

Lineární algebra s Matlabem - cvičení 9

1. Stáhněte si soubor https://home1.vsb.cz/~mer126/LAM/Cv9/steepestDescent_ex.m. Funkce má řešit soustavu se symetrickou pozitivně definitní maticí pomocí metody největšího spádu. Na vstupu je matice soustavy, vektor pravé strany, počáteční odhad, relativní přesnost `tol` a maximální počet iterací. Metoda vrací řešení a skutečný počet iterací.
 - (a) Doplňte chybějící části kódu v hlavní výpočetní smyčce.
 - (b) Vytvořte symetrickou pozitivně definitní matici $A \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$ (např. ostře diagonálně dominantní symetrickou matici náhodných čísel) a nějaký vektor pravé strany $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{10}$.
 - (c) Vyřešte soustavu pomocí metody `steepestDescent_ex.m`. Jako počáteční vektor volte např. nulový vektor. Zapište počty iterací potřebných k dosažení dané přesnosti `tol`:
 - `tol = 0,01, it =`
 - `tol = 1e-4, it =`
 - `tol = 1e-8, it =`
2. Stáhněte si soubor https://home1.vsb.cz/~mer126/LAM/Cv9/cg_ex.m. Funkce má stejné vstupní a výstupní argumenty jako funkce `steepestDescent_ex` a má řešit soustavu pomocí metody sdružených gradientů.
 - (a) Otestujte algoritmus se stejnými vstupními argumenty, jako v příkladu 1. Zjistíte, že metoda nekonverguje, protože v kódu jsou tři chyby. Najděte je a opravte.
 - (b) Vyřešte stejnou soustavu jako v příkladu 1 pomocí metody `cg_ex.m`. Použijte stejný počáteční vektor. Zapište počty iterací potřebných k dosažení dané přesnosti `tol`:
 - `tol = 0,01, it =`
 - `tol = 1e-4, it =`
 - `tol = 1e-8, it =`
3. V posledním příkladu graficky znázorníme a porovnáme konvergenci obou metod, tzn:
 - (a) Upravte obě metody tak, aby vracely navíc vektor `residuals`. Do něj postupně ukládejte normy reziduí $\|\mathbf{r}_k\|$ v jednotlivých iteracích.
 - (b) Zavolejte obě metody s přesností `tol = 1e-10`, uložte si vektory `residuals` do dvou proměnných `residuals_sd` a `residuals_cg`.
 - (c) Do jednoho grafu vykreslete, jak se snižuje reziduum obou metod v závislosti na počtu iterací (např. `semilogy(residuals_sd); hold on; semilogy(residuals_cg);`).