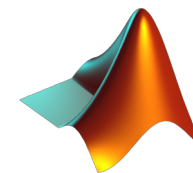


Lineární algebra s Matlabem

Přednáška 9



Katedra
aplikované matematiky



Vzorový příklad

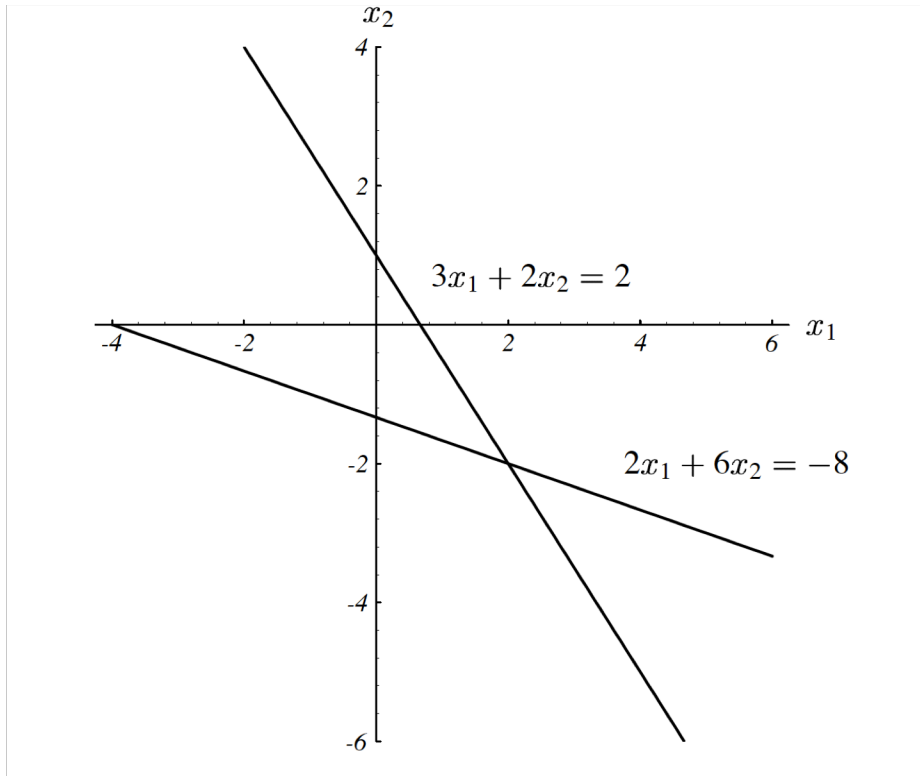
- Řešíme $Ax = b$.
- A je symetrická, pozitivně definitní matice
- Vzorový příklad

