

Téma 6 Rovinné nosníkové soustavy

- Spojitý nosník s vloženými klouby
- Trojkloubový rám a oblouk
- Trojkloubový rám a oblouk s táhlem



Katedra stavební mechaniky
Fakulta stavební, VŠB - Technická univerzita Ostrava

Zajištění nehybnosti rovinné kloubové prutové soustavy

Viz téma č. 3

$$2b + 3p = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 2 \cdot \sum_{n=3,4,\dots} (n-1)k_n$$

počet statických podmínek rovnováhy,
počet stupňů volnosti n_v

počet vnějších a vnitřních vazeb
 $v = v_e + v_i$

b ... počet hmotných bodů

p ... počet tuhých prutů (desek)

a_1 ... počet jednonásobných vazeb

a_2 ... počet dvojnásobných vazeb
(i vnitřní kloub spojující 2 tuhé pruty - desky)

a_3 ... počet trojnásobných vazeb

k_n ... počet vnitřních kloubů, spojujících $n > 2$ tuhých prutů (desek)

$n_v = v$ kinematically určitá soustava

$n_v < v$ kinematically přeuročitá soustava

$n_v > v$ kinematically neurčitá soustava

Pojem rovinné nosníkové soustavy

2 / 129

Základní typy nosníkových soustav v rovině xz

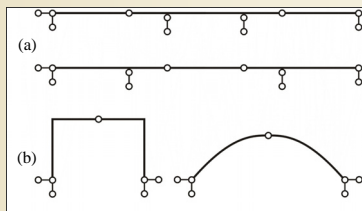
Viz téma č. 3

- a) Spojitý nosník
s vloženými klouby
(tzv. Gerberův nosník)



Heinrich Gerber
(1832 - 1912)
významný německý
konstruktér
ocelových mostů

- b) Trojkloubový rám
nebo oblouk



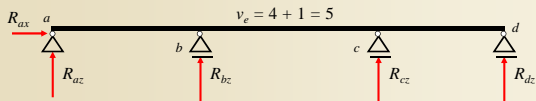
Základní typy kinematically určitých rovinných kloubových soustav

Obr. 6.22. / str. 87

Pojem rovinné nosníkové soustavy

3 / 129

Vlastnosti spojitého nosníku s vloženými klouby



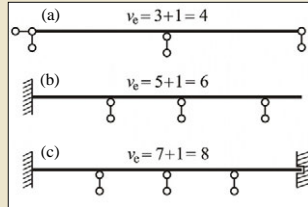
Statické schéma **spojitého nosníku** 3 polí (4 podporách)

Konstrukce staticky neurčitá

Pouze 1 vazba proti vodorovnému posunutí, více než 2 svislé podpory

Podpory **krajní** a **vnitřní**

Pole – část nosníku mezi 2 sousedními podporami (krajní a vnitřní)



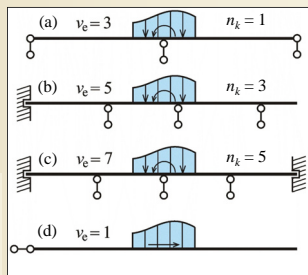
Příklady spojitých nosníků
Obr. 9.1. / str. 145

Rozklad spojitého nosníku v rovinné úloze

Osová úloha – 1 vazba proti vodorovnému posunutí a vodorovné zatížení, staticky určitá úloha, vložením kloubů se nemění.

Příčná úloha – více než 2 svislé vazby, zatížení příčné, staticky neurčitá úloha. Kompenzace vložením kloubů: $n_k = v_e - 2$

Do staticky neurčitého spojitého nosníku je nutno vložit tolik kloubů, kolik činí počet vnitřních podpor nosníku zvětšený o jedničku za každé případné vetknutí konce.



Rozklad spojitého nosníku v rovinné úloze na úlohu osovou a příčnou
Obr. 9.2. / str. 146

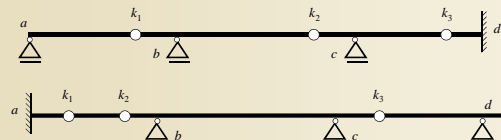
Správné rozvržení kloubů na spojitý nosník

Platí následující pravidla:

a) v krajním poli s kloubově podepřeným nebo převislým koncem smí být nejvýše 1 kloub

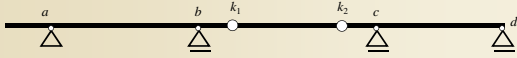


b) v krajním poli s vetknutým koncem musí být alespoň 1 a smí být nejvýše 2 klouby



Správné rozvržení kloubů na spojitěm nosníku

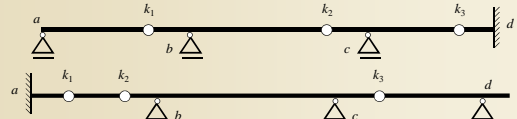
c) ve vnitřním poli smí být nejvýše 2 klouby



d) ve dvojici sousedních polí musí být alespoň 1 kloub (nesmí sousedit 2 pole bez vložených kloubů)



e) ve dvojici sousedních polí, z nichž jedno je krajní s vetknutým koncem, musí být alespoň 2 klouby

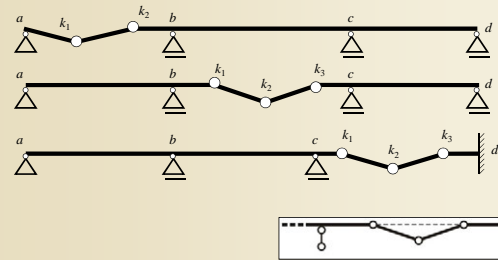


Spojitém nosník s vloženými klouby

7 / 129

Pohyblivý mechanismus – výjimečné případy

Na nosníku nesmí vzniknout nestabilní část – **pohyblivý mechanismus**.
Vzniká v důsledku nedodržení předchozích pravidel.



Pohyblivý mechanismus
Obr. 9.3. / str. 146

Spojitém nosník s vloženými klouby

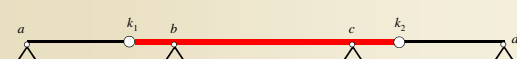
8 / 129

Typické způsoby rozvržení kloubů v konstrukci

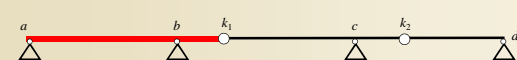
a) krajní pole bez kloubů, vnitřní pole s 2 klouby



b) krajní pole s 1 kloubem, vnitřní bez kloubů



c) první (krajní) pole bez kloubu, v ostatních polích po 1 kloubu



Nosníky **nesoucí** (červená tlustá čára) a **nesené** (černá tenká čára).

Spojitém nosník s vloženými klouby

9 / 129

Krajní pole bez kloubu, v ostatních polích po 1 kloubu



Centrum pokročilých technologií, VŠB-TU Ostrava, realizace 2007

Spojitý nosník s vloženými kloubu

10 / 129

Krajní pole bez kloubu, v ostatních polích po 1 kloubu



Centrum pokročilých technologií, VŠB-TU Ostrava, realizace 2007

Spojitý nosník s vloženými kloubu

11 / 129

Krajní pole bez kloubu, v ostatních polích po 1 kloubu



Centrum pokročilých technologií, VŠB-TU Ostrava, realizace 2007

Spojitý nosník s vloženými kloubu

12 / 129

Krajní pole bez kloubu, v ostatních polích po 1 kloubu



Centrum pokročilých technologií, VŠB-TU Ostrava, realizace 2007

Spojitý nosník s vloženými klouby 13 / 129

Krajní pole bez kloubu, v ostatních polích po 1 kloubu



Centrum pokročilých technologií, VŠB-TU Ostrava, realizace 2007

Spojitý nosník s vloženými klouby 14 / 129

Krajní pole bez kloubu, v ostatních polích po 1 kloubu



Centrum pokročilých technologií, VŠB-TU Ostrava, realizace 2007

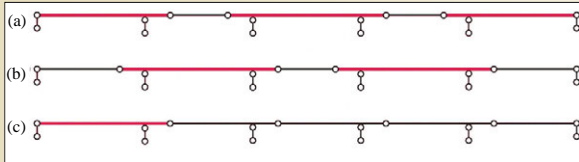
Spojitý nosník s vloženými klouby 15 / 129

Typické způsoby rozvržení kloubů v konstrukci

Nesoucí nosníky (červená tlustá čára) – dostatečně podepřeny vnějšími vazbami, nosná funkce zachována i při odstranění nesených nosníků.

