Lineární algebra s Matlabem - cvičení 8

1. Mějme soustavu s pozitivně definitní maticí $\mathsf{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, kde

$$\mathsf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, \; \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

   (a) Zapište kvadratickou formu, jejíž minimalizace odpovídá řešení této soustavy:

$$f(x) =$$

   (b) Určete gradient této formy a ověřte, že je roven $\mathsf{A}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{b}$

$$\operatorname{grad} f(\boldsymbol{x}) =$$

   (c) Proveďte dvě iterace metody největšího spádu. Jako počáteční vektor volte nulový vektor:

   - Inicializace

$$\boldsymbol{x}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{r}^0 = \boldsymbol{b} - \mathsf{A}\boldsymbol{x}^0 =$$

$$\alpha^0 = \frac{\boldsymbol{r}^\top \boldsymbol{r}}{\boldsymbol{r}^\top \mathsf{A}\boldsymbol{r}} =$$

   - Iterace 1:

$$\boldsymbol{x}^1 = \boldsymbol{x}^0 + \alpha^0 \boldsymbol{r}^0 =$$

$$\boldsymbol{r}^1 =$$

$$\alpha^1 =$$

- Iterace 2:

$$\boldsymbol{x}^2 =$$

$$\boldsymbol{r}^2 =$$

(d) Určete relativní normu rezidua po dvou krocích:

$$\frac{\|\boldsymbol{r}^2\|}{\|\boldsymbol{r}^0\|} =$$

(e) Zakreslete přibližně jednotlivé kroky (přibližná řešení $\boldsymbol{x}^k$ a směry poklesu) do následujícího grafu: