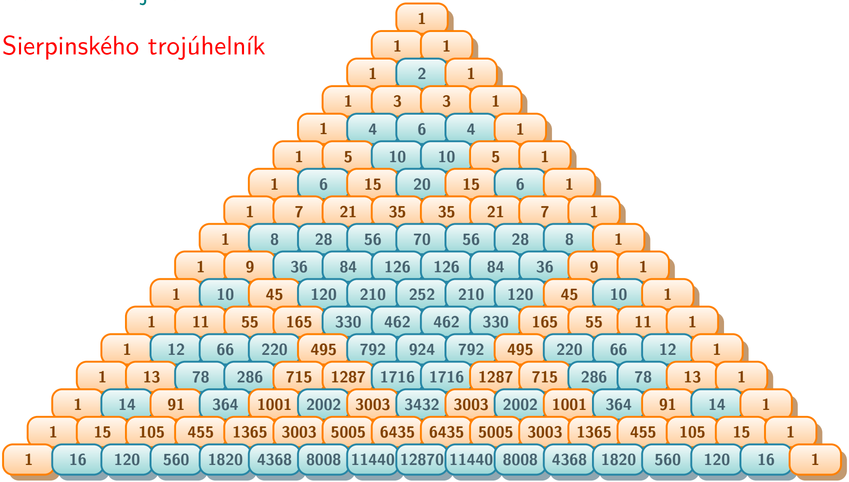
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1
1 16 120 560 1820 4368 8008 11440 12870 11440 8008 4368 1820 560 120 16 1

Pascalův trojúhelník

Kromě hodnot kombinačních čísel můžeme v Pascalově trojúhelníku najít i určitou geometrickou strukturu.

Co se stane Pokud všechna sudá čísla vybarvíme jednou barvou a lichá čísla barvou jinou?

Sierpinského trojúhelník



Variace s opakováním

Variace s opakováním jsou uspořádané k-tice vybírané z n prvků, přičemž jednotlivé prvky se v k-ticích mohou opakovat.

Kolik jich muže být?

Na první místo můžeme dát n prvků, na druhé opět n, … na k-té také n, celkem tedy

$$V'_k(n) = \underbrace{n \cdot n \cdot \ \dots \ \cdot n}_{k \text{ krát}} = n^k \,.$$

Variace s opakováním - příklad

Příklad: Musí mít alespoň dva obyvatelé městečka o 1500 obyvatelích stejné iniciály?

Řešení: Jméno a přijímení začíná jedním ze 32 písmen.

Jiří Novák

$$V_2'(32) = 32^2 = 2^{10} = 1024\,.$$

$\Longrightarrow$ ANO, je jen 1024 různých iniciál.

Permutace s opakováním

Permutace s opakováním je uspořádaná $k = k_1 + \ldots + k_n$-tice z n prvku, v níž se prvek i vyskytuje k_i-krát.

Kolik jich je?

Přestaneme-li v $k!$ permutacích z k prvků rozlišovat mezi k_i prvky, dostaneme $k_i!$-krát méně možností, tedy

$$P'_{k_1,\ldots,k_n} = \frac{k!}{k_1! \cdot \ldots \cdot k_n!} .$$

Permutace s opakováním - příklad

Příklad: Kolik různých „slov“ lze vytvořit přeházením písmen ve slově „kombinatorika“.

Řešení:

k	2
o	2
m	1
b	1
i	2
n	1
a	2
t	1
r	1

Celkem 13 písmen.

$$P'_{2,2,1,1,2,1,2,1,1} = \frac{13!}{2!\,2!\,1!\,1!\,2!\,1!\,2!\,1!\,1!}$$

$$= \frac{13!}{16} = 389\,188\,800$$

kombinace s opakováním

Kombinace s opakováním je k-členná (neuspořádaná) skupina z n prvků, které se v ní mohou opakovat.

Kolik jich je?

Pokud máme množinu prvků o velikosti n a vybíráme z ní k-tice, přičemž jednotlivé prvky se mohou opakovat, pak skládáme posloupnosti hvězdiček a čárek o délce $k + n - 1$ (k hvězdiček a $n - 1$ čárek), např.

$$\star\ \star\ \star\star|\star\ \star\star|\star\star \qquad\qquad (n = 3, k = 9)$$

hvězdička značí prvek a čárka znamená, že následující hvězdičky znázorňují prvky dalšího druhu.

