

# Metoda konečných prvků

## Dynamika

Ing. Petr Lehner

# Co se dnes dozvíte?

*Základní předpoklady dynamiky.*

*Typické zatížení.*

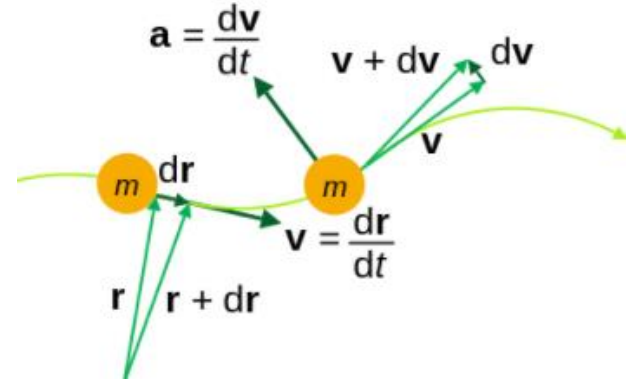
*Kmitání a harmonické kmitání.*

*MKP a dynamika.*

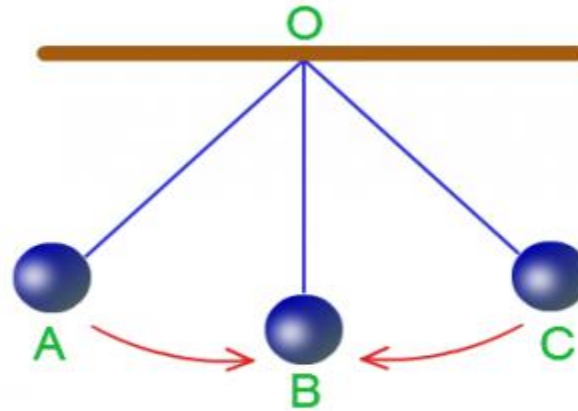
*Explicitní a implicitní řešení.*

# Statika vs. Dynamika vs. Kinematika

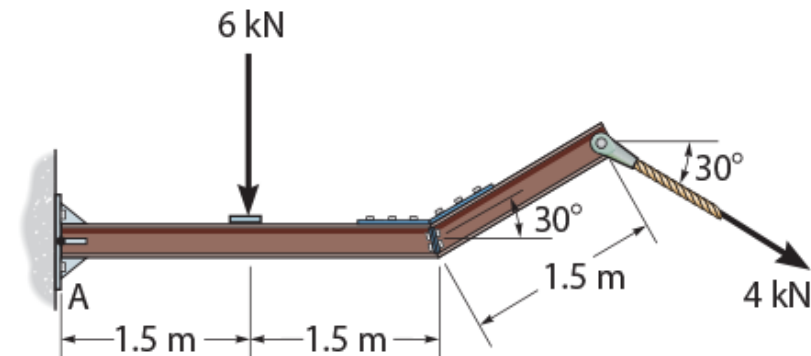
Kinematika se zabývá  
pohybem tělesa.



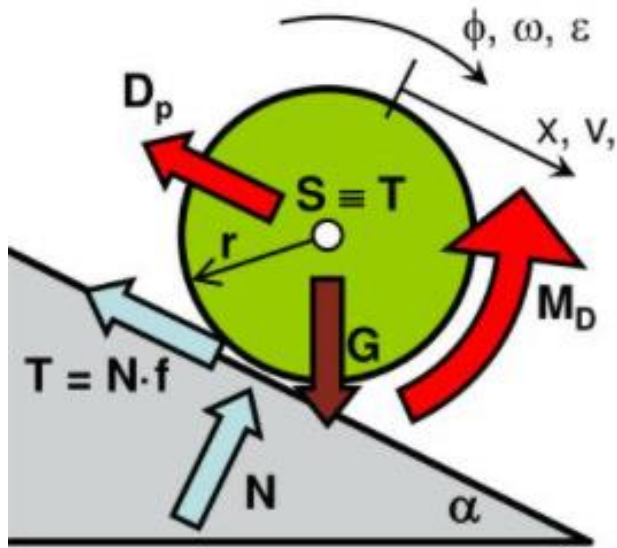
Dynamika se zabývá silami  
vytvářejícími pohyb tělesa.



Statika se zabývá tělesem a  
silami v rovnováze.

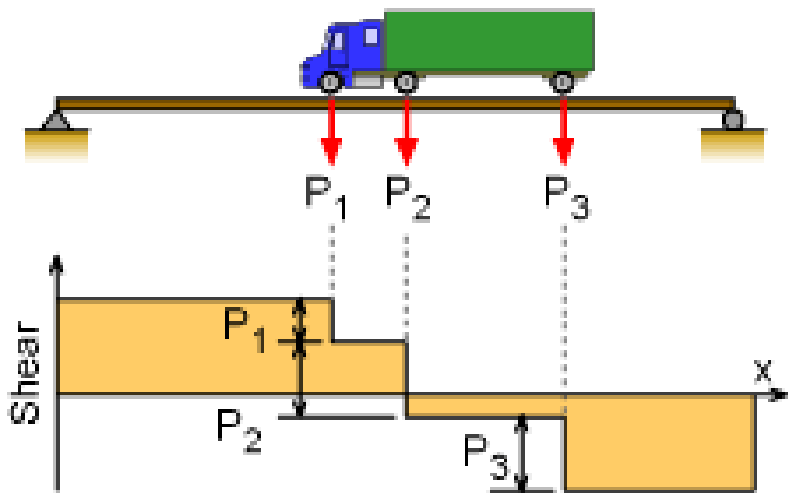


# Předpoklady dynamiky konstrukcí



- konstrukce zrychluje (zpomaluje)

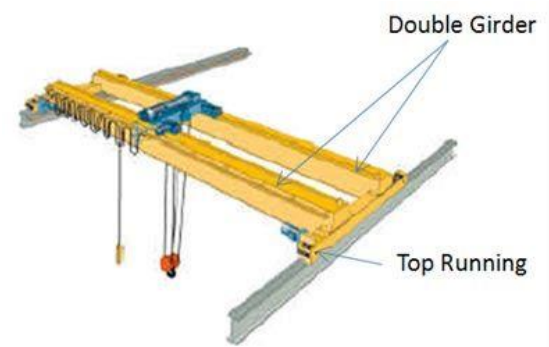
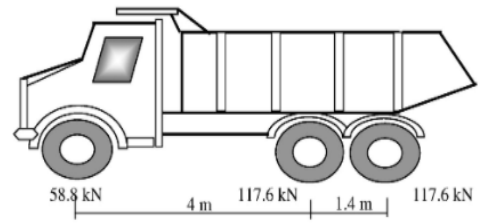
- konstrukce je proměnná



- zatížení je pohyblivé nebo se mění

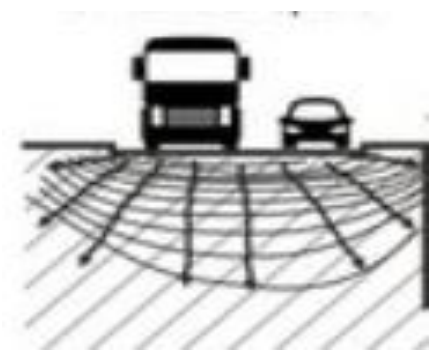
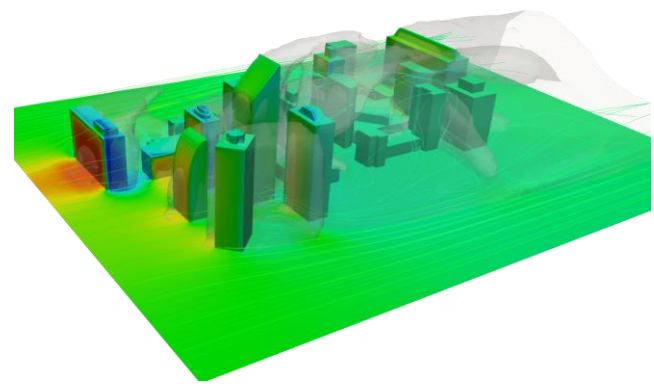
# Typická zatížení

- vozidla – zejména u mostů



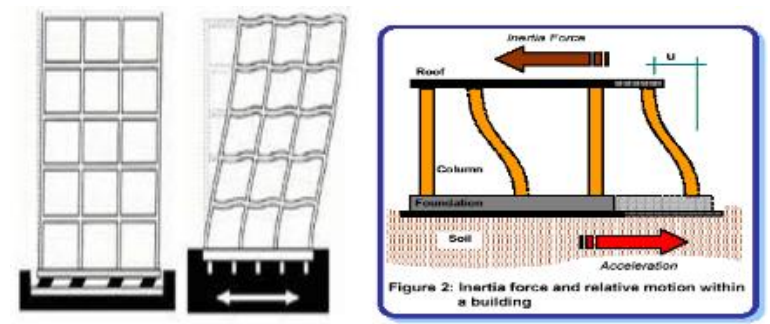
- průmyslová zatížení, turbíny a jeřáby (vibrace i síly)

