

# Téma 4

## Výpočet přímého nosníku

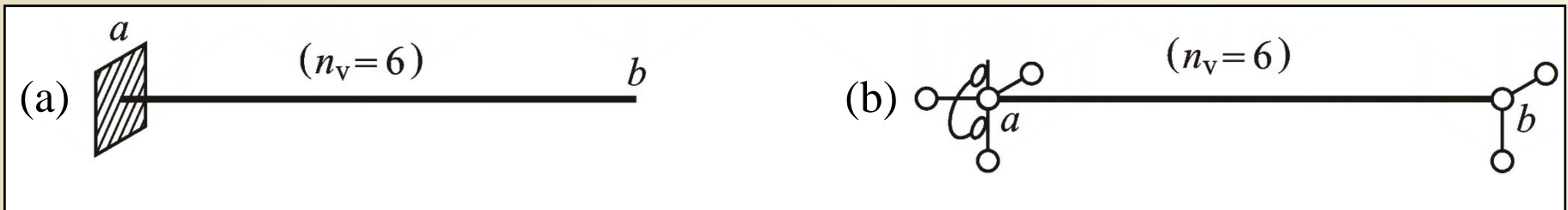
- Výpočet nosníku v osově úloze
- Výpočet nosníku v příčné úloze ve svislé a vodorovné hlavní rovině
- Výpočet nosníku v krutové úloze
- Výpočet nosníku v rovinné úloze
- Výpočet nosníku v prostorové úloze

# Výpočet nosníku v prostorové úloze

Statically určitý nosník v prostoru musí být podepřen  $n_v=6$  jednoduchými vnějšími vazbami, které musí být správně uspořádány, aby nevznikl výjimečný případ podepření.

Přímý nosník musí být podepřen a může být zatížen obecně v prostoru – tzv. prostorová úloha. Prostorové zatížení lze rozložit:

- silové složky působící v ose nosníku
- silové složky kolmé k ose nosníku a momenty v 1.hlavní rovině prutu
- silové složky kolmé k ose nosníku a momenty ve 2.hlavní rovině prutu
- momenty v rovinách kolmých k ose prutu



Statically určité nosníky v prostorové úloze

Obr. 7.51. / str. 123

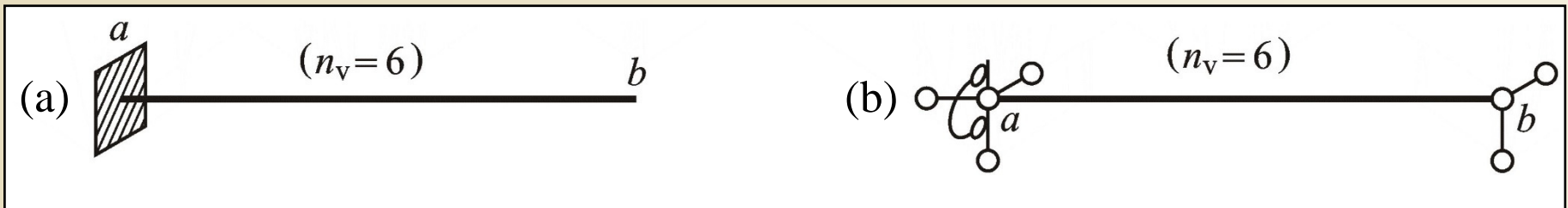
# Výpočet nosníku v prostorové úloze

Výpočet prostorově zatíženého a prostorově podepřeného nosníku lze zjednodušit rozložením na 4 jednodušší úlohy:

- osová úloha (namáhání **tahem** nebo **tlakem**)
- příčná úloha v 1.hlavní rovině (**příčný ohyb v 1.hlavní rovině**)
- příčná úloha ve 2.hlavní rovině (**příčný ohyb ve 2.hlavní rovině**)
- krutová úloha (namáhání **kroucením**)

Postup výpočtu má dvě hlavní etapy:

- výpočet složek reakcí ve vnějších vazbách**
- výpočet vnitřních sil nosníku**



Statically determinate beams in spatial problems

Obr. 7.51. / str. 123

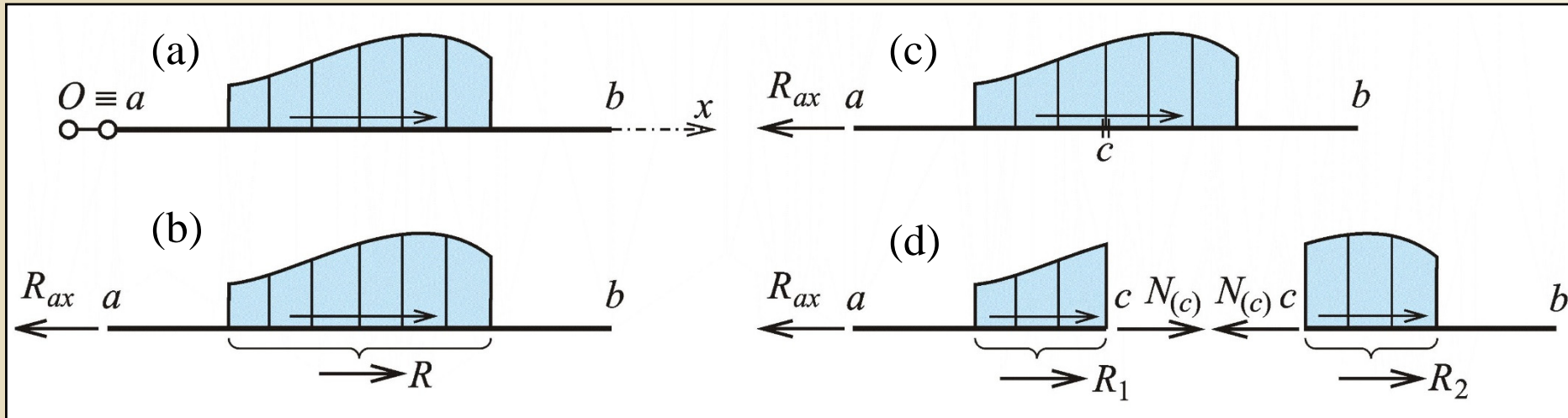
# Výpočet nosníku v osově úloze

Jedna vnější vazba – jediná složka reakce ( $n_v = 1$ ) z podmínky rovnováhy:

$$-R_{ax} + R = 0 \Rightarrow R_{ax} - R = 0 \Rightarrow R_{ax} = R$$

Jediná složka vnitřních sil – **normálová síla**.

Normálová síla  $N$  osově namáhaného nosníku v zadaném průřezu je rovna výslednici všech sil, které na nosník působí po jedné straně zadaného průřezu.

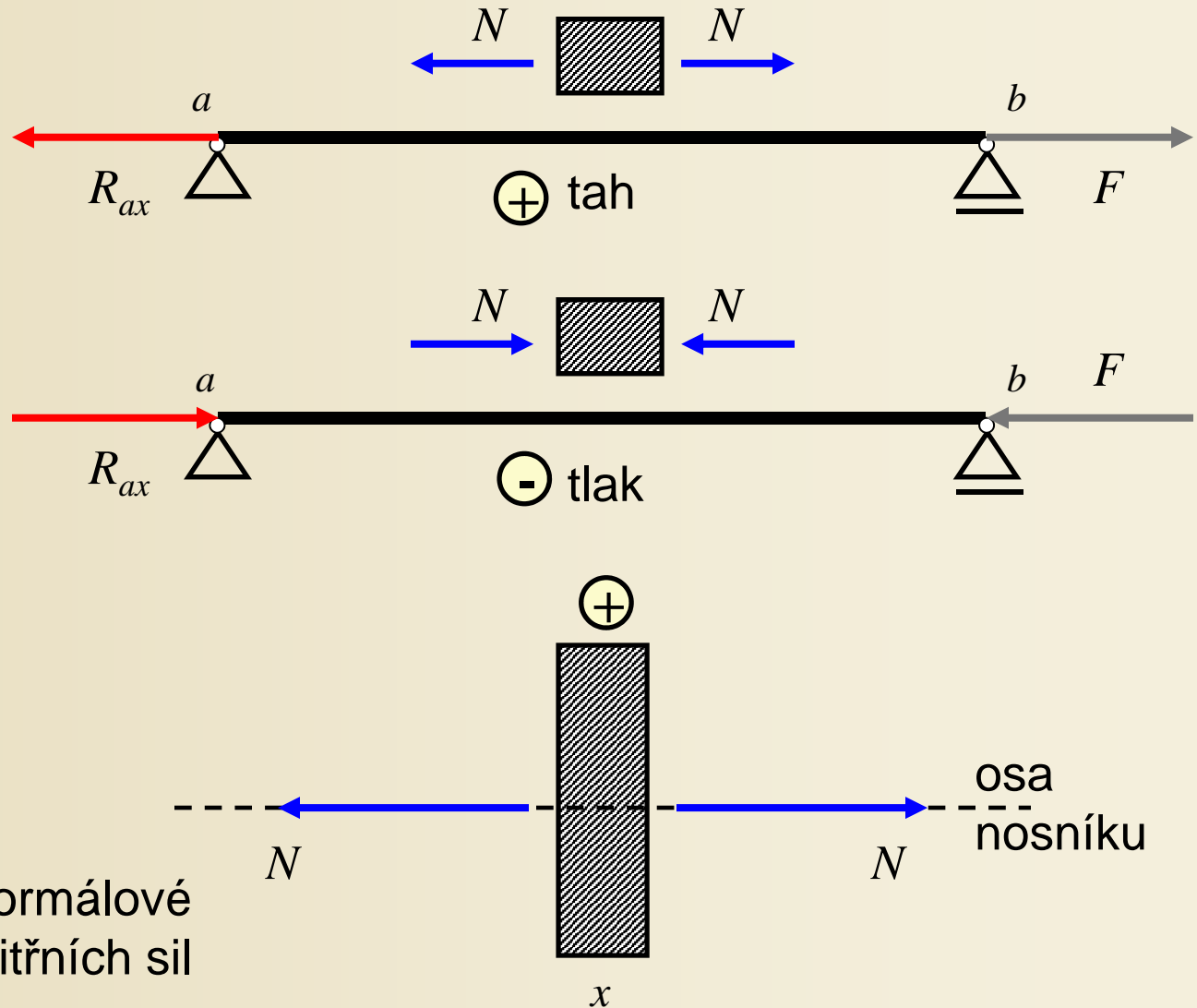


Výpočet reakce a normálové síly v osově úloze

Obr. 7.1. / str. 90

# Normálová síla $N$

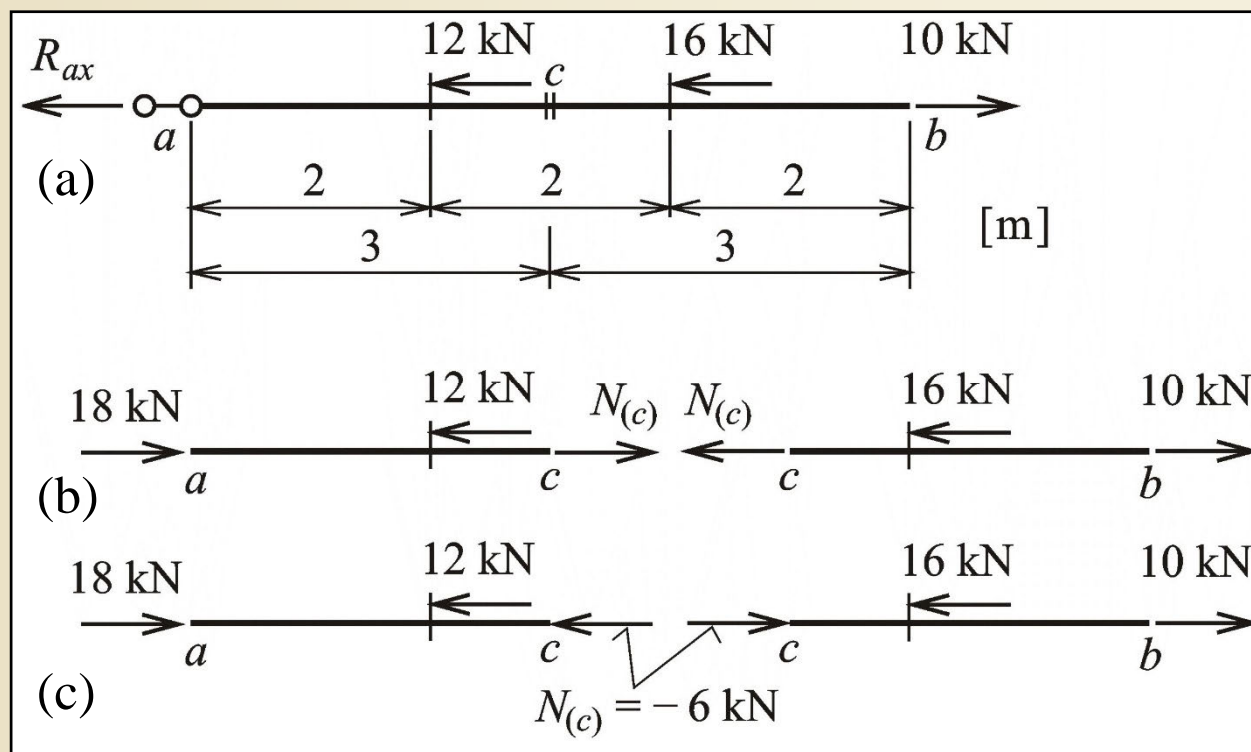
Normálová síla je kladná (tahová), má-li výslednice smysl **od** zadaného průřezu (tj. při postupu z levé strany doleva, při postupu z pravé strany doprava). V opačném případě je normálová síla záporná (tlaková).



Kladný směr normálové složky vnitřních sil

# Příklad 4.1

**Zadání:** určit reakci  $R_{ax}$  a normálovou sílu v průřezu  $c$



Zadání a řešení příkladu 4.1

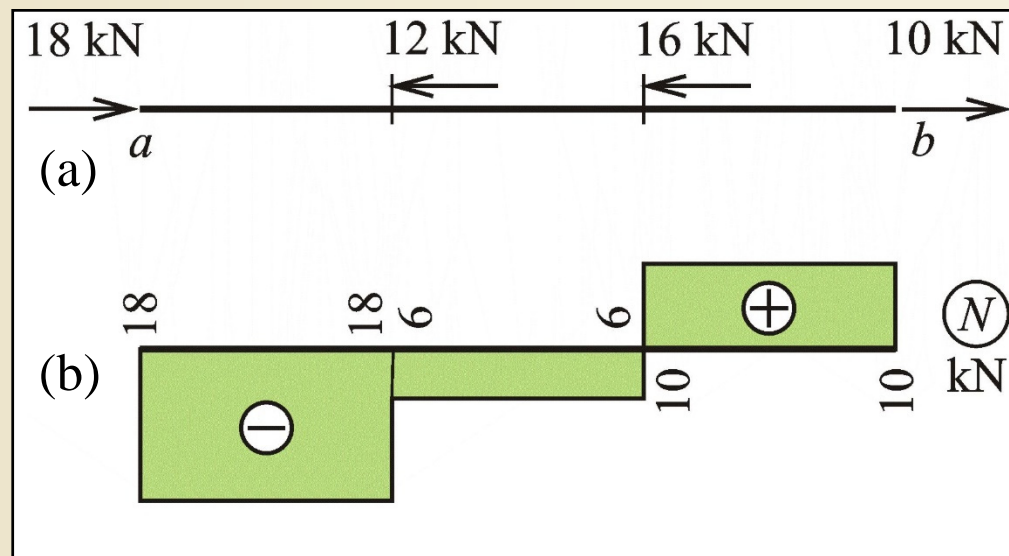
Obr. 7.2. / str. 90

## Příklad 4.2

**Zadání:** sestrojit průběh normálových sil  $N$

Normálová síla v průřezu, kde působí bodová (osamělá) osová síla, je určena ve dvou soumezných průřezích zleva a zprava od působíště bodové síly. Obě normálové síly se liší o hodnotu bodové síly, normálová síla se mění skokem.

Průběh normálových sil po celé délce se znázorňuje graficky formou diagramu (grafu).

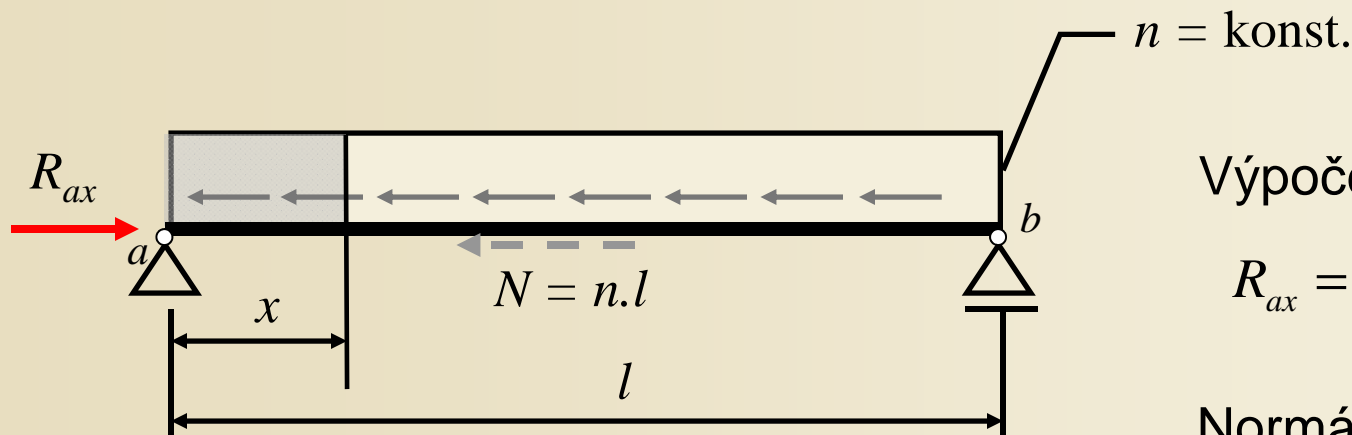


Řešení příkladu 4.2

Obr. 7.3. / str. 91

# Nejjednodušší zatěžovací stavy prostých nosníků

Při působení spojitého osového zatížení se reakce určí pomocí výslednice celého spojitého zatížení – plocha zatěžovacího obrazce (obecně integrace, u jednoduchých obrazců elementární vzorce geometrie).  
Obdobně se při výpočtu normálové síly určí dílčí výslednice spojitého zatížení vlevo nebo vpravo od uvažovaného průřezu.