Zjišťujeme, kolika způsoby můžeme do posloupnosti umístit $n - 1$ čárek, takže počet kombinací s opakováním je roven

$$C'_k(n) = \binom{n+k-1}{n-1} = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)!\,k!}\,.$$

Kombinace s opakováním - příklad

Příklad: Kolika způsoby lze vybrat 4 karty ze sady mariášových karet, zajímají-li nás pouze

(a) barvy.

Řešení: 4 karetní barvy (žaludy, listy, srdce, kule)

$$C'_4(4) = \binom{4+4-1}{4} = \binom{7}{4} = 35\,.$$

Kombinace s opakováním - příklad

Příklad: Kolika způsoby lze vybrat 4 karty ze sady mariášových karet, zajímají-li nás pouze

(b) hodnoty.

Řešení: 8 hodnot v mariáši (7, 8, 9, 10, spodek, svršek, král, eso)

$$C_4'(8) = \binom{8+4-1}{4} = \binom{11}{4} = 330\,.$$

Základní kombinatoristická pravidla

Pravidlo součtu

Jsou-li A_1, A_2, …, A_n konečné množiny, které mají po řadě p_1, p_2, …, p_n prvků a jsou-li každé dvě disjunktní, pak počet prvků jejich sjednocení $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ je roven $p_1 + p_2 + \ldots + p_n$.

Příklad: V knihovně je 5 knih, jejichž autorem je A. C. Doyle, a 10 knih, jejichž autorkou je A. Christie. Čtenář si tedy muže vybrat 15 způsoby knihu, kterou napsali A. C. Doyle nebo A. Christie. Je-li A_1 úkol „vybrat knihu, jejíž autorem je A. C. Doyle“ a A_2 úkol „vybrat knihu, jejíž autorem je A. Christie“, pak je $p_1 = 5$ a $p_2 = 10$. Přitom provést úkol A_1 nebo úkol A_2 znamená vybrat knihu, kterou napsali A. C. Doyle nebo A. Christie. Podle pravidla součtu to lze právě $p_1 + p_2 = 15$ způsoby. Použití pravidla součtu je oprávněné, protože žádná kniha, kterou napsal A. C. Doyle, není totožná s žádnou knihou, kterou napsala A. Christie.

Pravidlo součtu

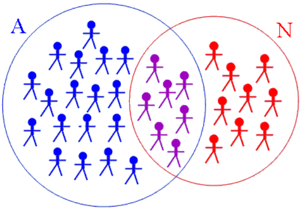
Poznámka: Předpoklad pravidla součtu, který říká, že žádný z m způsobu provedení úkolu A není totožný s žádným z n způsobu provedení úkolu B, je podstatný.

Uvažujme množiny, které nejsou disjunktní, např. $M = \{a, b, c\}$, $N = \{b, c, d, e\}$. Potom existuje 5 způsobů, jak „vybrat prvek z M nebo N“, přitom $5 \neq 3 + 4 = m + n$.

Pravidlo součtu

Příklad: V jedné třídě, ve které každý žák ovládá aspoň jeden ze dvou jazyků (angličtinu nebo němčinu), hovoří 25 žáků anglicky, 16 žáků německy a 7 žáků hovoří oběma jazyky. Kolik žáků chodí do této třídy?

Řešení: Množinu žáků, kteří mluví anglicky, označíme A, a množinu žáků, kteří mluví německy, označíme N. Protože každý žák ve třídě ovládá alespoň jeden z uvedených jazyků, chodí do třídy tolik žáků, kolik prvků má sjednocení množin A a N. Víme, že $|A| = 25$, $|N| = 16$, $|A \cap N| = 7$. Kdybychom jen sečetli $|A| + |N|$, byli by žáci, kteří mluví oběma jazyky, započítáni dvakrát. Je proto potřeba je jednou odečíst: $|A \cup N| = |A| + |N| - |A \cap N| = 25 + 16 - 7 = 34$. Do této třídy chodí 34 žáků.

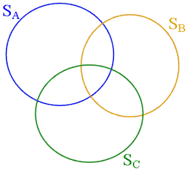


Pravidlo součtu

Příklad: Při matematické soutěži řešili žáci tři úlohy; označme je A, B, C. Ze stočtyřiceti soutěžících vyřešilo úlohu A osmdesát, úlohu B sedmdesát a úlohu C padesát soutěžících. Přitom úlohu A a zároveň B vyřešilo čtyřicet soutěžících, úlohu B a zároveň C třicet soutěžících a stejně tak i úlohu A a zároveň C vyřešilo třicet soutěžících. Všechny tři úlohy vyřešilo dvacet soutěžících. Kolik soutěžících nevyřešilo ani jednu úlohu?

Řešení: Budeme postupovat tak, že nejprve zjistíme, kolik žáků vyřešilo alespoň jednu úlohu, a tento mezivýsledek odečteme od celkového počtu soutěžících.
Množinu soutěžících, kteří vyřešili úlohu A (resp. B, C) označíme S_A (resp. S_B, S_C).
Potom počet soutěžících, kteří vyřešili alespoň jednu úlohu, je stejný, jako počet prvků množiny $S_A \cup S_B \cup S_C$.

$$\begin{aligned}|S_A \cup S_B \cup S_C| &= |S_A| + |S_B| + |S_C| - |S_A \cap S_B| - |S_A \cap S_C| - |S_B \cap S_C| + |S_A \cap S_B \cap S_C| \\ &= 80 + 70 + 50 - 40 - 30 - 30 + 20 \\ &= 120\end{aligned}$$



Alespoň jednu úlohu vyřešilo 120 žáků. Soutěže se zúčastnilo 140 žáků, zbývá tedy 20 žáků, kteří nevyřešili ani jednu úlohu.

Základní kombinatoristická pravidla

Pravidlo součinu

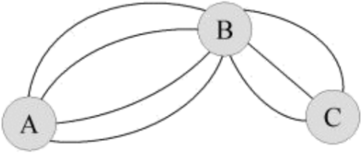
Počet všech uspořádaných k-tic, jejichž první člen lze vybrat n_1 způsoby, druhý člen po výběru prvního členu n_2 způsoby atd. až k-tý člen po výběru všech předcházejících členů n_k způsoby, je roven $n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k$.

Příklad: Registrační značka vozidla má tvar $PKC\ CCCC$, kde P, K, a C jsou symboly a přitom P je některá z číslic 1–9, K je písmeno, určující příslušnost ke kraji (např. T označuje Moravskoslezský kraj, H označuje hradecký apod.) a C je některá z číslic 0–9. Kolik lze v rámci jednoho kraje přidělit registračních značek?

Řešení: První symbol lze zvolit 9 způsoby, druhý symbol nelze volit, protože je v rámci kraje pevně daný, třetí symbol lze zvolit 10 způsoby, stejně tak lze 10 způsoby zvolit čtvrtý, pátý, šestý i sedmý symbol. Podle zobecněného pravidla součinu tedy existuje v rámci jednoho kraje $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9 \cdot 10^5$ možných různých registračních značek.

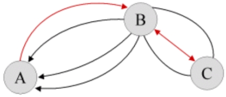
Příklad

Příklad: Z místa A do místa B vedou čtyři turistické cesty, z místa B do C tři. Určete, kolika způsoby lze vybrat trasu z A do C a zpět tak, že z těchto sedmi cest je právě jedna použita dvakrát.

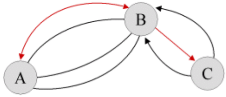


Řešení: Nejprve určíme, kolika způsoby lze vybrat trasu z A do C: ke každému ze čtyř způsobů, jak dojít z A do B, existují tři způsoby, jak dojít z B do C. Trasu z A do C lze tedy vybrat $4 \cdot 3$, tj. dvanácti způsoby.
Nyní jde o to, kolika způsoby lze vybrat zpáteční trasu z C do A tak, aby v ní byla použita právě jedna cesta z těch, po kterých jsme už šli z A do C. Máme tedy dvě možnosti.

1. Po stejné cestě se budeme vracet z C do B. Potom z B do A půjdeme jinou cestou, než kterou jsme šli z A do B. V tomto případě lze vybrat zpáteční trasu z C do A třemi způsoby.



2. Z C do B půjdeme jinou cestou, než kterou jsme přišli, a z B do A půjdeme po stejné cestě, jako z A do B. V tomto případě lze vybrat zpáteční trasu z C do A dvěma způsoby.