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$x = [2, -2]^T$$

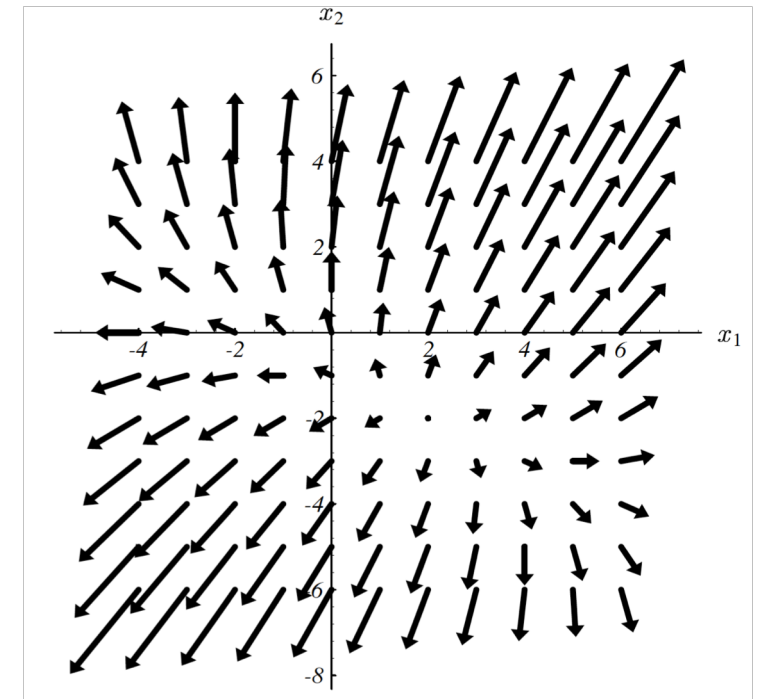
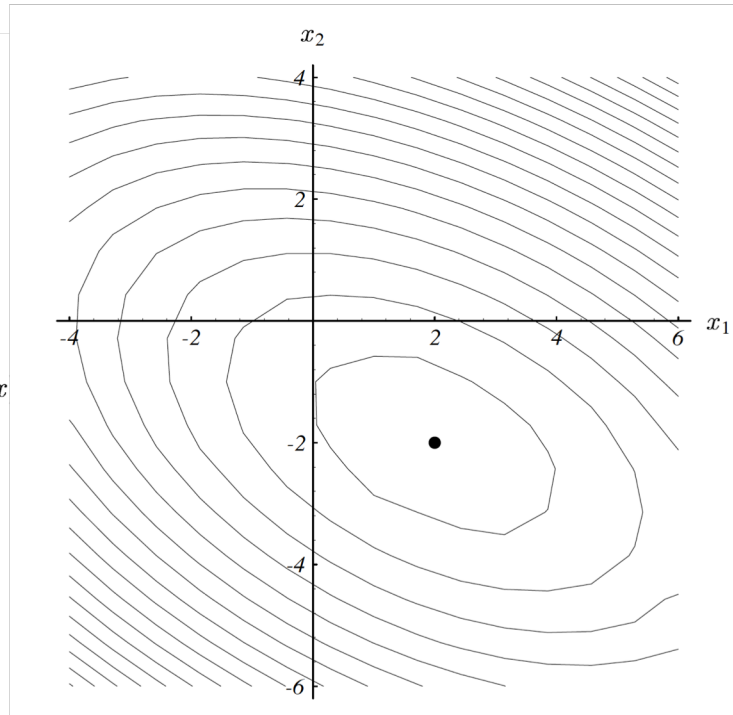
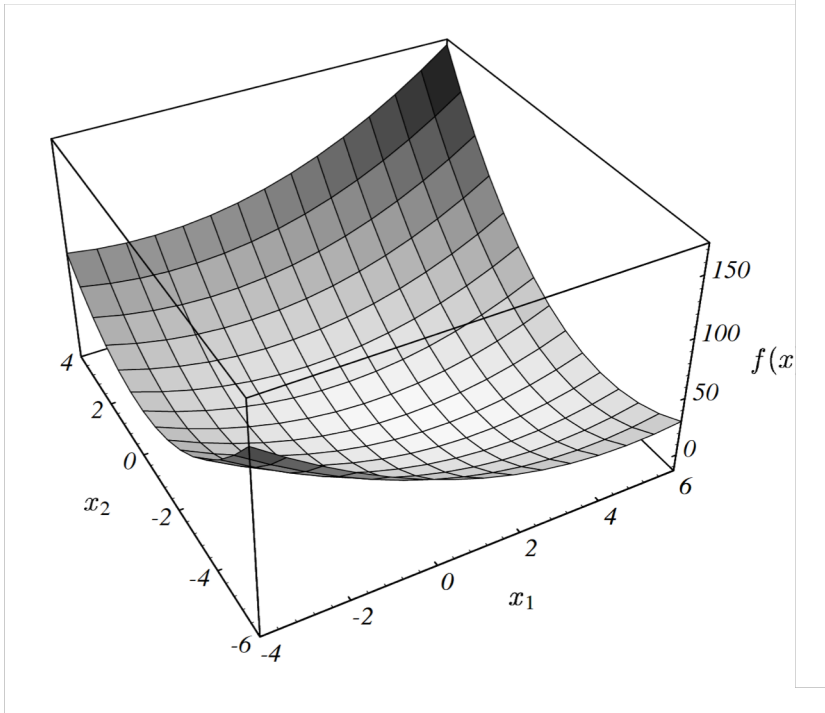
Geometrická interpretace