- účinky změny síly větru



- technická seismicita z důlních děl a z provozu

- přírodní seismicita (zemětřesení)



# Základní princip dynamiky

Základním předpokladem je tzv. D'Alembertův princip, který vychází z Newtonova zákona pohybu:

*„Součet všech sil působících na těleso ve směru kmitání, včetně setrvačných sil, je roven nule.“*

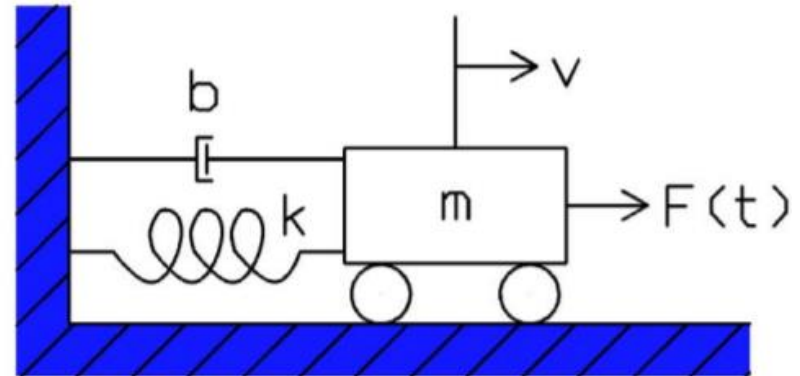
$$m\ddot{v}(t) + b\dot{v}(t) + kv(t) = F(t)$$

setrvačná síla

vratná síla

tlumící síla

budící síla



# Periodické (deterministické) zatížení

*V každém okamžiku nabývá síla určitou hodnotu.*

*Perioda (frekvence) může být:*

*harmonická*

$$F(t) = F \sin(\omega t + \varphi)$$

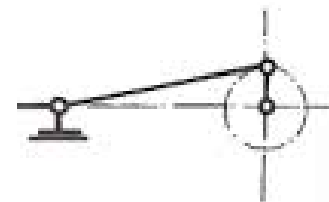
*hutní stroje*



*neharmonická*

$$F(t) = f(t + kT)$$

*jedno-pístový motor*



*impulzní*

$$F_x(t) = \frac{I}{\Delta t} = \frac{\int F(t) dt}{\Delta t}$$

*pravidelný pochod, buchar*



# Obecné (stochastické) zatížení

Stochastické neboli náhodné zatížení je nezávislé proměnné v průběhu času.

Jedná se například o vítr, zemětřesení, dopravu.

*Pro popis využíváme časovou diskretizaci, neboli rozdělení časového děje na samostatné integrační úseky:*

$$\frac{k}{m}y + \frac{d^2y}{dt^2} = P(t)$$

$k$  .. tuhost pružiny [ $N \cdot m^{-1}$ ]

$y$  .. posun [ $m$ ]

$P(t)$  .. časově proměnné zatížení [ $N$ ]

$m$  .. hmotnost [ $m$ ]



# Základní rovnice dynamiky v MKP – s tlumením

$$M\ddot{r} + C\dot{r} + Kr = 0$$

Matice hmotnosti

$$M = \int_V N^T \rho N dV$$

Matice útlumu

$$C = \int_V N^T c N dV$$

Matice tuhosti

$$K = \int_V B^T D B dV$$

N

matice interpolačních (bázových)  
funkcí

B

matice konstant

D

matice tuhosti

r

vektor přemístění

Vynucené kmitání:  $M\ddot{r} + C\dot{r} + Kr = F(t)$

# Základní rovnice dynamiky v MKP – bez tlumení

$$[M]\{\ddot{\Delta}\} + [K]\{\Delta\} = \{F_t\}$$

$[M]$  matice hmotnosti řešeného systému

$\{\ddot{\Delta}\}$  vektor zrychlení deformačních parametrů systému

$[K]$  matice tuhosti řešeného systému

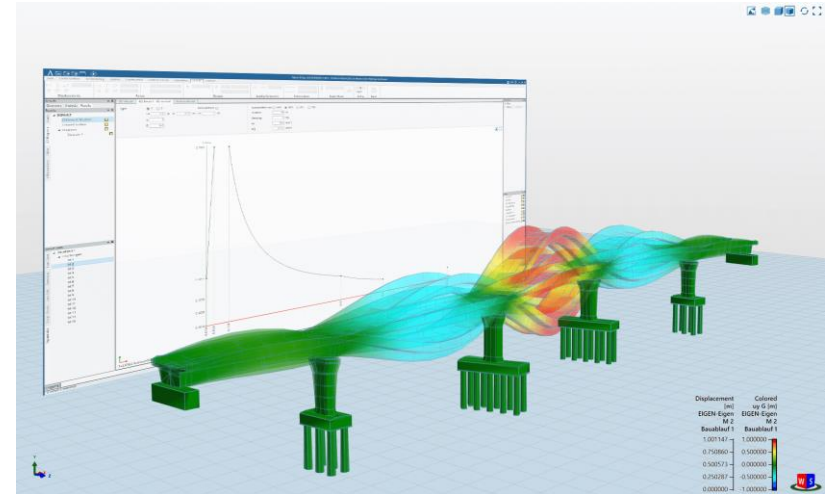
$\{\Delta\}$  vektor deformace systému

$\{F_t\}$  časově proměnlivá zatížení

# Dynamická analýza stavebních konstrukcí

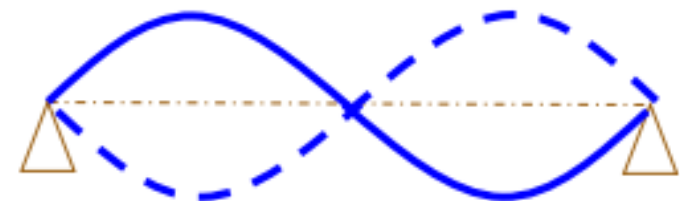
Výpočet zahrnuje:

- *určení vlastního kmitání,*
- *určení vynuceného kmitání.*

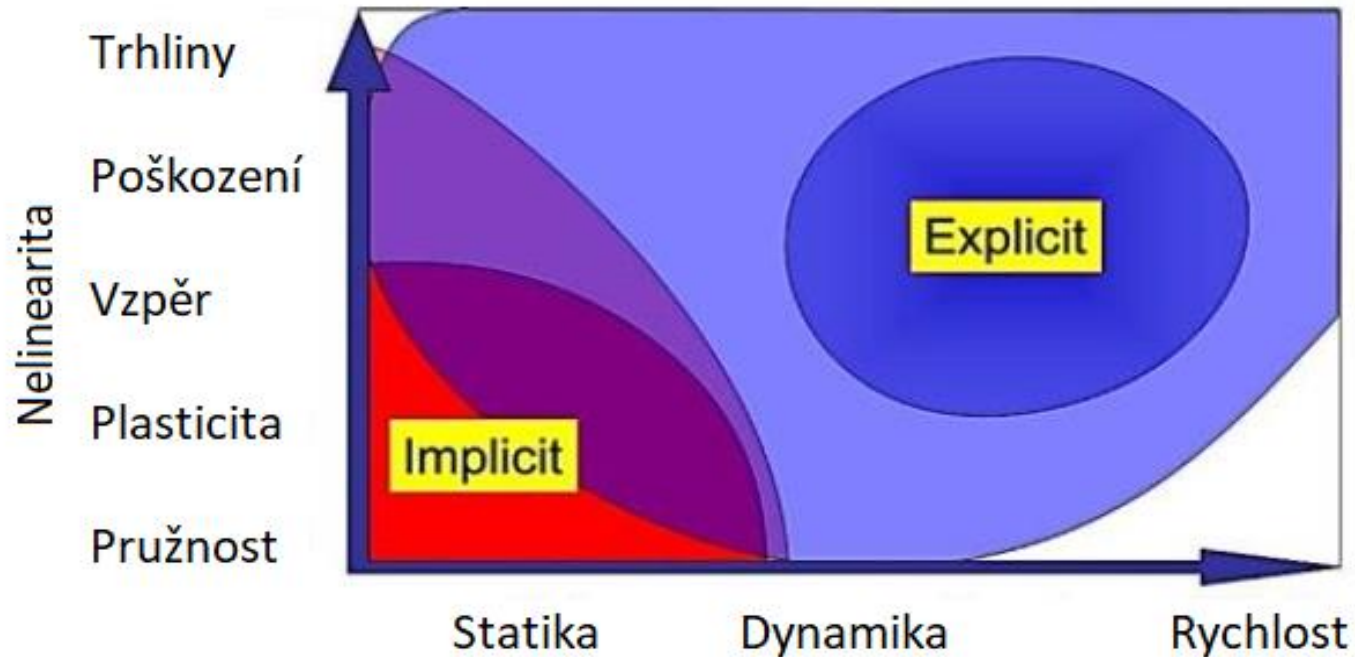


Stavební konstrukci charakterizuje:

