

Téma 4 Výpočet přímého nosníku

- Výpočet nosníku v osové úloze
- Výpočet nosníku v příčné úloze ve svislé a vodorovné hlavní rovině
- Výpočet nosníku v krutové úloze
- Výpočet nosníku v rovinné úloze
- Výpočet nosníku v prostorové úloze



Katedra stavební mechaniky
Fakulta stavební, VŠB - Technická univerzita Ostrava

Výpočet nosníku v prostorové úloze

Statically určitý nosník v prostoru musí být podepřen $n_v=6$ jednoduchými vnějšími vazbami, které musí být správně uspořádány, aby nevznikl výjimečný případ podepření.

Přímý nosník musí být podepřen a může být zatížen obecně v prostoru – tzv. prostorová úloha. Prostorové zatížení lze rozložit:

- a) silové složky působící v ose nosníku
- b) silové složky kolmé k ose nosníku a momenty v 1.hlavní rovině prutu
- c) silové složky kolmé k ose nosníku a momenty ve 2.hlavní rovině prutu
- d) momenty v rovinách kolmých k ose prutu



Statically určité nosníky v prostorové úloze
Obr. 7.51. / str. 123

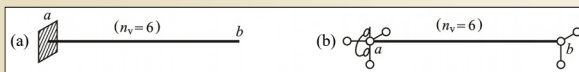
Výpočet nosníku v prostorové úloze

Výpočet prostorově zatíženého a prostorově podepřeného nosníku lze zjednodušit rozložením na 4 jednodušší úlohy:

- a) osová úloha (namáhání **tahem** nebo **tlakem**)
- b) příčná úloha v 1.hlavní rovině (**příčný ohyb v 1.hlavní rovině**)
- c) příčná úloha ve 2.hlavní rovině (**příčný ohyb ve 2.hlavní rovině**)
- d) krutová úloha (namáhání **kroucením**)

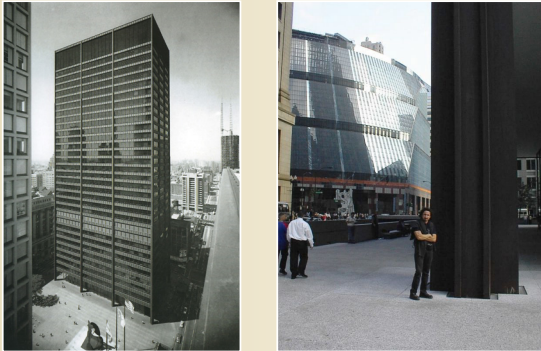
Postup výpočtu má dvě hlavní etapy:

- a) **výpočet složek reakcí ve vnějších vazbách**
- b) **výpočet vnitřních sil nosníku**



Statically určité nosníky v prostorové úloze
Obr. 7.51. / str. 123

Nosník v osové úloze - sloup



Odstupňovaný průřez sloupu Richard Daley Center v Chicagu z roku 1965

Výpočet nosníku v osové úloze

13 / 110

Nosník v osové úloze - sloup



Odstupňovaný průřez sloupu Richard Daley Center v Chicagu z roku 1965

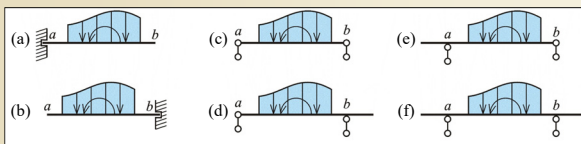
Výpočet nosníku v osové úloze

14 / 110

Výpočet nosníku v příčné úloze

Zatížení libovolným příčným zatížením s trojím způsobem podepření ($n_v=2$):

- a) konzola posuvně vetknutá vlevo nebo vpravo
- b) prostý nosník podepřený na obou koncích vazbami proti svislému posunu
- c) prostý nosník s převislými konci



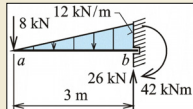
Druhy přímých nosníků v příčné úloze
Obr. 7.9. / str. 95