- Jednou z možností, jak soustavu interpretovat, je hledání průsečíku n nadrovin o dimenzích $n-1$



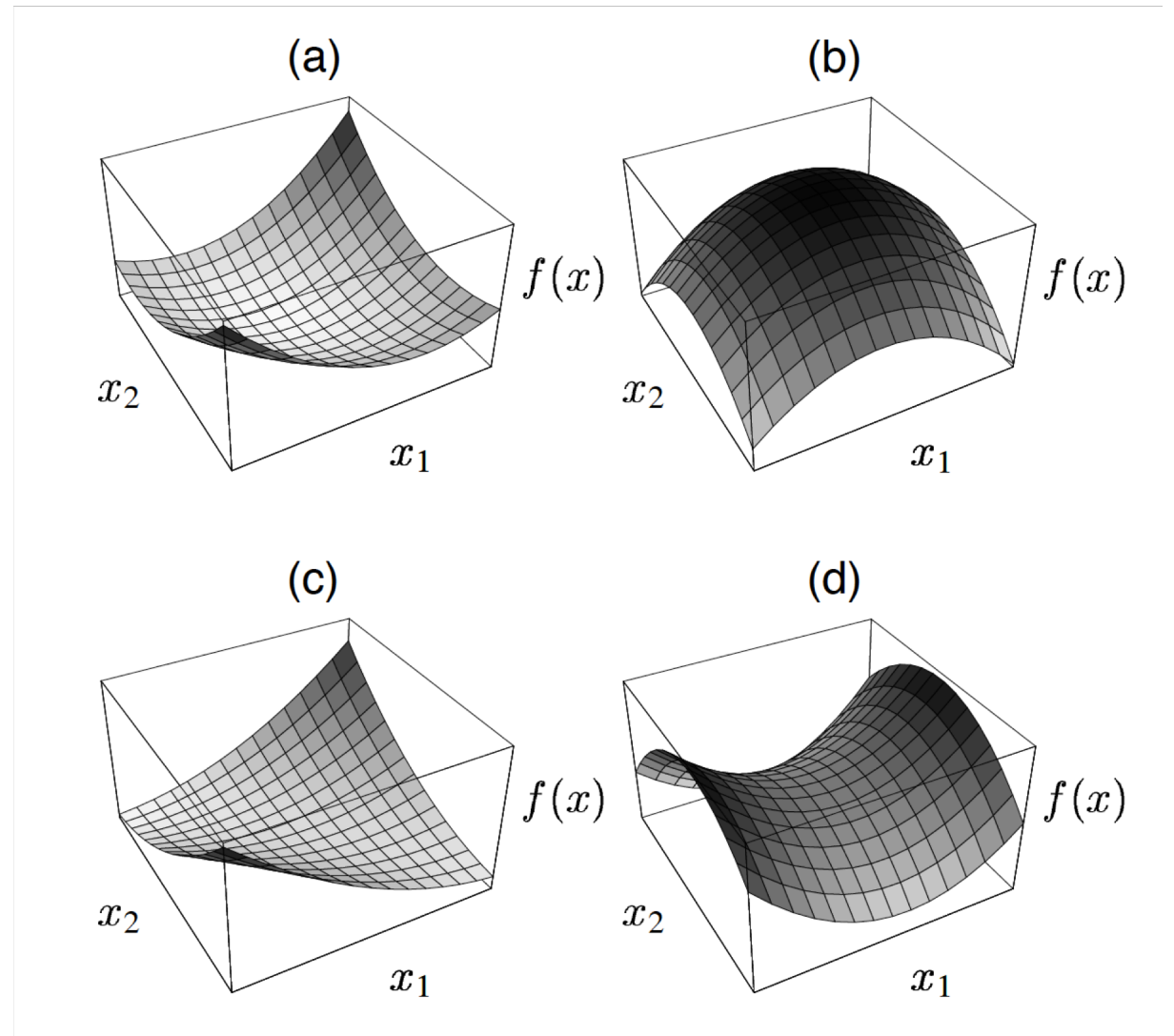
Kvadratické formy

- V případě SPD matice A je řešení možno interpretovat jako minimalizaci kvadratické formy

