

Téma 7

Rovinný kloubový příhradový nosník

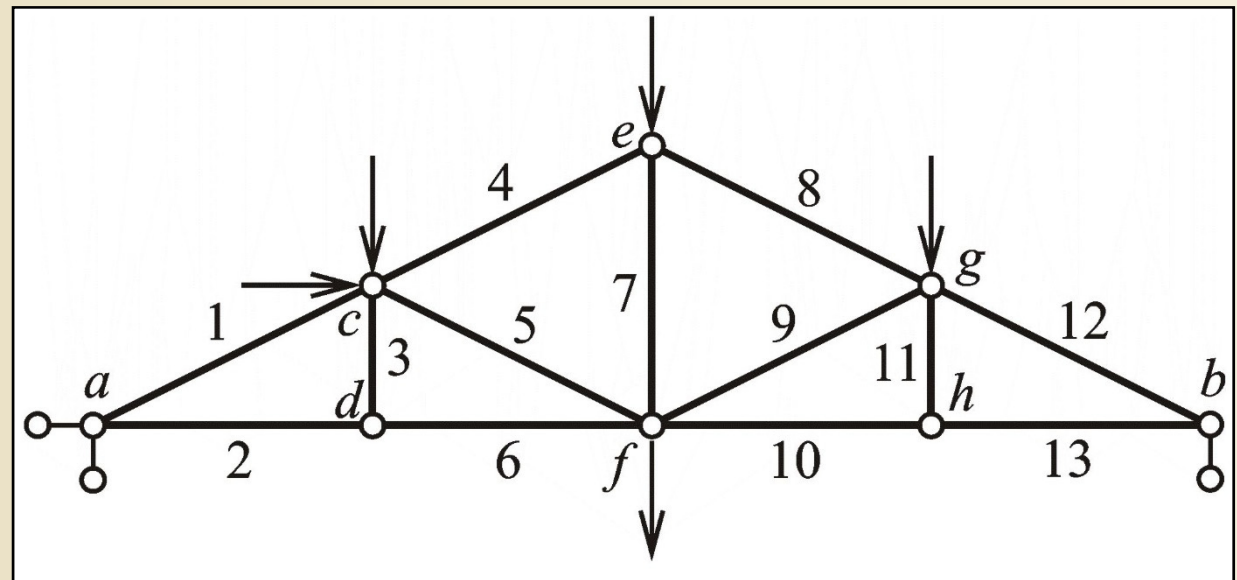
- **Obecná a zjednodušená styčnicková metoda**
- **Průsečná metoda**
- **Mimostyčnickové zatížení**

Rovinný kloubový příhradový nosník

Rovinný kloubový příhradový nosník vznikne kloubovým spojením konců přímých prutů.

Osy všech prutů, vazby i zatížení (zpravidla jen **styčnickové**) leží ve svislé souřadnicové rovině xz .

V prutech vznikají zpravidla jen normálové (**osové**) síly.



Rovinný kloubový příhradový nosník

Obr. 10.1. / str. 158

Uspořádání prutů a styčníků příhradového nosníku

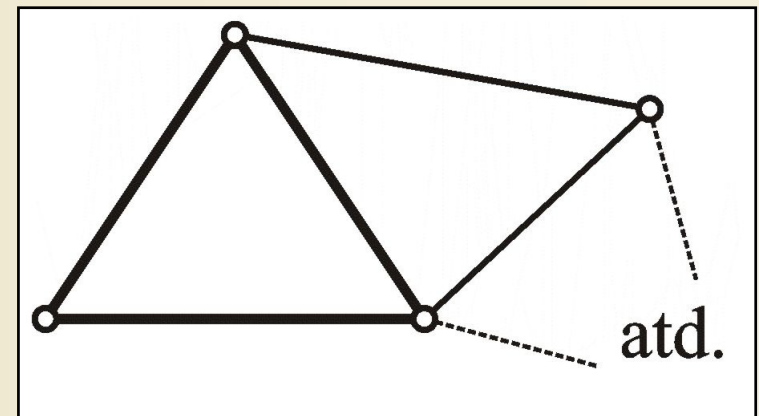
Základní skladebný prvek – tzv. **příhrada** (tři pruty kloubově spojené ve třech vrcholech trojúhelníku).

Trojúhelníková soustava, platí vztah:
(p – počet prutů, s – počet styčníků)

$$p + 3 = 2 \cdot s$$

Použití:

Nosné konstrukce střech větších rozpětí a nosné konstrukce mostů

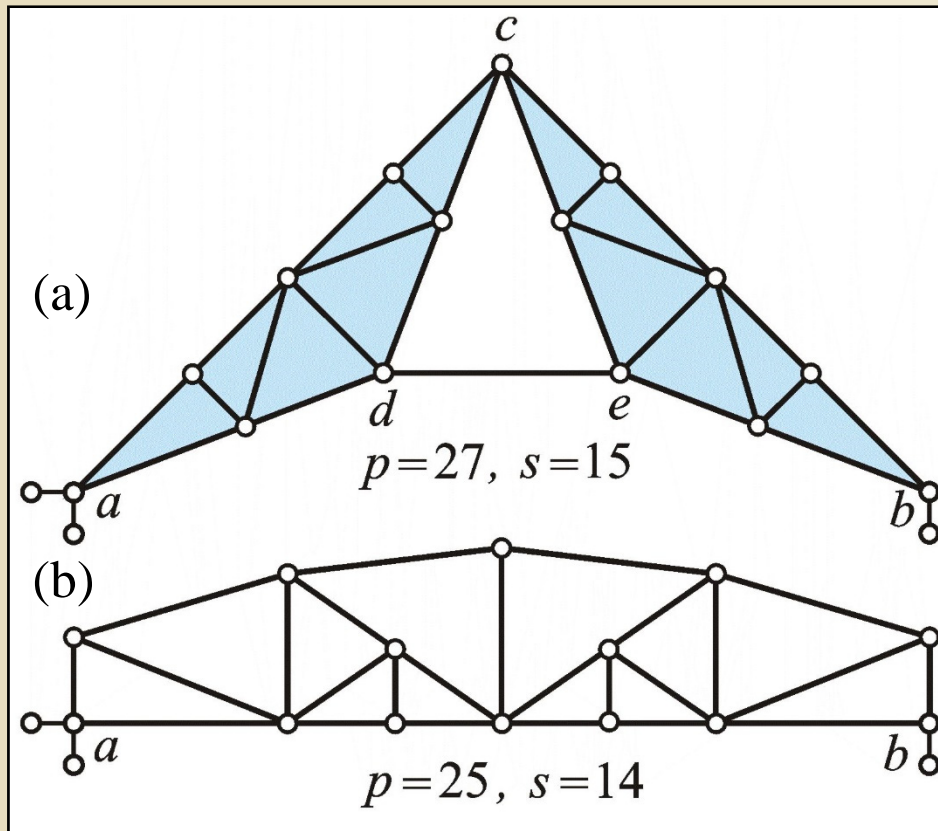


Vytváření trojúhelníkové soustavy

Obr. 10.2. / str. 158

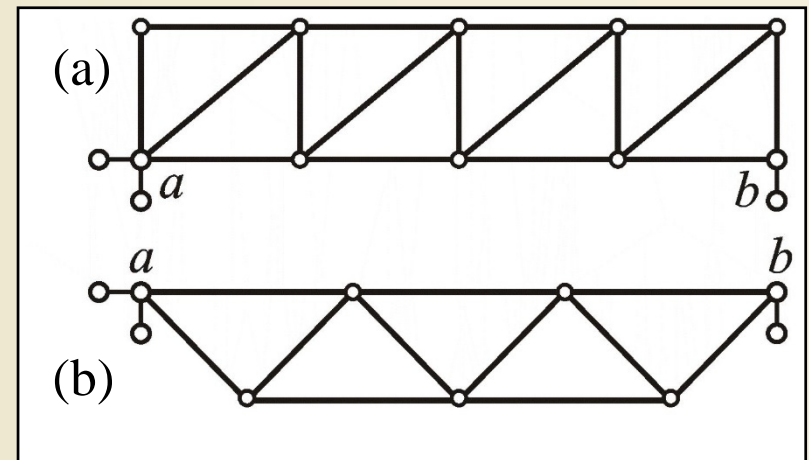
Uspořádání prutů a styčníků příhradového nosníku

Příklady trojúhelníkových soustav a soustav, které nejsou trojúhelníkové.



Netrojúhelníkové soustavy prutů

Obr. 10.3. / str. 159



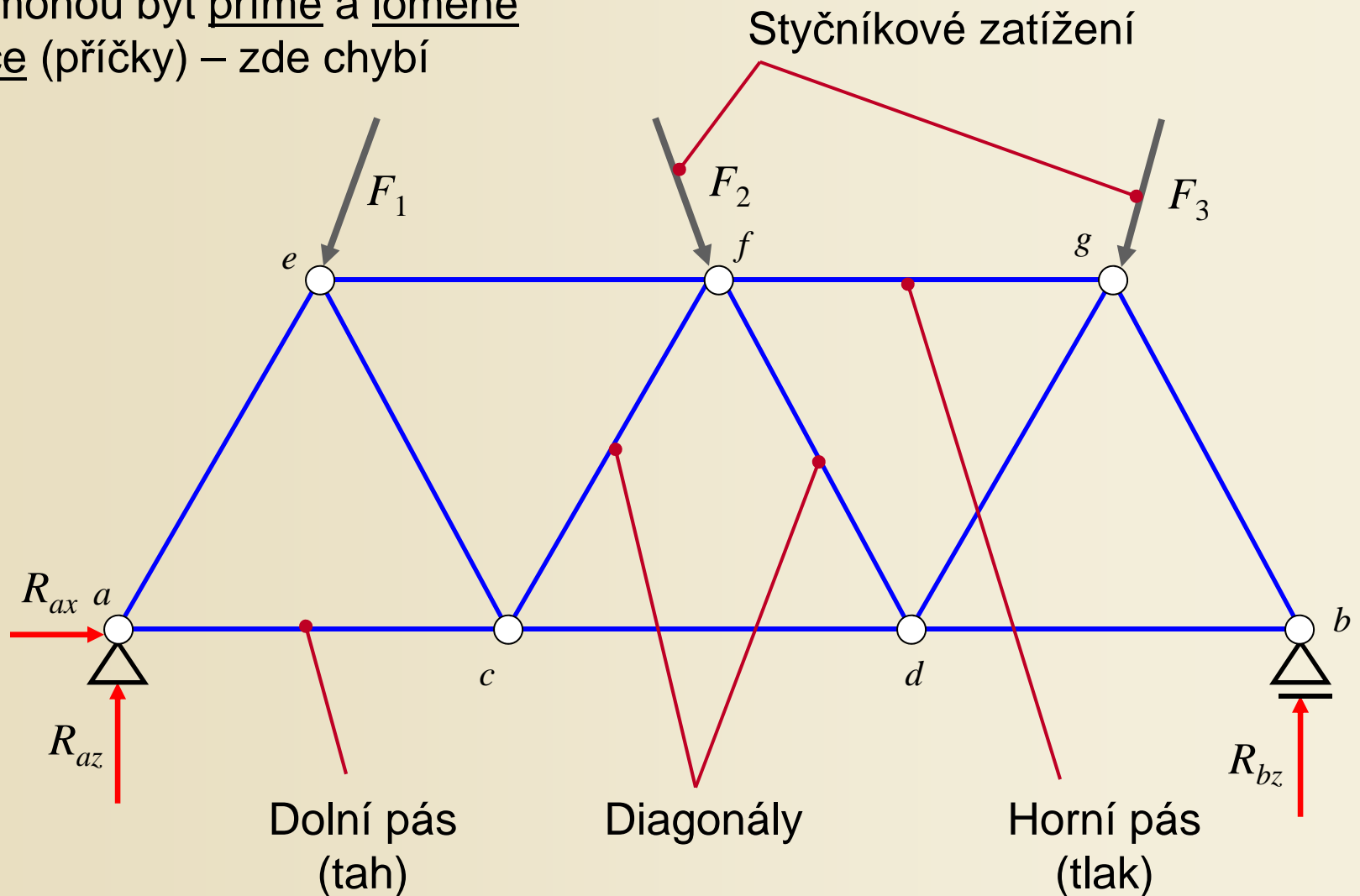
Příklady trojúhelníkových

soustav prutů

Obr. 10.4. / str. 159

Skladba rovinného kloubového příhradového nosníku

- Pásky mohou být přímé a lomené
- Svislice (příčky) – zde chybí



Zajištění nehybnosti rovinné kloubové prutové soustavy

Viz téma č. 3

$$2.b + 3.p = a_1 + 2.a_2 + 3.a_3 + 2. \sum_{n=3,4,\dots} (n-1).k_n$$



počet statických podmínek rovnováhy,
počet stupňů volnosti n_v

počet vnějších a vnitřních vazeb
 $v = v_e + v_i$

b ... počet hmotných bodů (s , styčnicků)

p ... počet tuhých prutů (desek)

a_1 ... počet jednonásobných vazeb

a_2 ... počet dvojnásobných vazeb

(i vnitřní kloub spojující 2 tuhé pruty - desky)

a_3 ... počet trojnásobných vazeb

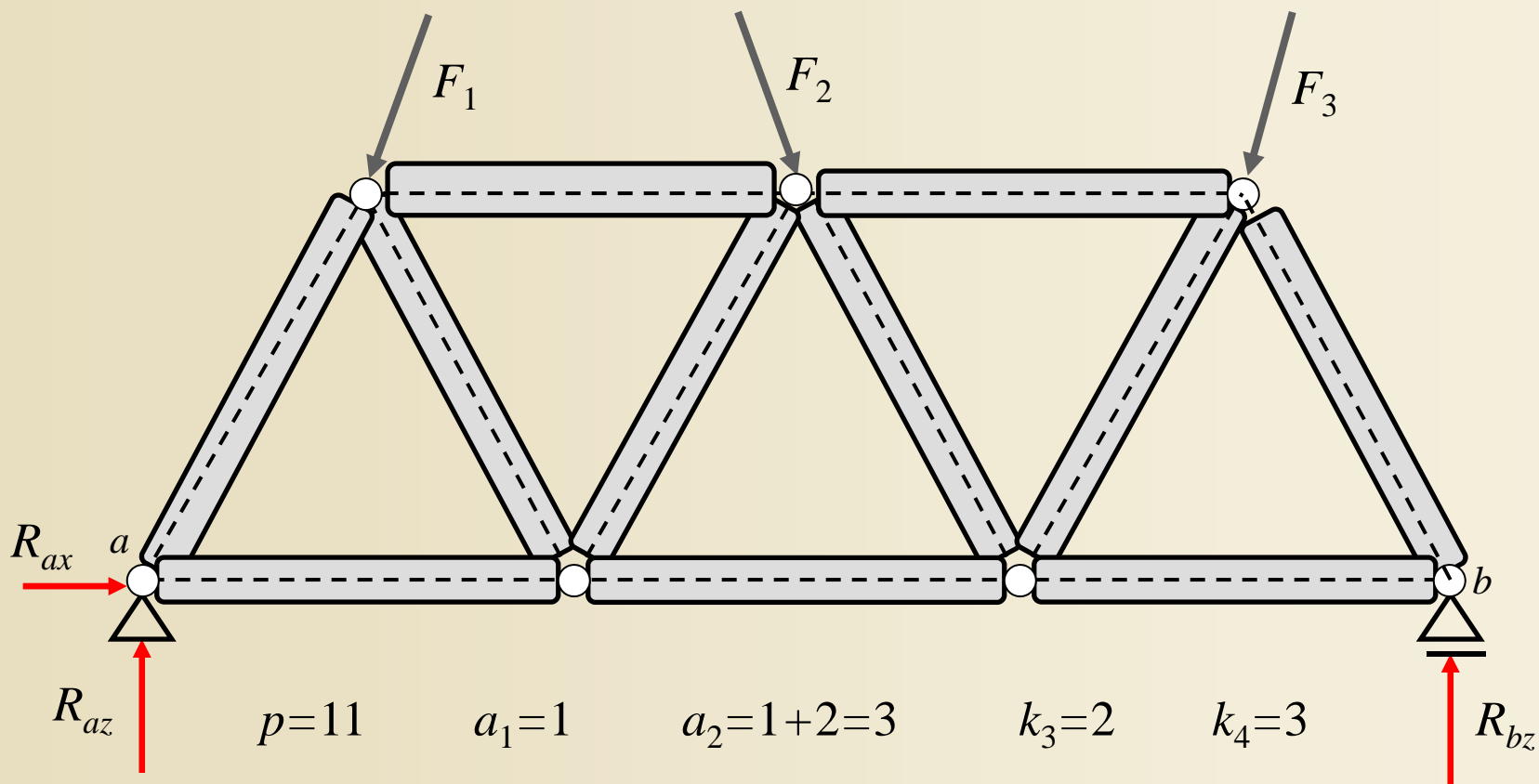
k_n ... počet vnitřních kloubů, spojujících $n > 2$ tuhých prutů (desek)

$n_v = v$ kinematicky určitá soustava

$n_v < v$ kinematicky přeuročitá soustava

$n_v > v$ kinematicky neurčitá soustava

Kinematická a statická určitost

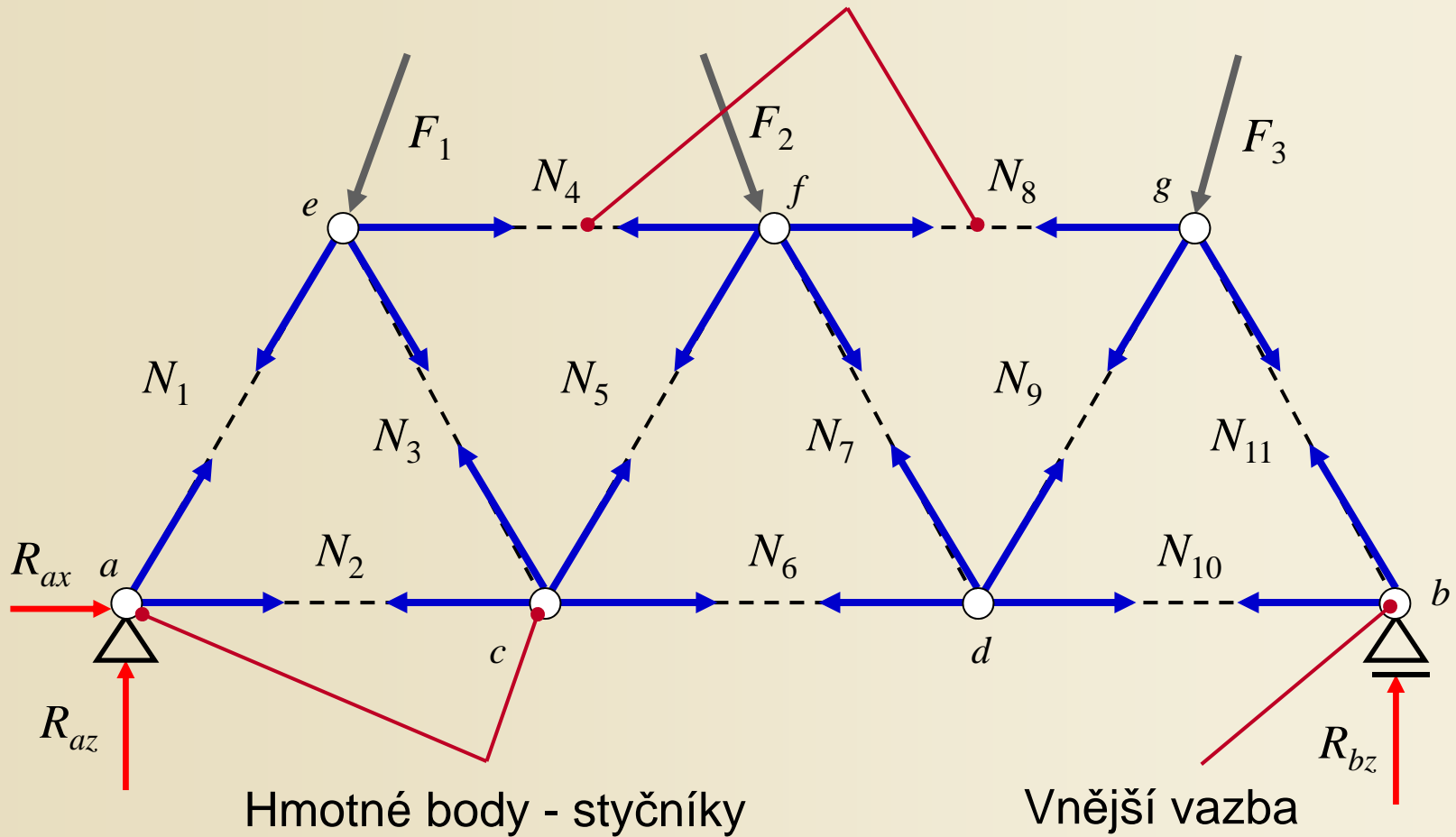


$$3 \cdot p = a_1 + 2 \cdot a_2 + 2 \cdot (3-1) \cdot k_3 + 2 \cdot (4-1) \cdot k_4$$

$$3 \cdot 11 = 1 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 3 = 1 + 6 + 8 + 18 = 33$$

Skladba rovinného kloubového příhradového nosníku

Kyvné pruty – vnitřní vazby

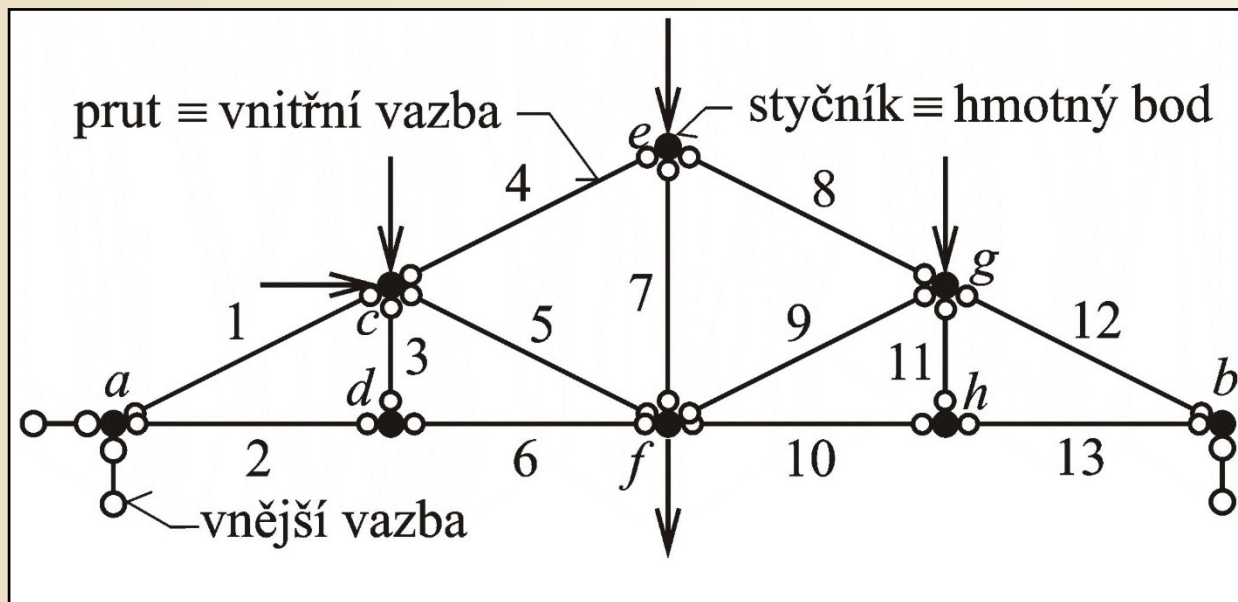


Kinematická a statická určitost

Praktičtější pojetí – výpočtový model tvořen hmotnými body (ve styčnicích) a vnitřními vazbami (pruty), které brání vzájemnému posunutí obou spojovaných styčníků.

Podmínka kinematické (statické) určitosti:

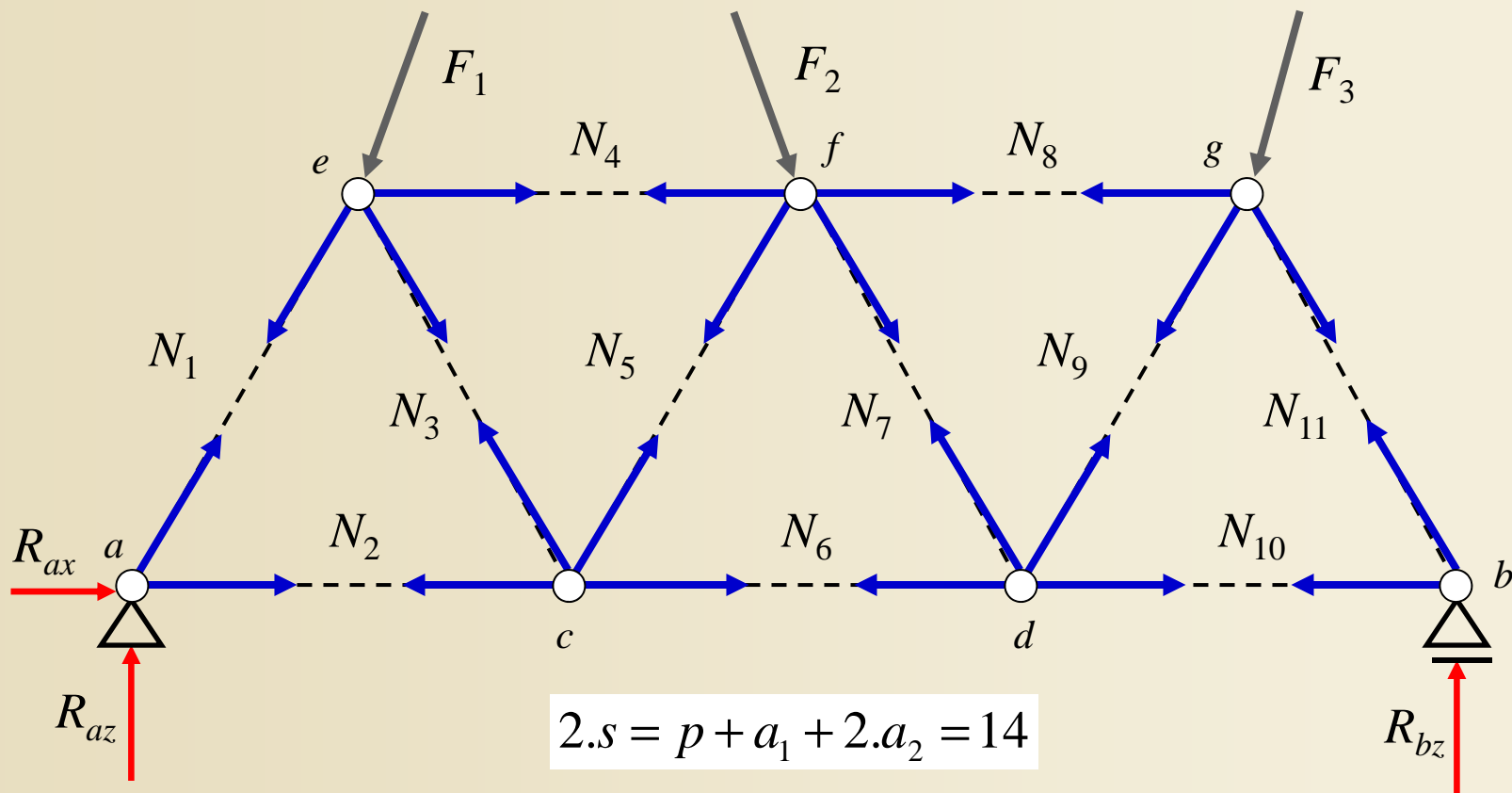
$$2 \cdot s = p + v_e$$



Rovinný kloubový příhradový nosník jako soustava hmotných bodů, vnitřních a vnějších vazeb