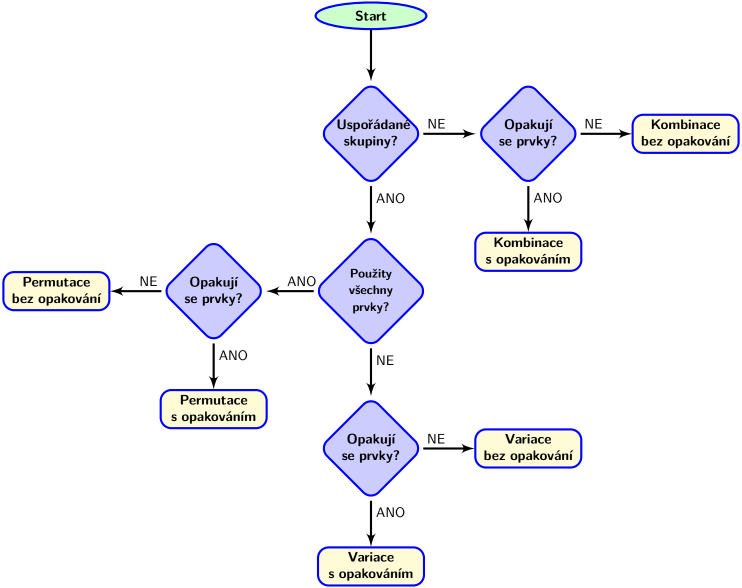


Protože obě uvedené možnosti se navzájem vylučují a jiné nejsou, dostáváme (podle kombinatorického pravidla součtu), že celkový počet tras z C do A, které splňují dané podmínky, je roven pěti. Ke každé z dvanácti tras z A do C existuje tedy pět tras z C do A, které splňují požadovanou podmínku. Pomocí kombinatorického pravidla součinu získáme výsledek úlohy: počet všech způsobů, kterými lze vybrat trasu z A do C a zpět tak, že z daných cest je právě jedna použita dvakrát, je $12 \cdot 5 = 60$.

Rekapitulace

	bez opakování	**s opakováním**
variace	$V_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!}$	$V'_k(n) = n^k$
permutace	$P(n) = V_n(n) = n!$	$P'_{k_1,\ldots,k_n} = \frac{k!}{k_1!\cdot\ldots\cdot k_n!}$
kombinace	$C_k(n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}$	$C'_k(n) = \binom{n+k-1}{k}$

Algoritmus rozhodování při kombinatoristických úlohách



Ženská kombinatorika (aneb nemám co na sebe)

Ženská kombinatorika, obdobně jako ženská logika, vychází z matematické disciplíny rozšířené o několik dalších, klasické matematice neznámých, pouček. Přibližme si ženskou kombinatoriku na příkladu (Zdroj: http://skliba.blogspot.cz).

Řekněme, že nebožačka má pracovní schůzku a chce být za šmrncovní babu. K dispozici má troje punčocháče, tři v tomto ročním období použitelné sukně (kdo by to byl řekl;) a tři slušná trička. Předpokládáme-li, že nebožačka má všech pět pohromadě a chce si vzít právě jedny punčocháče s jedním tričkem a sukni, nabízí takto definovaný šatník dvacet sedm kombinací. To není tak špatné, že?

Jenže tady do toho vstupuje ženský prvek ...

1. Jedny punčocháče jsou proužkované a jedna sukně kostkovaná, což kombinaci vylučuje (zákon o nekombinovatelnosti určitých kostek s určitými pruhy).

   Šup tři kombinace pryč.

2. Ty proužkované punčocháče jsou navíc hnědé. A to nejde k černé elegantní sukni (pravidlo ladu a skladu)...

   A další tři kombinace fuč.

3. Pak je tu ta oranžová sukně... ta je dobrá, ale na pracovní schůzku by se hodila, leda že by šlo o konkurz na Pipi. A to nejde (koeficient přiměřenosti).

   Pryč s ní i s devíti ji zahrnujícími kombinacemi!

4. A tahle (fialová) kostkovaná sukně se nedá vzít ani s tím růžovým ani s červenobílým tričkem (princip averze barev).

   Milé čtyři kombinace, sbohem...

5. Na tělových punčocháčích se při pokusu o oblečení udělalo oko (Ne-Mehlova věta)...

   Další čtyři kombinace.

6. Takže nám tu zbývá to bílé tričko, které si ... doprčic... po Vánocích vážně vzít nemůžu (zákon o zachování hmoty).

   Tak to jsme o dvě kombinace kratší.

7. A ještě červenobílé tričko a... moment, zdá se mi to, nebo... KOČKY!(Pravidlo špinavé kočičí pracky)

   A teď ještě o dvě.

Podtrženo, sečteno: Máme tu černé punčocháče a černou sukni a k tomu růžové triko => (logický závěr) nemám co na sebe!!!

Děkuji za pozornost !!!