Nesené nosníky (černá tenká čára) – podepřeny také konci nosníků nesoucích, bez nich není nosná funkce zaručena.

Případ (c) nedoporučuje, při vyřazení jediného nosoucího nosníku hrozí řetězové zhroutilí celé konstrukce.



Tři typické způsoby rozvržení vložených kloubů ve spojitém nosníku

Obr. 9.4. / str. 147

Spojité nosníky s vloženými klouby

16 / 129

Postup při řešení spojitého nosníku s vloženými klouby

a) V místě vložených kloubů zrušit vnitřní vazbu proti svislému posunutí (rozdělení spojitého nosníku na nosníky nesoucí a nesené).

b) Zavedení svislých silových interakcí R – na neseném nosníku reakce (zdola nahoru), na nesoucím akce (shora dolů).

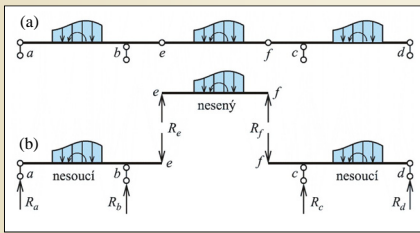
c) Ve vnějších vazbách svislé reakce R (zdola nahoru), ve vnitřních momentová reakce.

d) Z momentových podmínek rovnováhy k podporovým bodům určit reakce neseného nosníku

e) Každý nesoucí nosník zatížit akcemi nesených nosníků, z podmínek rovnováhy určit reakce

ve vnějších vazbách Rozklad spojitého nosníku s klouby na nosníky nesoucí a nesené

Obr. 9.5. / str. 147

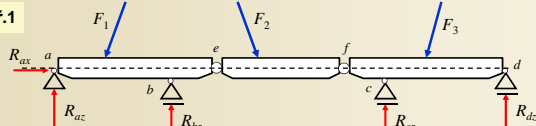


Spojité nosníky s vloženými klouby

17 / 129

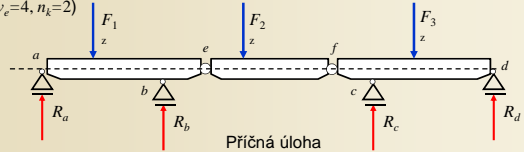
Postup při řešení spojitého nosníku s vloženými klouby

Př.1



a) Počáteční analýza: $3 \cdot p = a_1 + 2 \cdot a_2 = 9 \quad p=3, a_1=3, a_2=3$

b) Rozklad na úlohu **osovou** ($v_e=1$, vodorovné zatížení přebírá R_{ax}) a **příčnou** ($v_e=4, n_k=2$)



Příčná úloha

Spojité nosníky s vloženými klouby

18 / 129

Postup při řešení spojitého nosníku s vloženými klouby

c) Rozklad na nosníky nesené a nesoucí, určení reakcí z podmínek rovnováhy

1. $\Sigma M_f = 0$ R_e
 2. $\Sigma M_e = 0$ R_f
 kontrola $R_c = 0$

3. $\Sigma M_a = 0$ R_b
 4. $\Sigma M_b = 0$ R_a
 kontrola $R_c = 0$

5. $\Sigma M_c = 0$ R_d
 6. $\Sigma M_d = 0$ R_c
 kontrola $R_c = 0$

Spojitý nosník s vloženými klouby 19 / 129

Postup při řešení spojitého nosníku s vloženými klouby

Př.2

a) Počáteční analýza: $3 \cdot p = a_1 + 2 \cdot a_2 + 3 \cdot a_3 = 9$ $p=3, a_1=2, a_2=2, a_3=1$
 b) Rozklad na úlohu **osovou** ($v_e=1$, vodorovné zatížení přebírá R_{cx}) a **příčnou** ($v_e=4, n_k=2$)

Příčná úloha

Spojitý nosník s vloženými klouby 20 / 129

Postup při řešení spojitého nosníku s vloženými klouby

c) Rozklad na nosníky nesené a nesoucí, určení reakcí z podmínek rovnováhy

1. $\Sigma M_e = 0$ R_d
 2. $\Sigma M_d = 0$ R_e
 kontrola $R_c = 0$

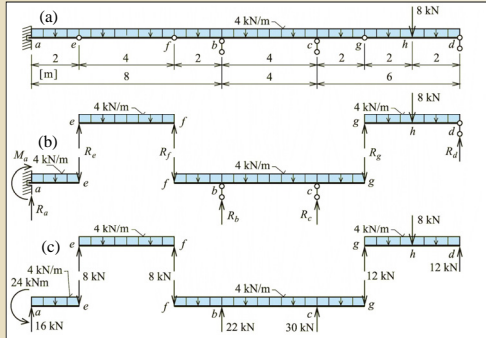
3. $\Sigma M_a = 0$ R_b
 4. $\Sigma M_b = 0$ R_a
 kontrola $R_c = 0$

5. $\Sigma M_c = 0$ M_c
 6. $\Sigma M_e = 0$ R_c
 kontrola $R_c = 0$

Spojitý nosník s vloženými klouby 21 / 129

Příklad 6.1 – reakce a interakce

Obdobně:



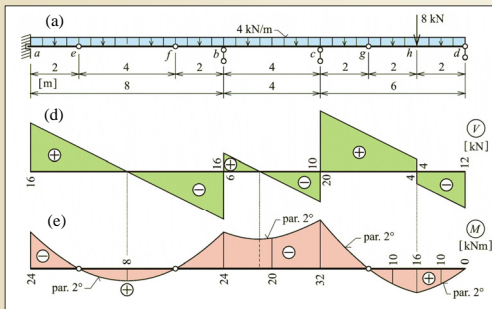
Zadání příkladu 6.1 a výpočet reakcí
Obr. 9.6. / str. 149

Spojitý nosník s vloženými klouby

22 / 129

Příklad 6.1 – průběh vnitřních sil

Průběhy vnitřních sil – nesené a nesoucí nosníky již působí jako celek.



M ve vložených kloubech nulový.