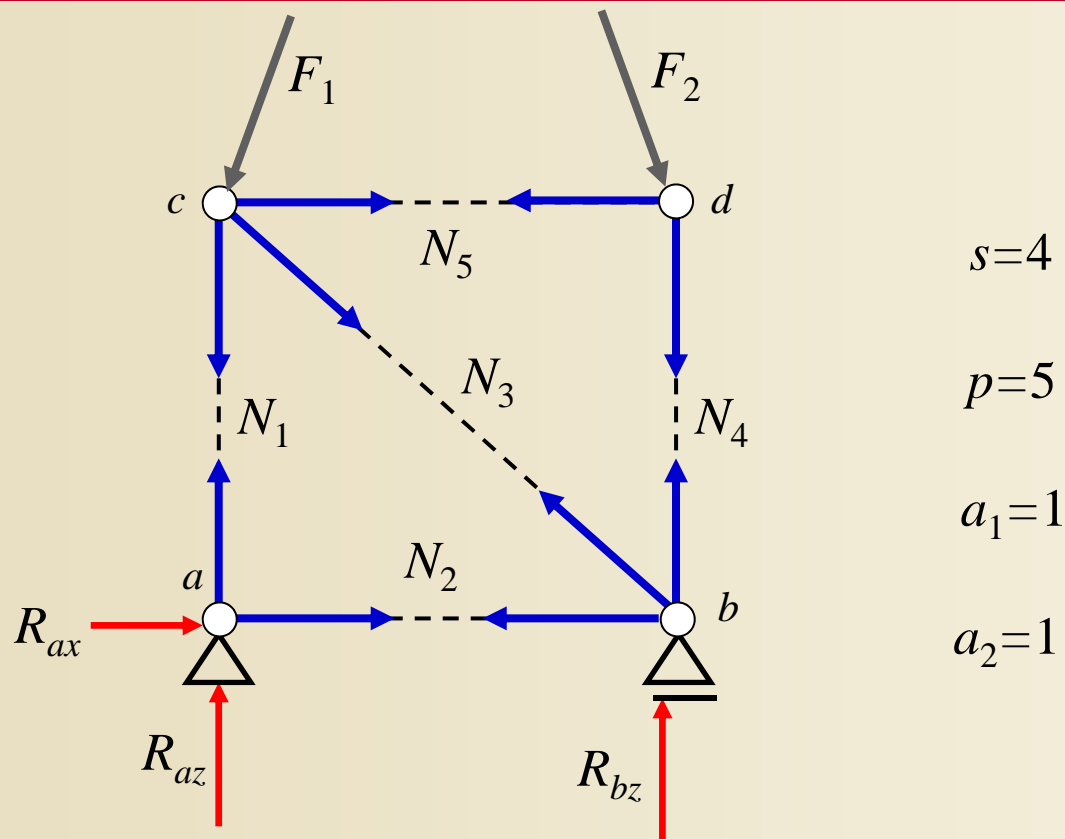
Obr. 10.5. / str. 159

Kinematická a statická určitost



- $s=7$ počet styčnicků (v každém z nich 2 podmínky rovnováhy)
- $p=11$ počet vnitřních prutů (v každém z nich 1 neznámá osová síla)
- $a_1=1$ počet jedno a dvojnásobných vazeb
- $a_2=1$ (1 nebo 2 neznámé složky reakcí)

Kinematická a statická určitost



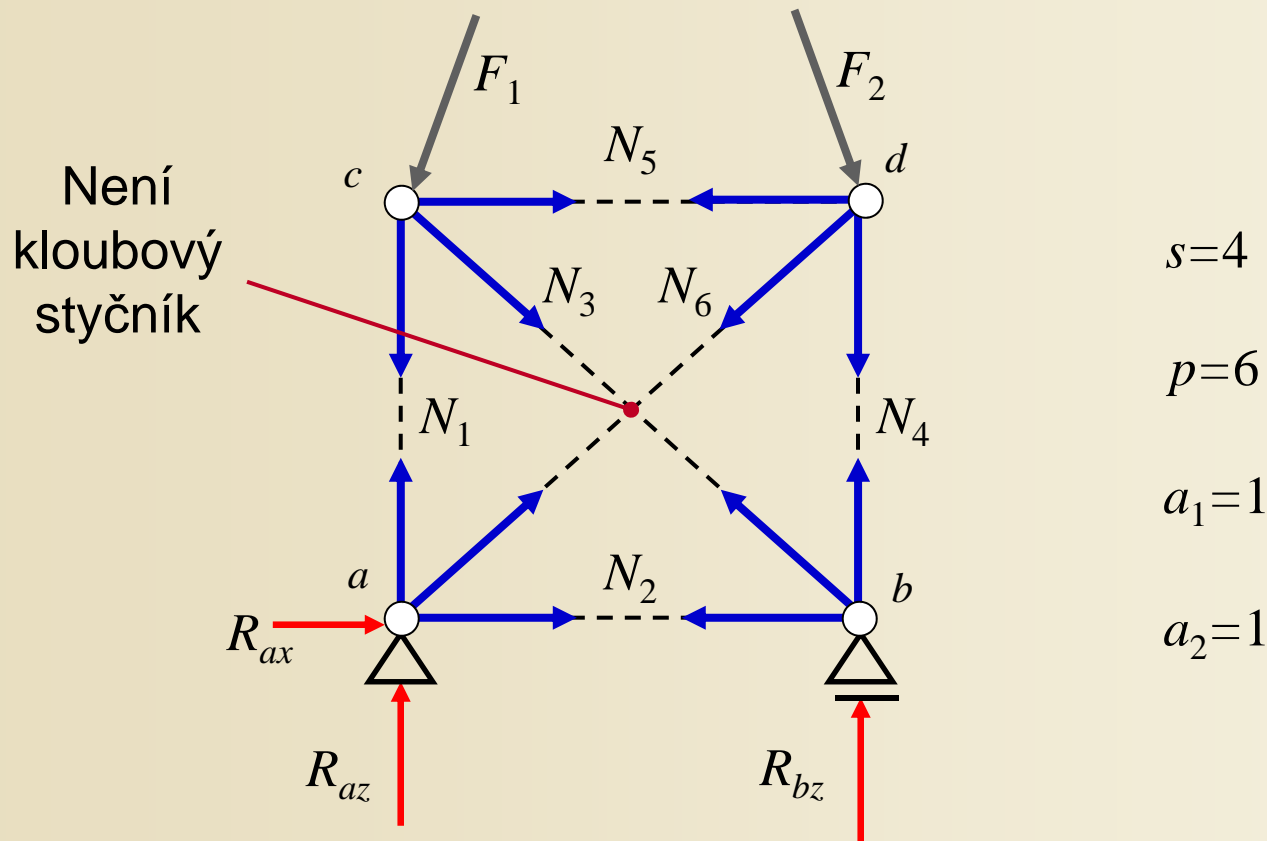
$$2.s = 8 \quad = \quad p + a_1 + 2.a_2 = 8$$

Staticky i kinematically určitý rovinný kloubový příhradový nosník

$$2.s \quad > \quad p + a_1 + 2.a_2$$

Staticky přeuročité, kinematically neurčité rovinný kloubový prutový nosník

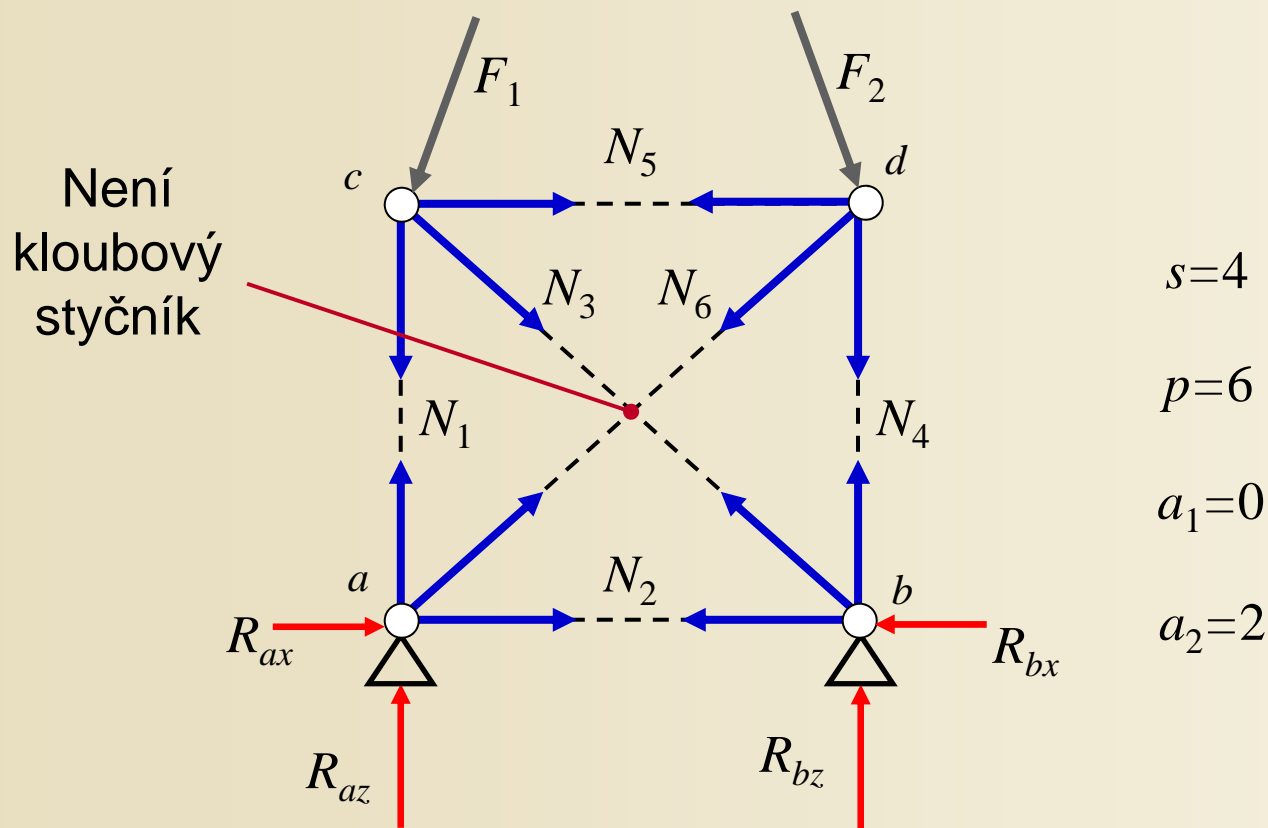
Kinematická a statická určitost



$$2 \cdot s = 8 < p + a_1 + 2 \cdot a_2 = 9$$

1x staticky (vnitřně) neurčitý
rovinný kloubový příhradový nosník
(kinematicky přeuročitý)

Kinematická a statická určitost

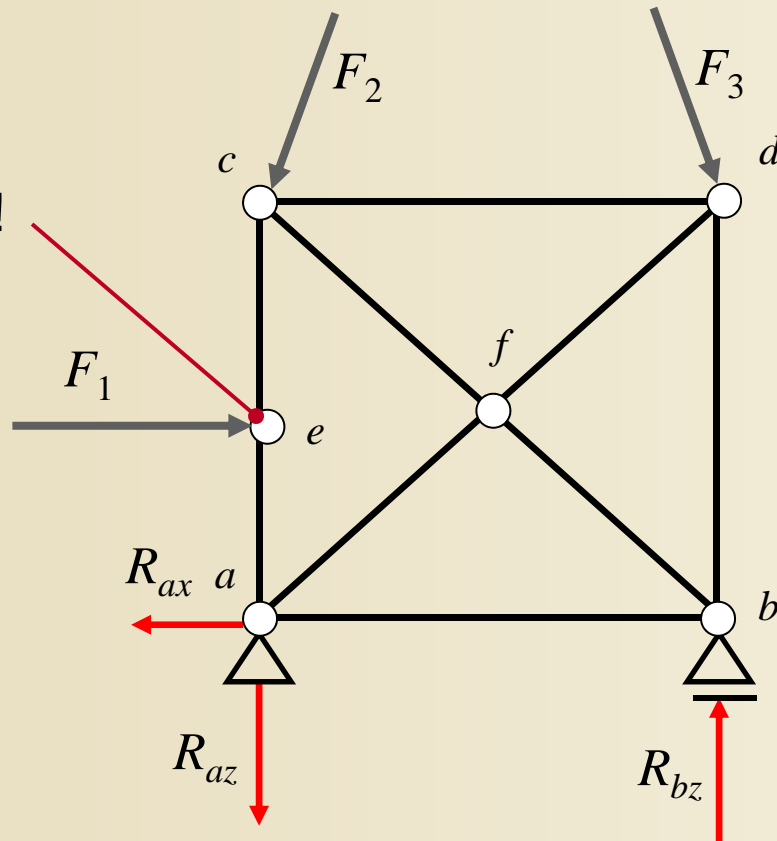


$$2 \cdot s = 8 < p + a_1 + 2 \cdot a_2 = 10$$

2x staticky (vnitřně i zevně) neurčitý
rovinný kloubový příhradový nosník
(kinematicky přeuročitý)

Výjimkové případy

Posun
styčnicku !!!



$$s=6$$

$$p=9$$

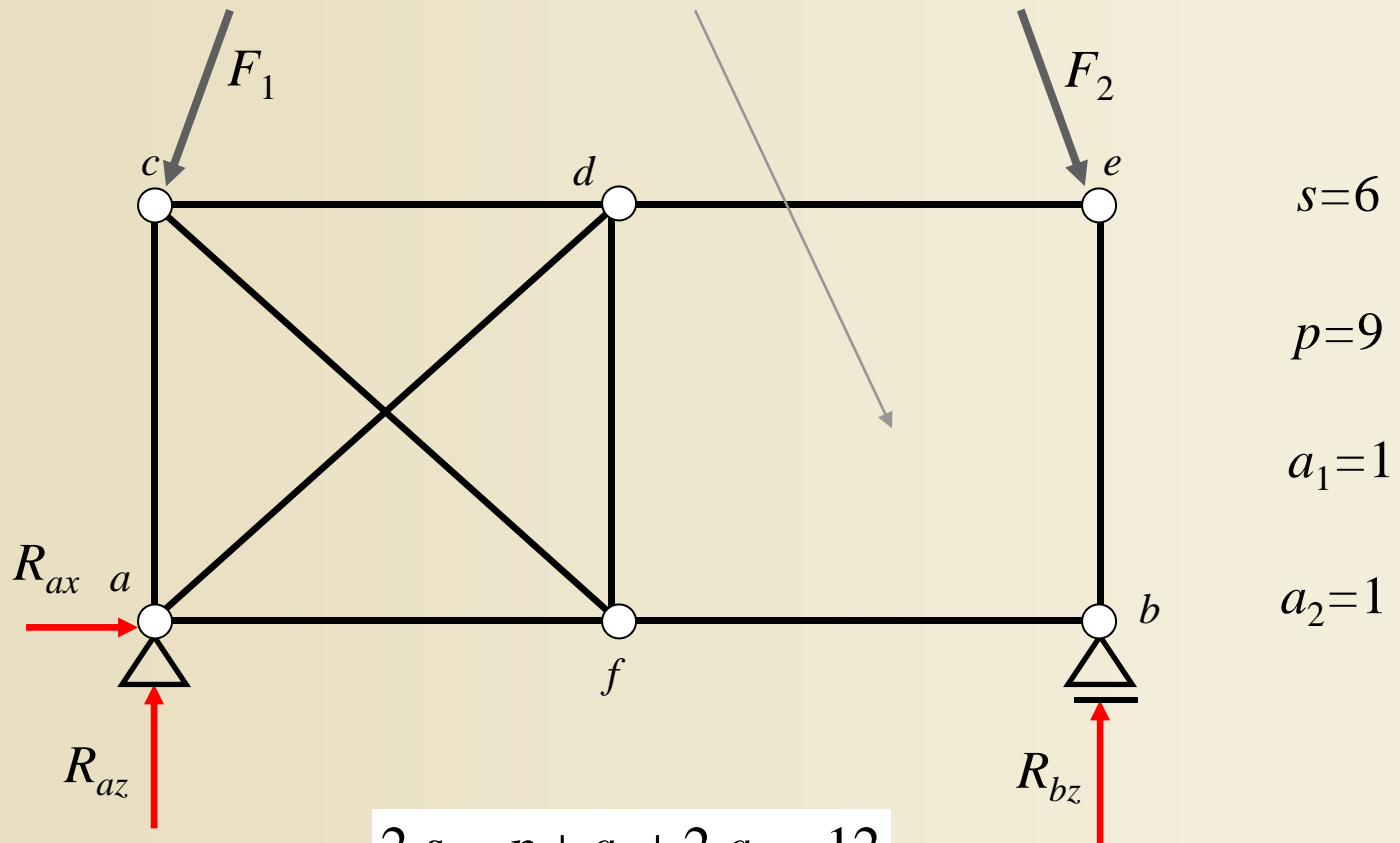
$$a_1=1$$

$$a_2=1$$

$$2.s = p + a_1 + 2.a_2 = 12$$

Výjimkové případy

Není diagonála – tvarově neurčitý
kloubový čtyřúhelník !!!

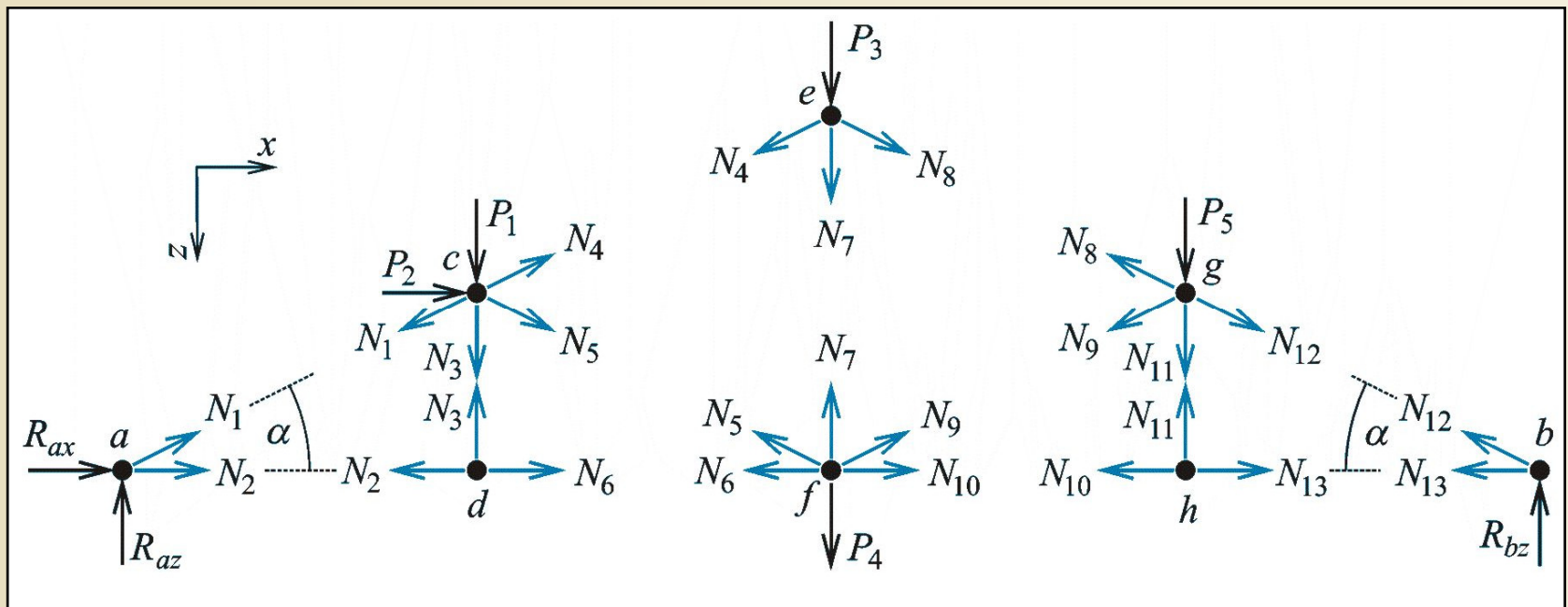


$$2.s = p + a_1 + 2.a_2 = 12$$

Styčnicková metoda

Postup:

- Odstranit všechny vnější vazby a nahradit složkami reakcí
- Odstranit všechny vnitřní vazby a nahradit interakcemi (osovými silami)
- Sestrojit pro každý hmotný bod (styčnick) a jeho rovinný svazek sil
2 podmínky rovnováhy
- Vyřešit soustavu 2.s lineárních algebraických rovnic



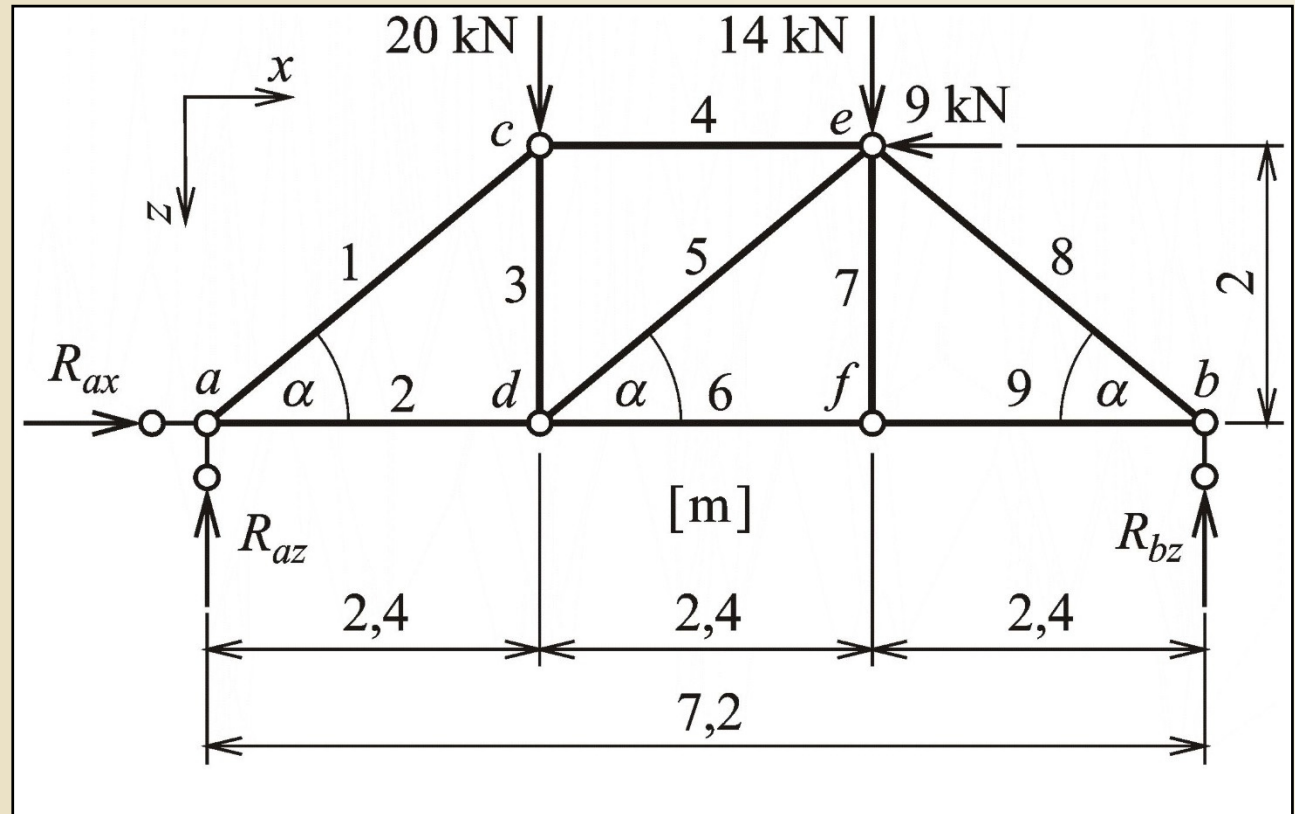
Styčnicková metoda

Obr. 10.6. / str. 160

Příklad 7.1

Zadání:

Vyřešit složky reakcí a osově síly rovinného kloubového příhradového nosníku s uspořádáním prutů podle trojúhelníkové soustavy.

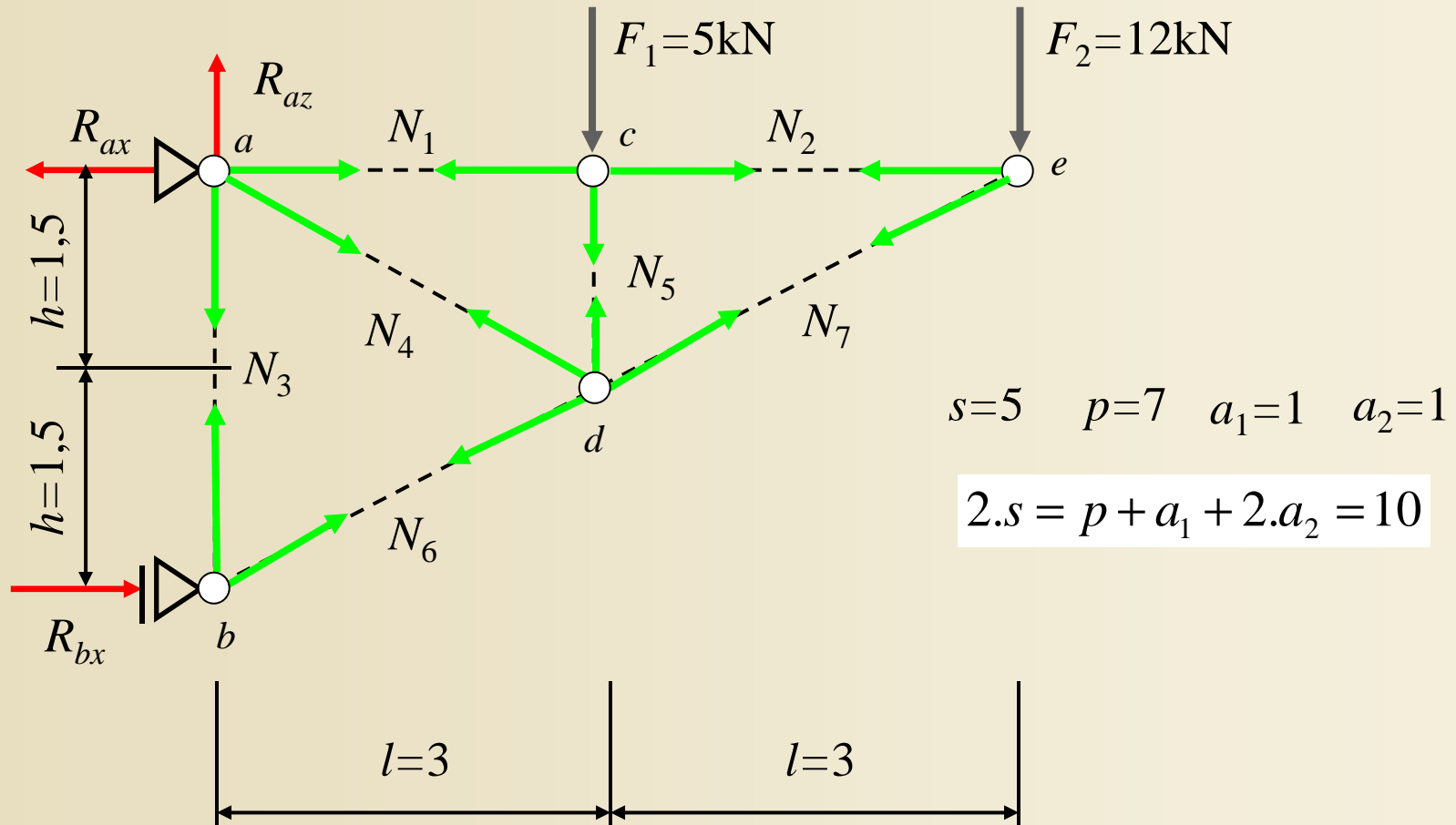


Zadání příkladu 7.1

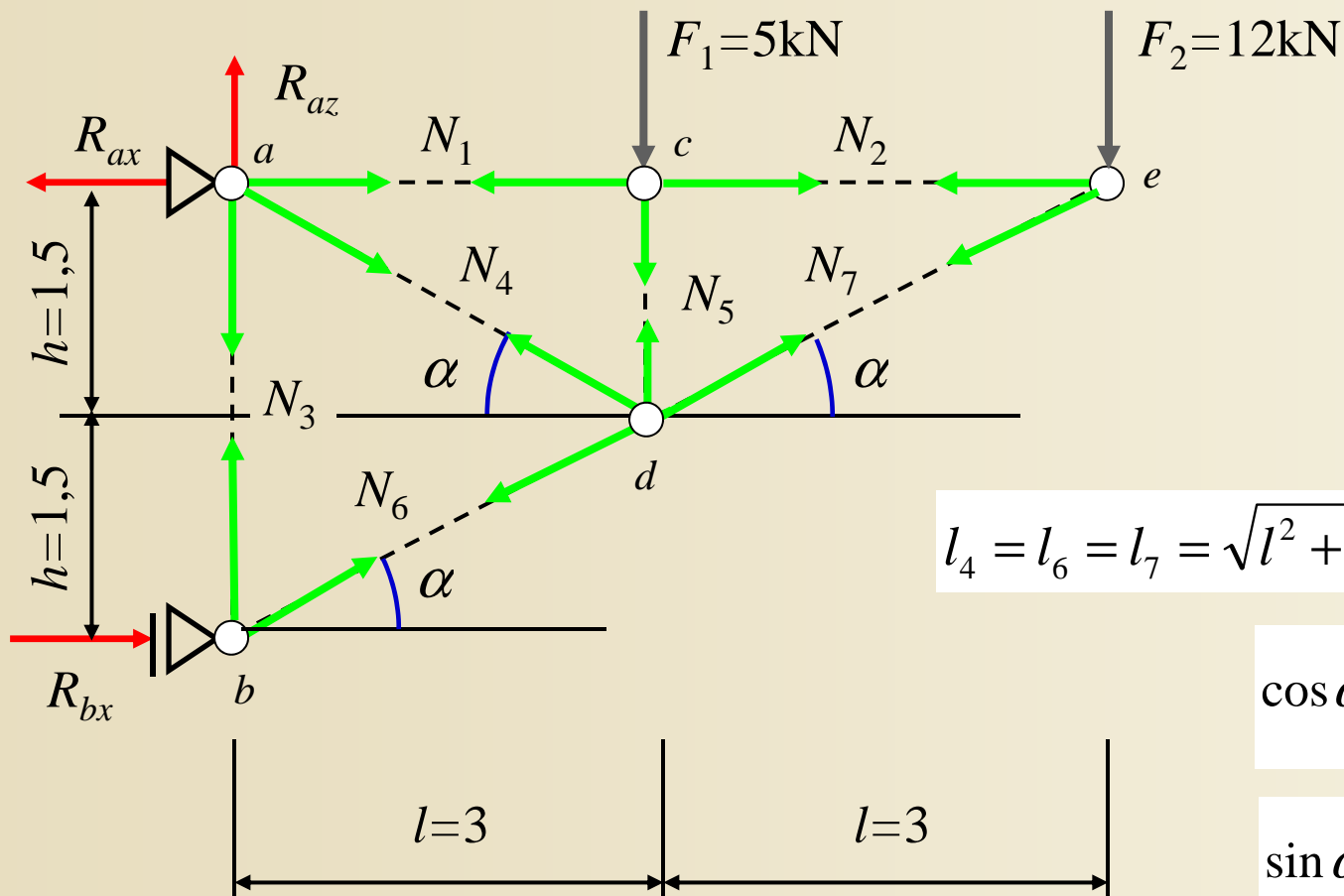
Obr. 10.7. / str. 161

Příklad – obecná styčníková metoda

Zadání:



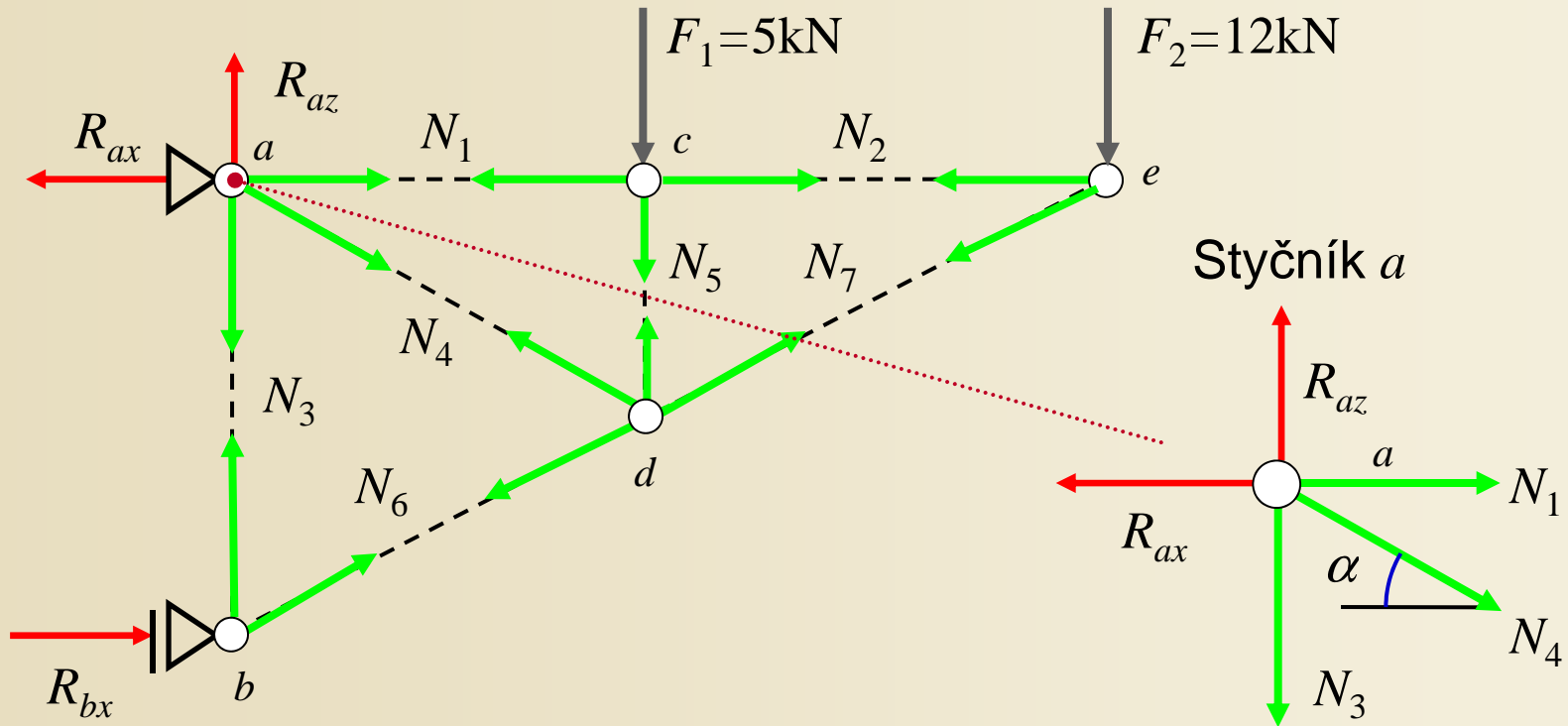
Tvar konstrukce, délky a sklony prutů



$$\cos \alpha = \frac{l}{l_4} = 0,8944$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{l_4} = 0,4472$$

Styčnickové rovnice

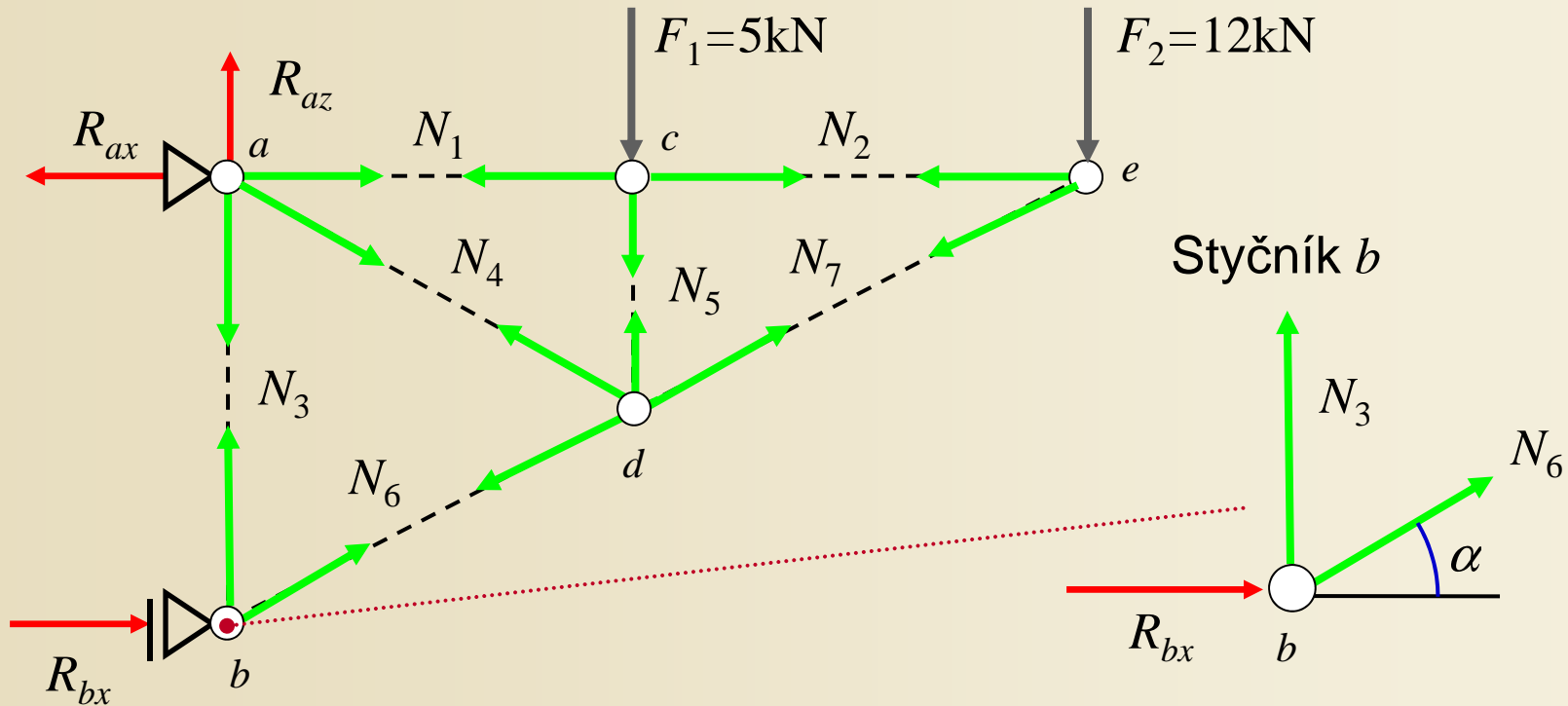


Podmínky rovnováhy ve styčnicku a

$$1. \quad R_x = 0 \quad \rightarrow \quad -R_{ax} + N_1 + N_4 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$2. \quad R_z = 0 \quad \rightarrow \quad -R_{az} + N_3 + N_4 \cdot \sin \alpha = 0$$

Styčnickové rovnice

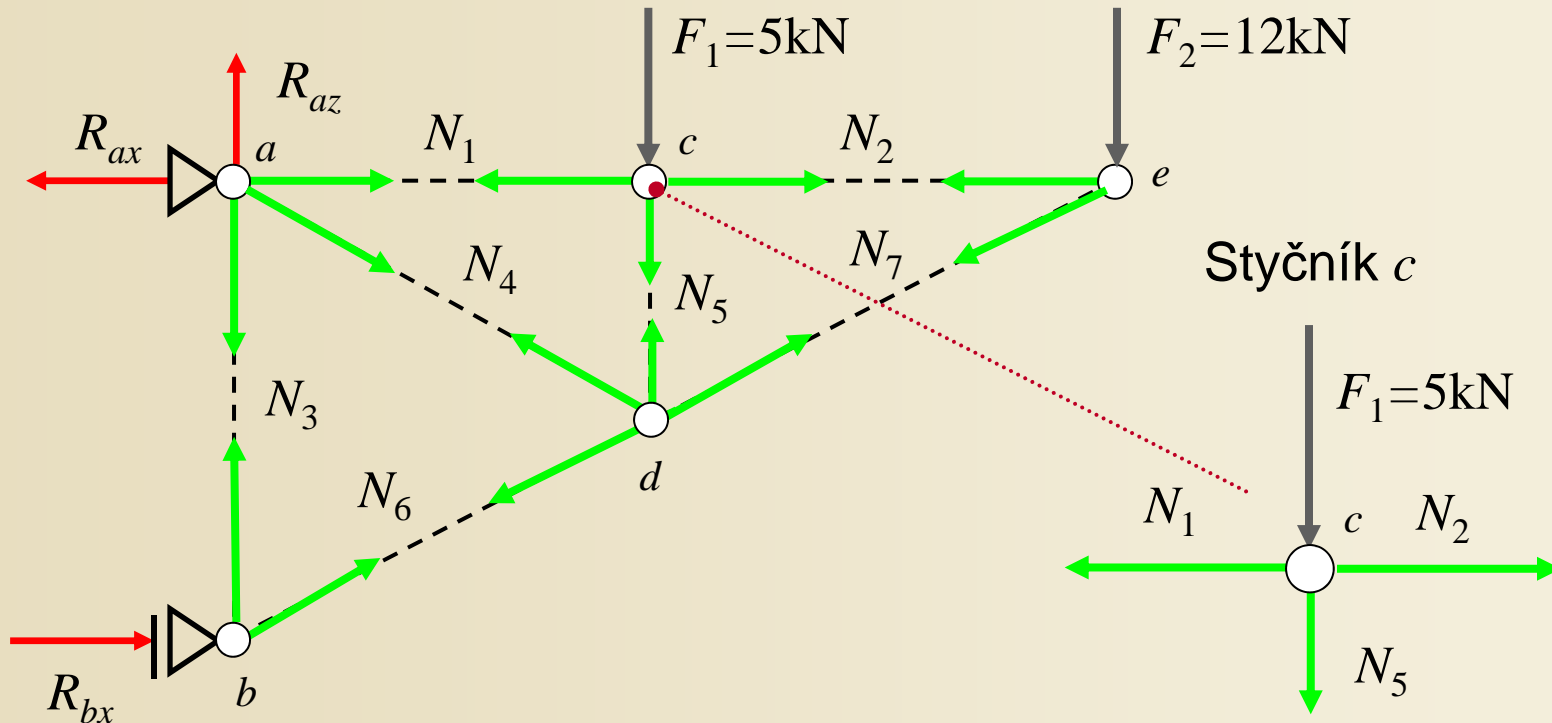


Podmínky rovnováhy ve styčnicku b

3. $R_x = 0 \rightarrow +R_{bx} + N_6 \cdot \cos \alpha = 0$

4. $R_z = 0 \rightarrow -N_3 - N_6 \cdot \sin \alpha = 0$

Styčnickové rovnice

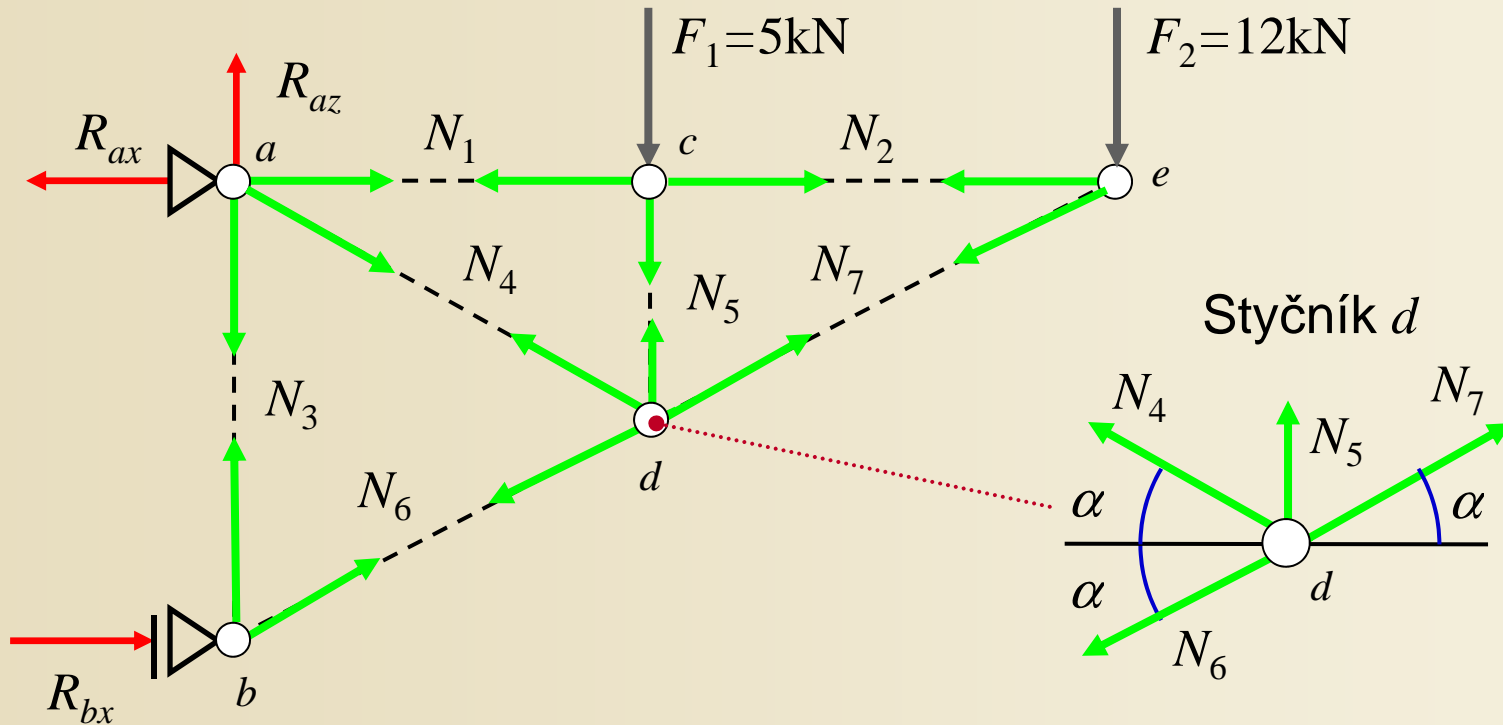


Podmínky rovnováhy ve styčnicku c

5. $R_x = 0 \rightarrow -N_1 + N_2 = 0$

6. $R_z = 0 \rightarrow +F_1 + N_5 = 0 \rightarrow N_5 = -F_1$

Styčnickové rovnice

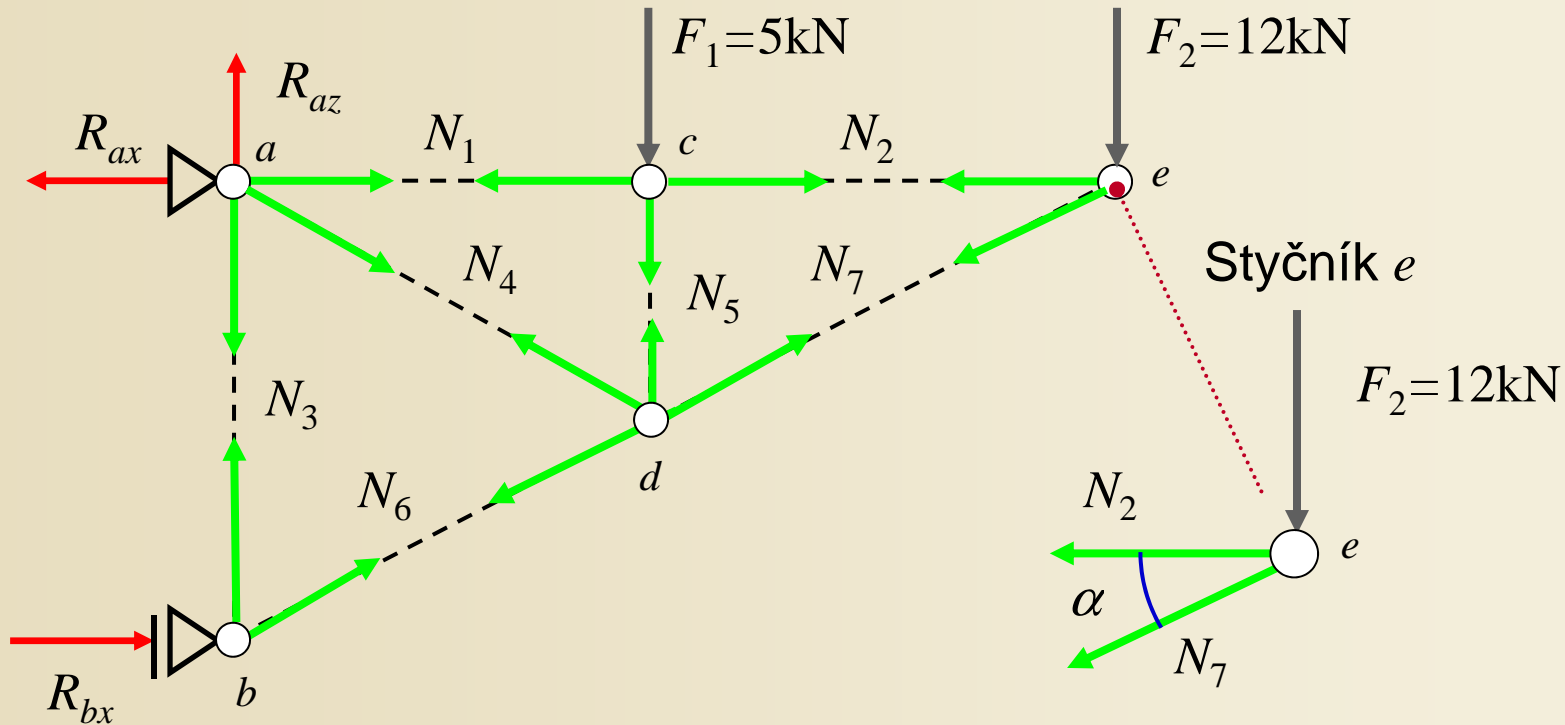


Podmínky rovnováhy ve styčnicku d

$$7. \quad R_x = 0 \quad \rightarrow \quad -N_4 \cdot \cos \alpha - N_6 \cdot \cos \alpha + N_7 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$8. \quad R_z = 0 \quad \rightarrow \quad -N_4 \cdot \sin \alpha - N_5 + N_6 \cdot \sin \alpha - N_7 \cdot \sin \alpha = 0$$

Styčnickové rovnice



Podmínky rovnováhy ve styčnicku e

9. $R_x = 0 \rightarrow -N_2 - N_7 \cdot \cos \alpha = 0$

10. $R_z = 0 \rightarrow +F_2 + N_7 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow +N_7 \cdot \sin \alpha = -F_2$

Sestavení soustavy lineárních rovnic

1. $-R_{ax} + N_1 + N_4 \cdot \cos \alpha = 0$

2. $-R_{az} + N_3 + N_4 \cdot \sin \alpha = 0$

Styčnick a

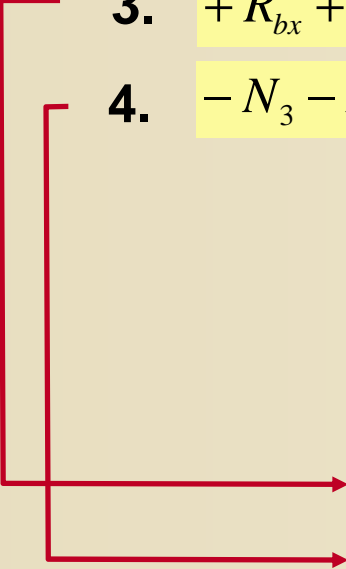
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Sestavení soustavy lineárních rovnic

3. $+R_{bx} + N_6 \cdot \cos \alpha = 0$

4. $-N_3 - N_6 \cdot \sin \alpha = 0$

Styčnick b

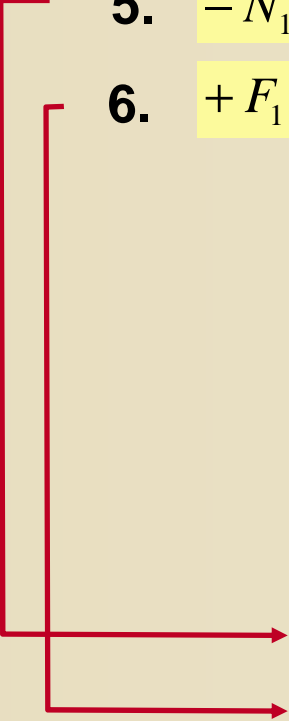

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Sestavení soustavy lineárních rovnic

5. $-N_1 + N_2 = 0$

6. $+F_1 + N_5 = 0 \rightarrow N_5 = -F_1$

Styčnick c


$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -F_1 \end{Bmatrix}$$

Sestavení soustavy lineárních rovnic

7. $-N_4 \cdot \cos \alpha - N_6 \cdot \cos \alpha + N_7 \cdot \cos \alpha = 0$

8. $-N_4 \cdot \sin \alpha - N_5 + N_6 \cdot \sin \alpha - N_7 \cdot \sin \alpha = 0$

Styčnick d

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos \alpha & 0 & -\cos \alpha & +\cos \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & -1 & +\sin \alpha & -\sin \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -F_1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Sestavení soustavy lineárních rovnic

9. $-N_2 - N_7 \cdot \cos \alpha = 0$

10. $+F_2 + N_7 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow +N_7 \cdot \sin \alpha = -F_2$

Styčnick e

$$\begin{bmatrix}
 -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos \alpha & 0 & -\cos \alpha & +\cos \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & -1 & +\sin \alpha & -\sin \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \alpha
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 R_{ax} \\
 R_{az} \\
 R_{bx} \\
 N_1 \\
 N_2 \\
 N_3 \\
 N_4 \\
 N_5 \\
 N_6 \\
 N_7
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -F_1 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -F_2
 \end{Bmatrix}$$

Sestavení soustavy lineárních rovnic

Maticový zápis soustavy: $[A]\{x\} = \{F\}$

Vektor neznámých kořenů
(vnitřní síly a reakce) $\{x\}$

Matrice levých stran
(geometrie konstrukce, determinant nesmí být roven 0)

$[A]$

Vektor pravých stran
(uzlová zatížení konstrukce) $\{F\}$

$$\begin{bmatrix}
 -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos \alpha & 0 & -\cos \alpha & +\cos \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & -1 & +\sin \alpha & -\sin \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \alpha
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 R_{ax} \\
 R_{az} \\
 R_{bx} \\
 N_1 \\
 N_2 \\
 N_3 \\
 N_4 \\
 N_5 \\
 N_6 \\
 N_7
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -F_1 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -F_2
 \end{Bmatrix}$$

Řešení soustavy lineárních rovnic

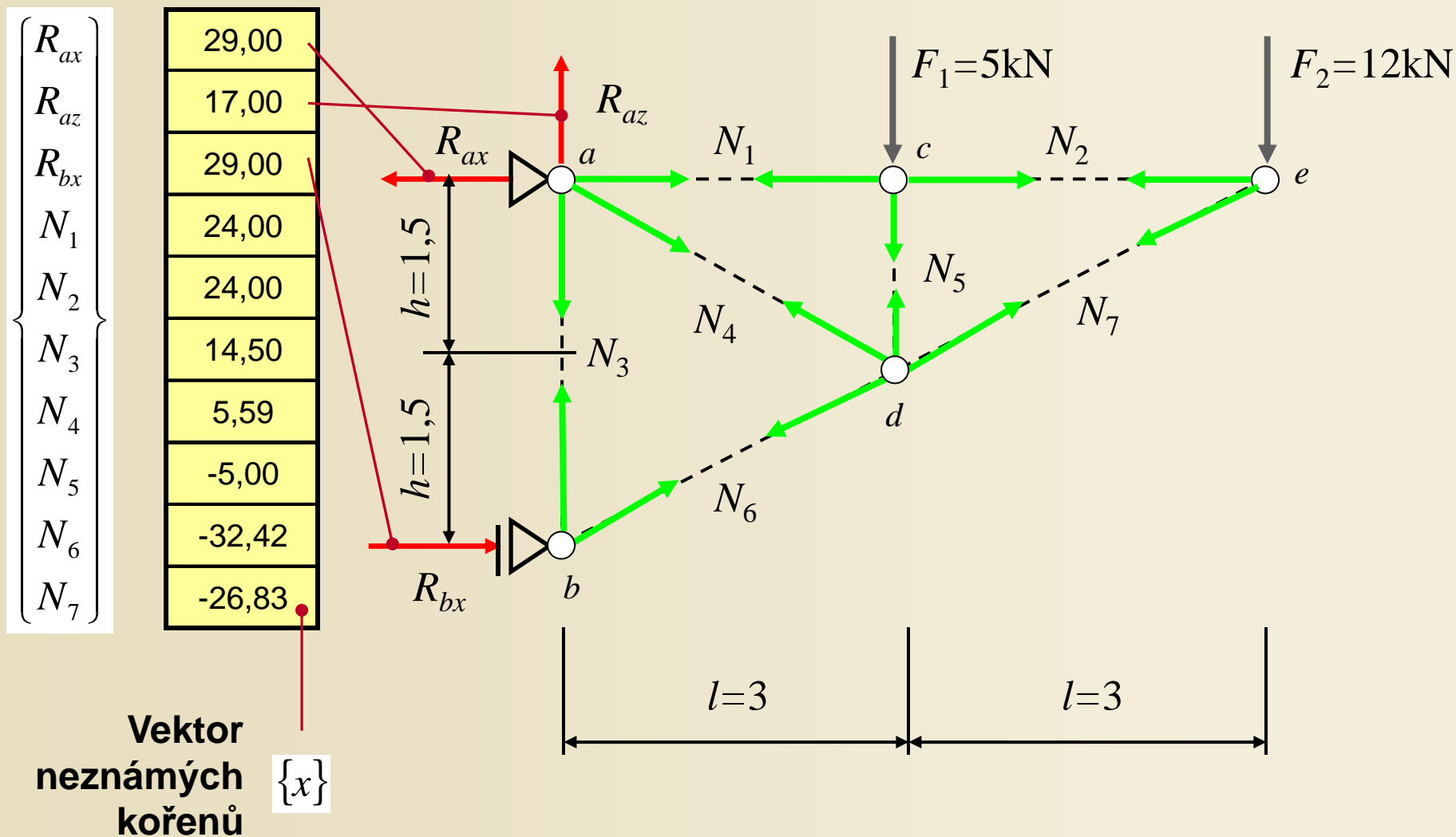
Matrice levých stran $[A]$
 (geometrie konstrukce,
 determinant nesmí být roven 0)

Vektor pravých stran $\{F\}$
 (uzlová zatížení konstrukce)

Vektor neznámých kořenů $\{x\}$
 (vnitřní síly a reakce)

1.	-1	0	0	1	0	0	0,8944	0	0	0	29,00	0
2.	0	-1	0	0	0	1	0,4472	0	0	0	17,00	0
3.	0	0	1	0	0	0	0	0	0,8944	0	29,00	0
4.	0	0	0	0	0	-1	0	0	-0,4472	0	24,00	0
5.	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	24,00	0
6.	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	14,50	-5
7.	0	0	0	0	0	0	-0,8944	0	-0,8944	0,8944	5,59	0
8.	0	0	0	0	0	0	-0,4472	-1	0,4472	-0,4472	-5,00	0
9.	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-32,42	0
10.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4472	-26,83	-12

Rozbor výsledků – reakce v podporách

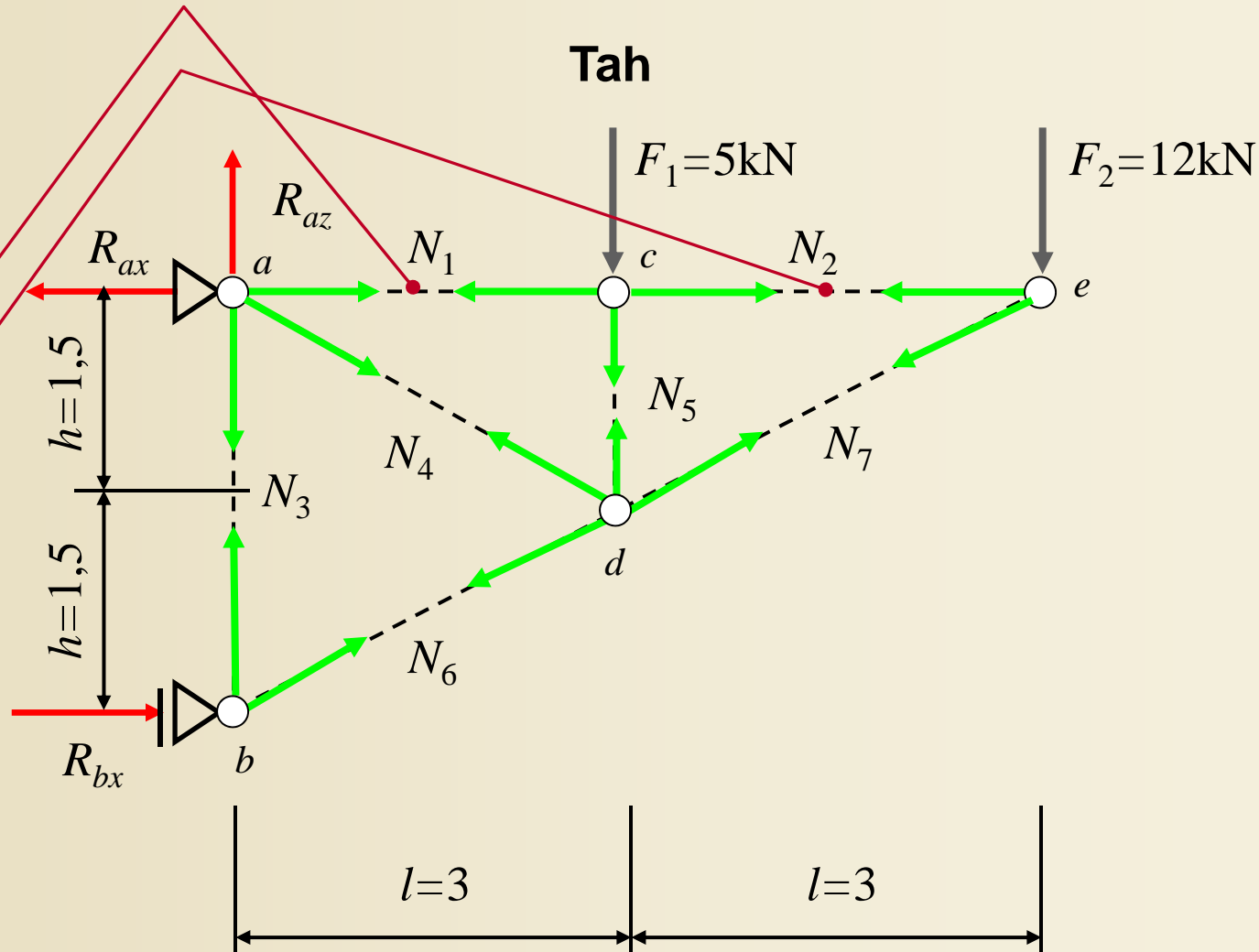


Rozbor výsledků – vnitřní síly v horním pásu

$$\begin{Bmatrix} R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \end{Bmatrix}$$

29,00
17,00
29,00
24,00
24,00
14,50
5,59
-5,00
-32,42
-26,83

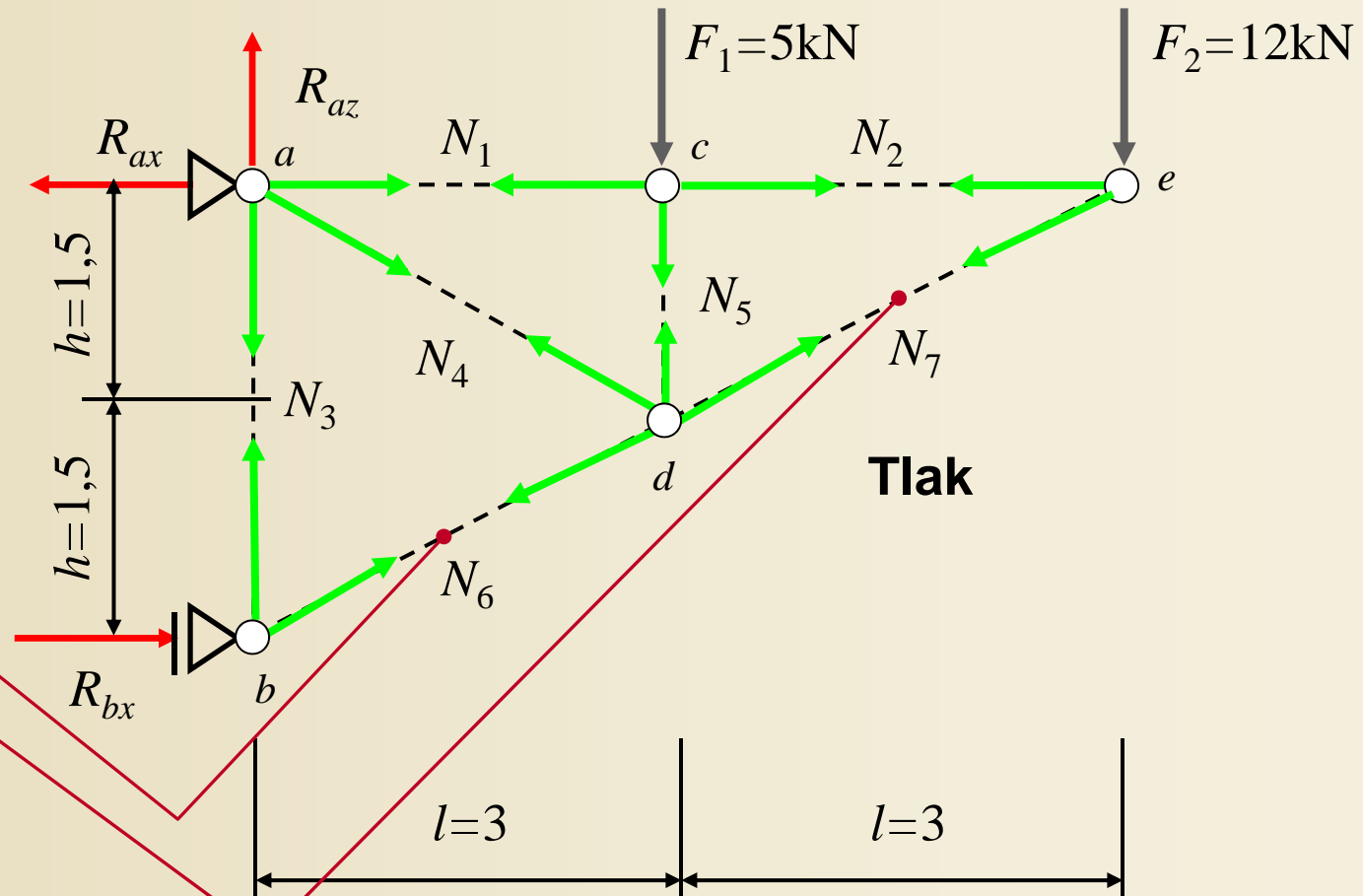
Vektor
neznámých
kořenů $\{x\}$



Rozbor výsledků – vnitřní síly v dolním pásu

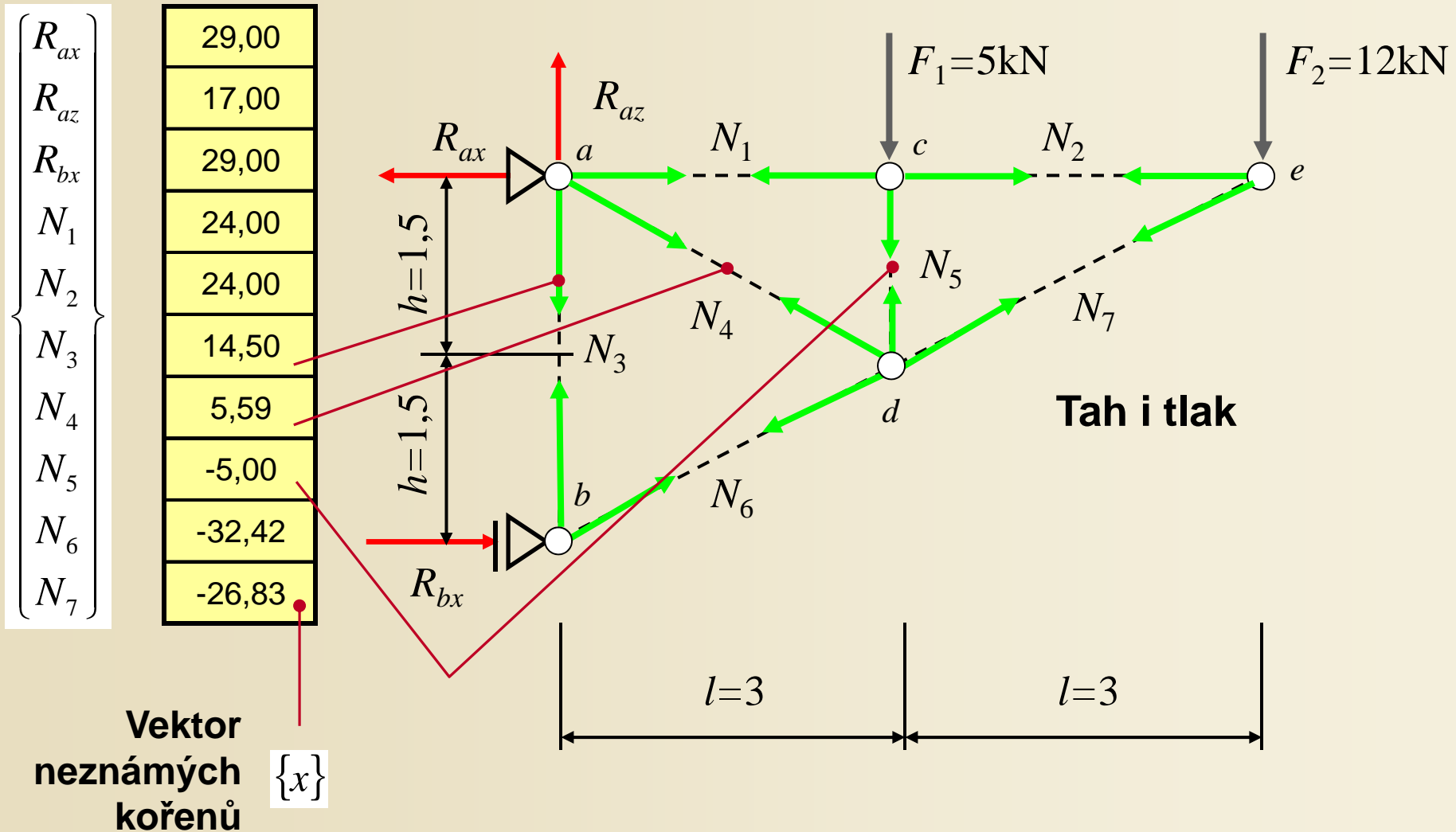
$$\begin{Bmatrix} R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \end{Bmatrix}$$

29,00
17,00
29,00
24,00
24,00
14,50
5,59
-5,00
-32,42
-26,83



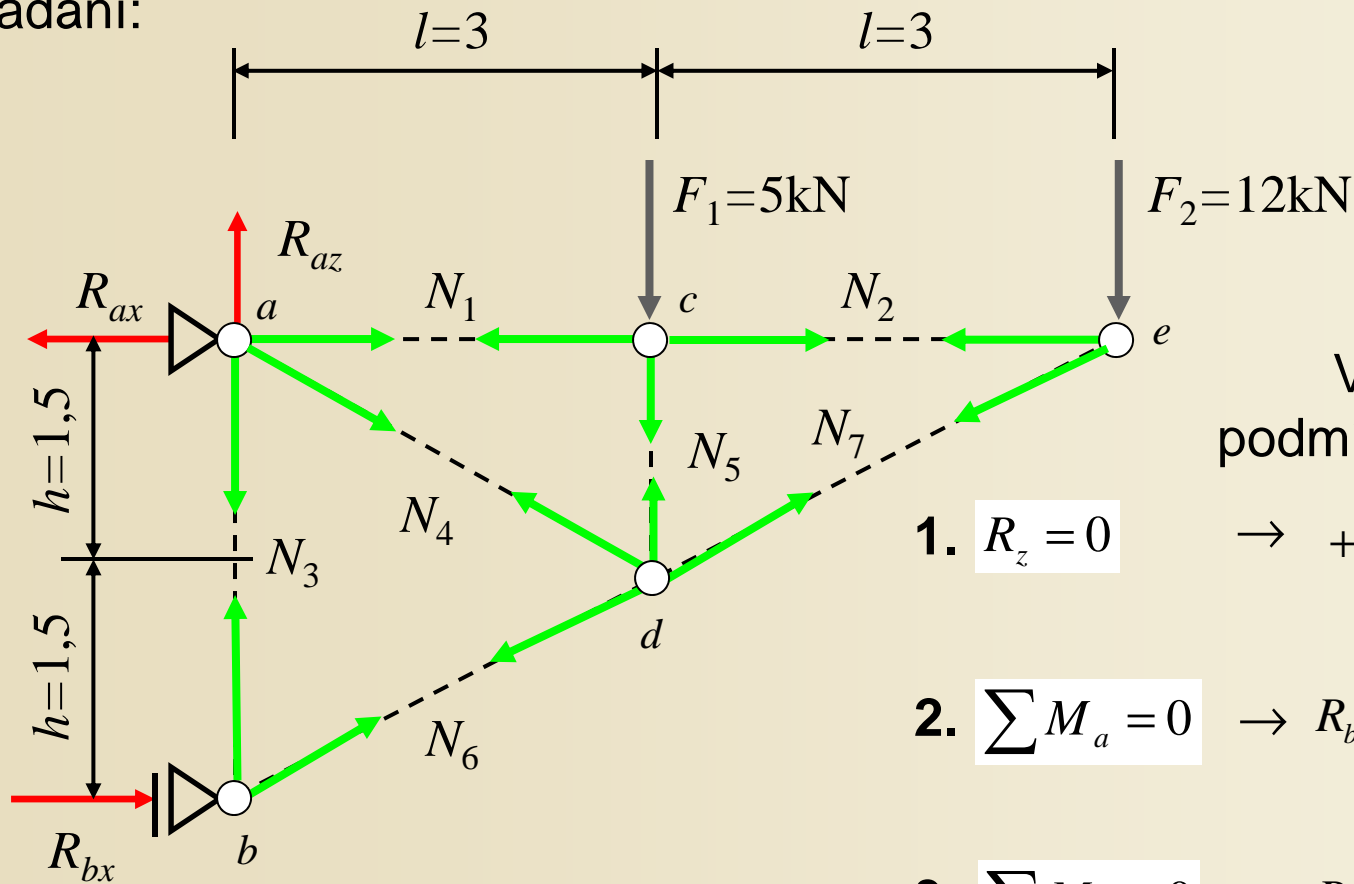
Vektor
neznámých
kořenů $\{x\}$

Rozbor výsledků – vnitřní síly ve stojinách a diagonále



Zjednodušená styčnicková metoda - reakce

Zadání:

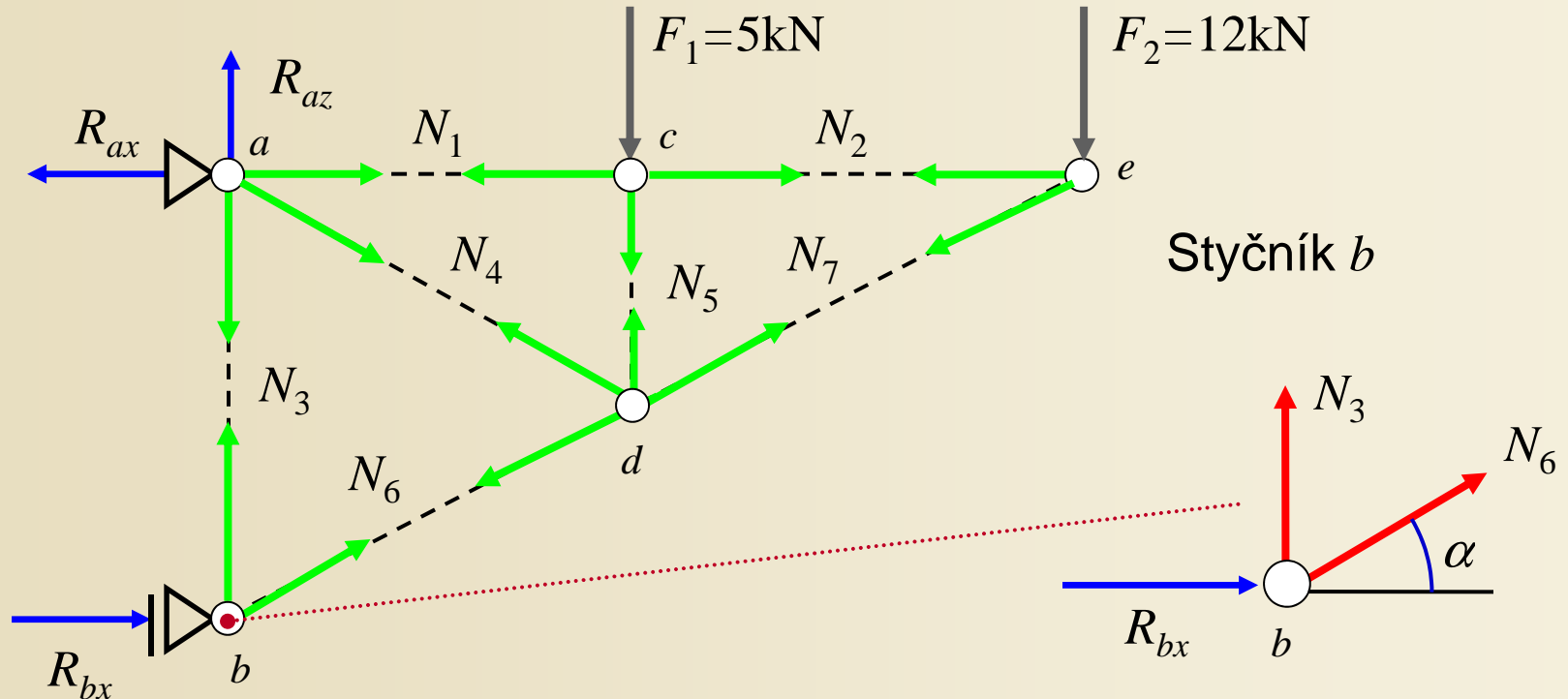


Výpočet reakcí z podmínek rovnováhy:

1. $R_z = 0 \rightarrow +F_1 + F_2 - R_{az} = 0$
 $R_{az} = 17\text{kN}(\uparrow)$
2. $\sum M_a = 0 \rightarrow R_{bx} \cdot 2h - F_1 \cdot l - F_2 \cdot 2l = 0$
 $R_{bx} = 29\text{kN}(\rightarrow)$
3. $\sum M_b = 0 \rightarrow R_{ax} \cdot 2h - F_1 \cdot l - F_2 \cdot 2l = 0$
 $R_{ax} = 29\text{kN}(\leftarrow)$
4. $R_x = 0 \rightarrow$ Kontrola

Zjednodušená styčnicková metoda – vnitřní síly

Volba styčnicku spojujícího 2 pruty (b nebo e) - jsou pouze 2 neznámé

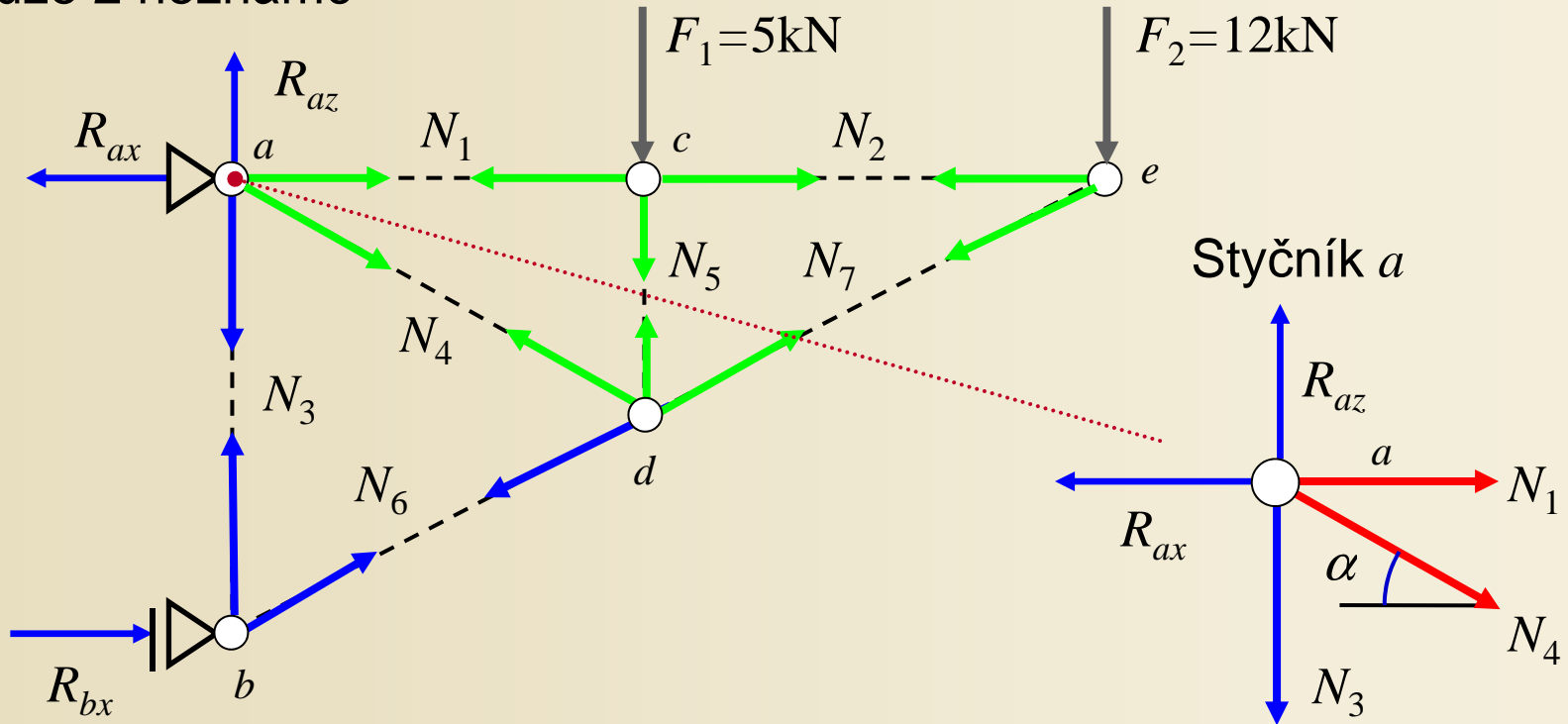


Podmínky rovnováhy ve styčnicku b

1. $R_x = 0 \rightarrow +R_{bx} + N_6 \cdot \cos \alpha = 0 \rightarrow N_6 = -\frac{R_{bx}}{\cos \alpha} = -32,4230\text{kN}(\text{tlak})$
2. $R_z = 0 \rightarrow -N_3 - N_6 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow N_3 = -N_6 \cdot \sin \alpha = 14,5\text{kN}(\text{tah})$

Zjednodušená styčnicková metoda – vnitřní síly

Volba dalšího styčnicku tak, aby další 2 sestavené rovnice obsahovaly pouze 2 neznámé

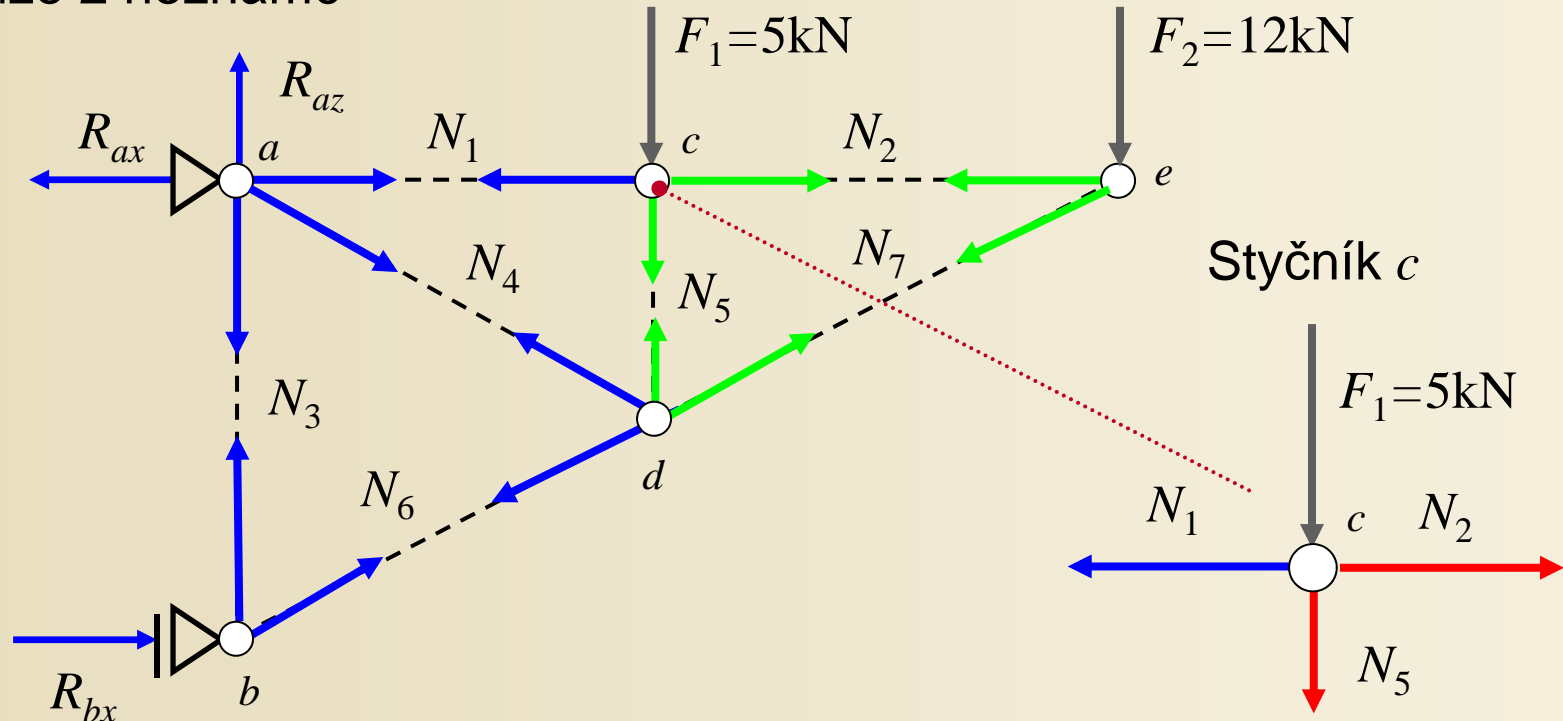


Podmínky rovnováhy ve styčnicku a

- $R_z = 0 \rightarrow -R_{az} + N_3 + N_4 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow N_4 = \frac{R_{az} - N_3}{\sin \alpha} = 5,5902 \text{ kN (tah)}$
- $R_x = 0 \rightarrow -R_{ax} + N_1 + N_4 \cdot \cos \alpha = 0 \rightarrow N_1 = R_{ax} - N_4 \cdot \cos \alpha = 24 \text{ kN (tah)}$

Zjednodušená styčnicková metoda – vnitřní síly

Volba dalšího styčnicku tak, aby další 2 sestavené rovnice obsahovaly pouze 2 neznámé

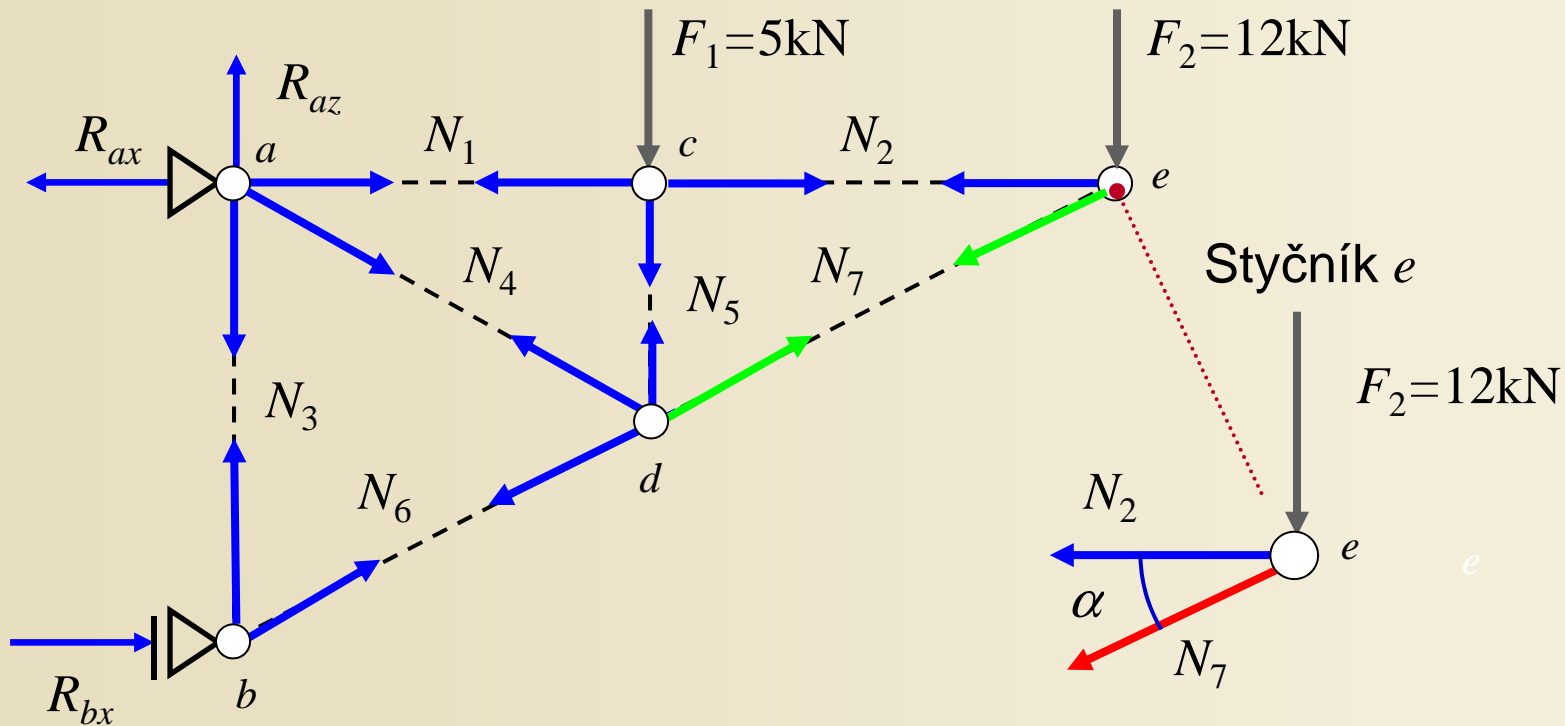


Podmínky rovnováhy ve styčnicku c

1. $R_x = 0 \rightarrow -N_1 + N_2 = 0 \rightarrow N_2 = N_1 = 24\text{kN}(\text{tah})$

2. $R_z = 0 \rightarrow +F_1 + N_5 = 0 \rightarrow N_5 = -5\text{kN}(\text{tlak})$

Zjednodušená styčnicková metoda – vnitřní síly



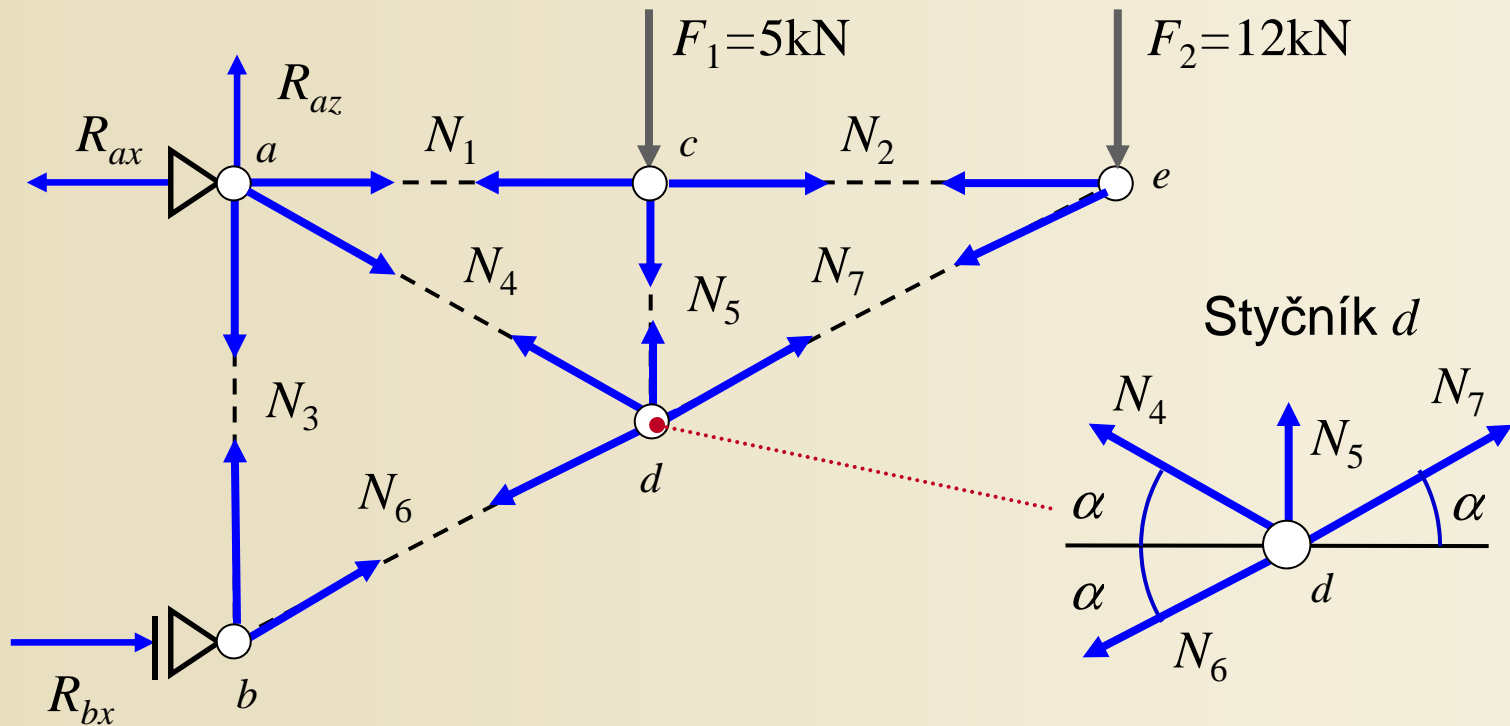
Podmínky rovnováhy ve styčnicku e

$$1. \quad R_x = 0 \rightarrow -N_2 - N_7 \cdot \cos \alpha = 0 \rightarrow N_7 = -\frac{N_2}{\cos \alpha} = -26,8328 \text{ kN (tlak)}$$

$$2. \quad R_z = 0 \rightarrow +F_2 + N_7 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow N_7 = -\frac{F_2}{\sin \alpha} = -26,8328 \text{ kN (tlak)}$$

Kontrola

Zjednodušená styčnicková metoda – vnitřní síly



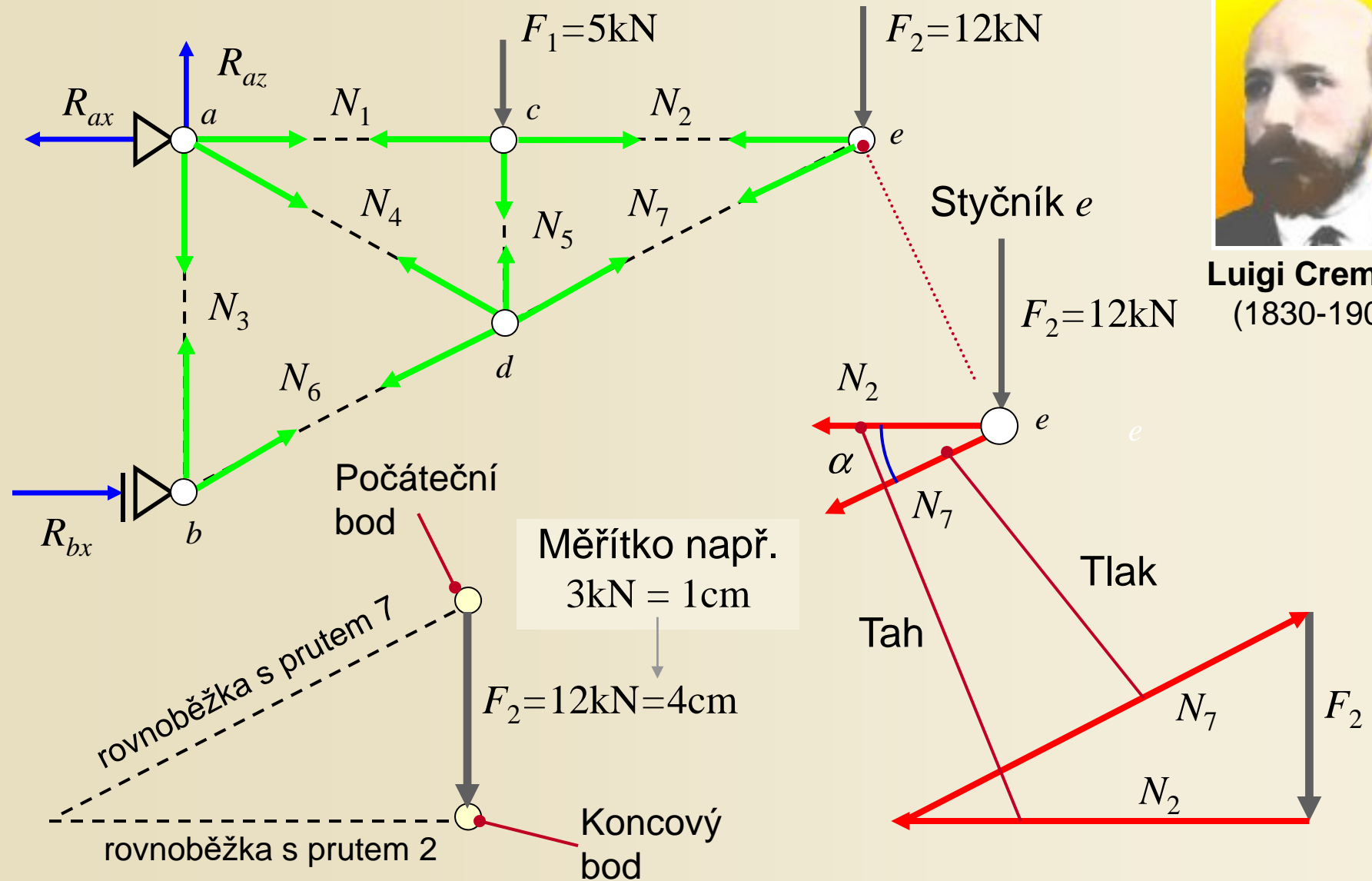
Podmínky rovnováhy ve styčnicku d

1. $R_x = 0 \rightarrow -N_4 \cdot \cos \alpha - N_6 \cdot \cos \alpha + N_7 \cdot \cos \alpha = 0$ Kontrola
2. $R_z = 0 \rightarrow -N_4 \cdot \sin \alpha - N_5 + N_6 \cdot \sin \alpha - N_7 \cdot \sin \alpha = 0$ Kontrola

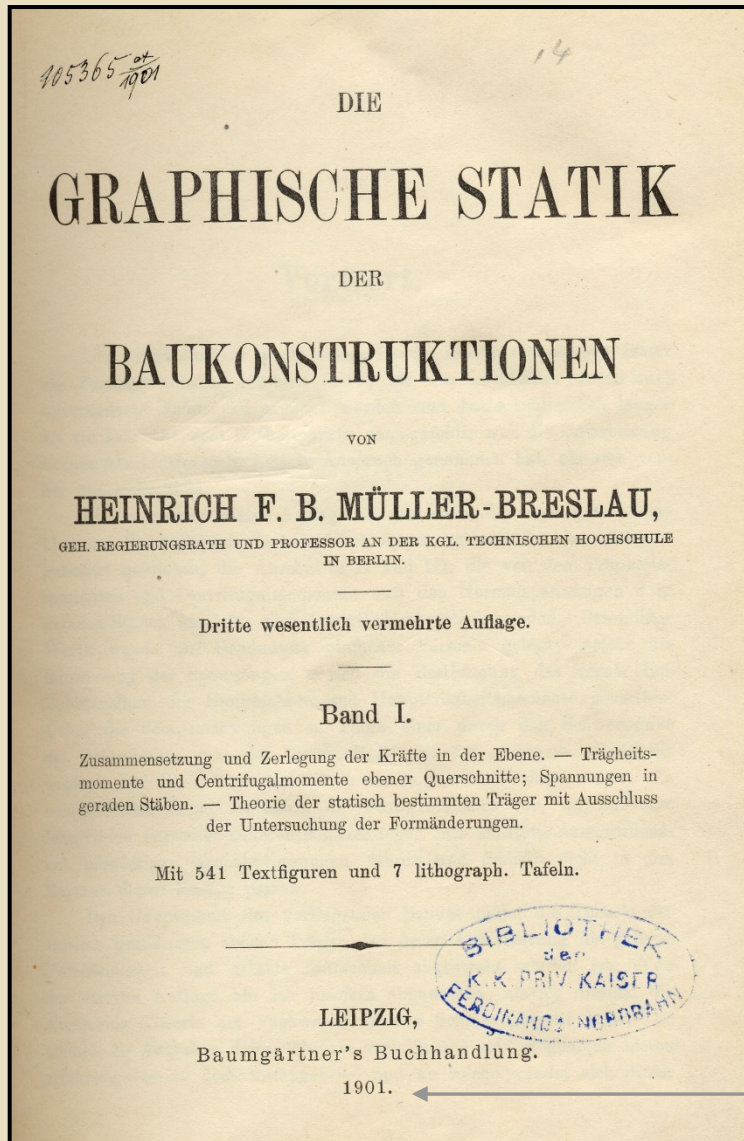
Grafické řešení – Cremonovy obrazce



Luigi Cremona
(1830-1903)



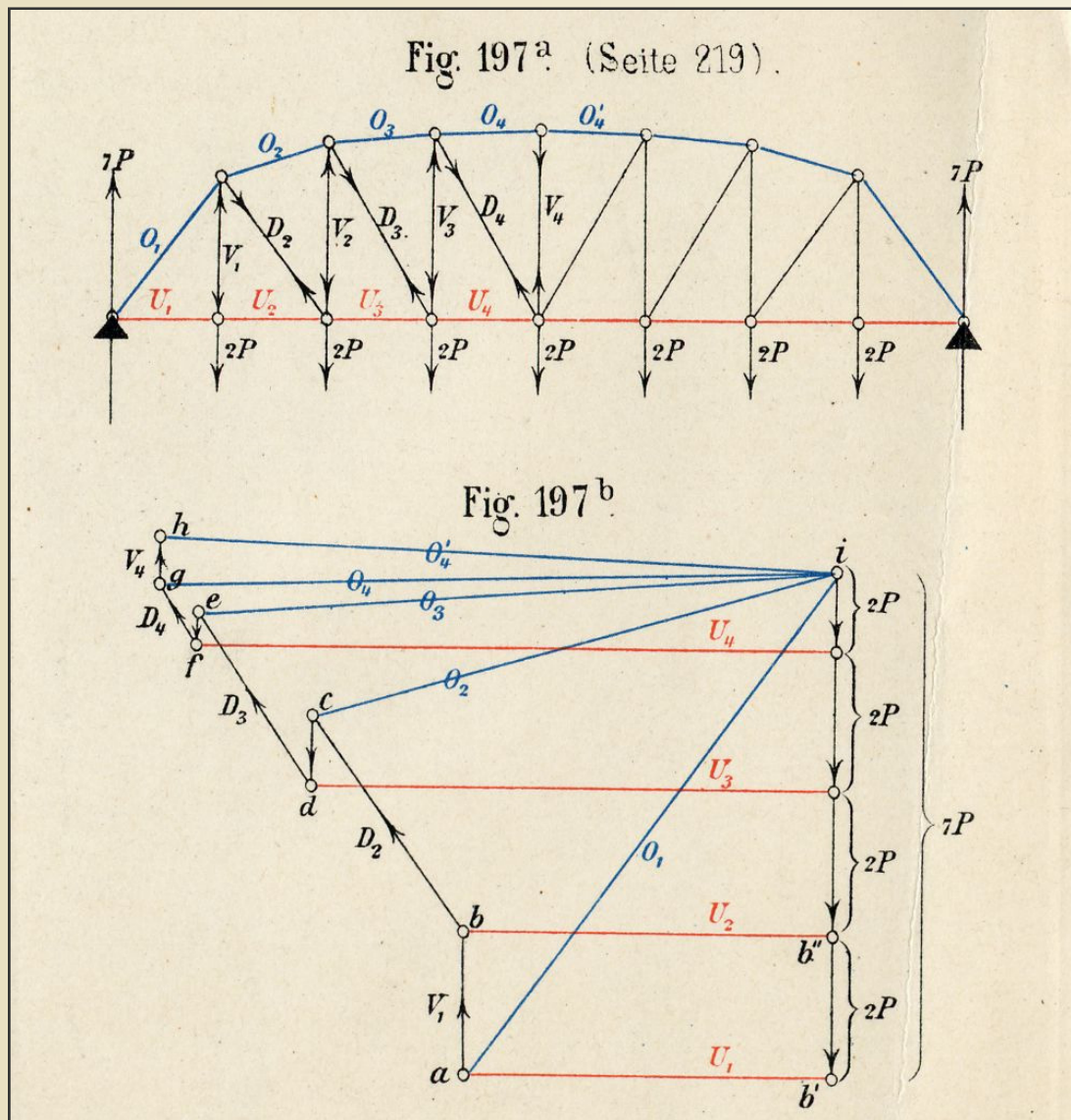
Ukázky dobových výpočtů grafickým řešením



Heinrich Müller-Breslau
(1851-1925)

Rok 1901

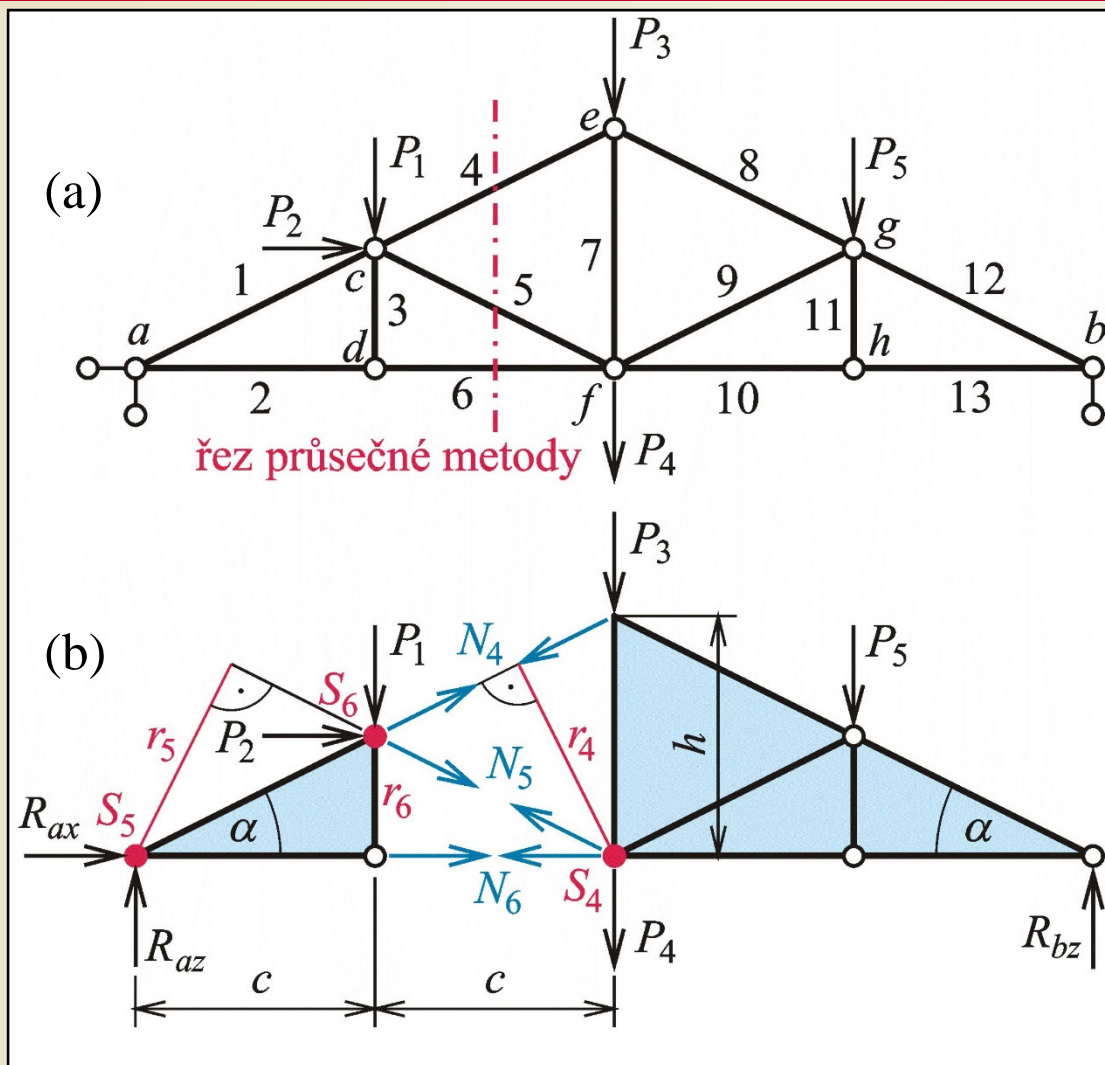
Ukázky dobových výpočtů grafickým řešením



Průsečná metoda

Princip:

Myšleným řezem lze nosník rozdělit na dvě části tak, že se přerouší 3 pruty neprotínající se v témže bodě. Pro každou část lze sestavit 3 podmínky rovnováhy, ve kterých figuruje zatížení, složky reakcí vnějších vazeb a interakce v přerušených prutech.

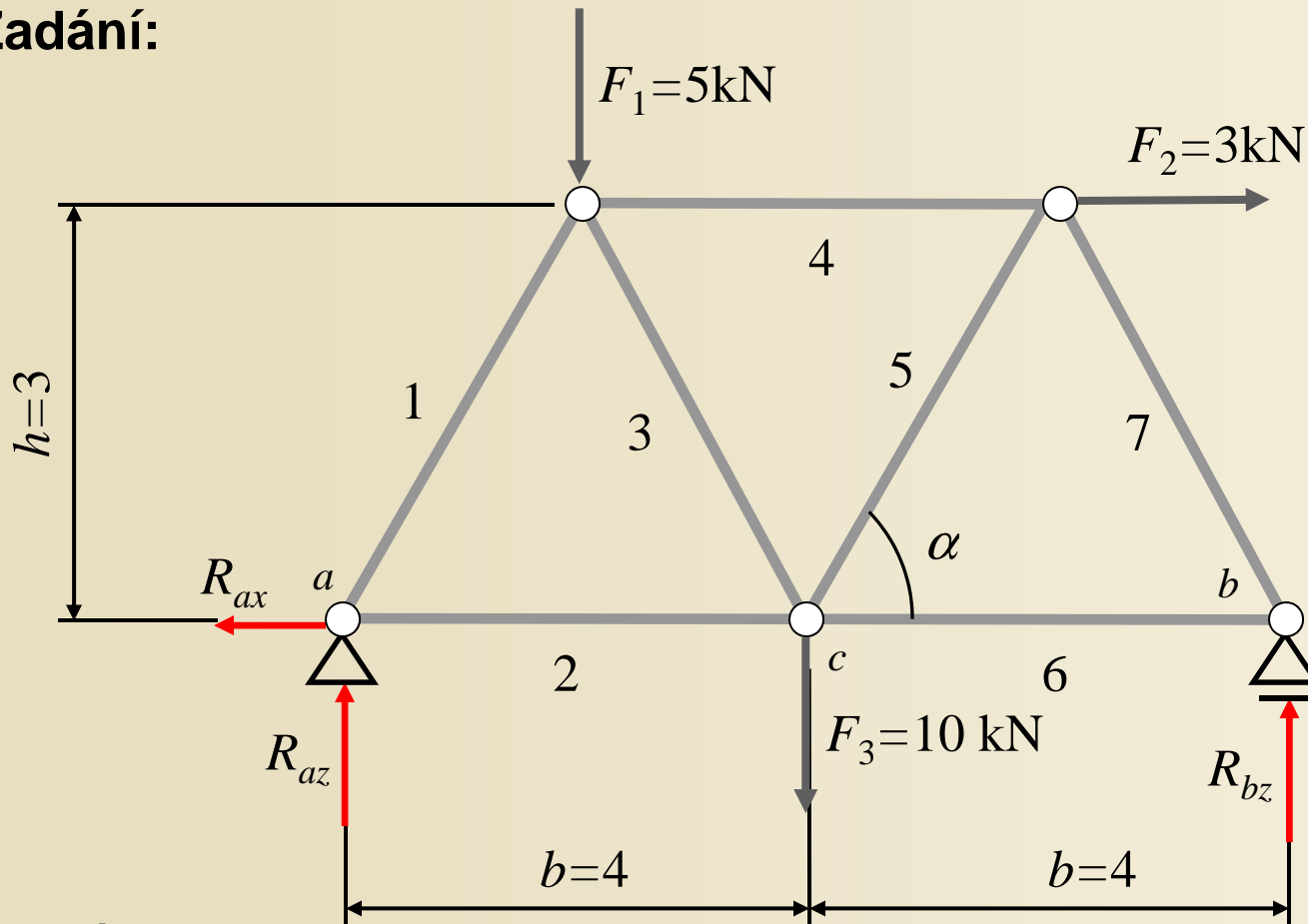


Průsečná metoda

Obr. 10.8. / str. 165

Průsečná metoda - příklad

Zadání:



Geometrie
konstrukce

$$l_1 = l_3 = l_5 = l_7 = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{13}$$

$$\cos \alpha = \frac{b/2}{l_5} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{l_5} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

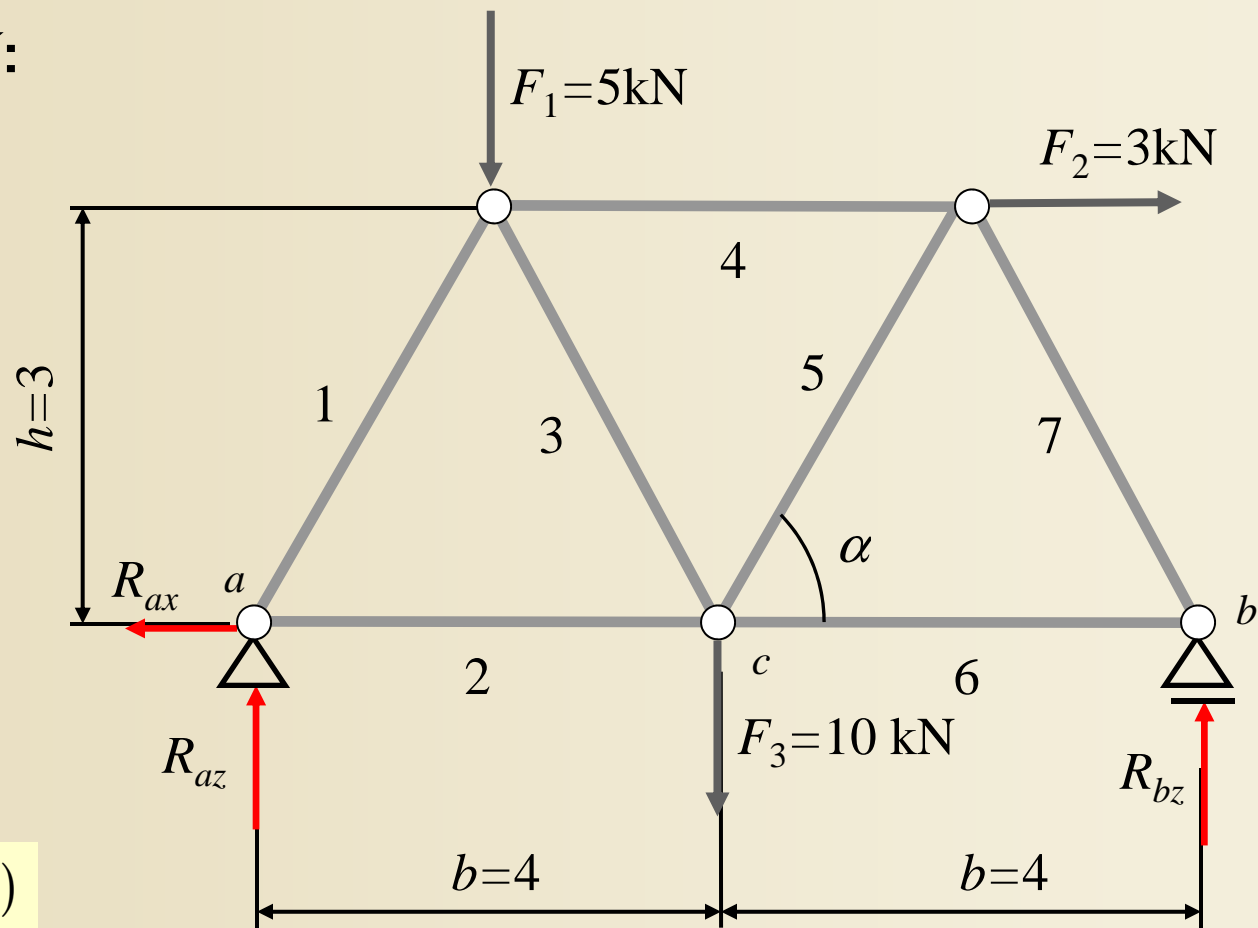
Analýza:

$$2.s = p + a_1 + 2.a_2 = 10$$

Statically určitá konstrukce

Průsečná metoda - reakce

Výpočet reakcí:



1. $R_x = 0$

$R_{ax} = F_2 = 3\text{kN}(\leftarrow)$

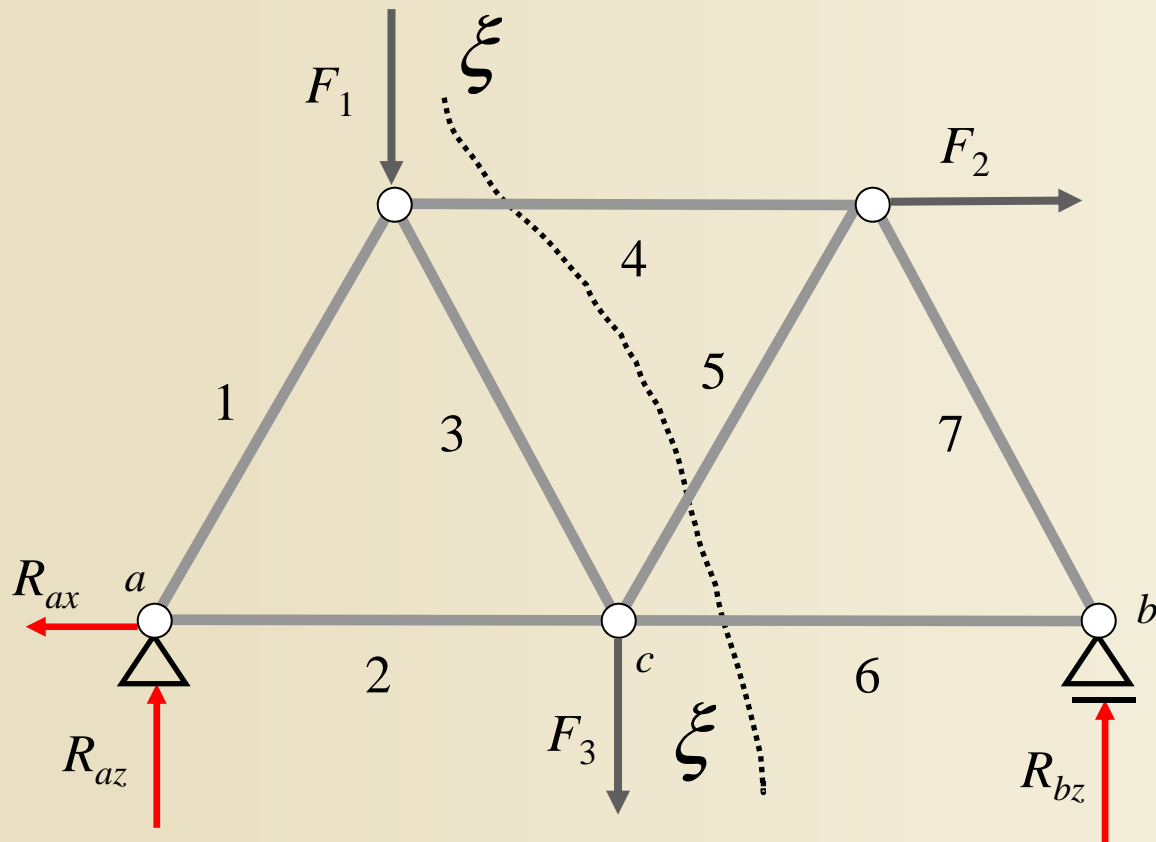
2. $\sum M_a = 0$ $R_{bz} = \frac{1}{2 \cdot b} \cdot [F_1 \cdot \frac{b}{2} + F_2 \cdot h + F_3 \cdot b] = \frac{59}{8} = 7,375\text{kN}(\uparrow)$

3. $\sum M_b = 0$ $R_{az} = \frac{1}{2 \cdot b} \cdot [F_1 \cdot \frac{3}{2} \cdot b - F_2 \cdot h + F_3 \cdot b] = \frac{61}{8} = 7,625\text{kN}(\uparrow)$

4. $R_z = 0$

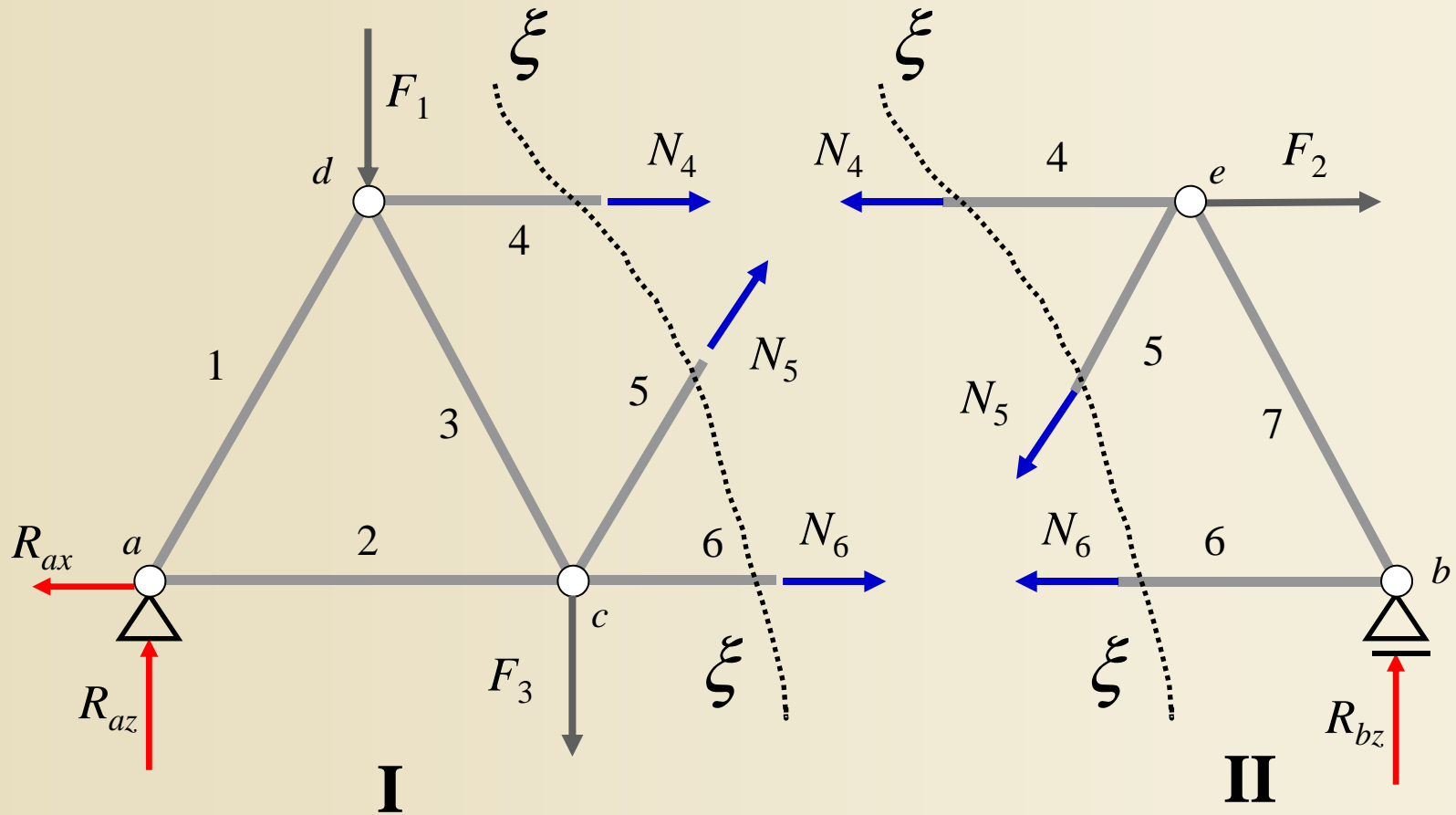
Kontrola

Průsečná metoda - princip



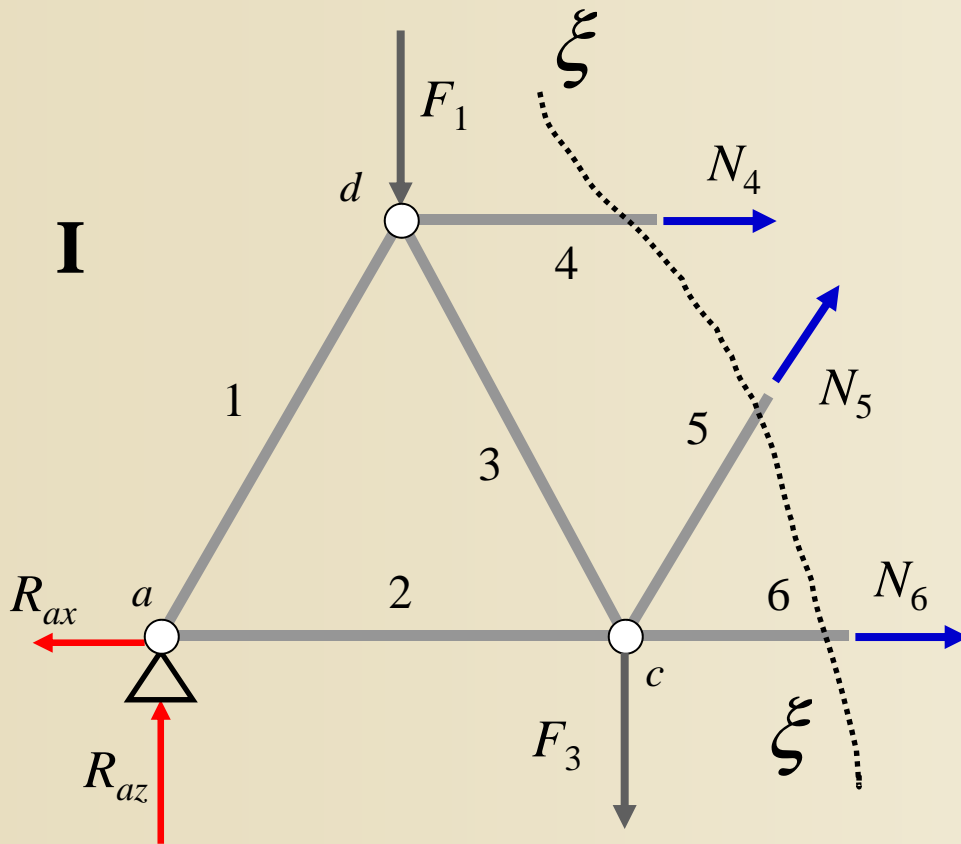
Prutovou soustavou je veden řez $\xi - \xi$, který rozdělí soustavu na dvě části: I a II

Průsečná metoda – princip



Obě části: I a II tvoří obecné rovinné rovnovážné soustavy sil, pro které lze napsat tři statické podmínky rovnováhy.

Průsečná metoda – levá část



Část I

Neznámé N_4 , N_5 a N_6

1. $R_x = 0$

$$N_4 + N_5 \cdot \cos \alpha + N_6 - R_{ax} = 0$$

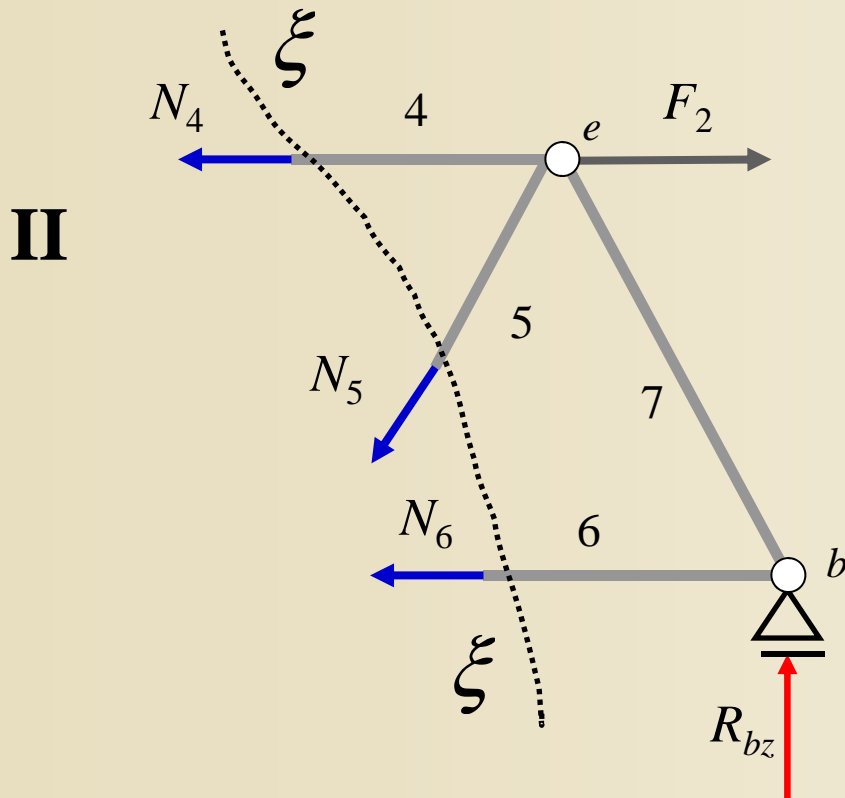
2. $R_z = 0$

$$-N_5 \cdot \sin \alpha - R_{az} + F_1 + F_3 = 0$$

3. $\sum M_a = 0$

$$-F_1 \cdot \frac{b}{2} - F_3 \cdot b - N_4 \cdot h + N_5 \cdot \sin \alpha \cdot b = 0$$

Průsečná metoda – pravá část



Část II

Neznámé N_4 , N_5 a N_6

1. $R_x = 0$

$$-N_4 - N_5 \cdot \cos \alpha - N_6 + F_2 = 0$$

2. $R_z = 0$

$$+ N_5 \cdot \sin \alpha - R_{bz} = 0$$

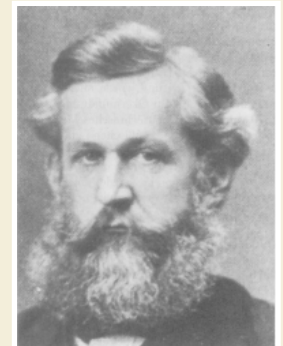
3. $\sum M_b = 0$

$$- F_2 \cdot h + N_4 \cdot h + N_5 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{b}{2} = 0$$

Výhody a nevýhody průsečné metody

Výhody průsečné metody:

- Každou neznámou osovou sílu vnitřního prutu kloubové prutové konstrukce lze určit přímo z jedné rovnice.
- K výpočtu osově síly prutu soustavy není nutno znát osově síly jiných prutů



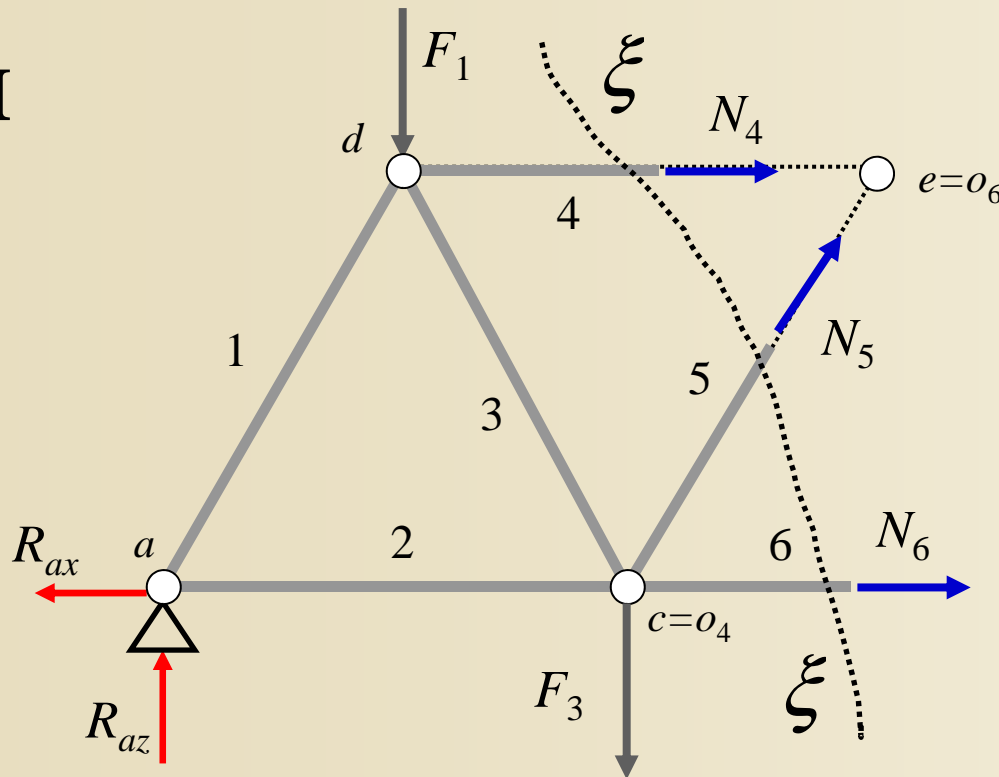
August Ritter
(1826-1908)

Nevýhody průsečné metody:

- Při obecném geometrickém tvaru a zatížení konstrukce představují 3 podmínky rovnováhy soustavu 3 rovnic o 3 neznámých
- Nevýhodu lze odstranit použitím **Ritterovy úpravy průsečné metody**

Ritterova úprava průsečné metody – levá část

I



Část I

Neznámé N_4 , N_5 a N_6

$$1. \sum M_{o_4} = 0 \quad -N_4 \cdot h + F_1 \cdot \frac{b}{2} - R_{az} \cdot b = 0 \quad \rightarrow \quad N_4 = \frac{F_1 \cdot \frac{b}{2} - R_{az} \cdot b}{h} = -\frac{20,5}{3} = -6,8\bar{3} \text{ kN (tlak)}$$

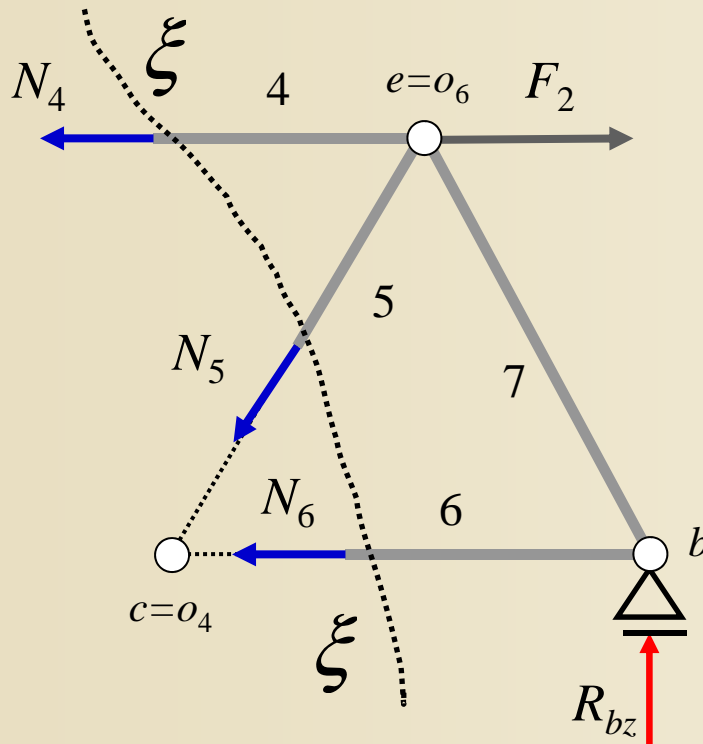
$$2. \sum M_{o_6} = 0 \quad N_6 \cdot h + F_1 \cdot b + F_3 \cdot \frac{b}{2} - R_{az} \cdot \frac{3}{2} \cdot b - R_{ax} \cdot h = 0 \quad \rightarrow \quad N_6 = \frac{14,75}{3} = 4,91\bar{6} \text{ kN (tah)}$$

$$3. R_z = 0 \quad -R_{az} + F_1 + F_3 - N_5 \cdot \sin \alpha = 0 \quad \rightarrow \quad N_5 = \frac{7,375}{\frac{3\sqrt{13}}{13}} = 8,8636 \text{ kN (tah)}$$

o_5 leží v ∞

Ritterova úprava průsečné metody – pravá část

II



Část II

Neznámé N_4 , N_5 a N_6

1. $\sum M_{o_4} = 0$

$$N_4 \cdot h - F_2 \cdot h + R_{bz} \cdot b = 0 \rightarrow N_4 = \frac{F_2 \cdot h - R_{bz} \cdot b}{h} = -\frac{20,5}{3} = -6,8\bar{3} \text{ kN (tlak)}$$

2. $\sum M_{o_6} = 0$

$$-N_6 \cdot h + R_{bz} \cdot \frac{b}{2} = 0 \rightarrow N_6 = \frac{R_{bz} \cdot \frac{b}{2}}{h} = \frac{14,75}{3} = 4,91\bar{6} \text{ kN (tah)}$$

3. $R_z = 0$

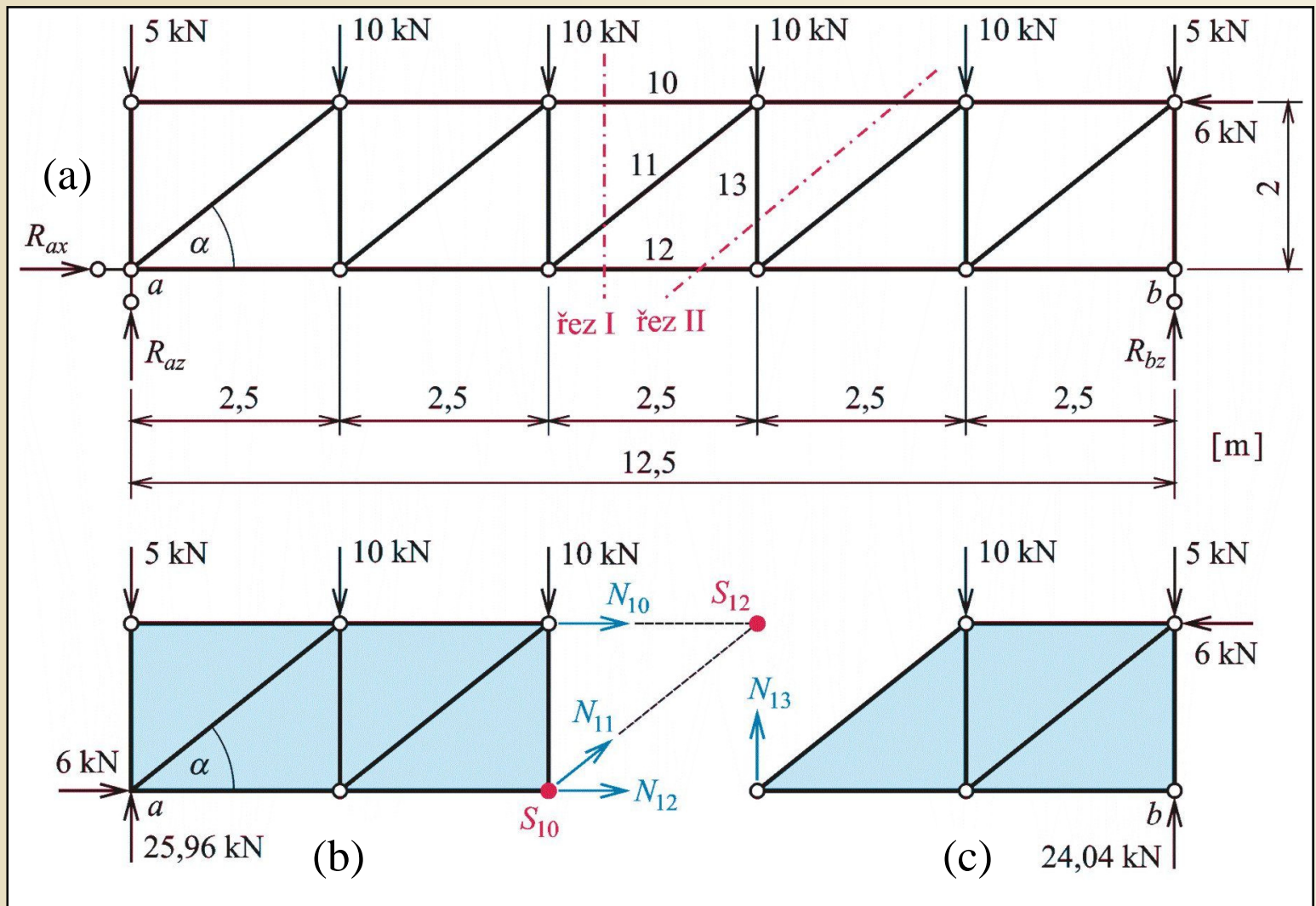
$$-R_{bz} + N_5 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow N_5 = \frac{R_{bz}}{\sin \alpha} = \frac{7,375}{\frac{3\sqrt{13}}{13}} = 8,8636 \text{ kN (tah)}$$

o_5 leží v ∞

Příklad 7.3

Zadání:

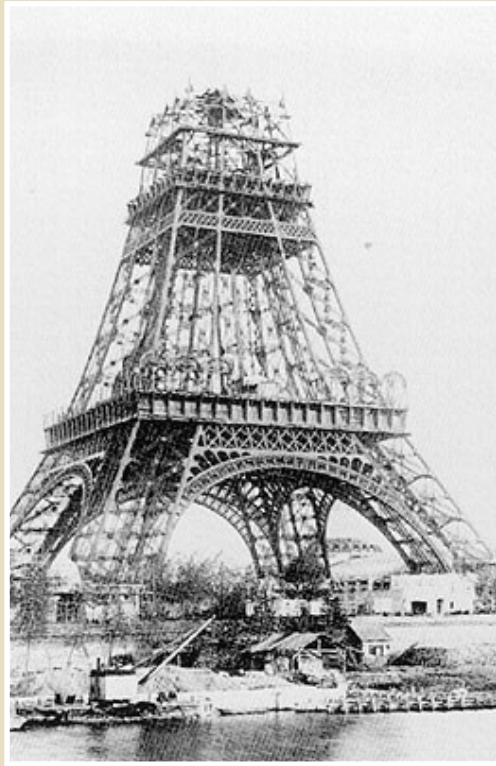
Průsečnou metodou v úpravě Ritterově určit osové síly v prutech 10, 11, 12 a 13.