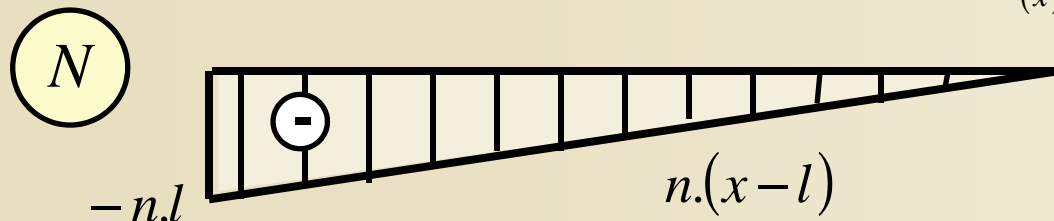
Výpočet reakcí

$$R_{ax} = N = n.l(\rightarrow)$$

Normálová síla

$$N_{(x)}^L = -R_{ax} + n.x = -n.l + n.x = n.(x - l)$$

$$N_{(a)} = -R_{ax} = -n.l$$





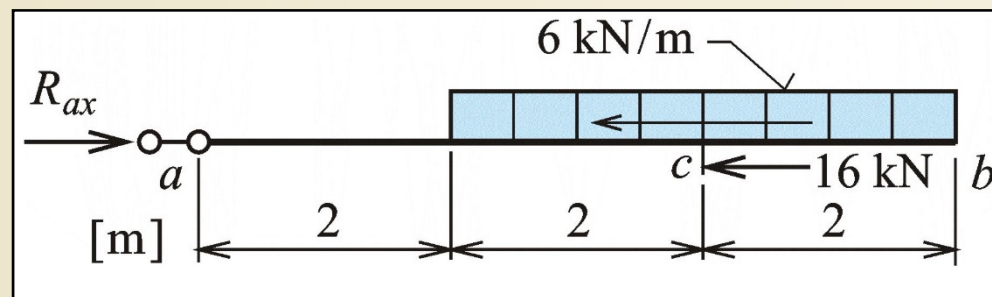
## Příklad 4.3

**Zadání:** určit velikost reakce  $R_{ax}$  a velikost normálové síly v soumězných průřezích zleva a zprava od průřezu  $c$ .

$$R_{ax} = 6.4 + 16 = 40\text{kN}$$

$$N_{(c1)} = -40 + 6.2 = -28\text{kN}$$

$$N_{(c2)} = -2.6 = -12\text{kN}$$



Zadání příkladu 4.3

Obr. 7.4. / str. 92

# Výpočet normálových sil

a) rovnoměrné zatížení  $n = \text{konst.}$   $R_{\bar{x}} = n \cdot \bar{x}$

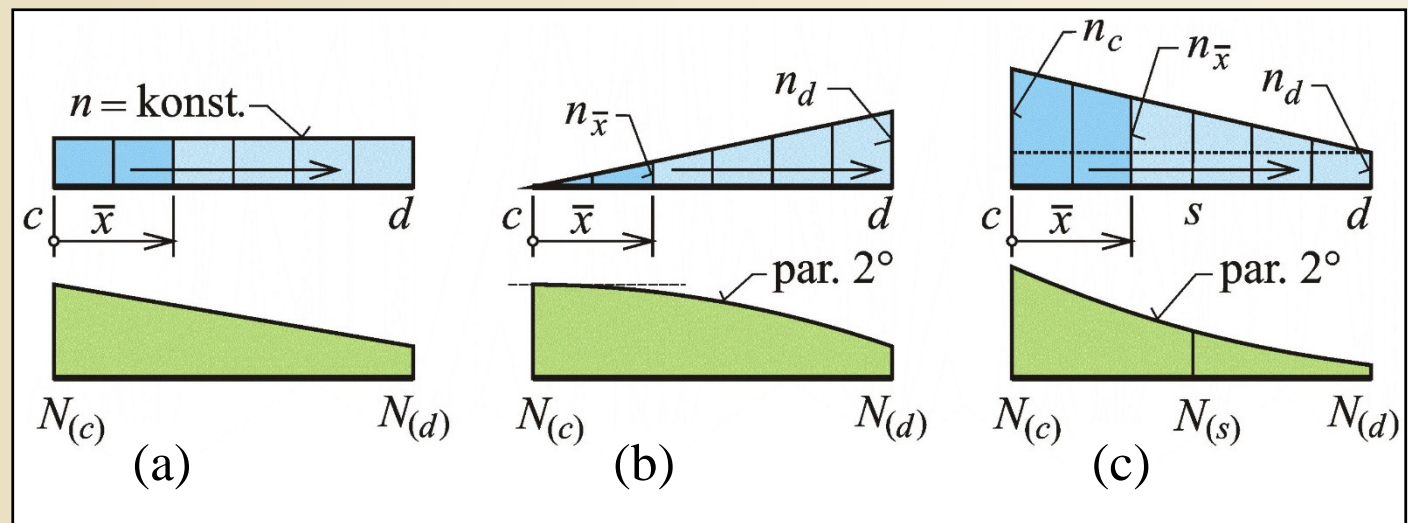
$$N_{(\bar{x})} = N_{(c)} - n \cdot \bar{x}$$

b) trojúhelníkové zatížení ( $b$  je délka části  $cd$ )

$$n_d, n_{\bar{x}} = n_d \cdot \frac{\bar{x}}{b} \quad R_{\bar{x}} = \frac{1}{2} \cdot \bar{x} \cdot n_{\bar{x}} = \frac{n_d \cdot \bar{x}^2}{2 \cdot b}$$