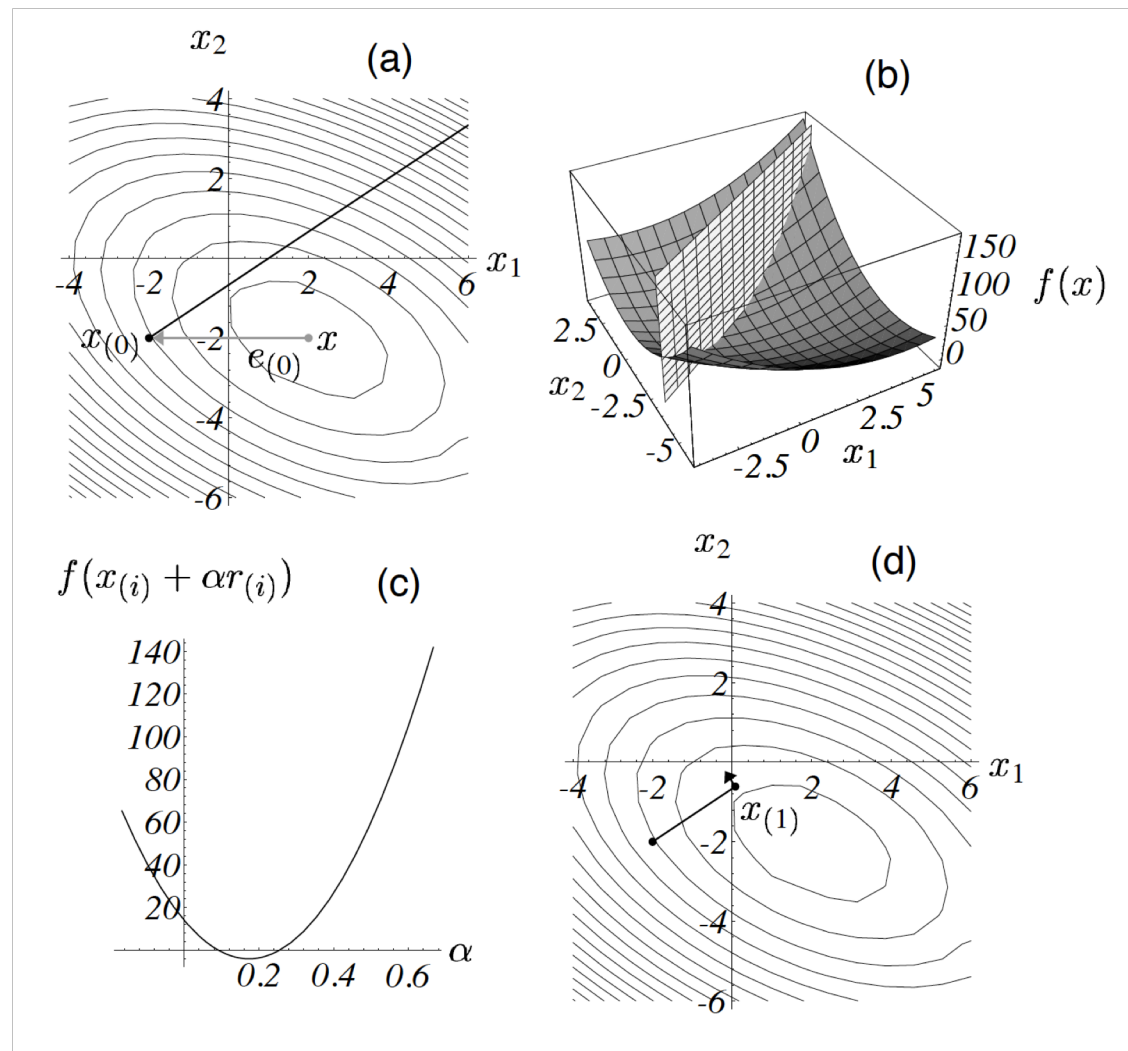


Kvadratické formy

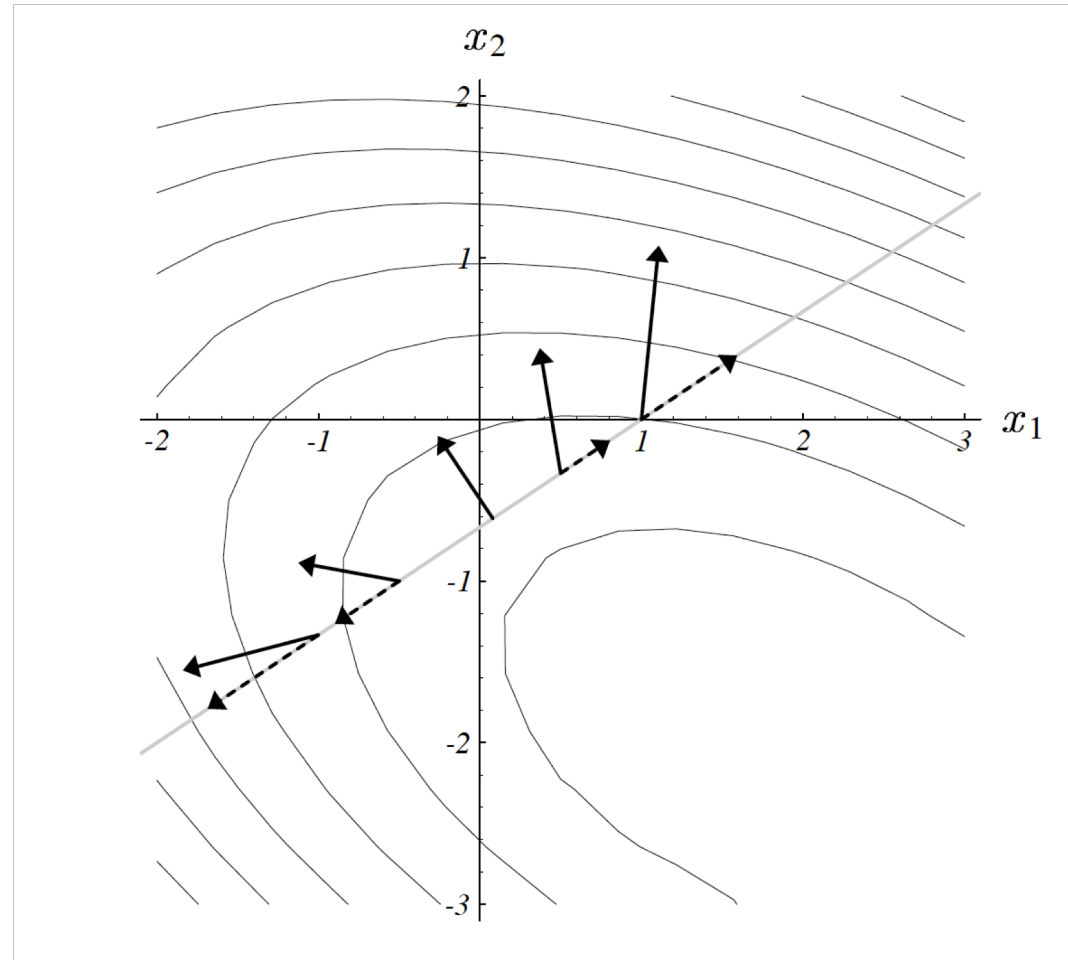
- Typy kvadratických forem v závislosti na matici A
 - a) pozitivně definitní
 - b) negativně definitní
 - c) singulární
 - d) indefinitní