Zadání a řešení příkladu 6.1
Obr. 9.6. / str. 149

Spojitý nosník s vloženými klouby

23 / 129

Umístění vložených kloubů uvnitř pole spojitého nosníku

Snaha o vyrovnání extrémů ohybových momentů: $M_{\max} = |M_{\min}|$

Pro případ stejně dlouhých polí se střídavě vloženými klouby tak, že pole s 2 klouby sousedí s polem bez kloubů, a s plným rovnoměrným zatížením:

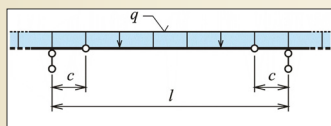
$$M_{\max} = \frac{1}{8} q (l - 2c)^2 \quad \rightarrow \quad \gamma = \frac{c}{l} \quad \rightarrow \quad M_{\max} = \frac{1}{8} q l^2 (1 - 4\gamma + 4\gamma^2)$$

$$M_{\min} = -\frac{1}{2} q l (l - 2c)c \quad \rightarrow \quad M_{\min} = -\frac{1}{2} q l^2 (\gamma - \gamma^2)$$

$$M_{\max} = |M_{\min}| \quad \rightarrow \quad 8\gamma^2 - 8\gamma + 1 = 0$$

Řešení: $\gamma \approx 0,146 \approx \frac{1}{7}$

Závěr: neúčinnější umístění kloubů v sedminách rozpětí pole od nejbližší podpory



Optimální umístění kloubů
Obr. 9.7. / str. 150

Spojitý nosník s vloženými klouby

24 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby

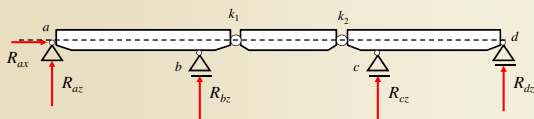


Most přes železniční trať z roku 1980, Ostrava – Svinov, délka 130 m, hmotnost 2.840 t

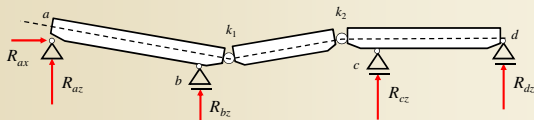
Spojité nosník s vloženými klouby

25 / 129

Schéma statického systému mostu



Příklad poklesu vlivem poddolování



Spojité nosník s vloženými klouby

26 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Most přes železniční trať z roku 1980, Ostrava – Svinov, délka 130 m, hmotnost 2.840 t

Spojité nosník s vloženými klouby

27 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Most přes železniční trať z roku 1980, Ostrava – Svinov, délka 130 m, hmotnost 2.840 t

Spojité nosník s vloženými klouby

28 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Most přes železniční trať z roku 1980, Ostrava – Svinov, délka 130 m, hmotnost 2.840 t

Spojité nosník s vloženými klouby

29 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Most přes železniční trať z roku 1980, Ostrava – Svinov, délka 130 m, hmotnost 2.840 t

Spojité nosník s vloženými klouby

30 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

31 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

32 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

33 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

34 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

35 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

36 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby

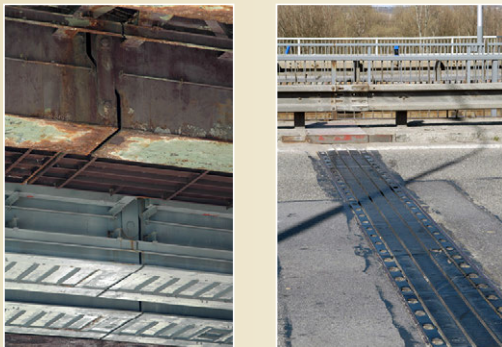


Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

37 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

38 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

39 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

40 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

41 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

42 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

43 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

44 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Ocelový most přes řeku Odru z roku 1980, délka 130 m, hmotnost 2.840 t, Ostrava - Svinov

Spojité nosník s vloženými klouby

45 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Most přes řeku Ostravici, 2 pole, 1 vnitřní kloub, oboustranný převislý konec, Černá louka, Ostrava
Spojitý nosník s vloženými klouby 46 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



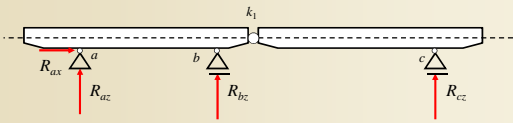
Most přes řeku Ostravici, 2 pole, 1 vnitřní kloub, oboustranný převislý konec, Černá louka, Ostrava
Spojitý nosník s vloženými klouby 47 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby

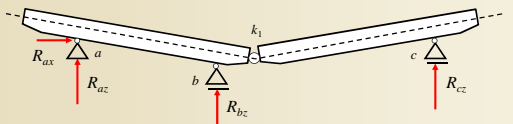


Most přes řeku Ostravici, 2 pole, 1 vnitřní kloub, oboustranný převislý konec, Černá louka, Ostrava
Spojitý nosník s vloženými klouby 48 / 129

Schéma statického systému mostu



Příklad poklesu vlivem poddolování



Spojitý nosník s vloženými klouby

49 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Most přes řeku Ostravici, 2 pole, 1 vnitřní kloub, oboustranný převislý konec, Černá louka, Ostrava

Spojitý nosník s vloženými klouby

50 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Most přes řeku Ostravici, 3 pole, 2 vnitřní klouby, Černá louka, Ostrava

Spojitý nosník s vloženými klouby

51 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Most přes řeku Ostravici, 3 pole, 2 vnitřní klouby, Černá louka, Ostrava

Spojité nosník s vloženými klouby

52 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Most přes řeku Ostravici, 3 pole, 2 vnitřní klouby, Černá louka, Ostrava

Spojité nosník s vloženými klouby

53 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Most přes řeku Ostravici, 3 pole, 2 vnitřní klouby, Černá louka, Ostrava

Spojité nosník s vloženými klouby

54 / 129

Ukázky spojitého nosníku s vloženými klouby



Most přes řeku Ostravici, detail uložení, Černá louka, Ostrava

Spojitý nosník s vloženými klouby

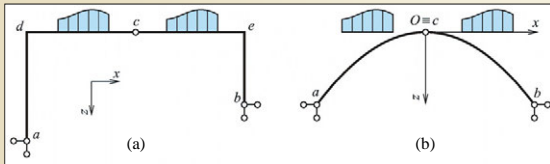
55 / 129

Vlastnosti trojkloubového rámu a oblouku

Trojkloubový rám (oblouk) :

a) dva rovinně lomené (zakřivené) nosníky v rovinné úloze s kloubovým spojením a podepřením dvěma kloubovými vodorovně i svisle neposuvnými podporami

b) rovinně lomený (zakřivený) nosník v rovinné úloze se dvěma kloubovými vodorovně i svisle neposuvnými podporami – **dvojklobový rám (oblouk)**, je kinematically přeřucitý a 1x staticky neurčitý. Vložení 1 kloubu vznikne soustava kinematically i staticky určitá.



Trojkloubový rám a oblouk

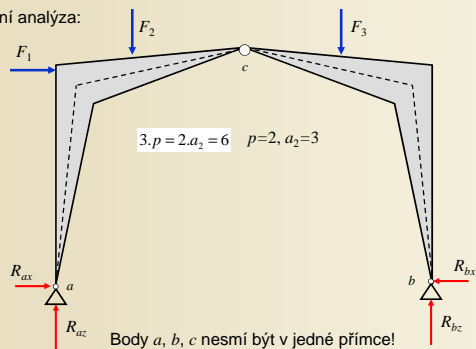
Obr. 9.8. / str. 151

Trojkloubový rám a oblouk

56 / 129

Vlastnosti trojkloubového rámu a oblouku

Počáteční analýza:



Trojkloubový rám a oblouk

57 / 129

Postup při výpočtu složek reakcí trojkloubového rámu nebo oblouku

Výpočet čtyř složek reakcí: 3 podmínky rovnováhy + podmínka $M_c^L = M_c^P = 0$

Postup: 1. $\sum M_a = 0$

2. $M_c^P = 0$ R_{bx}, R_{bz}

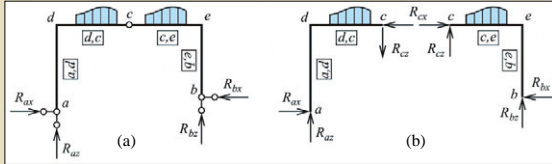
Kontrola: 5. $R_x = 0$

6. $R_z = 0$

3. $\sum M_b = 0$

4. $M_c^L = 0$ R_{ax}, R_{az}

Složky interakce ve vnitřních vazbách kloubu z podmínek na levé nebo pravé části rámu (oblouku).