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

15 / 110

Příklad 4.7

Zadání: určit složky reakcí pro uvedený zatěžovací stav



Zadání a řešení příkladu 4.7
Obr. 7.14. / str. 98

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

22 / 110

Ukázky konzolových nosníků



Chodníková konzola mostní konstrukce

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

23 / 110

Ukázky konzolových nosníků



Chodníková konzola mostní konstrukce

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

24 / 110

Ukázky konzolových nosníků



Betonový skelet a ocelová kopule pavilonu C, Brněnské výstaviště

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

25 / 110

Ukázky konzolových nosníků



Konstrukce schodiště pavilonu C, Brněnské výstaviště

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

26 / 110

Ukázky konzolových nosníků



Konstrukce schodiště pavilonu C, Brněnské výstaviště

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

27 / 110

Ukázky konzolových nosníků



Konzolový nosník konstrukce schodiště pavilonu C, Brněnské výstaviště

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

28 / 110

Ukázky konzolových nosníků



Konzolový nosník podepření technologického mostu dolu ČSA v Karviné

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

29 / 110

Ukázky konzolových nosníků



Nosná konstrukce plošiny, Výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

30 / 110

Ukázky konzolových nosníků

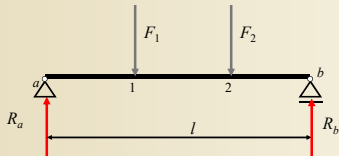


Nosná konstrukce plošiny, Výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

31 / 110

Reakce prostého nosníku bez převislých konců



Výpočet reakcí pomocí podmínek rovnováhy:

1. $\sum M_{aa} = 0 \Rightarrow R_b$
2. $\sum M_{bb} = 0 \Rightarrow R_a$
3. $R_z = 0$ kontrola

Kladné znaménko vypočtené složky reakce potvrzuje její předpokládaný smysl, záporné znaménko udává, že skutečný smysl složky reakce je opačný, než byl předpokládán.

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

32 / 110

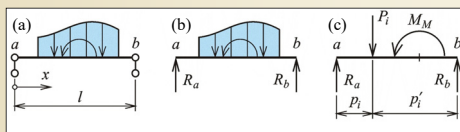
Reakce prostého nosníku bez převislých konců

Výpočet reakcí pomocí podmínek rovnováhy:

1. $\sum M_{bb} = 0 \Rightarrow R_a l - \sum P_i p_i' - M_M = 0 \Rightarrow R_a = \frac{1}{l} (\sum P_i p_i' + M_M)$
2. $\sum M_{aa} = 0 \Rightarrow R_b l - \sum P_i p_i + M_M = 0 \Rightarrow R_b = \frac{1}{l} (\sum P_i p_i - M_M)$

Kontrola:

3. $R_z = 0 \Rightarrow R_a + R_b = \sum P_i$



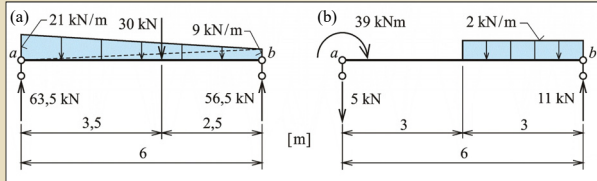
Reakce prostého nosníku a schéma upraveného zatížení
Obr. 7.15. / str. 98

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

33 / 110

Příklad 4.8

Zadání: určit složky reakcí pro dva zatěžovací stavy téhož nosníku



Zadání a řešení příkladu 4.8
Obr. 7.16. / str. 99

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

34 / 110

Ukázky prostých nosníků



Prosté nosníky železobetonového skeletu, Albert, Ostrava-Poruba

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

35 / 110

Ukázky prostých nosníků



Prosté nosníky železobetonového skeletu, Interspar, Ostrava-Poruba

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

36 / 110

Diferenciální podmínka rovnováhy elementu v osové úloze

$R_x = 0: -N + (N+dN) + n \cdot dx = 0$
 $\rightarrow \frac{dN}{dx} = -n$

Rovnováha elementu v osové úloze
Obr. 7.8. / str. 94

Výpočet nosniku v osové úloze 43 / 110

Diferenciální podmínky rovnováhy elementu v příčné úloze

$\int_1^2 dQ = q \cdot dx$ $R_z = 0: -V + (V+dV) + q \cdot dx = 0 \rightarrow \frac{dV}{dx} = -q$
 $\Sigma M_{i,x2} = 0: -M + (M+dM) - V \cdot dx + q \cdot dx \cdot dx/2 + m \cdot dx = 0$
 $\rightarrow \frac{dM}{dx} = V - m$ $\frac{dM}{dx} = V$ pro $m = 0$

Schwedlerovy vztahy
Johann Wilhelm Schwedler
 (1823-1894)
 významný německý inženýr,
 např. Schwedlerova kupole

Rovnováha elementu v příčné úloze
Obr. 7.22. / str. 102

Výpočet nosniku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz) 44 / 110

Diferenciální podmínky rovnováhy elementu v příčné úloze

Závěry:

Extrém funkce $f(x): \frac{df(x)}{dx} = 0$
 $\frac{dV}{dx} = -q = 0 \rightarrow$ Extrém V v průřezu, kde $q = 0$
 $V(x) = -\int q(x) dx + C_1$
 $\frac{dM}{dx} = V - m = 0 \rightarrow$ Extrém M v průřezu, kde $V = 0, V = m, V$ mění znaménko
 $M(x) = \int V(x) dx + C_2, m(x) = 0$

C_1, C_2 z okrajových podmínek

Výpočet nosniku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz) 45 / 110

Diferenciální podmínky rovnováhy elementu v příčné úloze

Závěry:

Derivačně – integrační schéma

Výpočet nosniku v příčné úloze (ve vstříčné hlavní rovině xz) 46 / 110

Diferenciální podmínky rovnováhy elementu v příčné úloze

Polynom stupně

$\frac{dV}{dx} = -q$ $\frac{dM}{dx} = V$

$q = \text{konst.}$ $q = 0$

M

Výpočet nosniku v příčné úloze (ve vstříčné hlavní rovině xz) 47 / 110

Souvislost mezi spojitým příčným zatížením a průběhy vnitřních sil

Závěry: $\frac{dV}{dx} = -q$ $\frac{dM}{dx} = V - m$ $\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} - \frac{dm}{dx} = -q - \frac{dm}{dx}$

pro $m=0$: $\frac{dM}{dx} = V$ $\frac{d^2M}{dx^2} = -q$

Souvislost mezi spojitým příčným zatížením a průběhy vnitřních sil
Obr. 7.23. / str. 103

Výpočet nosniku v příčné úloze (ve vstříčné hlavní rovině xz) 48 / 110

Nejjednodušší zatěžovací stavy konzoly

$x \in (0, l)$

V -F

M -F.l

Výpočet reakcí

$$R_{bz} = F(\uparrow)$$

$$M_{by} = Fl(\curvearrowright)$$

Posouvající síla

$$V'_{(x)} = \text{konst.} = -F$$

$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = -F$$

$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = -F$$

Ohybový moment

$$M'_{(x)} = -F.x$$

$$M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0$$

$$M_{(b)} = M_{(x=l)} = -F.l$$

Výpočet nosniku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz) 52 / 110

Příklad 4.11

Zadání: určit silovou i momentovou složku reakce konzoly, sestavit průběhy posouvajících sil a ohybových momentů a určit extrémní hodnoty vnitřních sil.

V [kN]

M [kNm]

Zadání a řešení příkladu 4.11
Obr. 7.25. / str. 104

Výpočet nosniku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz) 53 / 110

Nejjednodušší zatěžovací stavy konzoly

$x \in (0, l)$

V 0

M -M

Výpočet reakcí

$$R_{bz} = 0$$

$$M_{by} = M(\curvearrowright)$$

Posouvající síla

$$V'_{(x)} = 0$$

$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = 0$$

$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = 0$$

Ohybový moment

$$M'_{(x)} = 0$$

$$M_{(a)} = M_{(x=0)} = -M$$

$$M_{(b)} = M_{(x=l)} = -M$$

Výpočet nosniku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz) 54 / 110

Ukázka konstrukce s převislými konci



Nosná konstrukce střechy Fakultní dětské nemocnice v Černých Polích, Brno, projekt OKM
Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz) 73 / 110

Ukázka konstrukce s převislými konci



Nosná konstrukce střechy z lepeného lamelového dřeva, Stýrsko v Rakousku,
foto: prof. Ing. Antonín Lokaj, Ph.D.
Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz) 74 / 110

Ukázka konstrukce s převislými konci



Nosná konstrukce střechy z lepeného lamelového dřeva, Stýrsko v Rakousku,
foto: prof. Ing. Antonín Lokaj, Ph.D.
Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz) 75 / 110

Ukázka konstrukce s převislými konci



Převislé konce železobetonového skeletu, supermarket Albert, Ostrava-Poruba

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

76 / 110

Ukázka konstrukce s převislými konci



Převislé konce železobetonového skeletu, supermarket Albert, Ostrava-Poruba

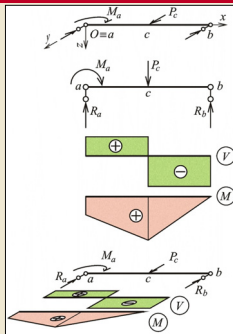
Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)

77 / 110

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve vodorovné hlavní rovině xy)

Řešení:

Obraz nosníku i se zatížením se otočí o 90° kolem osy x tak, že kladný smysl osy y se ztotožní s kladným smyslem osy z . Lze pak řešit stejně jako nosník ve svislé rovině xz . Po vyřešení se vše pootočí zpět do vodorovné roviny xy .



Řešení nosníku v hlavní rovině xy
Obr. 7.38. / str. 114

Výpočet nosníku v příčné úloze (ve vodorovné hlavní rovině xy)

78 / 110

Vodorovný prostý nosník se šikmým zatížením

V rovinné úloze má nepodepřený nosník $n_r=3$, musí být podepřen třemi jednoduchými vnějšími vazbami.

Vodorovný prostý nosník se **šikmým zatížením** má vnější vazby rovnoběžné se souřadnicovými osami x, z , zatížen obecně dle obr.

Řešení:

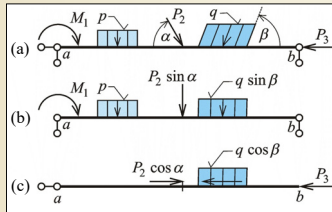
Veškerá šikmá zatížení lze rozložit na složku svislou a vodorovnou:

$$P_z = P \cdot \sin \alpha \quad P_x = P \cdot \cos \alpha$$

$$q_z = q \cdot \sin \beta \quad q_x = q \cdot \cos \beta$$

Důsledek:

Úloha se rozpadne na dvě samostatné – příčnou a osovou.



Rozpad rovinné úlohy prostého nosníku na příčnou a osovou

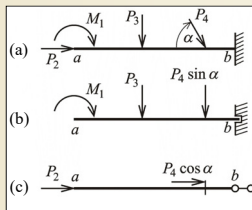
Obr. 7.42. / str. 117

Výpočet nosníku v rovinné úloze

82 / 110

Vodorovná konzola se šikmým zatížením

Pro rozklad zatížení a rozpad rovinné úlohy na příčnou a osovou platí stejné pravidla jako pro prostý nosník.



Rozpad rovinné úlohy konzoly na příčnou a osovou

Obr. 7.43. / str. 117

Výpočet nosníku v rovinné úloze

83 / 110

Příklad 4.18

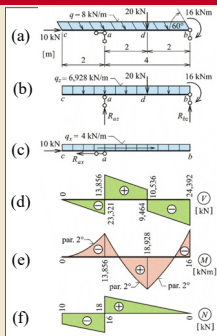
Zadání: určit reakce a průběhy vnitřních sil na prostém nosníku s převislým koncem vlevo s využitím rozkladu rovinné úlohy na příčnou a osovou.

Řešení:

- a) rozklad šikmého rovnoměrného zatížení na svislou a vodorovnou složku

$$q_z = 8 \cdot \sin 60^\circ \quad q_x = 8 \cdot \cos 60^\circ$$

- b) určit reakce dle předchozích postupů pro příčnou a osovou úlohu
- c) stanovit průběhy vnitřních sil odpovídající příčné a osové úloze



Zadání a řešení příkladu 4.18

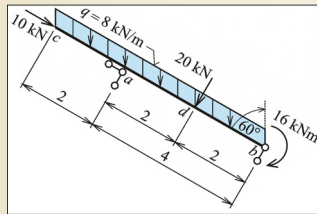
Obr. 7.44. / str. 118

Výpočet nosníku v rovinné úloze

84 / 110

Vodorovný prostý nosník se šikmým zatížením

V praktických aplikacích je nosník ve stavební konstrukci umístěn šikmo (viz obrázek). Pro usnadnění výpočtu lze i se zatížením a podepřením pootočit do vodorovného směru.



Nosník umístěný v konstrukci šikmo
Obr. 7.45. / str. 119

Výpočet nosníku v rovině úlože

85 / 110

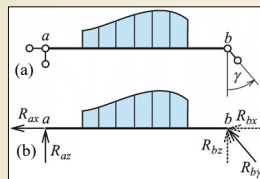
Vodorovný prostý nosník se šikmým podepřením

Rozložení šikmé reakce na svislou a vodorovnou složku:

$$R_{bz} = R_{by} \cdot \cos \gamma \quad R_{bx} = R_{by} \cdot \sin \gamma$$

Postup řešení:

- $\sum M_a = 0 \Rightarrow R_{bz}$
- $\sum M_{bz} = 0 \Rightarrow R_{bx} \Rightarrow R_{by} = \frac{R_{bz}}{\cos \gamma}$
- $R_z = 0$ kontrola
- $R_{bx} = R_{by} \cdot \sin \gamma$
- $R_x = 0 \Rightarrow R_{ax}$
- Dále řešení příčné a osové úlohy



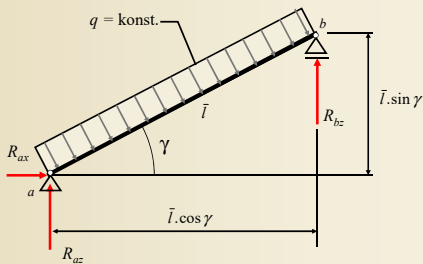
Nosník se šikmou vazbou
Obr. 7.46. / str. 119

Výpočet nosníku v rovině úlože

86 / 110

Šikmý nosník - zatížení větrem

Spojité zatížení působící kolmo na nosník



Výpočet nosníku v rovině úlože

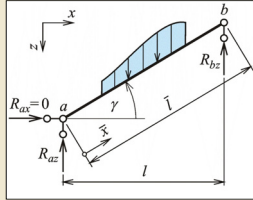
87 / 110

Šikmý nosník

Geometrie: nosník leží v souřadnicové rovině xz skloněn oproti vodorovné ose x pod úhlem γ , šikmá délka \bar{l} , vodorovný průmět délky $l = \bar{l} \cdot \cos \gamma$

Podepření: na obou koncích podepření třemi jednoduchými vazbami proti posunům rovnoběžnými s osami x a z .

Zatížení: předpoklad pouze svislého zatížení, vodorovná složka reakce tedy nulová a platí $n_z=2$.

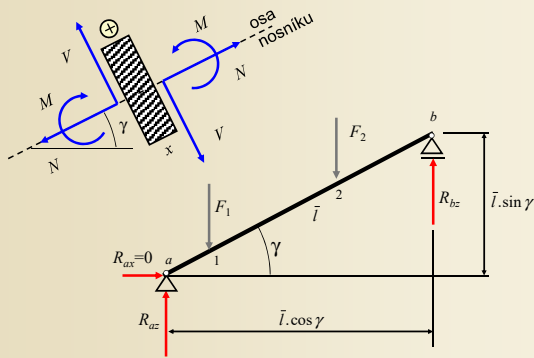


Šikmý nosník se svislým zatížením
Obr. 7.48. / str. 120

Výpočet nosníku v rovině úloze

91 / 110

Šikmý nosník

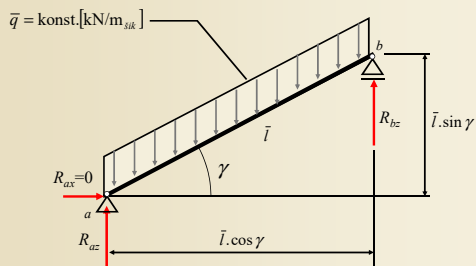


Výpočet nosníku v rovině úloze

92 / 110

Šikmý nosník – zatížení vlastní tíhou

Spojitě zatížení působící svisle podél střednice nosníku – na jednotku šikmé délky

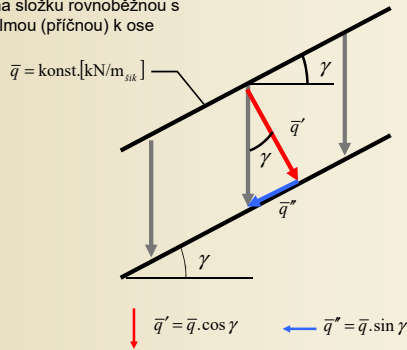


Výpočet nosníku v rovině úloze

93 / 110

Šikmý nosník – zatížení vlastní tíhou

Rozklad zatížení na složku rovnoběžnou s osou nosníku a kolmou (příčnou) k ose nosníku

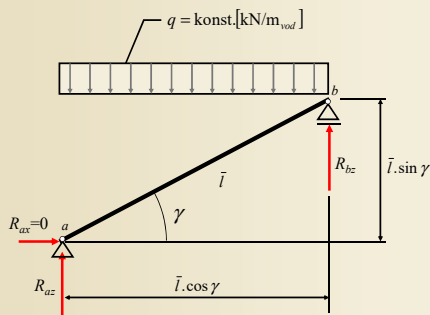


Výpočet nosníku v rovině úlože

94 / 110

Šikmý nosník – zatížení sněhem

Spojitě zatížení působící na vodorovný (půdorysný) průmět nosníku

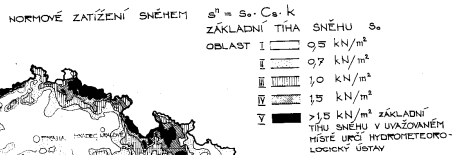


Výpočet nosníku v rovině úlože

95 / 110

Zatížení sněhem – charakteristická hodnota

TAB 11.9 MAPA SNĚHOVÝCH OBLASTÍ NA ÚZEMÍ ČSSR

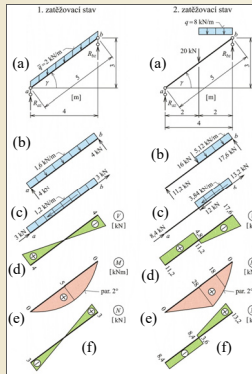


Výpočet nosníku v rovině úlože

96 / 110

Příklad 4.20

Zadání: pro oba zatěžovací stavy téhož šikmého nosníku určit svislé reakce, rozložit rovinnou úlohu na příčnou a osovou a stanovit průběhy vnitřních sil.



Zadání a řešení příkladu 4.20
Obr. 7.50. / str. 122

Výpočet nosníku v rovinné úloze

100 / 110

Ukázky nosníků v rovinné úloze



Nosná konstrukce střechy základní školy, Brumov – Bylnice, projekt OKM

Výpočet nosníku v rovinné úloze

101 / 110

Ukázky nosníků v rovinné úloze



Nosná konstrukce střechy základní školy, Brumov – Bylnice, projekt OKM

Výpočet nosníku v rovinné úloze

102 / 110

Ukázky nosníků v rovinné úloze



Nosná konstrukce střechy základní školy, Brumov – Bylnice, projekt OKM

Výpočet nosníku v rovinné úloze

103 / 110

Ukázky nosníků v rovinné úloze

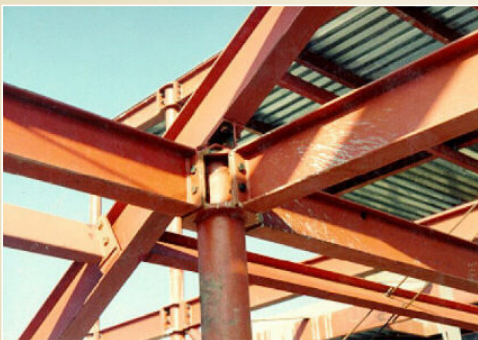


Nosná konstrukce střechy kostelu sv. Michala, Praha, projekt OKM

Výpočet nosníku v rovinné úloze

104 / 110

Ukázky nosníků v rovinné úloze



Nosná konstrukce radnice Ostrava – Krásné pole, projekt OKM

Výpočet nosníku v rovinné úloze

105 / 110

Ukázky nosníků v rovinné úloze



Konstrukce ocelových svétlíkú, Ikea-Avion Shopping Park, Ostrava-Zábfeh

Výpočet nosníku v rovinné úloze

106 / 110

Ukázky nosníků v rovinné úloze



Konstrukce ocelových svétlíkú, Ikea-Avion Shopping Park, Ostrava-Zábfeh

Výpočet nosníku v rovinné úloze

107 / 110

Ukázky nosníků v rovinné úloze



Konstrukce ocelových svétlíkú, Ikea-Avion Shopping Park, Ostrava-Zábfeh

Výpočet nosníku v rovinné úloze

108 / 110

Ukázky nosníků v rovinné úloze



Konstrukce ocelových světlíků, Ikea-Avion Shopping Park, Ostrava-Zábřeh

Výpočet nosníku v rovinné úloze

109 / 110

Okruhy problémů k ústní části zkoušky

1. Výpočet nosníku v osové úloze
2. Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině xz)
3. Prostý nosník s převislými konci
4. Výpočet nosníku v příčné úloze (ve vodorovné hlavní rovině xy)
5. Výpočet nosníku v krutové úloze
6. Výpočet nosníku v rovinné úloze - vodorovný nosník se šikmým zatížením
7. Výpočet nosníku v rovinné úloze - vodorovný nosník se šikmým podepřením
8. Výpočet nosníku v rovinné úloze - šikmý nosník se svislým zatížením
9. Výpočet nosníku v prostorové úloze
10. Diferenciální podmínky rovnováhy elementu přímého nosníku, Schwedlerova věta, využití

Podklady ke zkoušce

110 / 110