Metoda největšího spádu



Metoda největšího spádu



Metoda největšího spádu

$$r_{(i)} = b - Ax_{(i)},$$

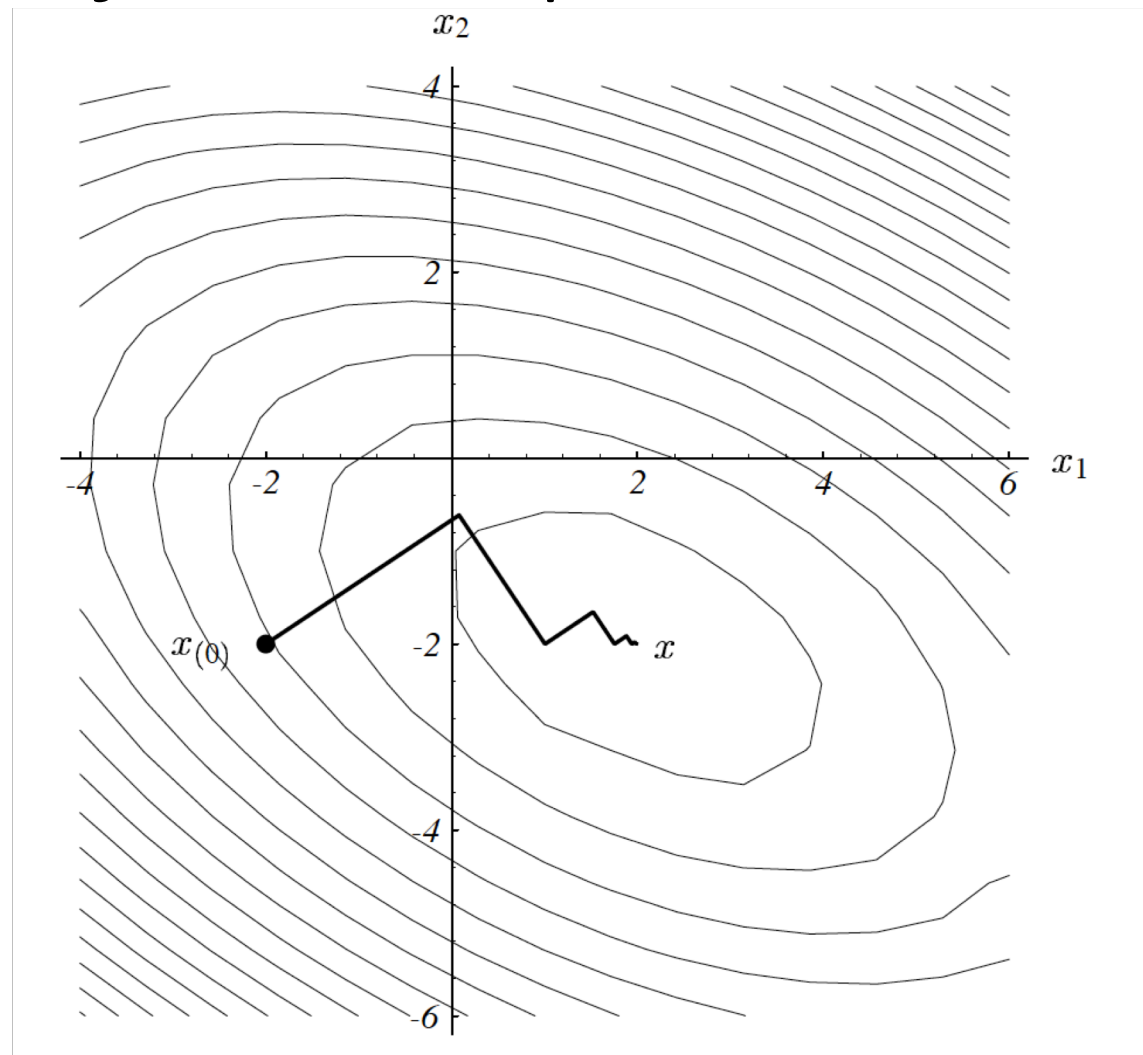
$$\alpha_{(i)} = \frac{r_{(i)}^T r_{(i)}}{r_{(i)}^T A r_{(i)}},$$