Zadání a řešení příkladu 7.3

Obr. 10.9. / str. 166

Eiffelova věž, Paříž



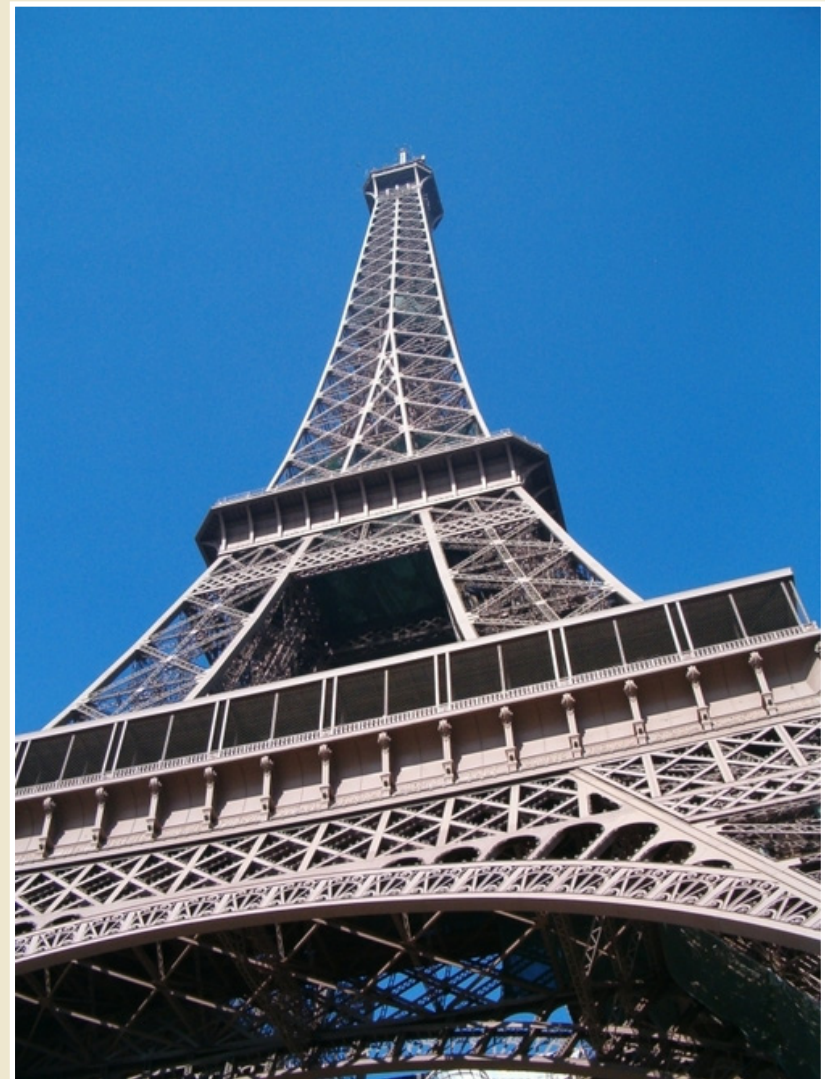
324 m vysoká ocelová věž z roku 1889, hloubka základů
14 m, 9 547 t oceli, 2,5 mil. nýtů, půdorys 1,6 ha,
1 792 schodů, 8 výtahů,
projekt a stavba inženýr Gustav Eiffel (1832-1923)

Eiffelova věž, Paříž



Ocelová výšková konstrukce z roku 1889, výška 324 m, projekt a stavba inženýr Gustav Eiffel

Eiffelova věž, Paříž



Ocelová výšková konstrukce z roku 1889, výška 324 m, projekt a stavba inženýr Gustav Eiffel

Eiffelova věž, Paříž



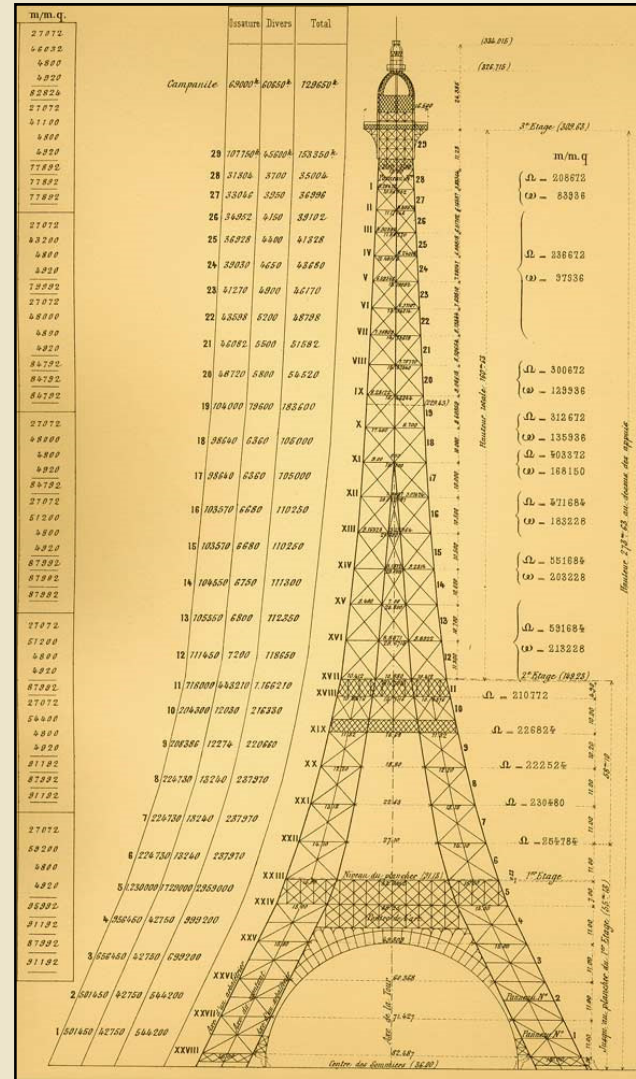
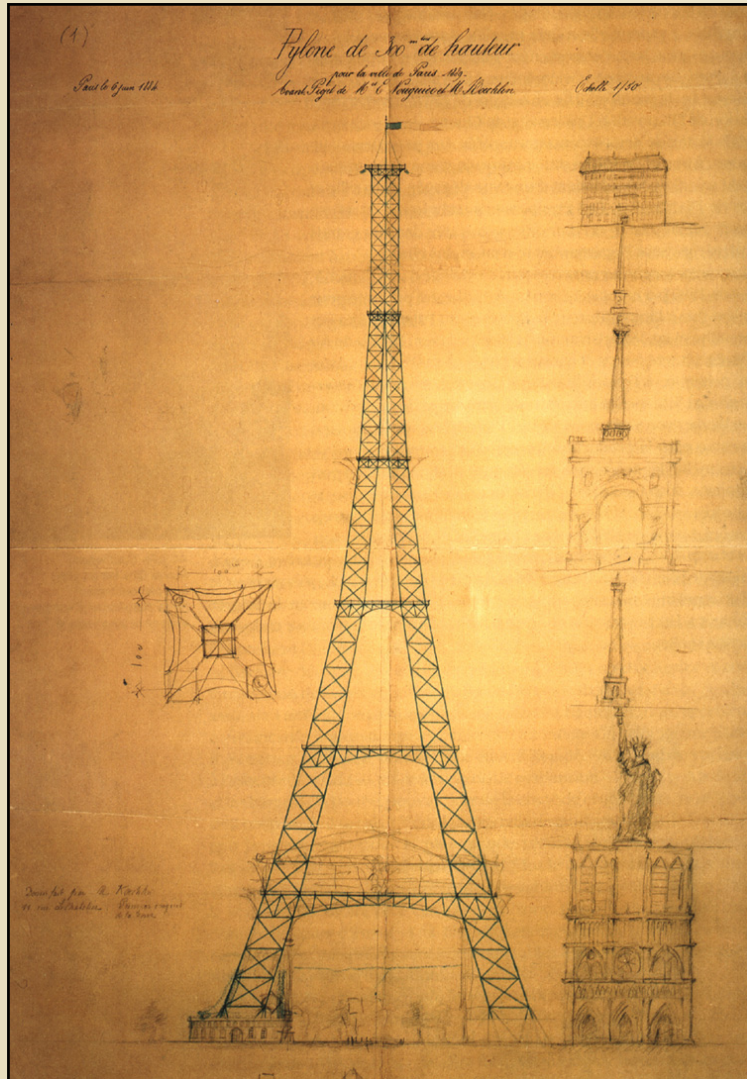
Ocelová výšková konstrukce z roku 1889, výška 324 m, projekt a stavba inženýr Gustav Eiffel

Eiffelova věž, Paříž

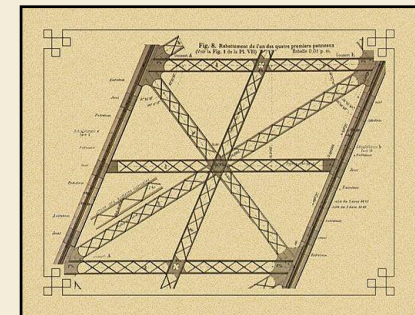
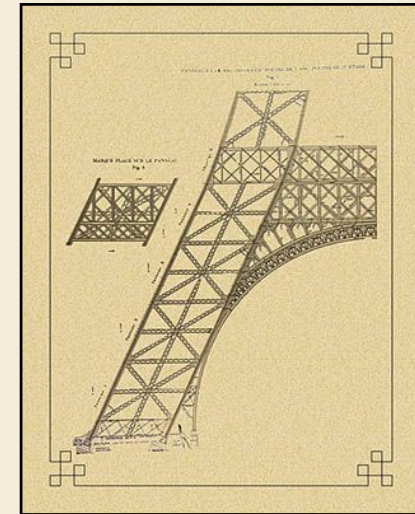


Ocelová výšková konstrukce z roku 1889, výška 324 m, projekt a stavba inženýr Gustav Eiffel

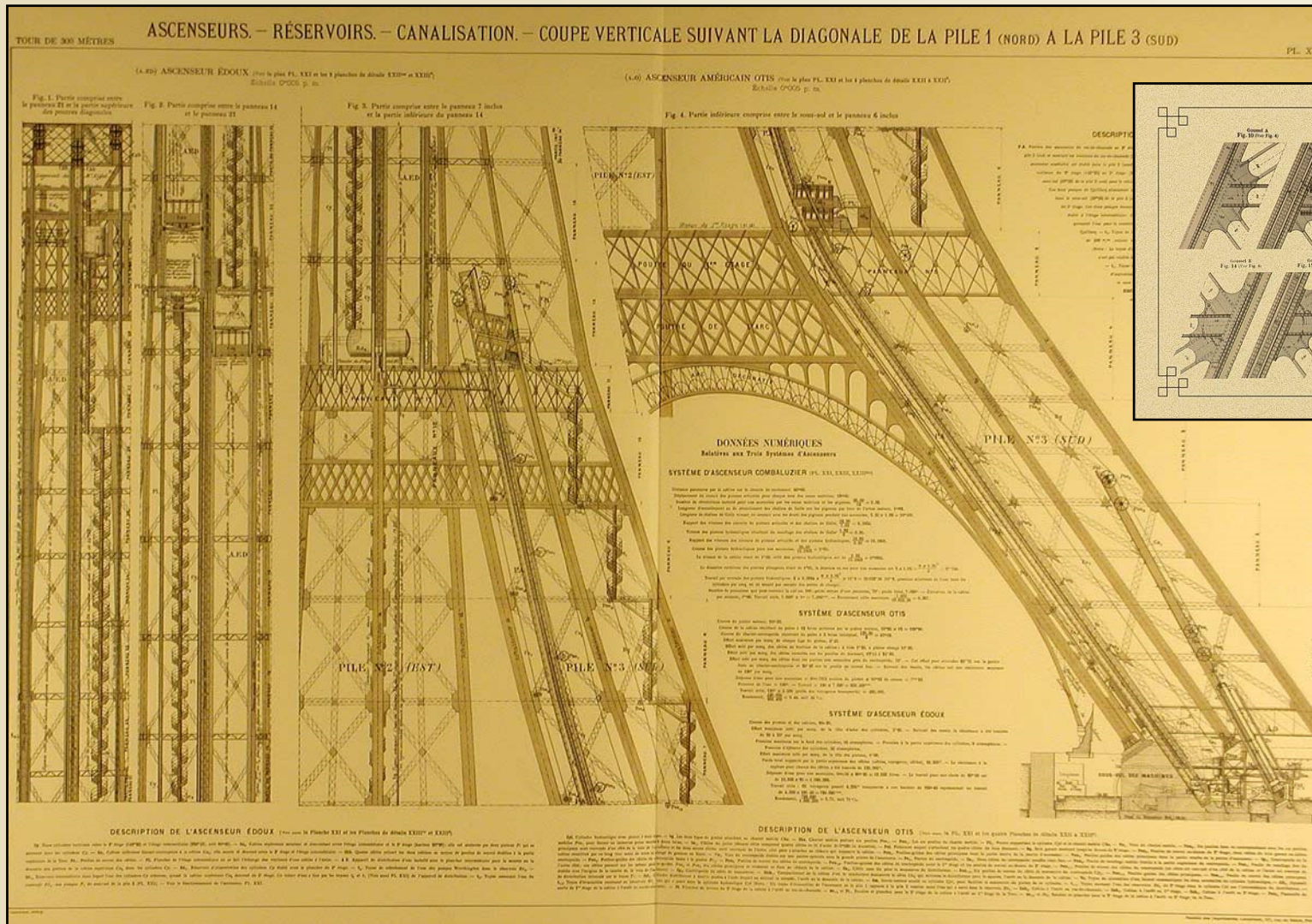
Eifelova věž, Paříž



Původní projektová dokumentace Gustava Eiffela

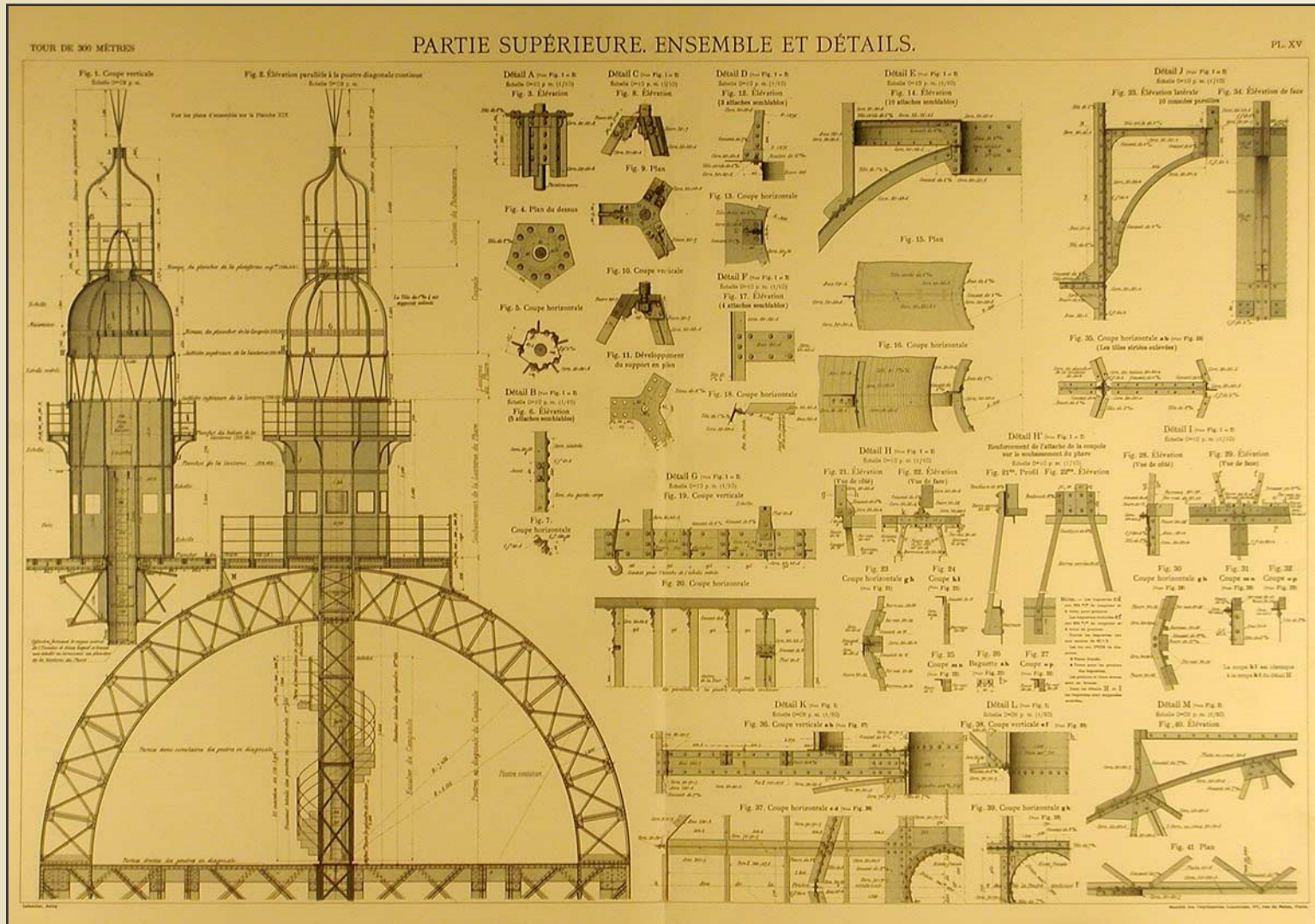


Eiffelova věž, Paříž



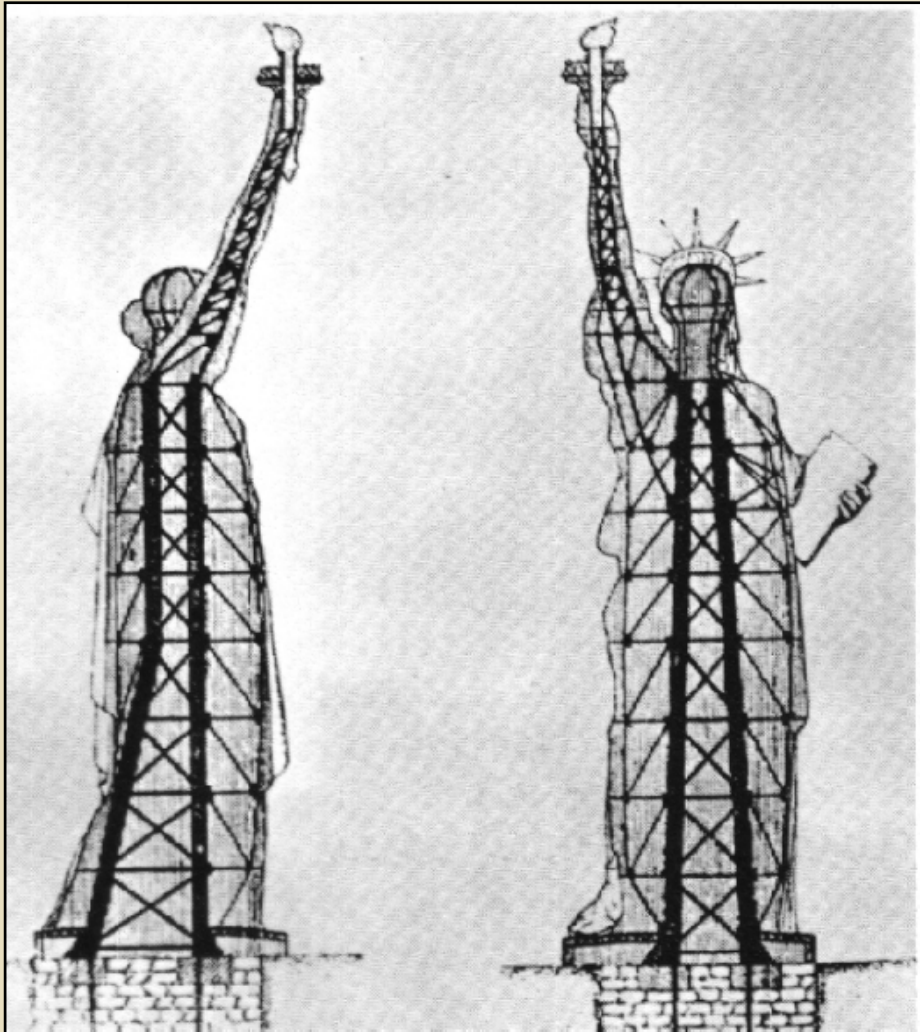
Původní projektová dokumentace Gustava Eiffela

Eiffelova věž, Paříž



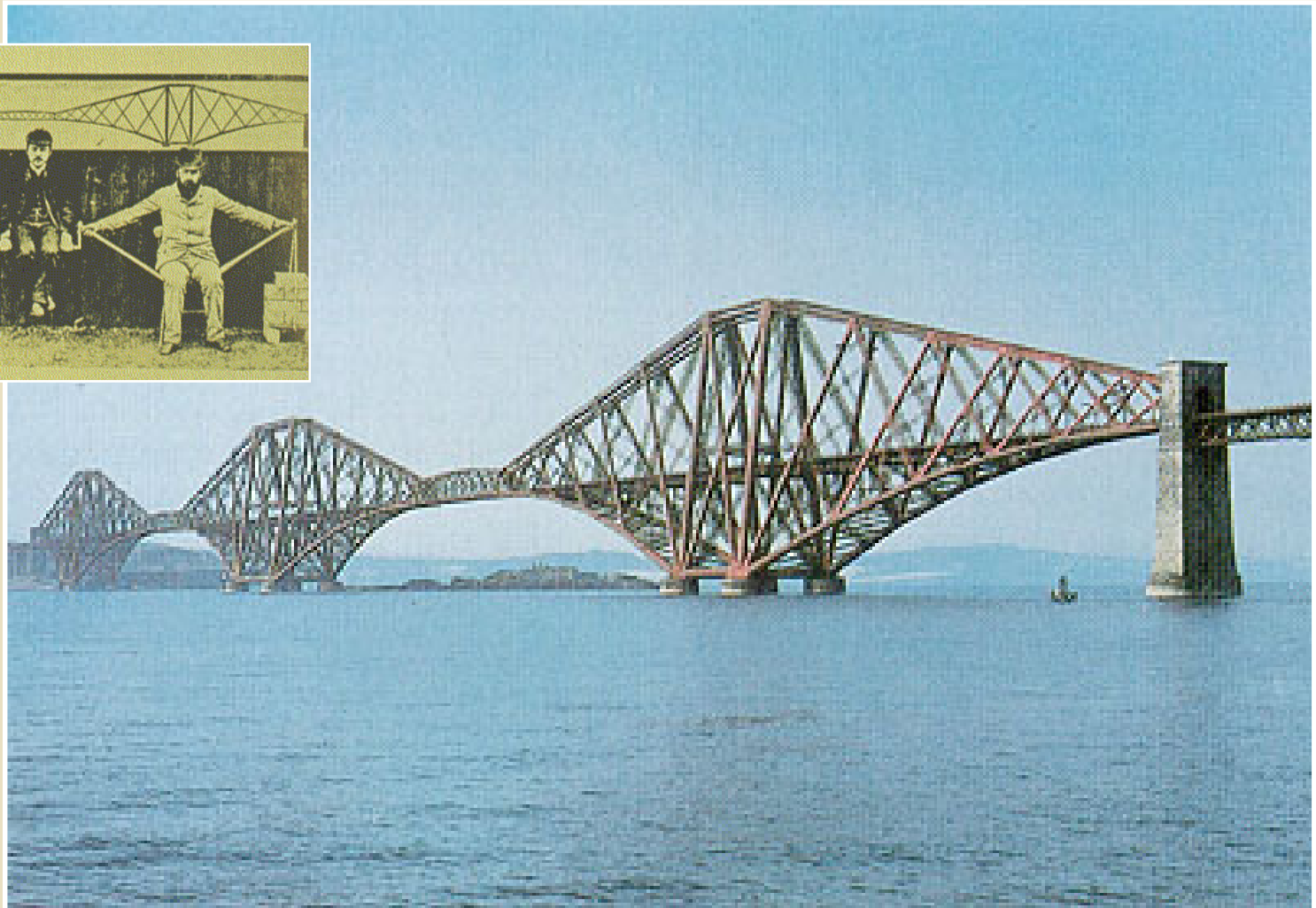
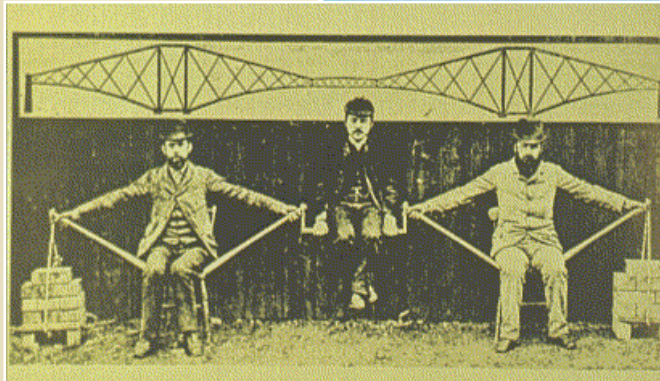
Původní projektová dokumentace Gustava Eiffela

Socha svobody, New York



Ocelová nosná konstrukce sochy z roku 1886, výška sochy 46 m, vrchol pochodně 93 m nad zemí, hmotnost 205 t, povrch tvoří jen 2,4 mm silná měděná vrstva

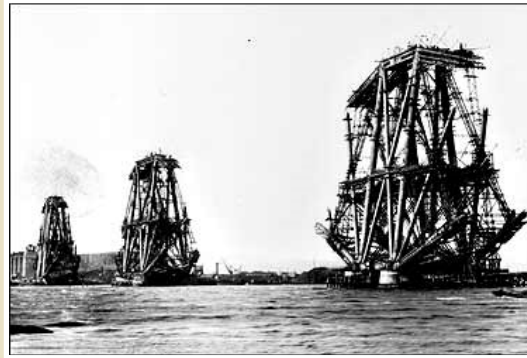
Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.

Patent německého inženýra H.Gerbera (průkopník výstavby ocelových mostů druhé poloviny 19. století), projekt a stavba inženýři John Fowler a Benjamin Baker

Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.

Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.

Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.

Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.

Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.

Museum Guggenheim, Bilbao, Španělsko



Futurologická ocelová konstrukce z roku 1997, titanové opláštění, výška 50 m, 32 000 m² plochy, architekt Frank Gehry

Museum Guggenheim, Bilbao, Španělsko



Futurologická ocelová konstrukce z roku 1997, titanové opláštění, výška 50 m, 32 000 m² plochy, architekt Frank Gehry

Museum Guggenheim, Bilbao, Španělsko



Futurologická ocelová konstrukce z roku 1997, titanové opláštění, výška 50 m,
32 000 m² plochy, architekt Frank Gehry

Museum Guggenheim, Bilbao, Španělsko



Futurologická ocelová konstrukce z roku 1997, titanové opláštění, výška 50 m, 32 000 m² plochy, architekt Frank Gehry

Museum Guggenheim, Bilbao, Španělsko



Futurologická ocelová konstrukce z roku 1997, titanové opláštění, výška 50 m, 32 000 m² plochy, architekt Frank Gehry

Budapešť, Maďarsko



Ocelový příhradový most

Dálničně-železniční most přes Dunaj v Bratislavě



Ocelový příhradový most rozpětí 460,8 m, 4 pole, modul příhrady 12,8 m.

Dálničně-železniční most přes Dunaj v Bratislavě



Ocelový příhradový most rozpětí 460,8 m, 4 pole, modul příhrady 12,8 m.

Brněnské výstaviště



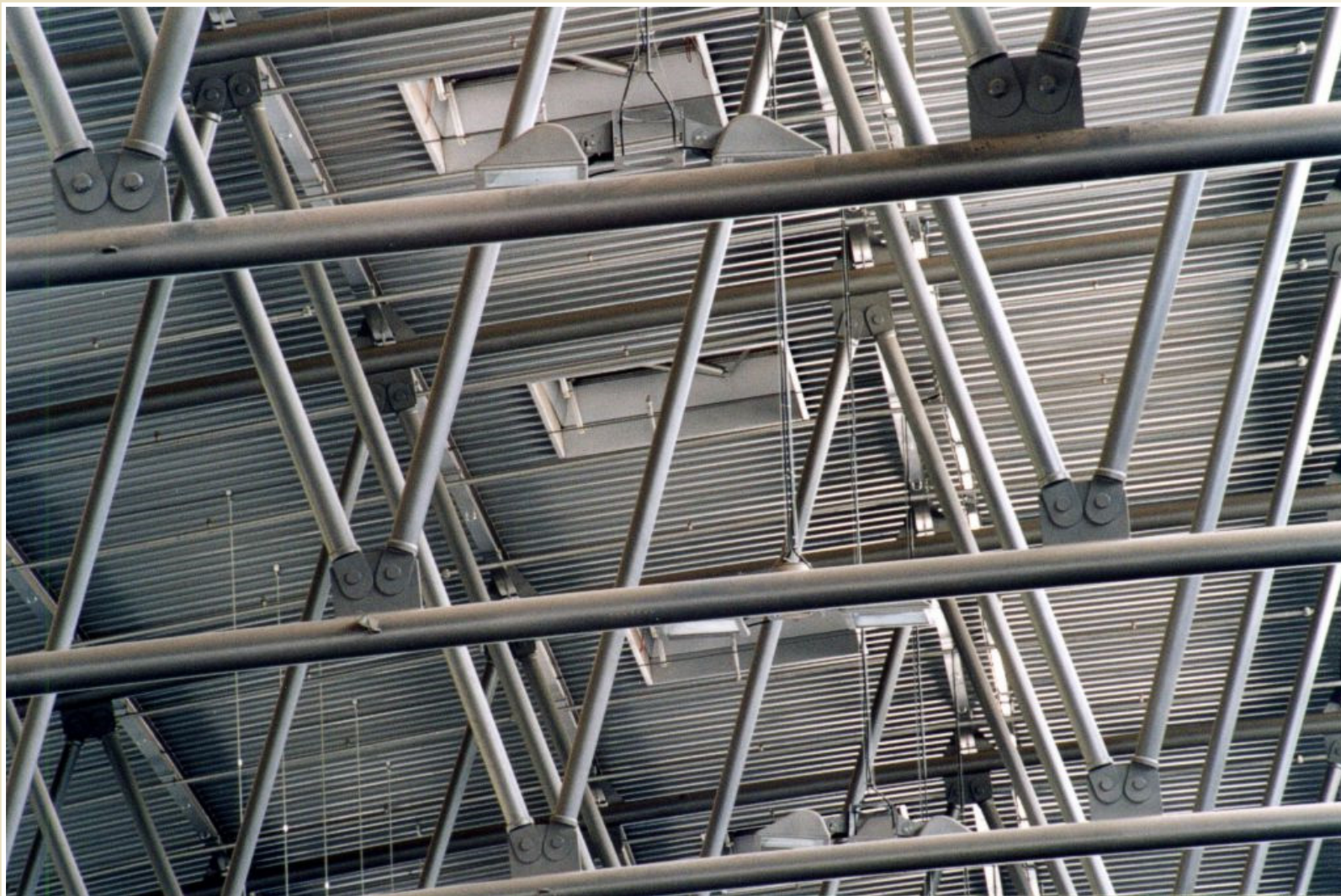
Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště

Brněnské výstaviště



Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště

Brněnské výstaviště

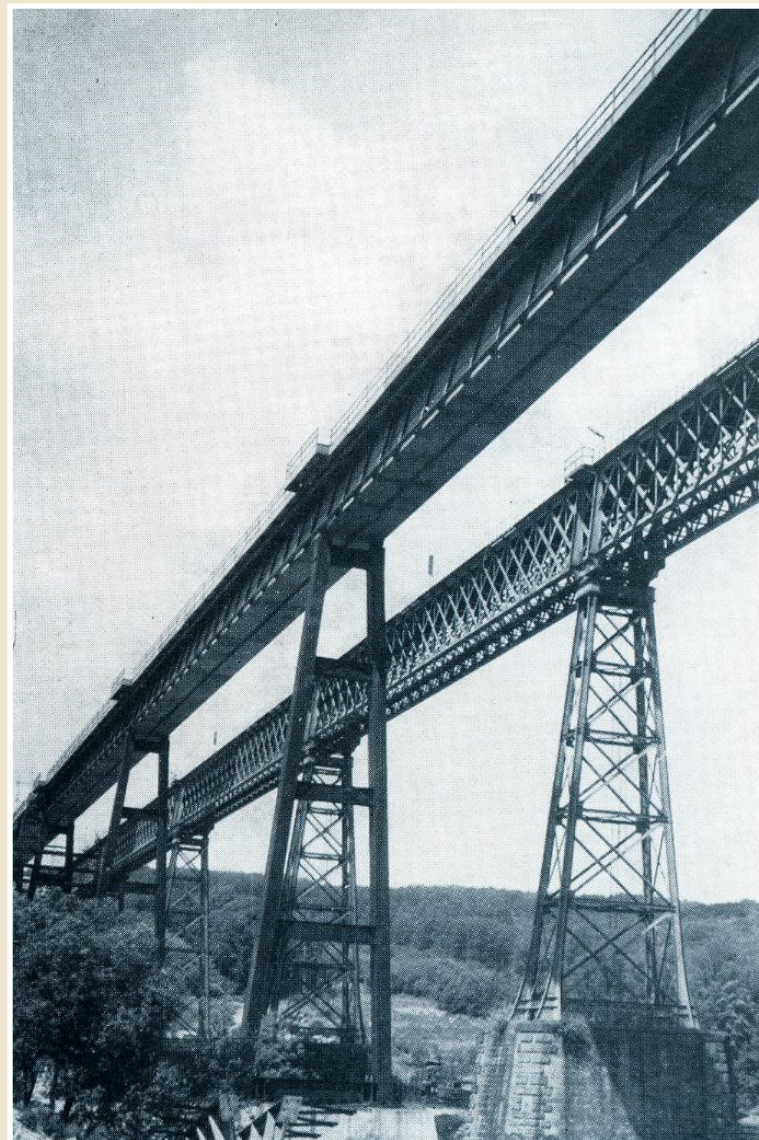


Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště

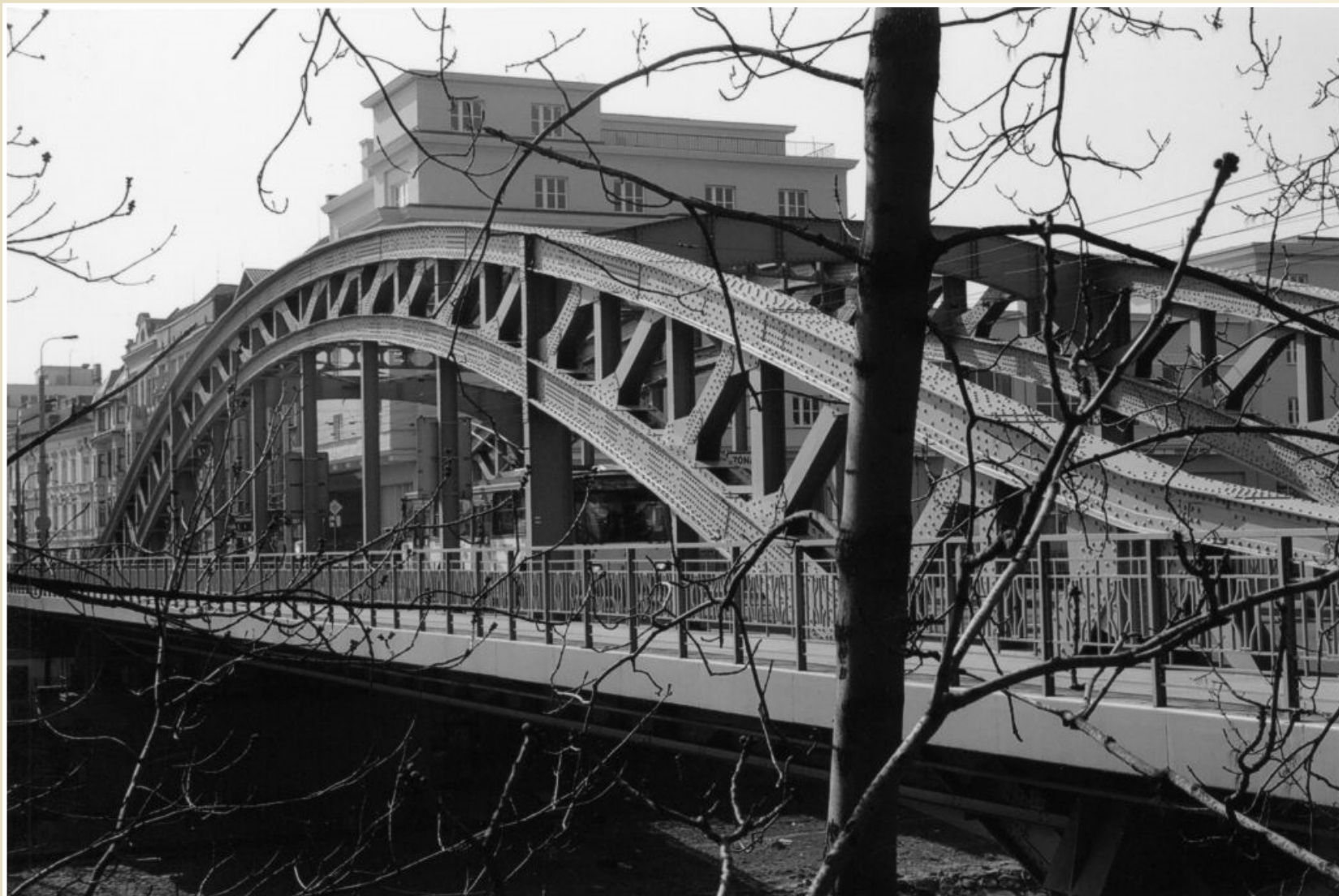
Ivančický viadukt



Ocelové mosty z roku 1887 a 1976



Most Miloše Sýkory, Ostrava



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzepětí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.

Most Miloše Sýkory, Ostrava



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzepětí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.

Most Miloše Sýkory, Ostrava



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzepětí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.

Most Miloše Sýkory, Ostrava



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzepětí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.

Most Ostrava - Petřkovice



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 50 m, vyrobeno 1929.

Most Ostrava - Petřkovice



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 50 m, vyrobeno 1929.

Most Ostrava - Petřkovice



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 50 m, vyrobeno 1929.

Železniční most, Polanecká spojka



Most přes řeku Odru z roku 1964, Polanecká spojka, Ostrava – Zábřeh

Železniční most, Polanecká spojka



Most přes řeku Odru z roku 1964, Polanecká spojka, Ostrava – Zábřeh

Železniční most, Polanecká spojka



Most přes řeku Odru z r.1964,
Polanecká spojka, Ostrava – Zábřeh

Železniční most, Polanecká spojka



Most přes železniční trať v Polance z roku 1964

Železniční most, Polanecká spojka



Most přes železniční trať v Polance z roku 1964

Železniční most, Polanecká spojka



Most přes železniční trať v Polance z roku 1964

Železniční most, Polanecká spojka



Most přes železniční trať v Polance z roku 1964

Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Lávka pro pěší, Černá louka, Ostrava



Příhradová lávka přes řeku Ostravici

Lávka pro pěší, Černá louka, Ostrava



Příhradová lávka přes řeku Ostravici

Silniční most, Ostrava - Hrabová



Příhradový most přes řeku Ostravici

Silniční most, Ostrava - Hrabová



Příhradový most přes řeku Ostravici

Silniční most, Ostrava - Hrabová



Příhradový most přes řeku Ostravici

Ostravar Aréna, Ostrava - Vítkovice



Ocelová konstrukce z roku 1980, půdorys 125x109 m, výška 31 m

Ostravar Aréna, Ostrava - Vítkovice



Ocelová konstrukce z roku 1980, půdorys 125x109 m, výška 31 m

Aula, VŠB-TU, Ostrava



Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu

Aula, VŠB-TU, Ostrava



Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu

Aula, VŠB-TU, Ostrava



Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu

Aula, VŠB-TU, Ostrava



Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu

Aula, VŠB-TU, Ostrava



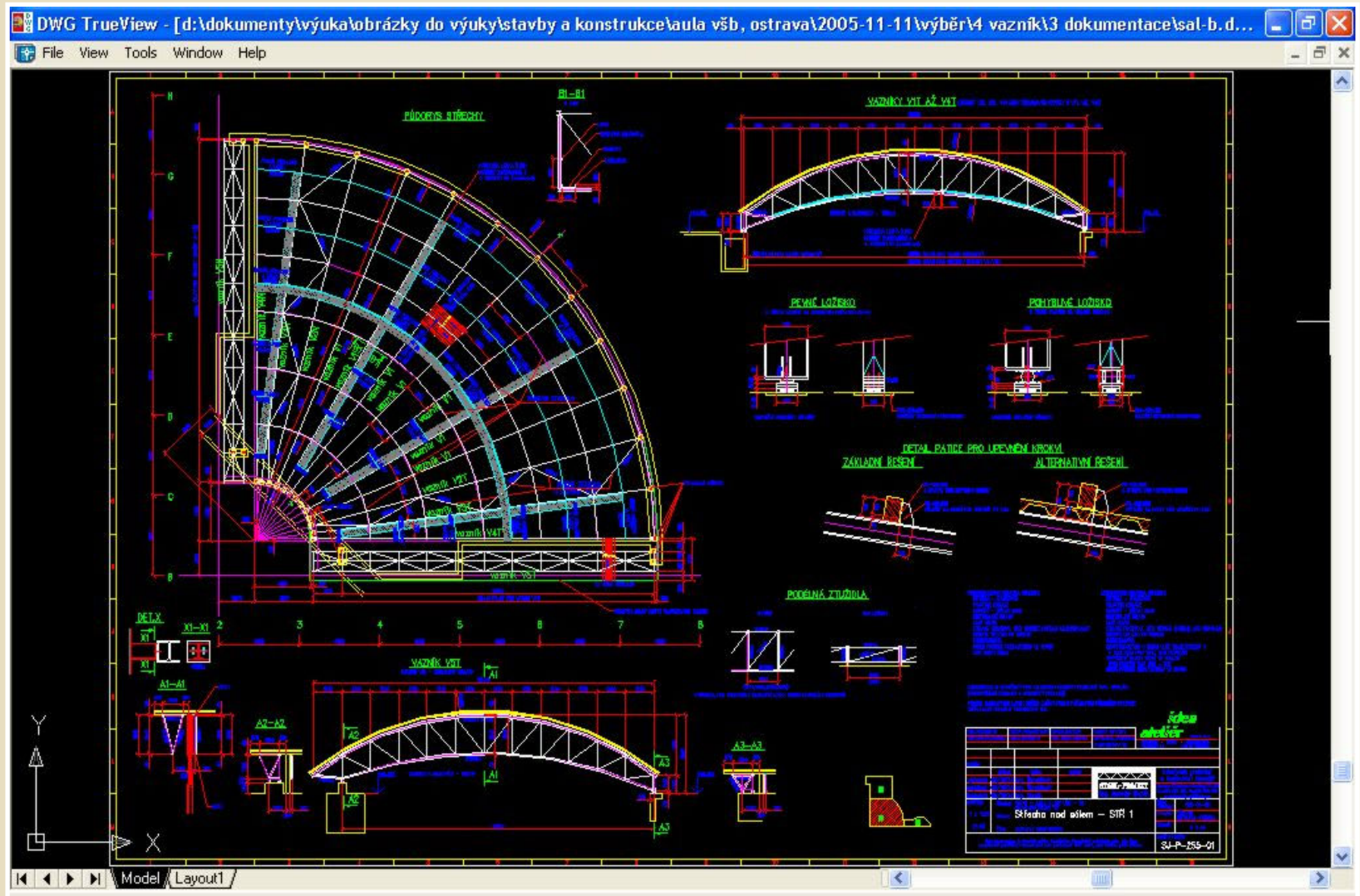
Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu

Aula, VŠB-TU, Ostrava



Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu

Aula, VŠB-TU, Ostrava



Aula, VŠB-TU, Ostrava



Ocelový příhradový vazník



Dřevěný příhradový vazník konstrukce střechy



Dřevěný příhradový vazník konstrukce střechy



Soustava dřevěných příhradových vazníků konstrukce střechy



Soustava dřevěných příhradových vazníků konstrukce střechy



Soustava dřevěných příhradových vazníků konstrukce střechy

Katolický kostel, Ostrava - Zábřeh



Rotačně symetrická příhradová konstrukce střechy

Katolický kostel, Ostrava - Zábřeh



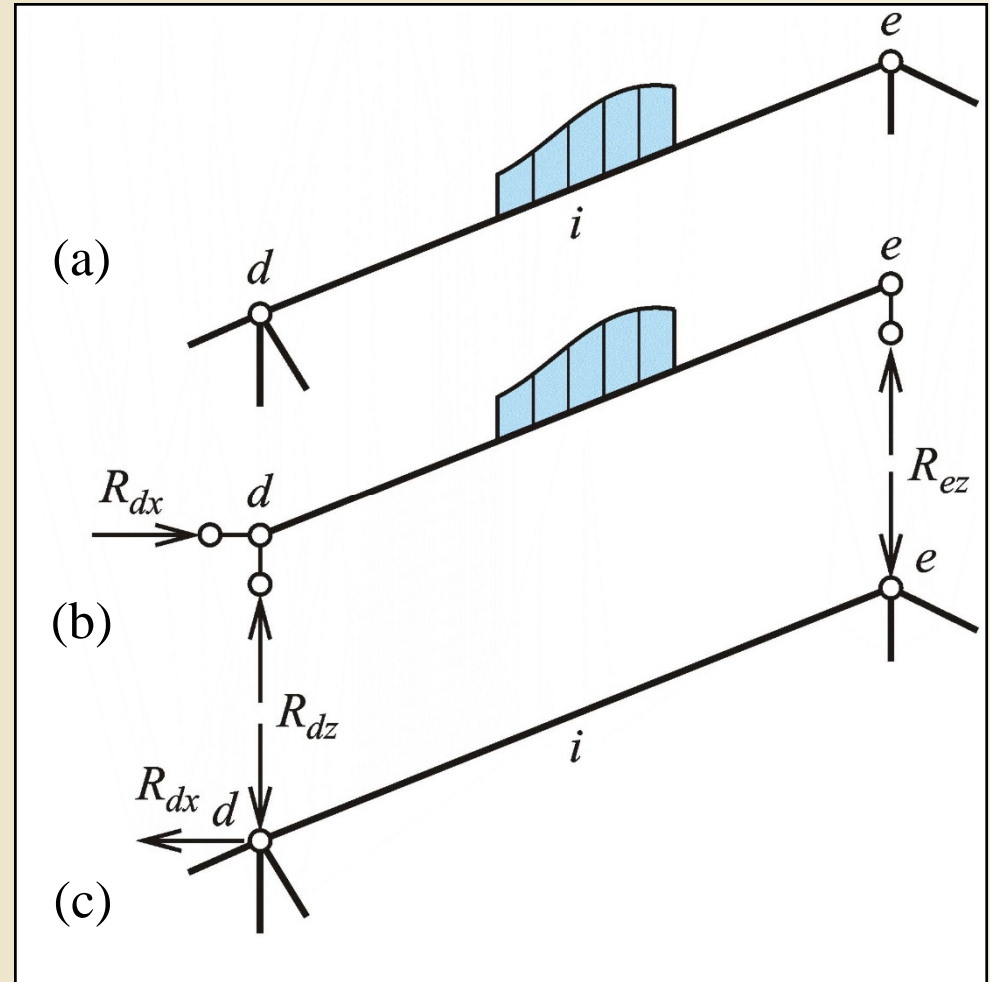
Detail rotačně symetrické příhradové konstrukce střechy

Mimostyčníkové zatížení prutů

Mimostyčníkové zatížení -
např. vlastní tíha prutu.

Řešení:

Transformace
mimostyčníkového zatížení na
bodové síly působící na
příhradový nosník ve styčnicích
 d a e .

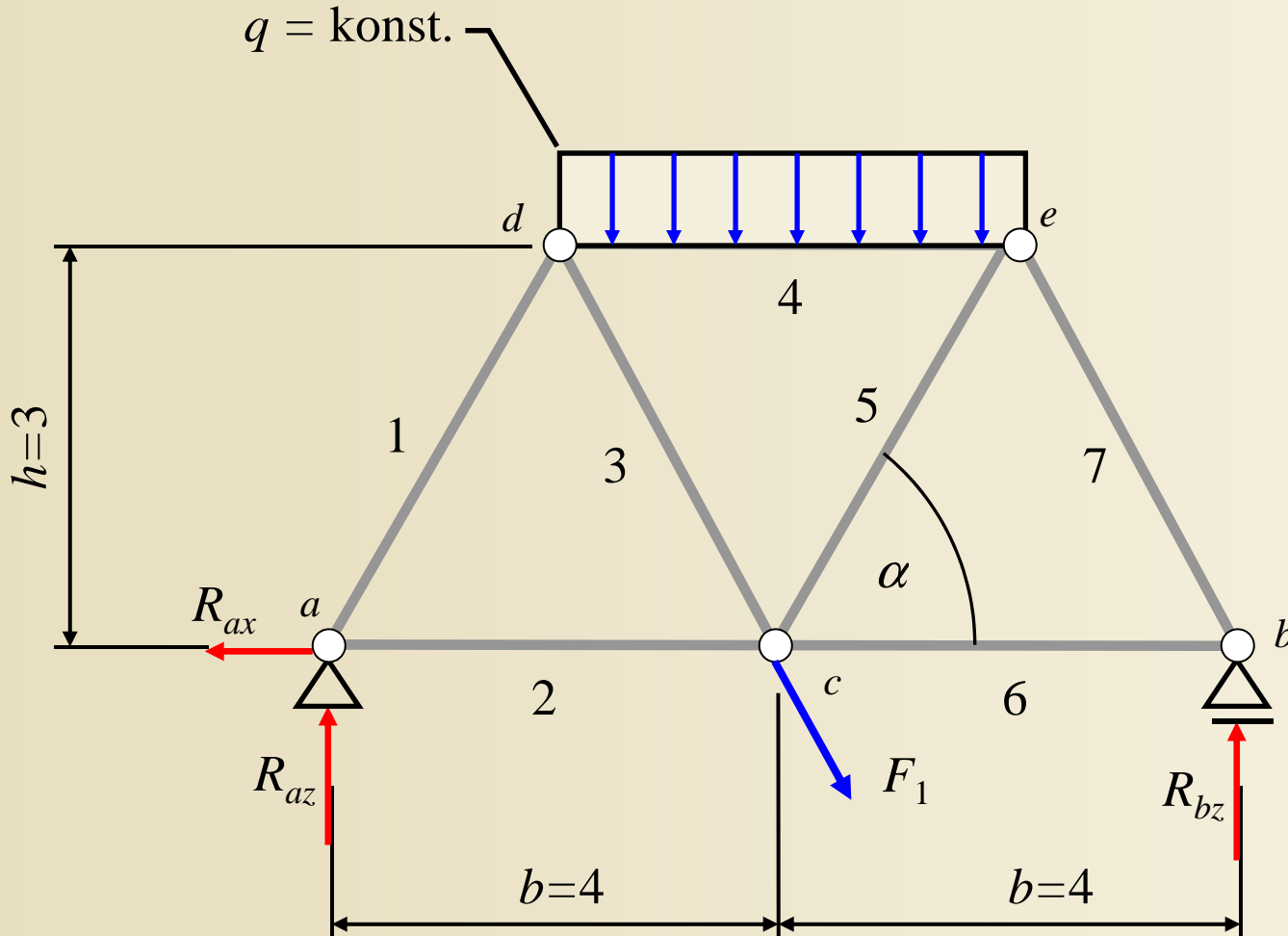


Transformace mimostyčníkového zatížení prutu na styčníkové

Obr. 10.10. / str. 167

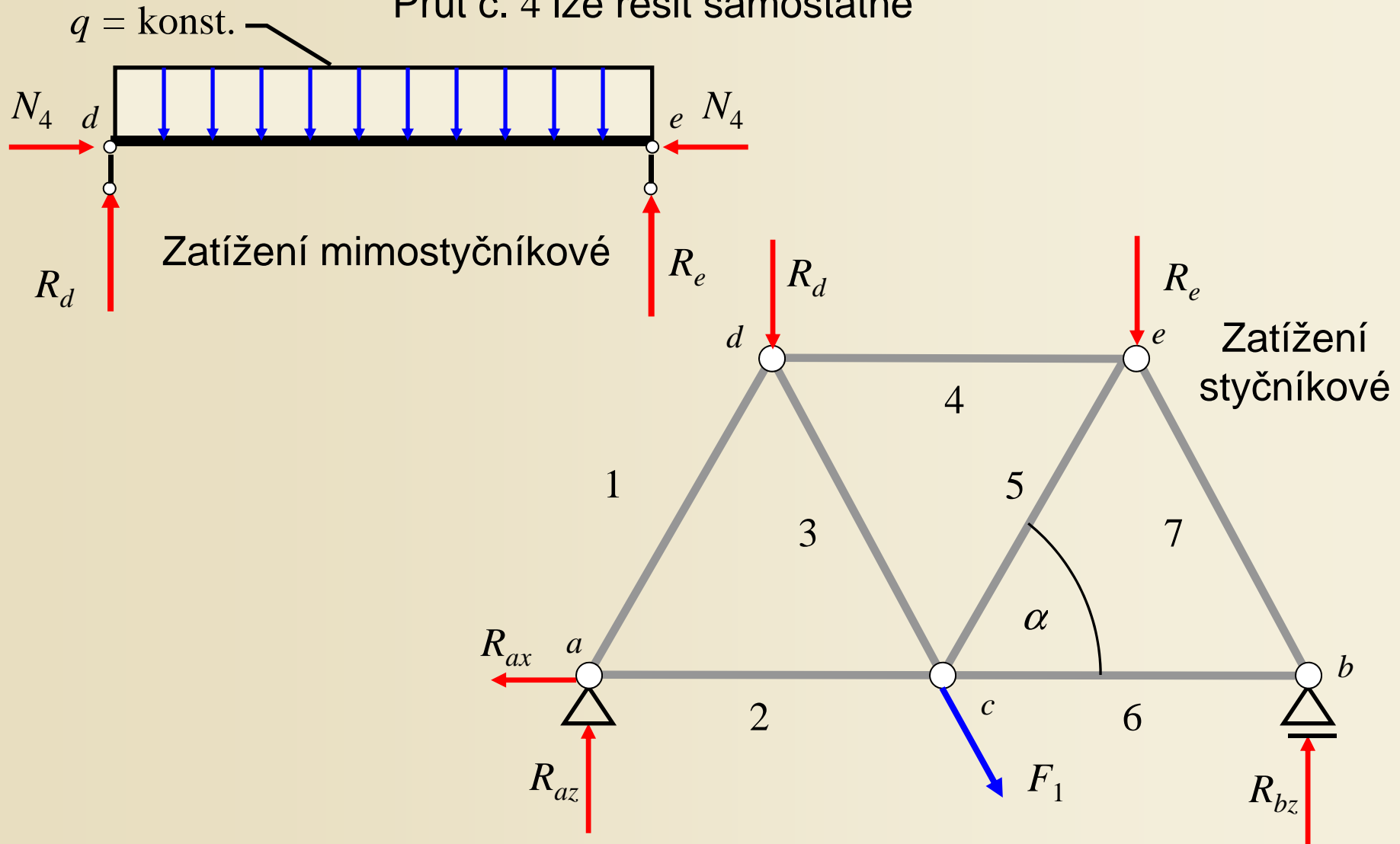
Mimostředníkové zatížení prutu 4

V prutu č. 4 vznikne v důsledku mimostředníkového zatížení rovněž V a M .

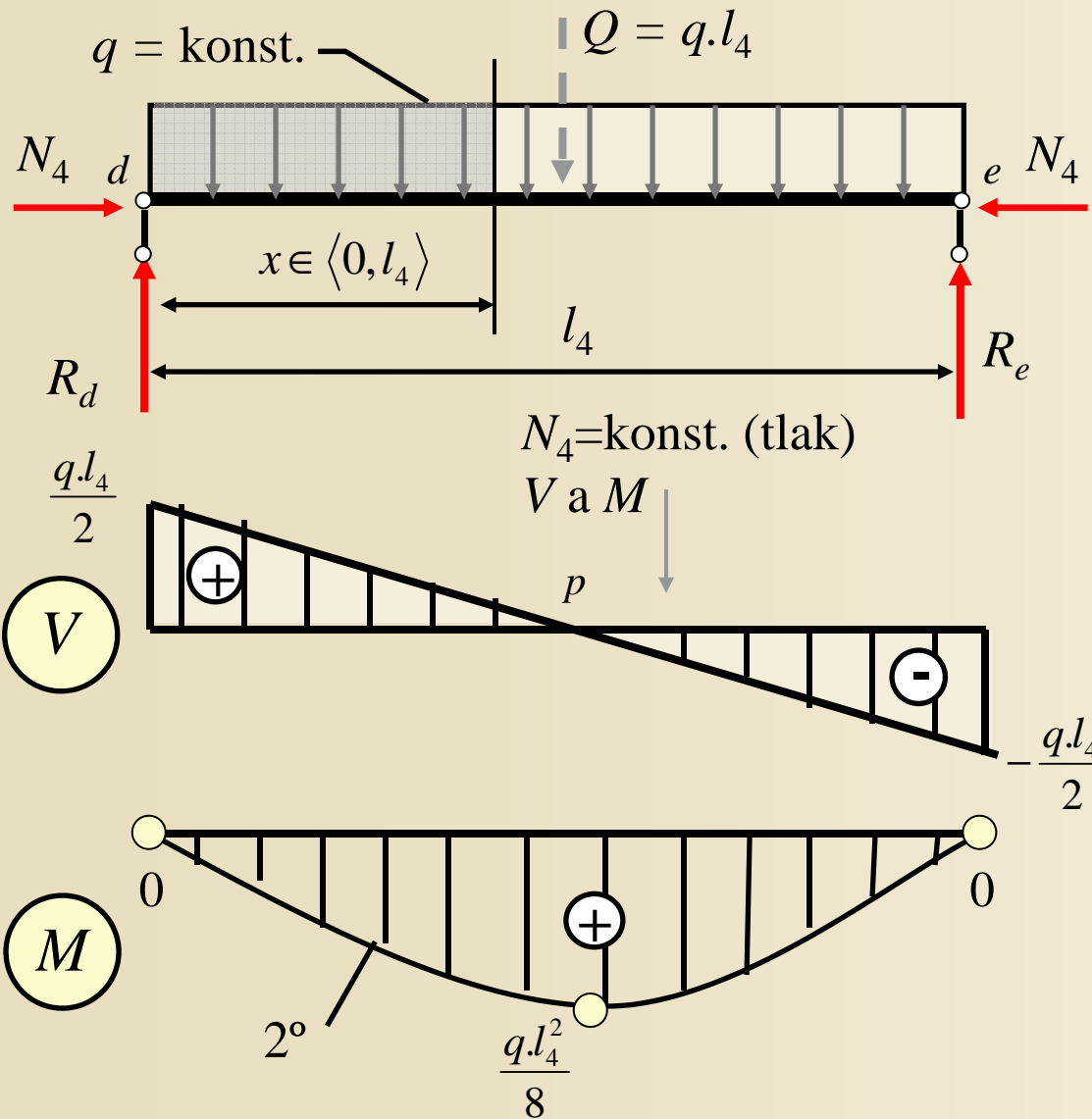


Mimostyčnickové zatížení prutu 4

Prut č. 4 lze řešit samostatně



Mimostyčnickové zatížení prutu 4



Výpočet reakcí

$$R_d = \frac{Q}{2} = \frac{q \cdot l_4}{2} (\uparrow) \quad R_e = \frac{Q}{2} = \frac{q \cdot l_4}{2} (\uparrow)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^L = R_d - q \cdot x = q \cdot \left(\frac{l_4}{2} - x \right)$$

$$V_{(d)} = V_{(x=0)} = \frac{q \cdot l_4}{2}$$

$$V_{(e)} = V_{(x=l_4)} = -\frac{q \cdot l_4}{2} = -R_e$$

$$q \cdot \left(\frac{l_4}{2} - x \right) = 0 \rightarrow x_{\max} = \frac{l_4}{2}$$

Ohybový moment

$$M_{(x)}^L = R_d \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = \frac{q}{2} \cdot (l_4 \cdot x - x^2)$$

$$M_{(d)} = M_{(x=0)} = 0 \quad M_{(e)} = M_{(x=l_4)} = 0$$

$$M_{\left(x=l_4/2\right)} = M_{(x_{\max})} = \frac{q \cdot l_4^2}{8}$$

Okruhy problémů k ústní části zkoušky

1. Podmínka statické určitosti rovinného kloubového příhradového nosníku
2. Výjimečný případ rovinného kloubového příhradového nosníku
3. Výpočet osových sil v prutech rovinného kloubového příhradového nosníku obecnou styčnickovou metodou
4. Výpočet osových sil v prutech rovinného kloubového příhradového nosníku zjednodušenou styčnickovou metodou
5. Výpočet osových sil v prutech rovinného kloubového příhradového nosníku průsečnou metodou
6. Výpočet osových sil v prutech rovinného kloubového příhradového nosníku průsečnou metodou v Ritterově úpravě
7. Výpočet vnitřních sil v prutech rovinného kloubového příhradového nosníku namáhaného mimostyčnickovým zatížením