Složky reakcí a interakce trojkloubového rámu

Obr. 9.9. / str. 151

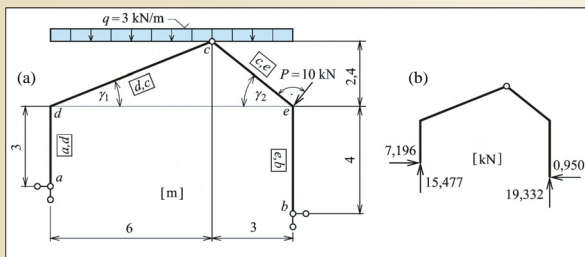
Trojkloubový rám a oblouk

58 / 129

Příklad 6.2

Zadání: Trojkloubový rám o nesteré výškové úrovni podpor

Předmět výpočtu: Složky reakcí a interakce v kloubu rámu, průběh vnitřních sil



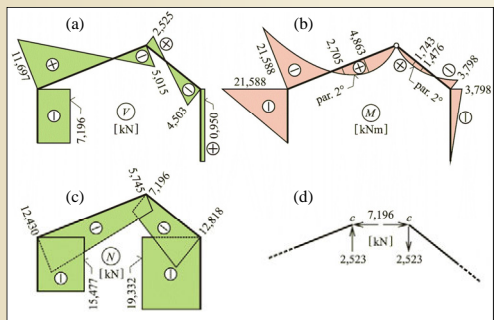
Zadání příkladu 6.2 a vypočtené reakce

Obr. 9.10. / str. 153

Trojkloubový rám a oblouk

59 / 129

Příklad 6.2



Řešení příkladu 6.2

Obr. 9.11. / str. 153

Trojkloubový rám a oblouk

60 / 129

Příklad 6.3

Zadání: Parabolický trojkloubový oblouk

Předmět výpočtu: Složky reakcí a interakce v kloubu oblouku, průběh vnitřních sil

Zadání a řešení příkladu 6.3
Obr. 9.12. / str. 154

Trojkloubový rám a oblouk 61 / 129

Příklad výpočtu trojkloubového oblouku

Výpočet s pomocí tabulkového procesoru

$z(x) = k \cdot x^2$ $\text{tg } \psi = \frac{dz}{dx} = [k \cdot x^2]' = 2 \cdot k \cdot x$

Trojkloubový rám a oblouk 62 / 129

Příklad - tvar, tečna

Tabulkový výpočet (Excel)

$z(x) = k \cdot x^2$
 $\text{tg } \psi = 2 \cdot k \cdot x$

$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \psi}}$

$\sin \psi = \frac{\text{tg } \psi}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \psi}}$

Geometrie oblouku

x	z	tg ψ	ψ [rad]	ψ [deg]	cos ψ	sin ψ
-5.00	4.00	-1.690000	-1.012197	-57.994617	0.529999	-0.847998
-4.50	3.24	-1.440000	-0.963809	-55.22169	0.570396	-0.821370
-4.00	2.56	-1.280000	-0.907593	-52.001268	0.615644	-0.788024
-3.50	1.96	-1.120000	-0.841942	-48.239700	0.666016	-0.745938
-3.00	1.44	-0.960000	-0.764993	-43.830861	0.721387	-0.692532
-2.50	1.00	-0.800000	-0.674741	-38.659806	0.780869	-0.624695
-2.00	0.64	-0.640000	-0.569313	-32.619243	0.842271	-0.539054
-1.50	0.36	-0.480000	-0.447520	-25.641006	0.901523	-0.432731
-1.00	0.16	-0.320000	-0.309703	-17.744672	0.952424	-0.304776
-0.50	0.04	-0.160000	-0.158655	-9.090277	0.987441	-0.157991
0.00	0.00	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000
0.50	0.04	0.160000	0.158655	9.090277	0.987441	0.157991
1.00	0.16	0.320000	0.309703	17.744672	0.952424	0.304776
1.50	0.36	0.480000	0.447520	25.641006	0.901523	0.432731
2.00	0.64	0.640000	0.569313	32.619243	0.842271	0.539054
2.50	1.00	0.800000	0.674741	38.659806	0.780869	0.624695
3.00	1.44	0.960000	0.764993	43.830861	0.721387	0.692532
3.50	1.96	1.120000	0.841942	48.239700	0.666016	0.745938
4.00	2.56	1.280000	0.907593	52.001268	0.615644	0.788024
4.50	3.24	1.440000	0.963809	55.22169	0.570396	0.821370
5.00	4.00	1.600000	1.012197	57.994617	0.529999	0.847998

Trojkloubový rám a oblouk 63 / 129

Příklad výpočtu trojkloubového oblouku

Výpočet složek reakcí pomocí podmínek rovnováhy

1. $R_x = 0$ R_{ax}, R_{bx}

$$q \cdot f - R_{ax} - R_{bx} = 0$$

2. $\sum M_a = 0$ R_{bz}

$$-\frac{q \cdot f^2}{2} + R_{bz} \cdot l = 0$$

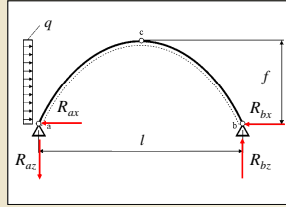
$$R_{bz} = \frac{q \cdot f^2}{2 \cdot l} = 2,40 \text{ kN}(\uparrow)$$

3. $\sum M_b = 0$ R_{az}

$$R_{az} = \frac{q \cdot f^2}{2 \cdot l} = 2,40 \text{ kN}(\downarrow)$$

4. $R_c = 0$ Kontrola

$$-R_{az} + R_{bz} = 0$$



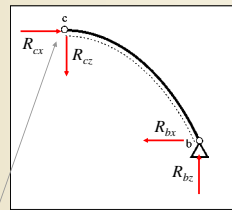
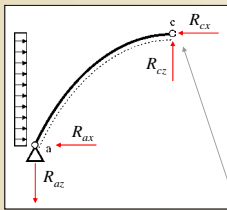
Podpory ve stejné výšce představují jednodušší výpočet!

Příklad výpočtu trojkloubového oblouku

Výpočet složek reakcí pomocí podmínek rovnováhy

Levá část oblouku

Pravá část oblouku



$${}^L R_x = 0$$

$${}^L R_z = 0$$

$${}^L \sum M_a = 0$$

$${}^R R_x = 0$$

$${}^R R_z = 0$$

$${}^R \sum M_b = 0$$

Složky interakcí

6 stupňů volnosti

6 neznámých – 6 podmínek rovnováhy

Příklad výpočtu trojkloubového oblouku

Výpočet složek reakcí pomocí podmínek rovnováhy

Výhodnější způsob:

1. $\sum M_b = 0$ celý oblouk

$$R_{az} = 2,40 \text{ kN}(\downarrow)$$

2. $M_c^L = 0$ levá část

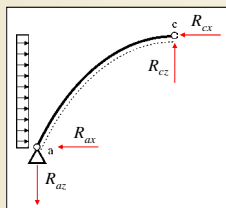
$$R_{ax} \cdot f - R_{az} \cdot \frac{l}{2} - \frac{q \cdot f^2}{2} = 0$$

$$R_{ax} = 9,00 \text{ kN}(\leftarrow)$$

3. ${}^L R_x = 0$ $R_{cx} = q \cdot f - R_{ax} = 3,00 \text{ kN}(\leftarrow)$

4. ${}^L R_z = 0$ $R_{cz} = 2,40 \text{ kN}(\uparrow)$

Levá část oblouku

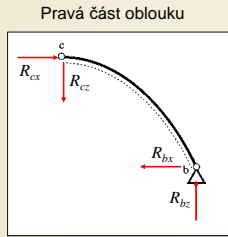


Příklad výpočtu trojkloubového oblouku

Výpočet složek reakcí pomocí podmínek rovnováhy

Výhodnější způsob:

- $\sum M_o = 0$ celý oblouk
 $R_{bc} = 2,40 \text{ kN}(\uparrow)$
- $M_c^p = 0$ pravá část
 $-R_{bx} \cdot f + R_{bc} \cdot \frac{l}{2} = 0$
 $R_{bx} = 3,00 \text{ kN}(\leftarrow)$
- $\sum R_x = 0$ $R_{cx} = R_{bx} = 3,00 \text{ kN}(\rightarrow)$
- $\sum R_z = 0$ $R_{cz} = R_{bc} = 2,40 \text{ kN}(\downarrow)$



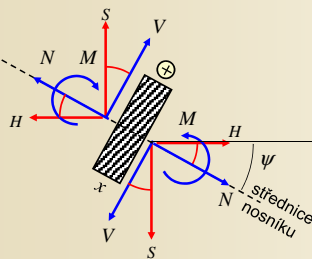
Trojkloubový rám a oblouk

67 / 129

Příklad – normálové a posouvající síly

Téma č. 5

Rozklad sil na složky rovnoběžné a kolmé k tečně



$$\operatorname{tg} \psi = 2,4, x$$

$$N = H \cdot \cos \psi + S \cdot \sin \psi$$

$$V = -H \cdot \sin \psi + S \cdot \cos \psi$$

$$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}$$

$$\sin \psi = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}$$

Trojkloubový rám a oblouk

68 / 129

Příklad – normálové a posouvající síly

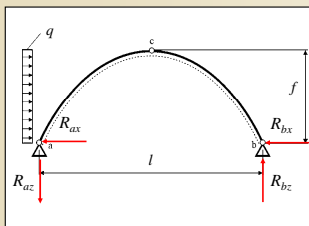
$$H = R_{ax} - q \cdot (f - z) \quad \text{levá polovina}$$

$$H = R_{ax} - q \cdot f = 0 \quad \text{pravá polovina}$$

$$S = -R_{az}$$

$$N = H \cdot \cos \psi + S \cdot \sin \psi$$

$$V = -H \cdot \sin \psi + S \cdot \cos \psi$$

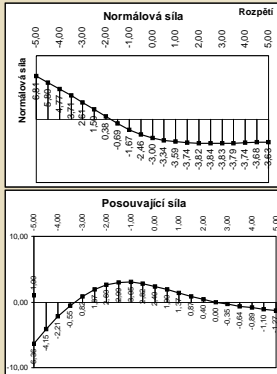


H [kN]	S [kN]	N [kN]	V [kN]
9,000000	-2,400000	6,805186	-6,359987
6,720000	-2,400000	5,804348	-4,150656
4,680000	-2,400000	4,772473	-2,210408
2,880000	-2,400000	3,708376	-0,549863
1,320000	-2,400000	2,614308	0,817188
0,000000	-2,400000	1,499268	1,874085
-1,080000	-2,400000	0,384076	2,603629
-1,920000	-2,400000	-0,682370	2,984499
-2,520000	-2,400000	-1,668647	3,053853
-2,880000	-2,400000	-2,464652	2,824870
-3,000000	-2,400000	-3,000000	2,400000
-3,000000	-2,400000	-3,341499	1,855886
-3,000000	-2,400000	-3,588734	1,371491
-3,000000	-2,400000	-3,743124	0,855462
-3,000000	-2,400000	-3,820543	0,404290
-3,000000	-2,400000	-3,841875	0,000000
-3,000000	-2,400000	-3,826238	-0,346266
-3,000000	-2,400000	-3,788298	-0,639375
-3,000000	-2,400000	-3,738191	-0,886527
-3,000000	-2,400000	-3,682475	-1,095160
-3,000000	-2,400000	-3,625193	-1,271997

Trojkloubový rám a oblouk

69 / 129

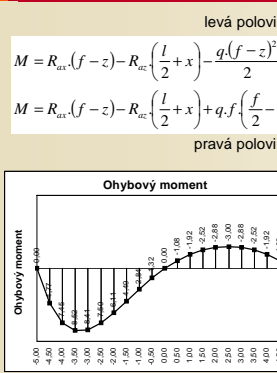
Příklad – normálové a posouvající síly



H [kN]	S [kN]	N [kN]	V [kN]
9.000000	-2.400000	6.605186	-6.359887
6.720000	-2.400000	5.604348	-4.150658
4.680000	-2.400000	4.772473	-2.210408
2.880000	-2.400000	3.708376	-0.549863
1.320000	-2.400000	2.614308	0.817188
0.000000	-2.400000	1.499268	1.874085
-1.080000	-2.400000	0.384076	2.603629
-1.920000	-2.400000	-0.692370	2.994499
-2.520000	-2.400000	-1.668647	3.053853
-2.880000	-2.400000	-2.464652	2.824870
-3.000000	-2.400000	-3.000000	2.400000
-3.000000	-2.400000	-3.341499	1.895886
-3.000000	-2.400000	-3.588734	1.371491
-3.000000	-2.400000	-3.743124	0.865462
-3.000000	-2.400000	-3.820543	0.404290
-3.000000	-2.400000	-3.841875	0.000000
-3.000000	-2.400000	-3.826238	-0.346266
-3.000000	-2.400000	-3.788298	-0.639375
-3.000000	-2.400000	-3.738191	-0.886527
-3.000000	-2.400000	-3.682475	-1.095160
-3.000000	-2.400000	-3.625193	-1.271997

Trojkloubový rám a oblouk

Příklad – ohybové momenty



$-R_{zl}(l/2+x)$	$+R_{zl}(l-z)$	$-q/2 \cdot (l-z)^2$	M [kNm]
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
-1.200000	6.840000	-0.866400	4.773600
-2.400000	12.960000	-3.110400	7.449600
-3.600000	18.360000	-6.242400	8.517600
-4.800000	23.040000	-9.830400	8.409600
-6.000000	27.000000	-13.500000	7.500000
-7.200000	30.240000	-16.934400	6.105600
-8.400000	32.760000	-19.874400	4.485600
-9.600000	34.560000	-22.118400	2.841600
-10.800000	35.640000	-23.522400	1.317600
-12.000000	36.000000	-24.000000	0.000000
-13.200000	35.640000	-23.520000	-1.080000
-14.400000	34.560000	-22.080000	-1.920000
-15.600000	32.760000	-19.680000	-2.520000
-16.800000	30.240000	-16.320000	-2.880000
-18.000000	27.000000	-12.000000	-3.000000
-19.200000	23.040000	-6.720000	-2.880000
-20.400000	18.360000	-0.480000	-2.520000
-21.600000	12.960000	6.720000	-1.920000
-22.800000	6.840000	14.880000	-1.080000
-24.000000	0.000000	24.000000	0.000000
		$-q \cdot l \cdot (l/2-z)$	

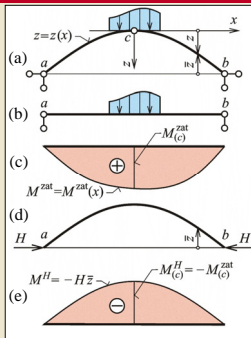
Trojkloubový rám a oblouk

Klenbový účinek v trojkloubovém oblouku

K jakémukoliv svislému zatížení působícímu na oblouk lze teoreticky najít takový tvar střednice oblouku, při němž zatížení vyvolá v oblouku jen tlakové normálové síly, zatímco ohybové momenty a posouvající síly jsou v celém oblouku rovny nule.

Výhoda: menší rozměry průřezu

Klenbový účinek ve trojkloubovém oblouku vznikne tehdy, je-li střednice oblouku geometricky podobná křivce popisující průběh ohybových momentů na prostém nosníku, který je vodorovným průmětem oblouku a je zatížen týž svislým zatížením (udaným na jednotku délky vodorovného průmětu) jako oblouk.



Vznik klenbového účinku

Trojkloubový rám a oblouk

Klenbový účinek v historických objektech



Viadukt u Filisur, výstavba 1901–2, délka 142 m, rozpětí klenby 20 m, výška 65 m, Švýcarsko

Trojkloubový rám a oblouk

73 / 129

Klenbový účinek v historických objektech



Kamenný klenbový most

Trojkloubový rám a oblouk

74 / 129

Klenbový účinek v historických objektech

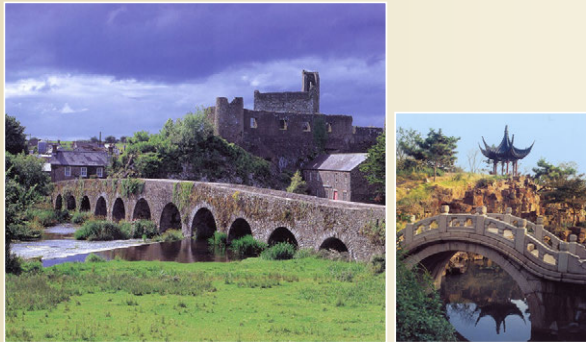


Kamenný klenbový most

Trojkloubový rám a oblouk

75 / 129

Klenbový účinek v historických objektech



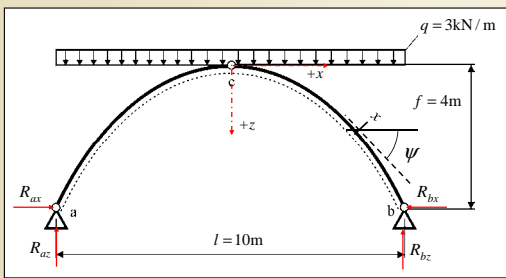
Kamenné klenbové mosty

Trojkloubový rám a oblouk

76 / 129

Příklad - klenbový účinek v trojkloubovém oblouku

Výpočet s pomocí tabulkového procesoru



$$z(x) = k \cdot x^2 \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{dz}{dx} = [k \cdot x^2]' = 2 \cdot k \cdot x \quad \cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} \quad \sin \psi = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}$$

Trojkloubový rám a oblouk

77 / 129

Příklad - klenbový účinek v trojkloubovém oblouku

Výpočet složek reakcí pomocí podmínek rovnováhy

Výhodnější způsob:

1. $\sum M_b = 0$ celý oblouk

$$R_{az} = \frac{q \cdot l}{2} = 15,0 \text{ kN} (\uparrow)$$

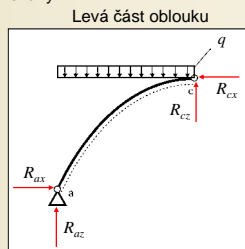
2. $M_c^L = 0$ levá část

$$-R_{ax} \cdot f + R_{az} \cdot \frac{l}{2} - \frac{q \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2}{2} = 0$$

$$R_{ax} = 9,38 \text{ kN} (\rightarrow)$$

3. ${}^L R_x = 0$ $R_{cx} = R_{ax} = 9,38 \text{ kN} (\leftarrow)$

4. ${}^L R_z = 0$ $R_{cz} = R_{az} - \frac{q \cdot l}{2} = 0$



Trojkloubový rám a oblouk

78 / 129

Příklad - klenbový účinek a výpočet N a V

$$H = -R_{ax}$$

$$S = R_{ay} - q \left(x + \frac{l}{2}\right)$$

H [kN]	S [kN]	N [kN]	V [kN]
-9.375000	15.000000	-17.688715	0.000000
-9.375000	13.500000	-16.435955	0.000000
-9.375000	12.000000	-15.227955	0.000000
-9.375000	10.500000	-14.076243	0.000000
-9.375000	9.000000	-12.995793	0.000000
-9.375000	7.500000	-12.005858	0.000000
-9.375000	6.000000	-11.130617	0.000000
-9.375000	4.500000	-10.399068	0.000000
-9.375000	3.000000	-9.843304	0.000000
-9.375000	1.500000	-9.494242	0.000000
-9.375000	0.000000	-9.375000	0.000000
-9.375000	-1.500000	-9.494242	0.000000
-9.375000	-3.000000	-9.843304	0.000000
-9.375000	-4.500000	-10.399068	0.000000
-9.375000	-6.000000	-11.130617	0.000000
-9.375000	-7.500000	-12.005858	0.000000
-9.375000	-9.000000	-12.995793	0.000000
-9.375000	-10.500000	-14.076243	0.000000
-9.375000	-12.000000	-15.227955	0.000000
-9.375000	-13.500000	-16.435955	0.000000
-9.375000	-15.000000	-17.688715	0.000000

Normálová síla	Rozpětí
0.00	0.00
-1.00	0.00
-2.00	0.00
-3.00	0.00
-4.00	0.00
-5.00	0.00
-6.00	0.00
-7.00	0.00
-8.00	0.00
-9.00	0.00
-10.00	0.00
-11.00	0.00
-12.00	0.00
-13.00	0.00
-14.00	0.00
-15.00	0.00
-16.00	0.00
-17.00	0.00

Trojkloubový rám a oblouk 79 / 129

Příklad - klenbový účinek a výpočet N a V

$R_{ax} \cdot (l/2 + x)$	$-R_{ay} \cdot (f - z)$	$-q/2 \cdot (x + l/2)^2$	M [kNm]
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
7.500000	-7.125000	-0.375000	0.000000
15.000000	-13.500000	-1.500000	0.000000
22.500000	-19.125000	-3.375000	0.000000
30.000000	-24.000000	-6.000000	0.000000
37.500000	-28.125000	-9.375000	0.000000
45.000000	-31.500000	-13.500000	0.000000
52.500000	-34.125000	-18.375000	0.000000
60.000000	-36.000000	-24.000000	0.000000
67.500000	-37.125000	-30.375000	0.000000
75.000000	-37.500000	-37.500000	0.000000
82.500000	-37.125000	-45.375000	0.000000
90.000000	-36.000000	-54.000000	0.000000
97.500000	-34.125000	-63.375000	0.000000
105.000000	-31.500000	-73.500000	0.000000
112.500000	-28.125000	-84.375000	0.000000
120.000000	-24.000000	-96.000000	0.000000
127.500000	-19.125000	-108.375000	0.000000
135.000000	-13.500000	-121.500000	0.000000
142.500000	-7.125000	-135.375000	0.000000
150.000000	0.000000	-150.000000	0.000000

$$M = R_{ax} \cdot \left(x + \frac{l}{2}\right) - R_{ay} \cdot (f - z) - \frac{q \cdot \left(x + \frac{l}{2}\right)^2}{2}$$

Trojkloubový rám a oblouk 80 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku

Maloměřický most z roku 1928, 3 oblouky o rozpětí 33 m s průřezem 1 m², mezelehlá mostovka, Brno

Trojkloubový rám a oblouk 81 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Maloměřický most z roku 1928, 3 oblouky o rozpětí 33 m s průřezem 1 m², mezilehlá mostovka, Brno
Trojkloubový rám a oblouk 82 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Maloměřický most z roku 1928, 3 oblouky o rozpětí 33 m s průřezem 1 m², mezilehlá mostovka, Brno
Trojkloubový rám a oblouk 83 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Maloměřický most z roku 1928, 3 oblouky o rozpětí 33 m s průřezem 1 m², mezilehlá mostovka, Brno
Trojkloubový rám a oblouk 84 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Maloměřický most z roku 1928, 3 oblouky o rozpětí 33 m s průřezem 1 m², mezilehlá mostovka, Brno
Trojkloubový rám a oblouk 85 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva Wennerbruecke přes řeku Mur, St. Georgen, Murau, Rakousko, 4 parabolické trojkloubové oblouky o rozpětí 45 m a vzezpečí 12,5 m, foto: prof. Ing. Antonín Lokaj, Ph.D.
Trojkloubový rám a oblouk 86 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva Wennerbruecke přes řeku Mur, St. Georgen, Murau, Rakousko, 4 parabolické trojkloubové oblouky o rozpětí 45 m a vzezpečí 12,5 m, foto: prof. Ing. Antonín Lokaj, Ph.D.
Trojkloubový rám a oblouk 87 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva Wennerbruecke přes řeku Mur, St. Georgen, Murau, Rakousko, 4 parabolické trojkloubové oblouky o rozpětí 45 m a vzhpětí 12,5 m, foto: prof. Ing. Antonín Lokaj, Ph.D.