$$N_{(\bar{x})} = N_{(c)} - \frac{n_d \cdot \bar{x}^2}{2 \cdot b}$$

c) lichoběžníkové zatížení – složené z rovnoběžného a trojúhelníkového

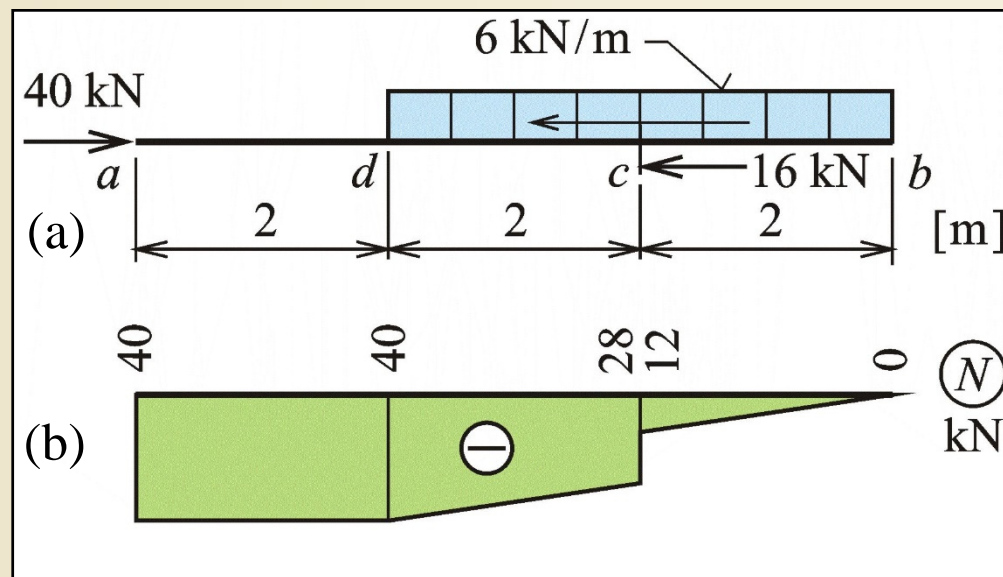


Průběhy normálových sil pod spojitým osovým zatížením

Obr. 7.5. / str. 92

# Příklad 4.4

Zadání: sestrojit průběh normálových sil  $N$



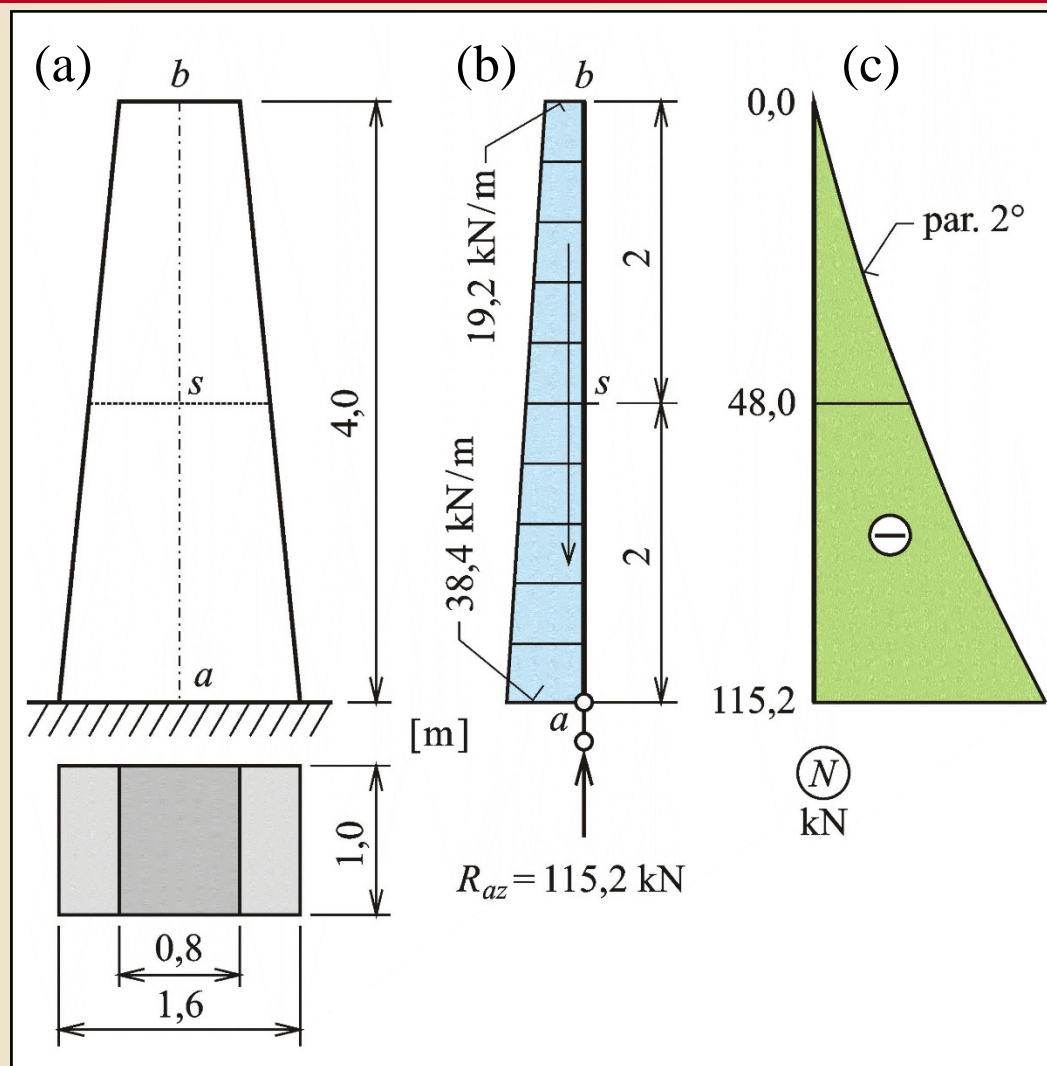
Řešení příkladu 4.4

Obr. 7.6. / str. 93

## Příklad 4.5

**Zadání:** obdélníkový průřez s lineárně proměnnou výškou průřezu, měrná hmotnost staviva  $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$ , zatížení pouze vlastní tíhou.

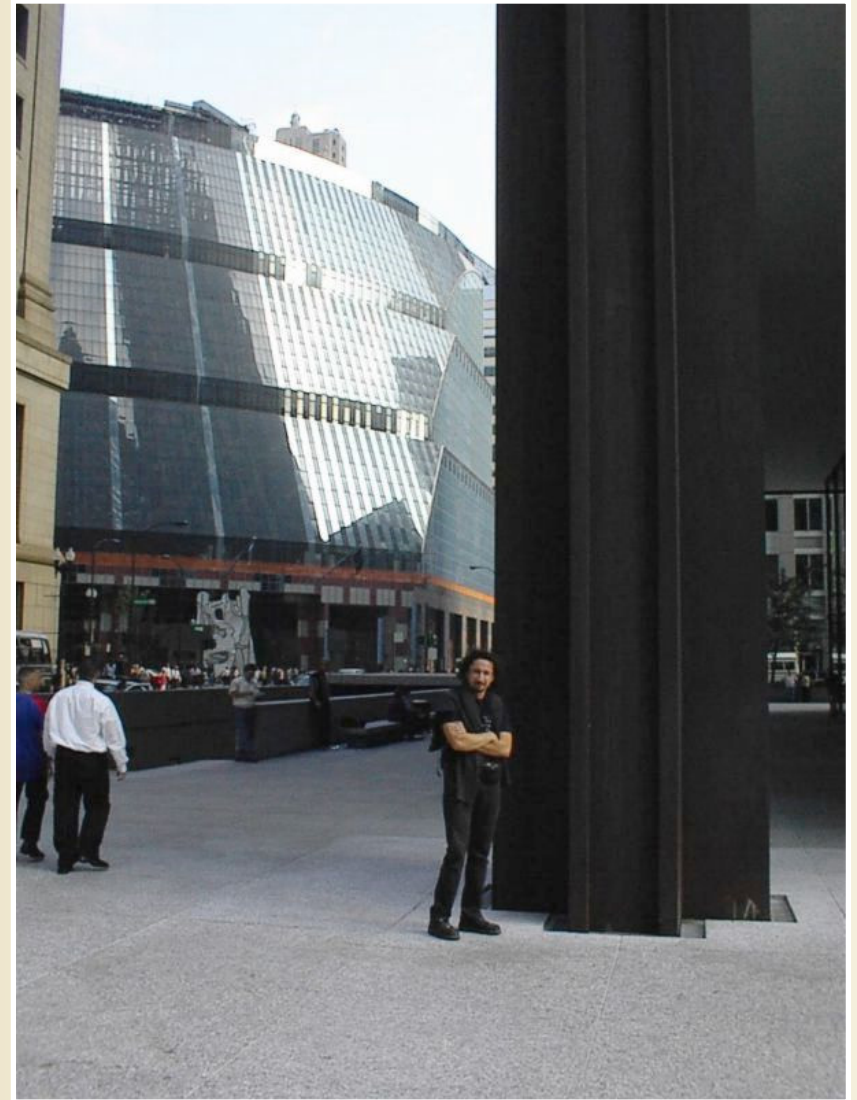
**Předmět výpočtu:** reakce sloupu a průběh normálových sil.



Zadání a řešení příkladu 4.5

Obr. 7.7. / str. 94

# Nosník v osově úloze - sloup



Odstupňovaný průřez sloupu Richard Daley Center v Chicagu z roku 1965

# Nosník v osově úloze - sloup



Odstupňovaný průřez sloupu Richard Daley Center v Chicagu z roku 1965

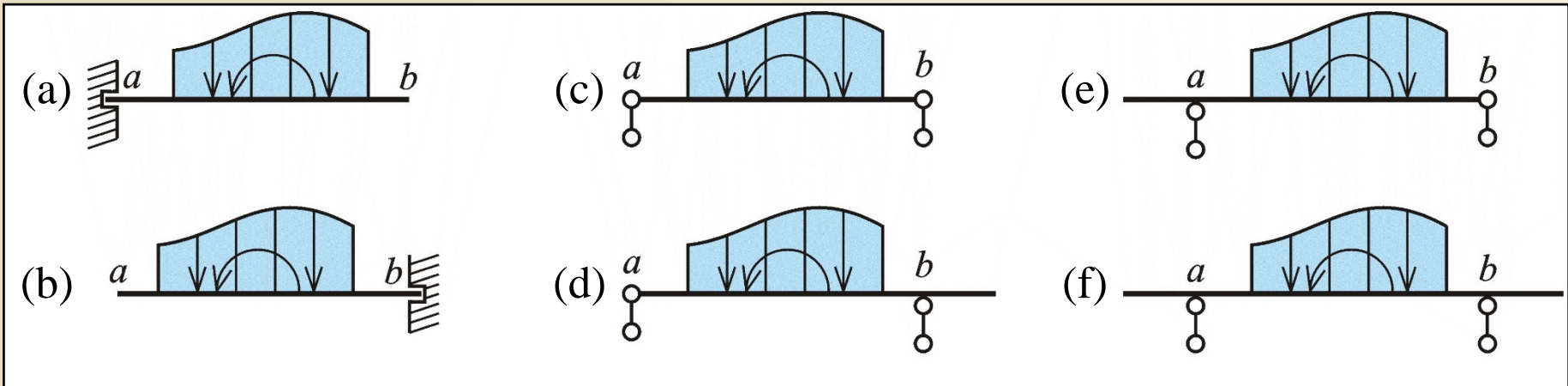
# Výpočet nosníku v příčné úloze

Zatížení libovolným příčným zatížením s trojím způsobem podepření ( $n_v=2$ ):

a) konzola posuvně vetknutá vlevo nebo vpravo

b) prostý nosník podepřený na obou koncích vazbami proti svislému posunu

c) prostý nosník s převislými konci

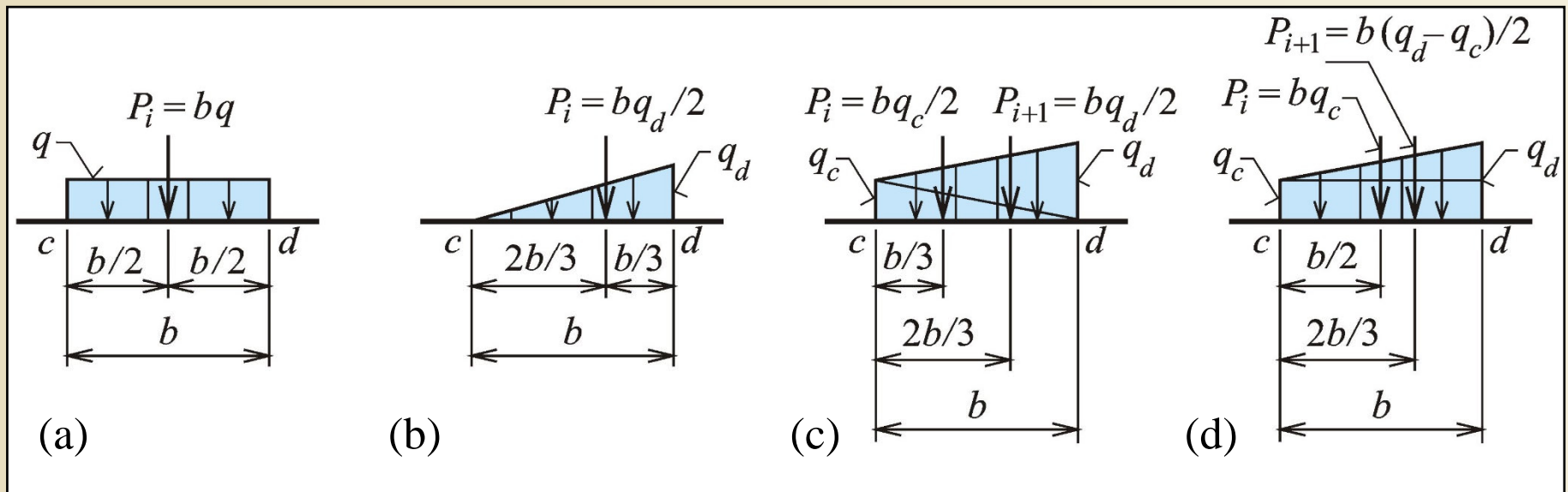


Druhy přímých nosníků v příčné úloze

Obr. 7.9. / str. 95

# Výpočet nosníku v příčné úloze

Při působení spojitého zatížení se reakce určí pomocí výslednice celého spojitého zatížení – plocha zatěžovacího obrazce (obecně integrace, u jednoduchých obrazců elementární vzorce geometrie), která má působíště v těžišti zatěžovacího obrazce.

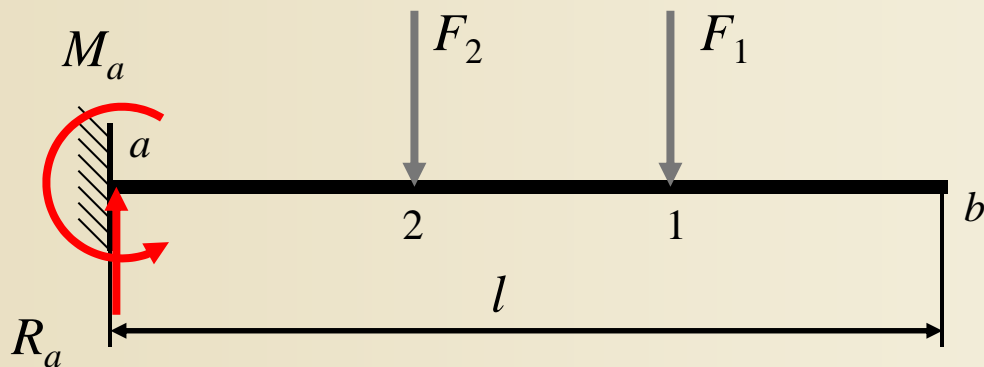


Náhradní síly za spojitá zatížení v příčné úloze přímého prutu

Obr. 7.10. / str. 96



# Reakce konzoly posuvně vetknuté vlevo



Výpočet reakcí pomocí podmínek rovnováhy:

1.  $R_z = 0 \Rightarrow R_a$

2.  $\sum M_{ia} = 0 \Rightarrow M_a$

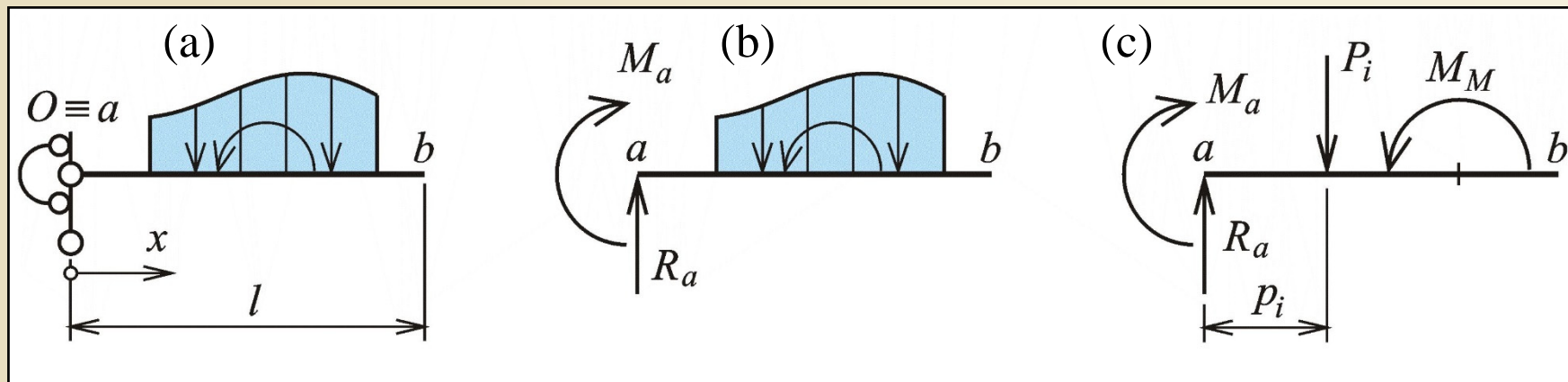
Kladné znaménko vypočtené složky reakce potvrzuje její předpokládaný smysl, záporné znaménko udává, že skutečný smysl složky reakce je opačný, než byl předpokládán.

# Reakce konzoly posuvně vetknuté vlevo

Výpočet reakcí pomocí podmínek rovnováhy:

1.  $R_z = 0$   $R_a - \sum P_i = 0 \Rightarrow R_a = \sum P_i$

2.  $\sum M_{ia} = 0$   $M_a + \sum P_i \cdot p_i - M_M = 0 \Rightarrow M_a = -\sum P_i \cdot p_i + M_M$

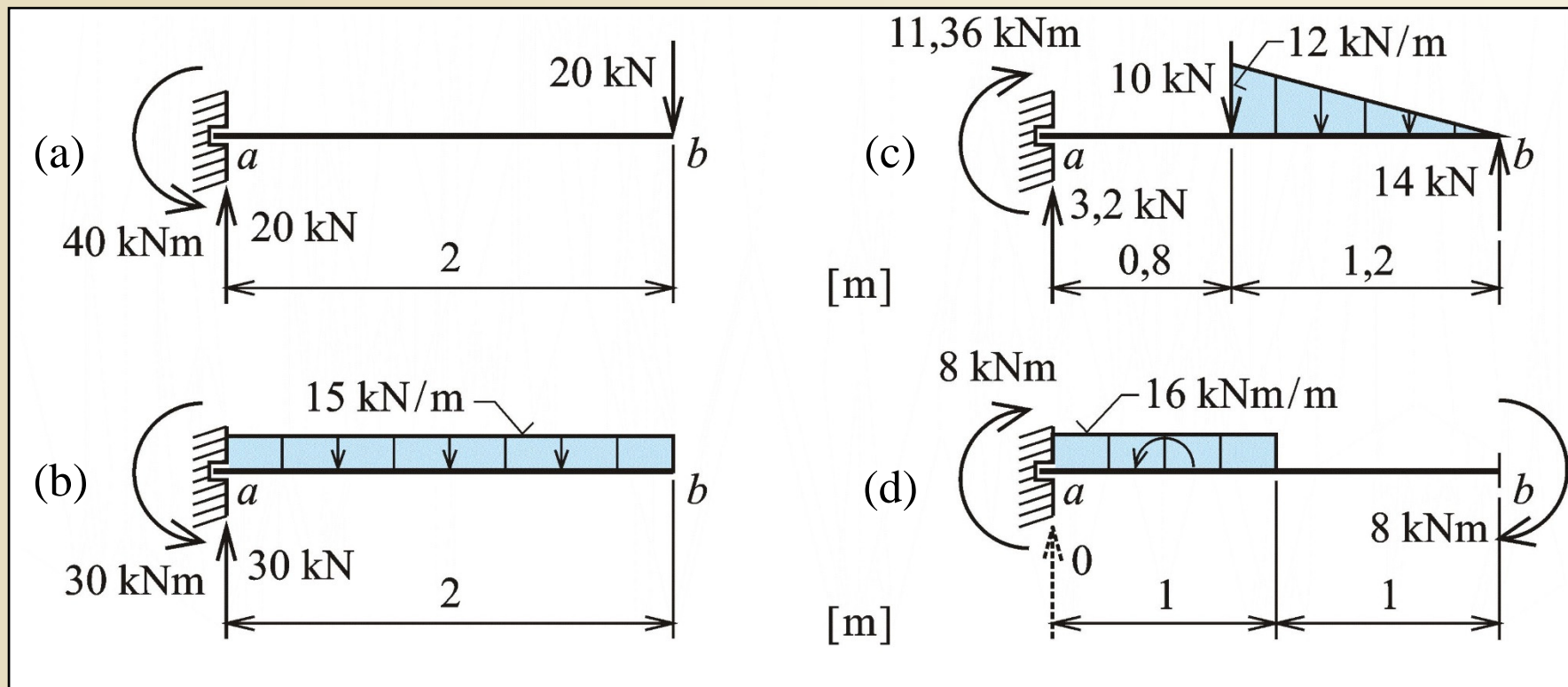


Složky reakce konzoly vlevo vetknuté a schéma upraveného zatížení

Obr. 7.11. / str. 96

# Příklad 4.6

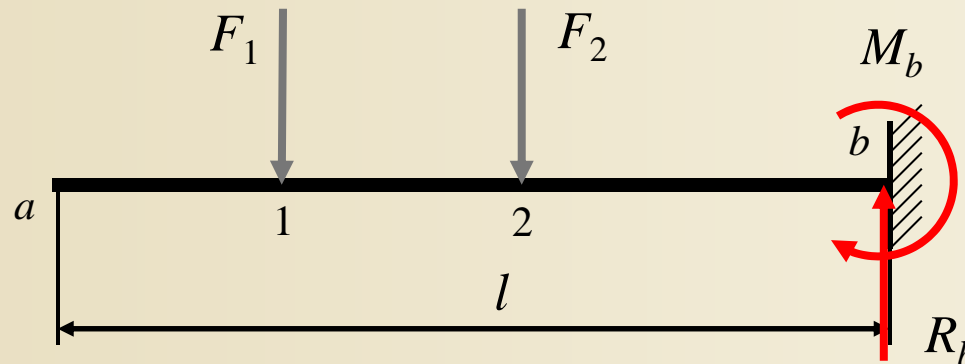
**Zadání:** určit složky reakcí pro čtyři zatěžovací stavy těže konzoly



Zadání a řešení příkladu 4.6

Obr. 7.12. / str. 97

# Reakce konzoly posuvně vetknuté vpravo



Výpočet reakcí pomocí podmínek rovnováhy:

1.  $R_z = 0 \Rightarrow R_b$

2.  $\sum M_{ib} = 0 \Rightarrow M_b$

Kladné znaménko vypočtené složky reakce potvrzuje její předpokládaný smysl, záporné znaménko udává, že skutečný smysl složky reakce je opačný, než byl předpokládán.