- *vlastními frekvencemi,*
- *vlastními tvary.*



# Explicitní vs. implicitní řešení

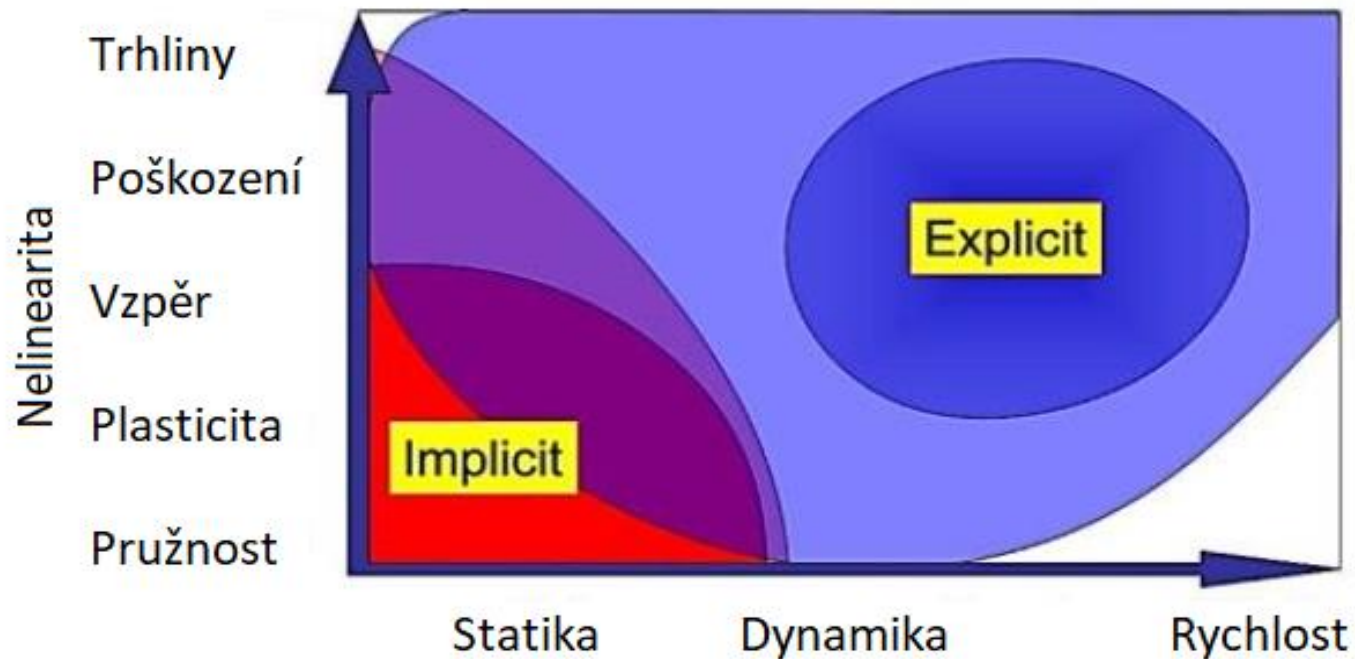


Rozdíl je v přístupu k časovému přírůstku.

V implicitní analýze musí každý časový přírůstek konvergovat, ale můžete nastavit poměrně dlouhé časové přírůstky.

Naopak, explicitní analýza nemusí konvergovat každý přírůstek, ale časové přírůstky musí být pro přesnost řešení super malé.

# Explicitní vs. implicitní řešení



**Laicky řečeno: pokud je děj rychlý (náraz, výbuch, rychlá deformace), lze na něj aplikovat explicit (který je náročný na výpočetní výkon). Pokud je děj zdlouhavější využije se implicit.**

# Co nás čeká příště?

*Základní předpoklady dynamiky.*

*Typické zatížení.*

*Kmitání a harmonické kmitání.*

*MKP a dynamika.*

*Explicitní a implicitní řešení.*