Trojkloubový rám a oblouk

88 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Obertauern, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

89 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Obertauern, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

90 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Obertauern, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

91 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Obertauern, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

92 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Obertauern, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

93 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Obertauern, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

94 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Obertauern, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

95 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Katschberg, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

96 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Katschberg, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

97 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Katschberg, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

98 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Katschberg, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

99 / 129

Ukázky trojkloubového oblouku



Most z lepeného lamelového dřeva, Katschberg, Rakousko

Trojkloubový rám a oblouk

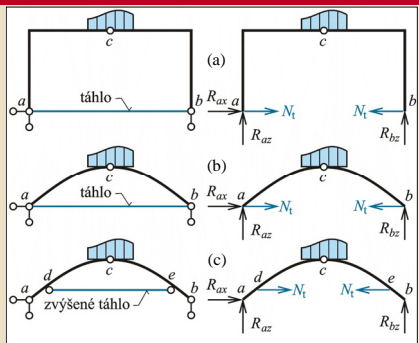
100 / 129

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

U trojkloubového rámu nebo oblouku vznikají vodorovné složky reakcí (jsou větší čím menší je převýšení kloubu oproti spojnici podporových bodů).

Zachycení je někdy obtížné – oblouk uložen na zdech nebo štíhlých sloupech.

Řešení: použití táhla



Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

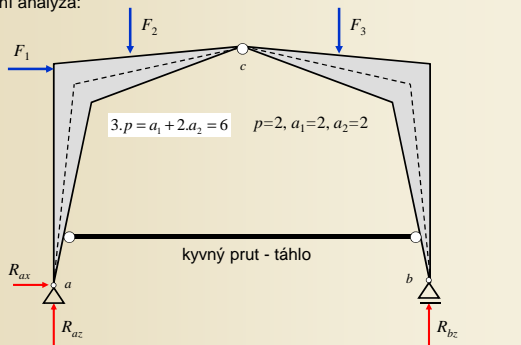
Obr. 9.14. / str. 156

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

101 / 129

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

Počáteční analýza:



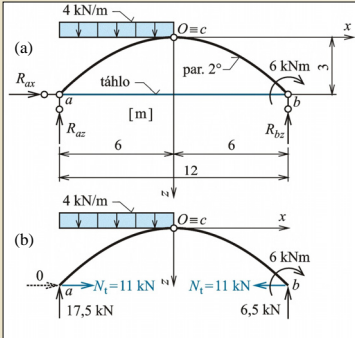
Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

102 / 129

Příklad 6.4

Zadání: Parabolický trojkloubový oblouk s táhlem

Předmět výpočtu: Složky reakcí a interakce v kloubu oblouku, síla v táhle, průběh vnitřních sil



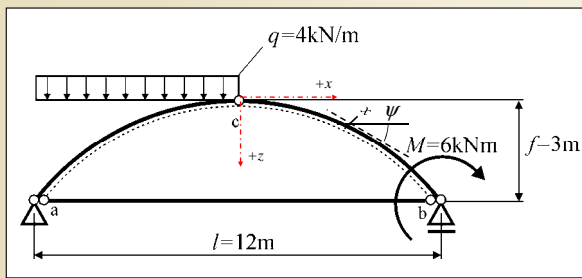
Zadání a výsledky příkladu 6.4
Obr. 9.15. / str. 157

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

103 / 129

Příklad výpočtu trojkloubového oblouku s táhlem

Výpočet s pomocí tabulkového procesoru



$$z(x) = k \cdot x^2 \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{dz}{dx} = [k \cdot x^2]' = 2k \cdot x$$

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

104 / 129

Příklad - tvar, tečna

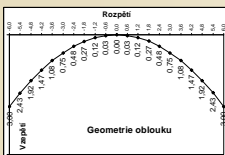
Tabulkový výpočet (Excel)

$$z(x) = k \cdot x^2$$

$$\operatorname{tg} \psi = 2k \cdot x$$

$$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}$$

$$\sin \psi = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}$$



x	z	tg ψ	ψ [rad]	ψ [deg]	cos ψ	sin ψ
-6,00	3,00	-1,000000	-0,785398	-45,000000	0,707107	-0,707107
-5,40	2,43	-0,900000	-0,732815	-41,987212	0,743294	-0,668965
-4,80	1,92	-0,800000	-0,674741	-38,659808	0,780869	-0,624695
-4,20	1,47	-0,700000	-0,610726	-34,992020	0,819232	-0,573462
-3,60	1,08	-0,600000	-0,540420	-30,963757	0,857493	-0,514496
-3,00	0,75	-0,500000	-0,463648	-26,565051	0,894427	-0,447214
-2,40	0,48	-0,400000	-0,380506	-21,801409	0,928477	-0,371391
-1,80	0,27	-0,300000	-0,291457	-16,699244	0,957826	-0,287348
-1,20	0,12	-0,200000	-0,197396	-11,309932	0,980581	-0,196116
-0,60	0,03	-0,100000	-0,099669	-5,710593	0,995037	-0,099504
0,00	0,00	0,000000	0,000000	0,000000	1,000000	0,000000
0,60	0,03	0,100000	0,099669	5,710593	0,995037	0,099504
1,20	0,12	0,200000	0,197396	11,309932	0,980581	0,196116
1,80	0,27	0,300000	0,291457	16,699244	0,957826	0,287348
2,40	0,48	0,400000	0,380506	21,801409	0,928477	0,371391
3,00	0,75	0,500000	0,463648	26,565051	0,894427	0,447214
3,60	1,08	0,600000	0,540420	30,963757	0,857493	0,514496
4,20	1,47	0,700000	0,610726	34,992020	0,819232	0,573462
4,80	1,92	0,800000	0,674741	38,659808	0,780869	0,624695
5,40	2,43	0,900000	0,732815	41,987212	0,743294	0,668965
6,00	3,00	1,000000	0,785398	45,000000	0,707107	0,707107

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

105 / 129

Příklad výpočtu trojkloubového oblouku s táklem

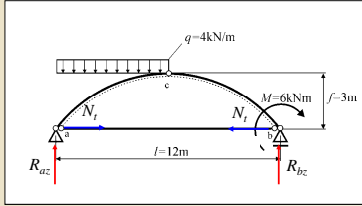
Výpočet složek reakcí pomocí podmínek rovnováhy

1. $R_x = 0$ R_{ax}
 $R_{ax} = 0 \text{ kN}$

2. $\sum M_a = 0$ R_{bz}
 $-\frac{q \cdot (l/2)^2}{2} - M + R_{bz} \cdot l = 0$
 $R_{bz} = \frac{1}{l} \left(M + \frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2 \right) = 6,5 \text{ kN}(\uparrow)$

3. $\sum M_b = 0$ R_{az}
 $R_{az} = \frac{1}{l} \left(\frac{3}{8} \cdot q \cdot l^2 - M \right) = 17,5 \text{ kN}(\uparrow)$

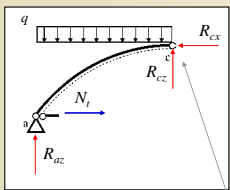
4. $R_z = 0$ Kontrola
 $R_{az} + R_{bz} = q \cdot l/2 = 24 \text{ kN}$