# Reakce konzoly posuvně vetknuté vpravo

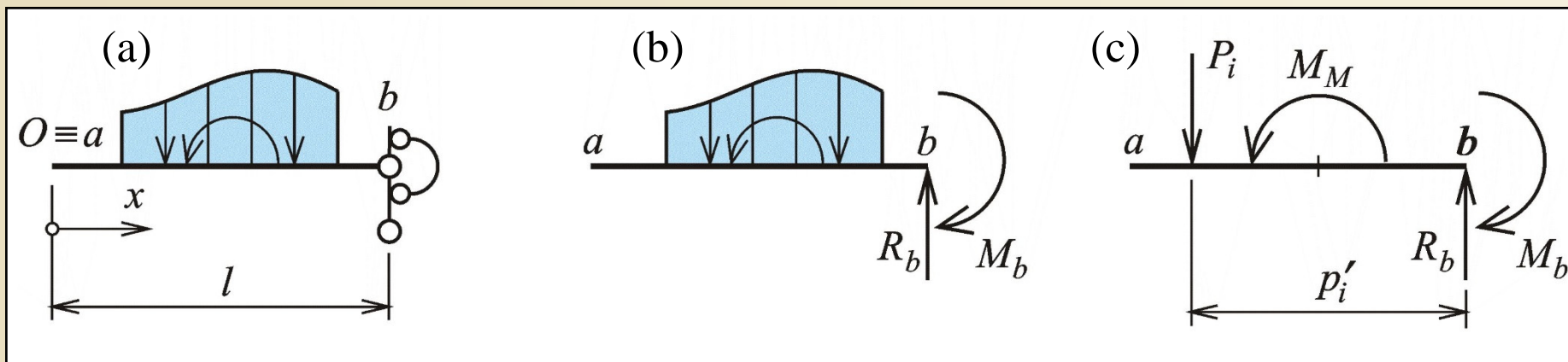
Výpočet reakcí pomocí podmínek rovnováhy:

1.  $R_z = 0$

$$R_b - \sum P_i = 0 \Rightarrow R_b = \sum P_i$$

2.  $\sum M_{ib} = 0$

$$M_b - \sum P_i \cdot p_i - M_M = 0 \Rightarrow M_b = \sum P_i \cdot p_i + M_M$$

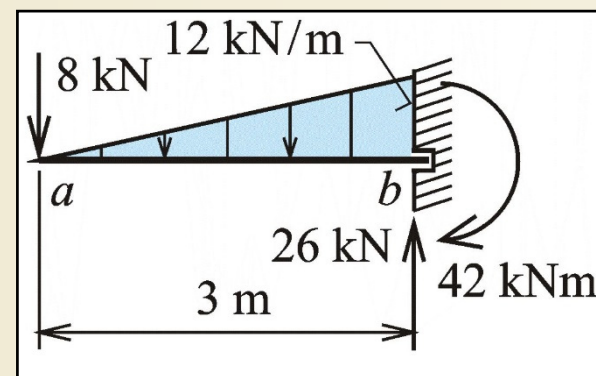


Složky reakce konzoly vpravo vetknuté a schéma upraveného zatížení

Obr. 7.13. / str. 97

## Příklad 4.7

**Zadání:** určit složky reakcí pro uvedený zatěžovací stav



Zadání a řešení příkladu 4.7

Obr. 7.14. / str. 98

# Ukázky konzolových nosníků



Chodníková konzola mostní konstrukce

# Ukázky konzolových nosníků



Chodníková konzola mostní konstrukce



# Ukázky konzolových nosníků



Betonový skelet a ocelová kopule pavilonu C, Brněnské výstaviště

# Ukázky konzolových nosníků



Konstrukce schodiště pavilonu C, Brněnské výstaviště

# Ukázky konzolových nosníků



Konstrukce schodiště pavilonu C, Brněnské výstaviště

# Ukázky konzolových nosníků



Konzolový nosník konstrukce schodiště pavilonu C, Brněnské výstaviště

# Ukázky konzolových nosníků



Konzolový nosník podepření technologického mostu dolu ČSA v Karviné

# Ukázky konzolových nosníků



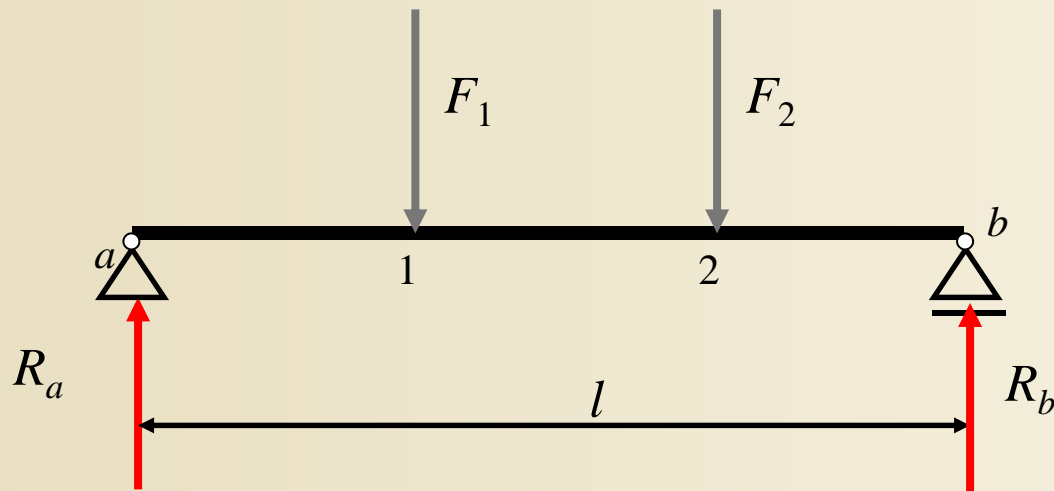
Nosná konstrukce plošiny, Výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

# Ukázky konzolových nosníků



Nosná konstrukce plošiny, Výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

# Reakce prostého nosníku bez převislých konců



Výpočet reakcí pomocí podmínek rovnováhy:

1.  $\sum M_{ia} = 0 \Rightarrow R_b$

2.  $\sum M_{ib} = 0 \Rightarrow R_a$

3.  $R_z = 0$  kontrola

Kladné znaménko vypočtené složky reakce potvrzuje její předpokládaný smysl, záporné znaménko udává, že skutečný smysl složky reakce je opačný, než byl předpokládán.



# Reakce prostého nosníku bez převislých konců

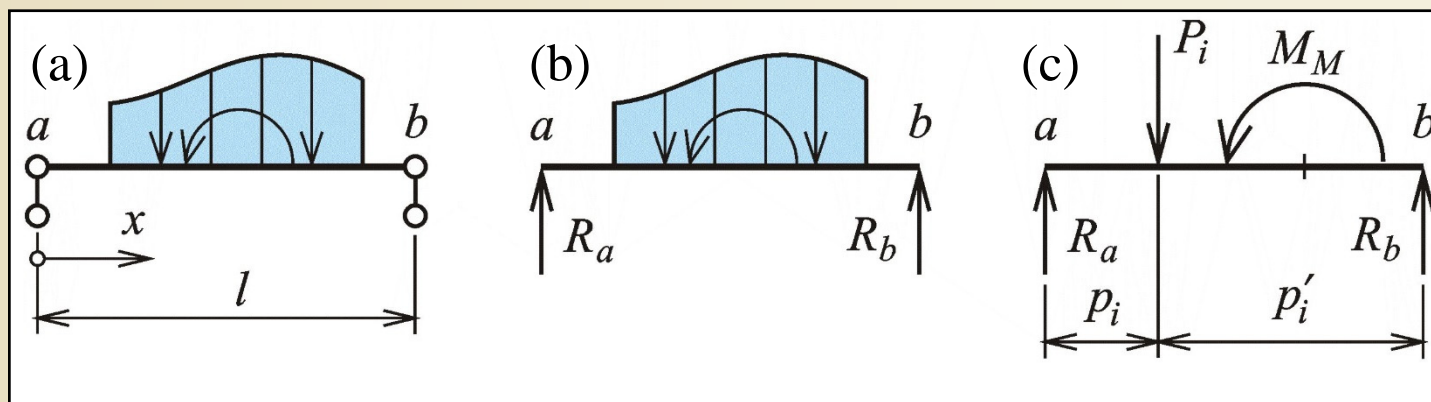
Výpočet reakcí pomocí podmínek rovnováhy:

$$1. \quad \sum M_{ib} = 0 \quad R_a \cdot l - \sum P_i \cdot p'_i - M_M = 0 \Rightarrow R_a = \frac{1}{l} (\sum P_i \cdot p'_i + M_M)$$

$$2. \quad \sum M_{ia} = 0 \quad R_b \cdot l - \sum P_i \cdot p_i + M_M = 0 \Rightarrow R_b = \frac{1}{l} (\sum P_i \cdot p_i - M_M)$$