$$x_{(i+1)} = x_{(i)} + \alpha_{(i)} r_{(i)}.$$

- Vyžaduje 2 násobení matice-vektor
- Můžeme snížit náročnost využitím

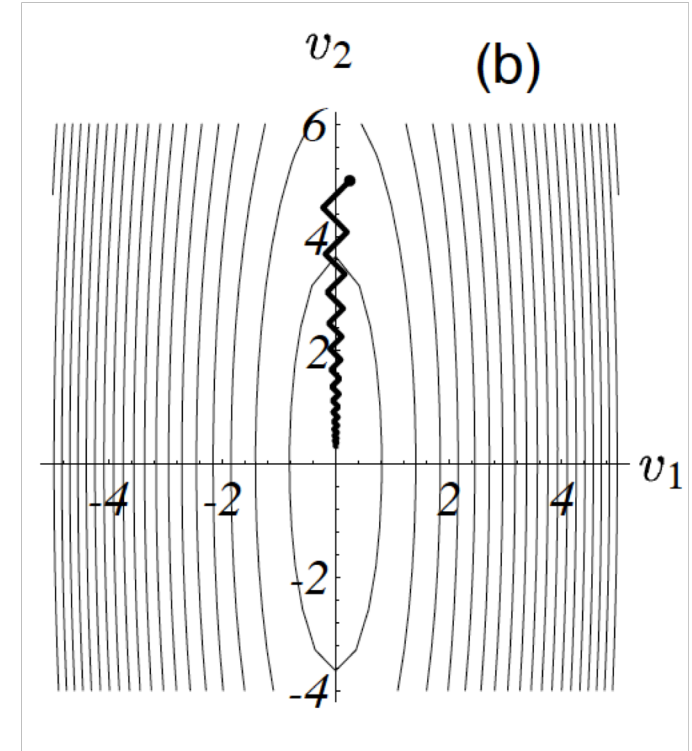
$$r_{(i+1)} = r_{(i)} - \alpha_{(i)} A r_{(i)}.$$

Metoda největšího spádu

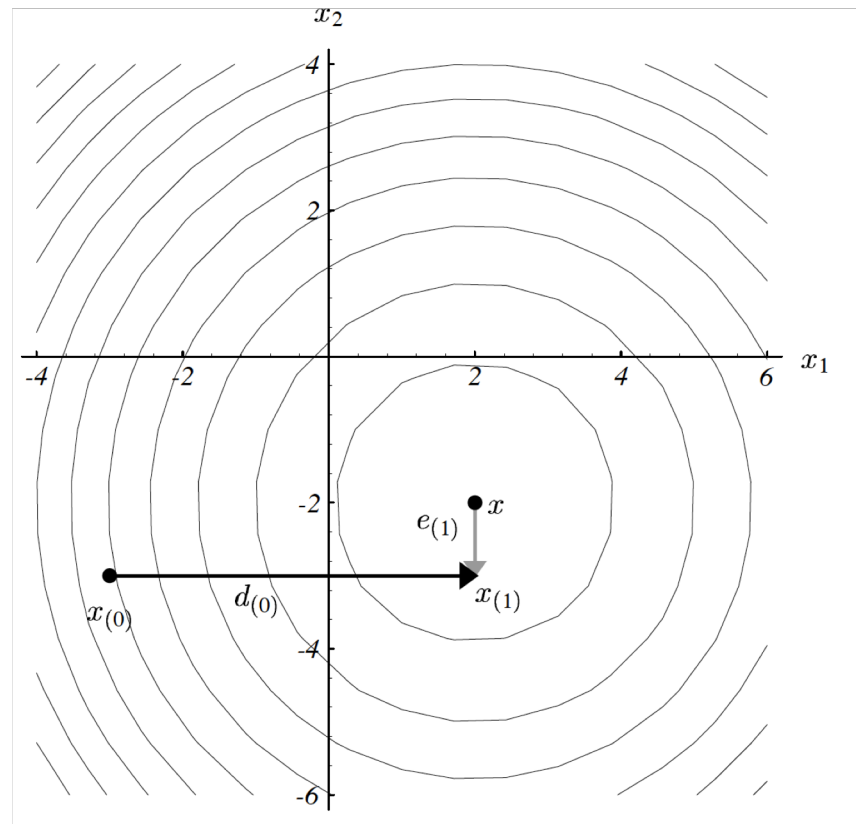


Metoda největšího spádu

- Metoda často postupuje ve stejném směru několikrát
- Je možné zvolit množinu n navzájem ortogonálních směrů d_0, d_1, \dots, d_{n-1} (např. rovnoběžných s osami souřadnic) a vynulovat v každém kroku chybu v daném směru?
- Taková metoda by teoreticky potřebovala maximálně n kroků k vyřešení soustavy s maticí $n \times n$



Metoda největšího spádu



Zdroje

- Shewchuk, J. R. *An introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain*. 1994.