

Vzorové zadání zkuškové písemky¹

FUNKCE KOMPLEXNÍ PROMĚNNÉ A INTEGRÁLNÍ TRANSFORMACE

čas: 90 minut. **Hodnocení:** každý příklad bude oceněn nejvýše 10body.

1. Určete periodu, úhlovou rychlost a první čtyři členy jednostranného amplitudového spektra a první tři členy jednostranného fázového spektra Fourierovy řady:

$$-1 + \cos(3\pi t) - \sqrt{3} \sin(3\pi t) + 4 \cos(9\pi t) + 4 \sin(9\pi t) \pm \dots$$

2. Určete $\operatorname{Re} z$ a $\operatorname{Im} z$, je-li

$$z = \sin(1 + 2i).$$

3. Pomocí Cauchyho-Riemannových podmínek určete, ve kterých bodech má funkce f derivaci a kde je holomorfní. Derivaci v těchto bodech vypočtěte.

$$f(z) = z^2 + e^{2z}.$$

4. Znázorněte množiny Ω a $f(\Omega) = \{f(z), z \in \Omega\}$, je-li

$$\Omega = \mathcal{U}(0, 2), \quad f(z) = \frac{2z + 3}{z - 1}.$$

5. Vypočtěte

$$\int_{\gamma} \frac{z^2 + 2}{z^4 + z^2} dz,$$

kde

$$\gamma(t) = 3e^{it}, t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

6. Řešte pomocí Laplaceovy transformace:

$$x'' + 4x' - 5x = e^{-5t}, \quad x(0+) = x'(0+) = 0.$$

¹verze platná od 2. září 2022

7. (a) Uved'te vzorce pro výpočet amplitudového a fázového spektra.
(b) Napište definici *lineární lomené funkce* a *konformního zobrazení*.