Kontrola:

$$3. \quad R_z = 0 \Rightarrow R_a + R_b = \sum P_i$$

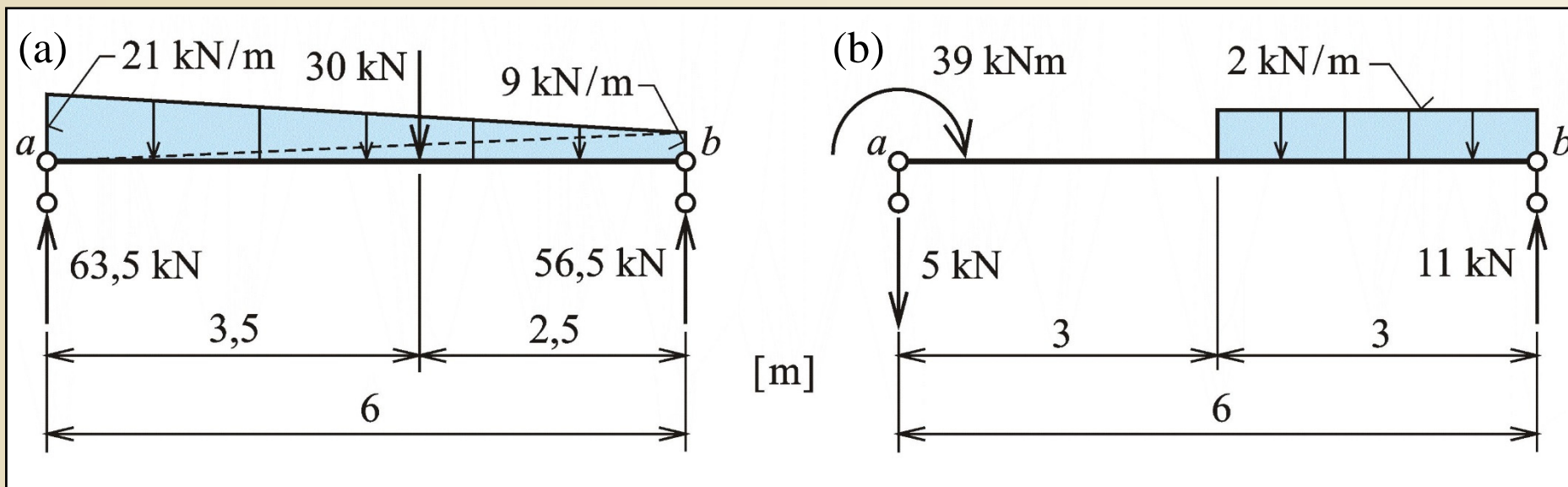


Reakce prostého nosníku a schéma upraveného zatížení

Obr. 7.15. / str. 98

# Příklad 4.8

**Zadání:** určit složky reakcí pro dva zatěžovací stavy téhož nosníku



Zadání a řešení příkladu 4.8

Obr. 7.16. / str. 99

# Ukázky prostých nosníků



Prosté nosníky železobetonového skeletu, Albert, Ostrava-Poruba

# Ukázky prostých nosníků



Prosté nosníky železobetonového skeletu, Interspar, Ostrava-Poruba

# Reakce prostého nosníku s převislými konci

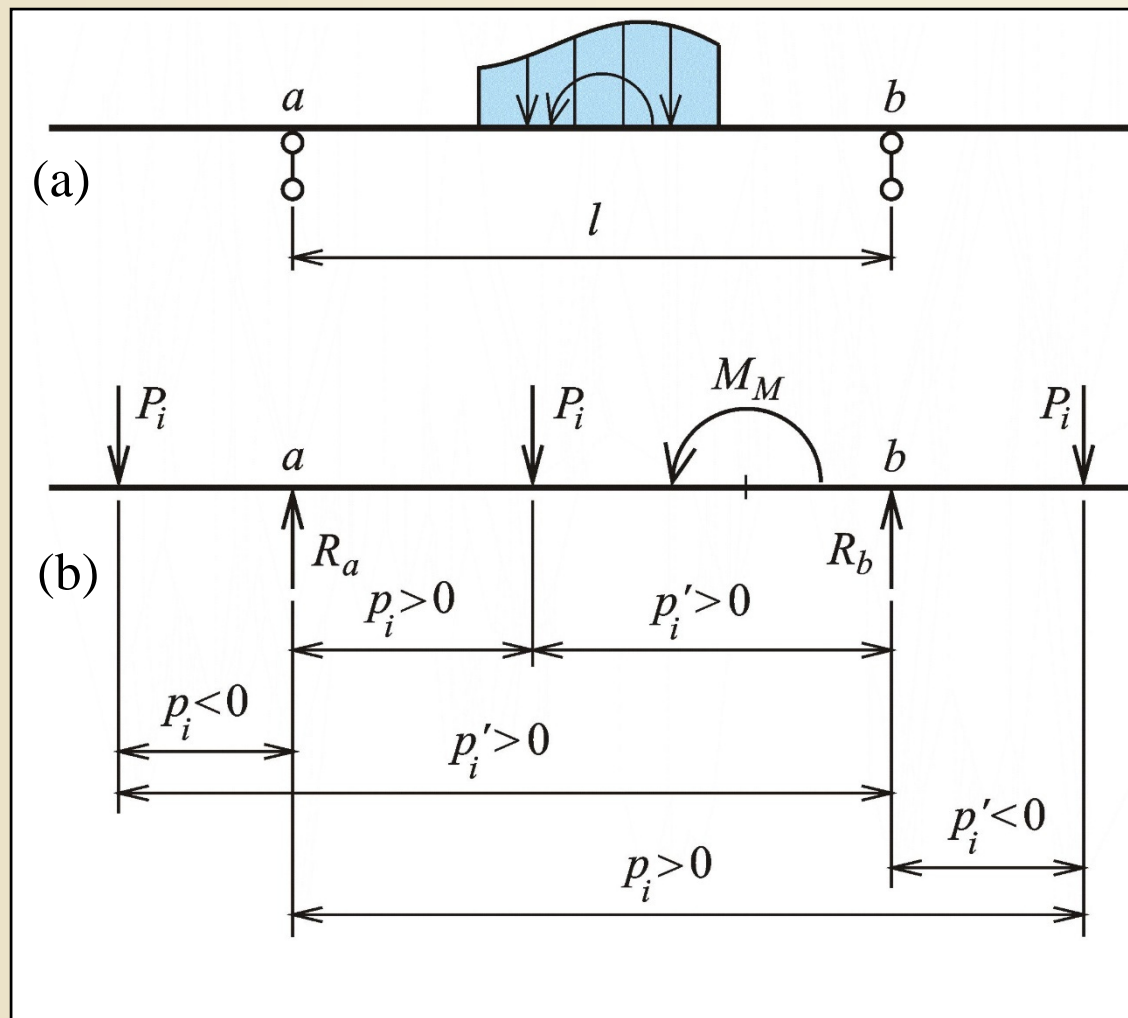
Výpočet reakcí pomocí podmínek rovnováhy stejný jako u nosníku bez převislých konců:

1.  $\sum M_{ia} = 0 \Rightarrow R_b$

2.  $\sum M_{ib} = 0 \Rightarrow R_a$

3.  $R_z = 0$  kontrola

Kladná síla na převislém konci způsobuje k podpoře moment opačného smyslu než kladná síla v poli.