Příklad výpočtu trojkloubového oblouku s táklem

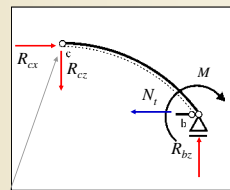
Výpočet složek reakcí pomocí podmínek rovnováhy

Levá část oblouku



${}^L R_x = 0$
 ${}^L R_z = 0$
 ${}^L \sum M_a = 0$

Pravá část oblouku



${}^R R_x = 0$
 ${}^R R_z = 0$
 ${}^R \sum M_b = 0$

Složky interakcí
 6 stupňů volnosti
 6 neznámých – 6 podmínek rovnováhy

Příklad výpočtu trojkloubového oblouku s táklem

Výpočet složek reakcí pomocí podmínek rovnováhy

Výhodnější způsob:

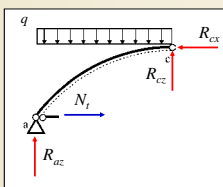
1. $\sum M_b = 0$ celý oblouk
 $R_{az} = 17,5 \text{ kN}(\uparrow)$

2. $M_c^L = 0$ levá část
 $R_{az} \cdot l/2 - N_i \cdot f - \frac{q \cdot (l/2)^2}{2} = 0$
 $N_i = \frac{1}{f} \left(R_{az} \cdot l/2 - \frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2 \right) = 11,0 \text{ kN}(\text{tah})$

3. ${}^L R_x = 0$ $R_{cx} = N_i - R_{ax} = 11,0 \text{ kN}(\leftarrow)$

4. ${}^L R_z = 0$ $R_{cz} = q \cdot l/2 - R_{az} = 6,5 \text{ kN}(\uparrow)$

Levá část oblouku



Příklad výpočtu trojkloubového oblouku s táhlem

Výpočet složek reakcí pomocí podmínek rovnováhy

Výhodnější způsob:

- $\sum M_a = 0$ celý oblouk
 $R_{bz} = 6,5\text{kN}(\uparrow)$
- $M_c^p = 0$ pravá část
 $-N_i \cdot f + R_{bz} \cdot \frac{l}{2} - M = 0$
 $N_i = 11,0\text{kN}(\text{tah})$
- $\sum R_x = 0$ $R_{cx} = N_i = 11,0\text{kN}(\rightarrow)$
- $\sum R_y = 0$ $R_{cy} = R_{bz} = 6,5\text{kN}(\downarrow)$

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem 109 / 129

Příklad – normálové a posouvající síly

$$H = -N_i$$
$$S = R_{cy} - q \cdot \left(x + \frac{l}{2}\right)$$
$$S = R_{cy} - q \cdot \frac{l}{2}$$

levá polovina pravá polovina

$$N = H \cdot \cos \psi + S \cdot \sin \psi$$
$$V = -H \cdot \sin \psi + S \cdot \cos \psi$$

H [kN]	S [kN]	N [kN]	V [kN]
-11.000000	17.500000	-20.152543	-4.596194
-11.000000	15.100000	-18.277603	-3.865130
-11.000000	12.700000	-16.523184	-3.045388
-11.000000	10.300000	-14.918213	-2.130003
-11.000000	7.900000	-13.496939	-1.114741
-11.000000	5.500000	-12.298374	0.000000
-11.000000	3.100000	-11.364555	1.207020
-11.000000	0.700000	-10.737233	2.493348
-11.000000	-1.700000	-10.452990	3.824265
-11.000000	-4.100000	-10.537444	5.174193
-11.000000	-6.500000	-11.000000	6.500000
-11.000000	-6.500000	-11.592183	5.373201
-11.000000	-6.500000	-12.061142	4.216497
-11.000000	-6.500000	-12.403850	3.065044
-11.000000	-6.500000	-12.627283	1.949801
-11.000000	-6.500000	-12.745587	0.894427
-11.000000	-6.500000	-12.776645	-0.085749
-11.000000	-6.500000	-12.739056	-0.983078
-11.000000	-6.500000	-12.650075	-1.795998
-11.000000	-6.500000	-12.524506	-2.527200
-11.000000	-6.500000	-12.374369	-3.181981

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem 110 / 129

Příklad – normálové a posouvající síly

H [kN]	S [kN]	N [kN]	V [kN]
-11.000000	17.500000	-20.152543	-4.596194
-11.000000	15.100000	-18.277603	-3.865130
-11.000000	12.700000	-16.523184	-3.045388
-11.000000	10.300000	-14.918213	-2.130003
-11.000000	7.900000	-13.496939	-1.114741
-11.000000	5.500000	-12.298374	0.000000
-11.000000	3.100000	-11.364555	1.207020
-11.000000	0.700000	-10.737233	2.493348
-11.000000	-1.700000	-10.452990	3.824265
-11.000000	-4.100000	-10.537444	5.174193
-11.000000	-6.500000	-11.000000	6.500000
-11.000000	-6.500000	-11.592183	5.373201
-11.000000	-6.500000	-12.061142	4.216497
-11.000000	-6.500000	-12.403850	3.065044
-11.000000	-6.500000	-12.627283	1.949801
-11.000000	-6.500000	-12.745587	0.894427
-11.000000	-6.500000	-12.776645	-0.085749
-11.000000	-6.500000	-12.739056	-0.983078
-11.000000	-6.500000	-12.650075	-1.795998
-11.000000	-6.500000	-12.524506	-2.527200
-11.000000	-6.500000	-12.374369	-3.181981

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem 111 / 129

Ukázky oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava
Trojkloubový rám a oblouk s táhlem 115 / 129

Ukázky oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava
Trojkloubový rám a oblouk s táhlem 116 / 129

Ukázky oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, Pavilon G1, Brněnské výstaviště
Trojkloubový rám a oblouk s táhlem 117 / 129

Ukázky oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, Pavilon G1, Brněnské výstaviště

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

118 / 129

Ukázky oblouku s táhlem



Kloubové připojení táhla k tuhému oblouku, Pavilon G1, Brněnské výstaviště

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

119 / 129

Ukázky klenbové konstrukce s táhlem



Klenba Chrámu sv. Víta, Praha

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

120 / 129

Ukázky klenbové konstrukce s táhlem



Klenba Chrámu sv. Víta, Praha

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

121 / 129

Ukázky klenbové konstrukce s táhlem



Klenba Chrámu sv. Víta, Praha

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

122 / 129

Ukázky klenbové konstrukce s táhlem



Klenba Chrámu sv. Víta, Praha

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

123 / 129

Ukázky klenbové konstrukce s táhlem



Klenba Chrámu sv. Víta, Praha

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

124 / 129

Ukázky klenbové konstrukce s táhlem



Klenba Chrámu sv. Víta, Praha

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

125 / 129

Ukázky klenbové konstrukce s táhlem



Klenba Vladislavského sálu, Praha

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

126 / 129

Ukázky klenbové konstrukce s táhlem



Klenba Vladislavského sálu, Praha

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

127 / 129

Ukázky klenbové konstrukce s táhlem



Klenba Vladislavského sálu, Praha

Trojkloubový rám a oblouk s táhlem

128 / 129

Okruhy problémů k ústní části zkoušky

1. Podmínka statické určitosti spojitého nosníku s vloženými klouby
2. Způsoby rozvržení vložených kloubů ve spojitém nosníku, vhodné umístění vložených kloubů uvnitř pole spojitého nosníku
3. Výpočet spojitého nosníku s vloženými klouby
4. Výpočet trojkloubového rámu a oblouku
5. Klenbový účinek v trojkloubovém oblouku
6. Výpočet trojkloubového rámu s táhlem a oblouku s táhlem

Podklady ke zkoušce

129 / 129