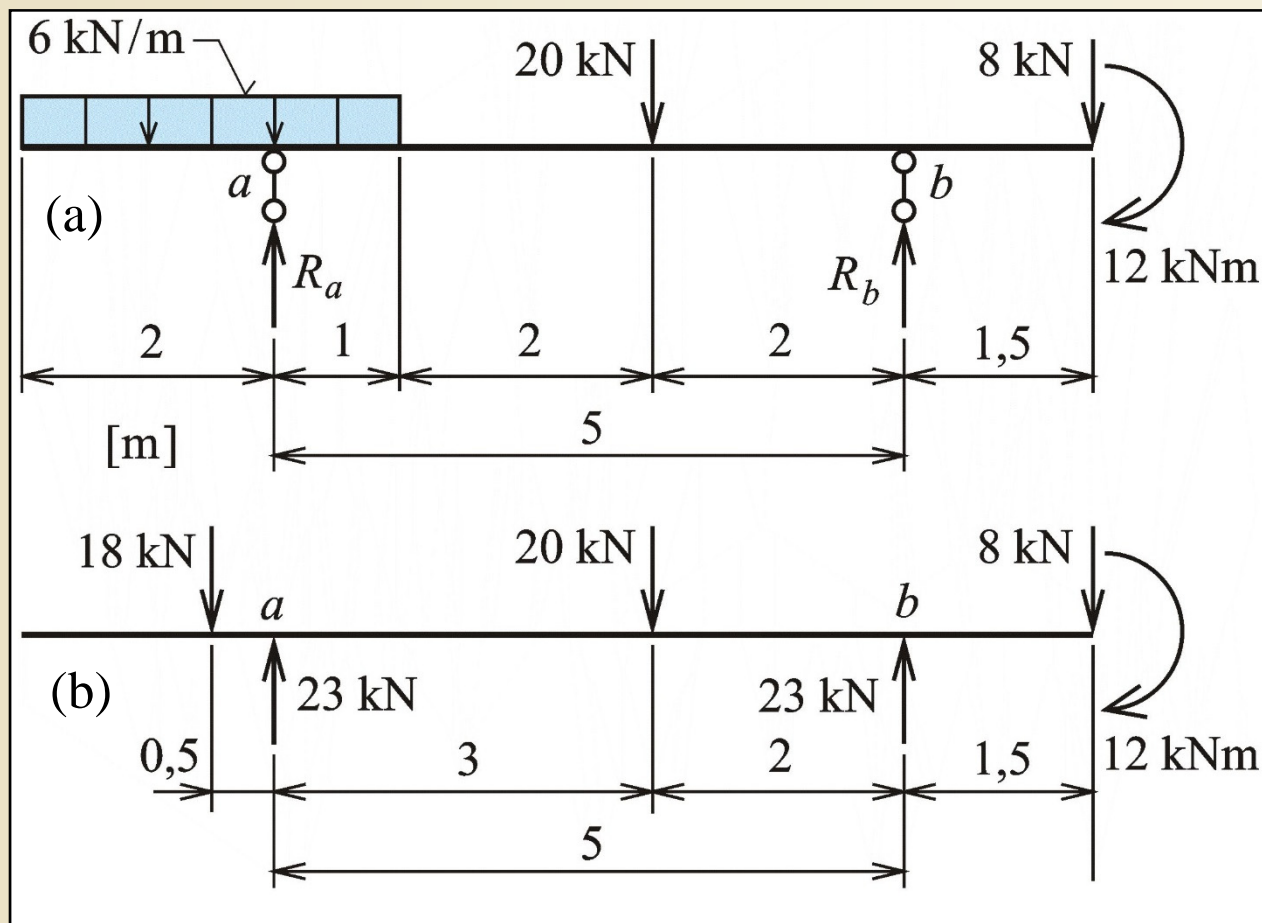


Ramena sil v upraveném zatížení

Obr. 7.18. / str. 100

# Příklad 4.9

Zadání: určit složky reakcí



Zadání a řešení příkladu 4.9

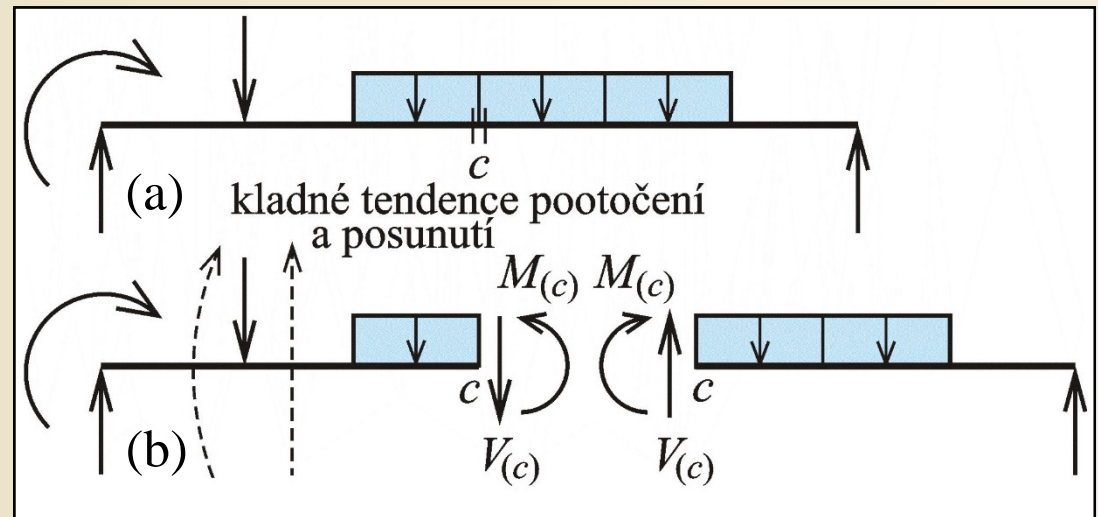
Obr. 7.19. / str. 100

# Vnitřní síly přímého nosníku v příčné úloze

V příčné úloze dva druhy vnitřních sil: **posouvající síla** a **ohybový moment**.

Posouvající síla se určí s využitím silové podmínky rovnováhy (ve svislém směru) jedné z obou částí, k výpočtu ohybového momentu se využije momentová podmínka rovnováhy jedné z obou částí.

V praktických případech se vybere část s menším počtem vnějších sil – jednodušší výpočet.

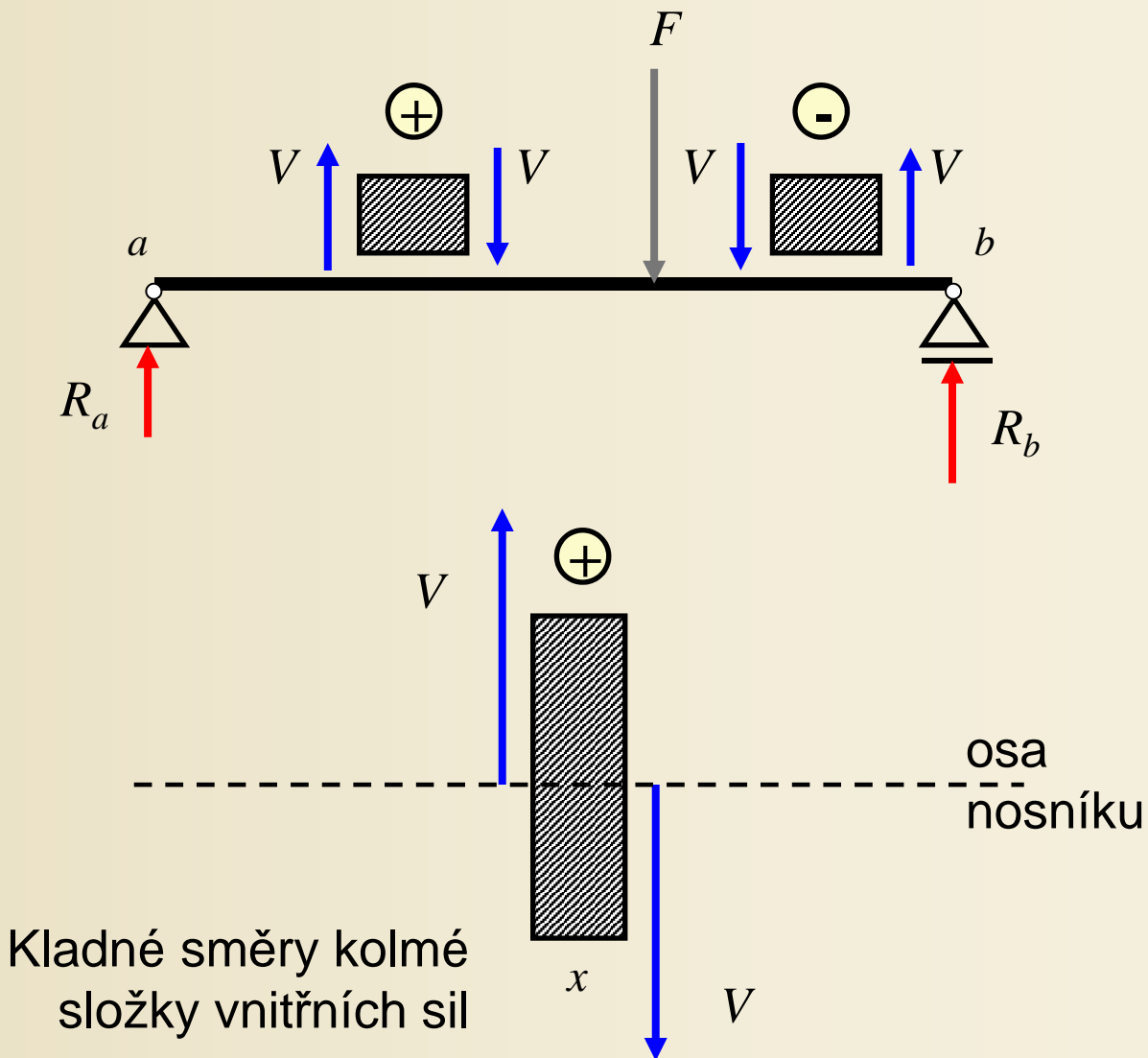


Vnitřní síly v příčné úloze

Obr. 7.20. / str. 101

# Posouvající síla $V$

Posouvající sílu  $v$  v zadaném průřezu  $c$  lze vypočítat jako algebraický součet všech svislých sil po jedné straně průřezu. Postupuje-li se z levé strany, do součtu se zahrnou kladně síly působící zdola nahoru, záporně síly působící shora dolů. Při postupu z pravé strany je to naopak: kladné jsou síly působící shora dolů, záporné směřují zdola nahoru.

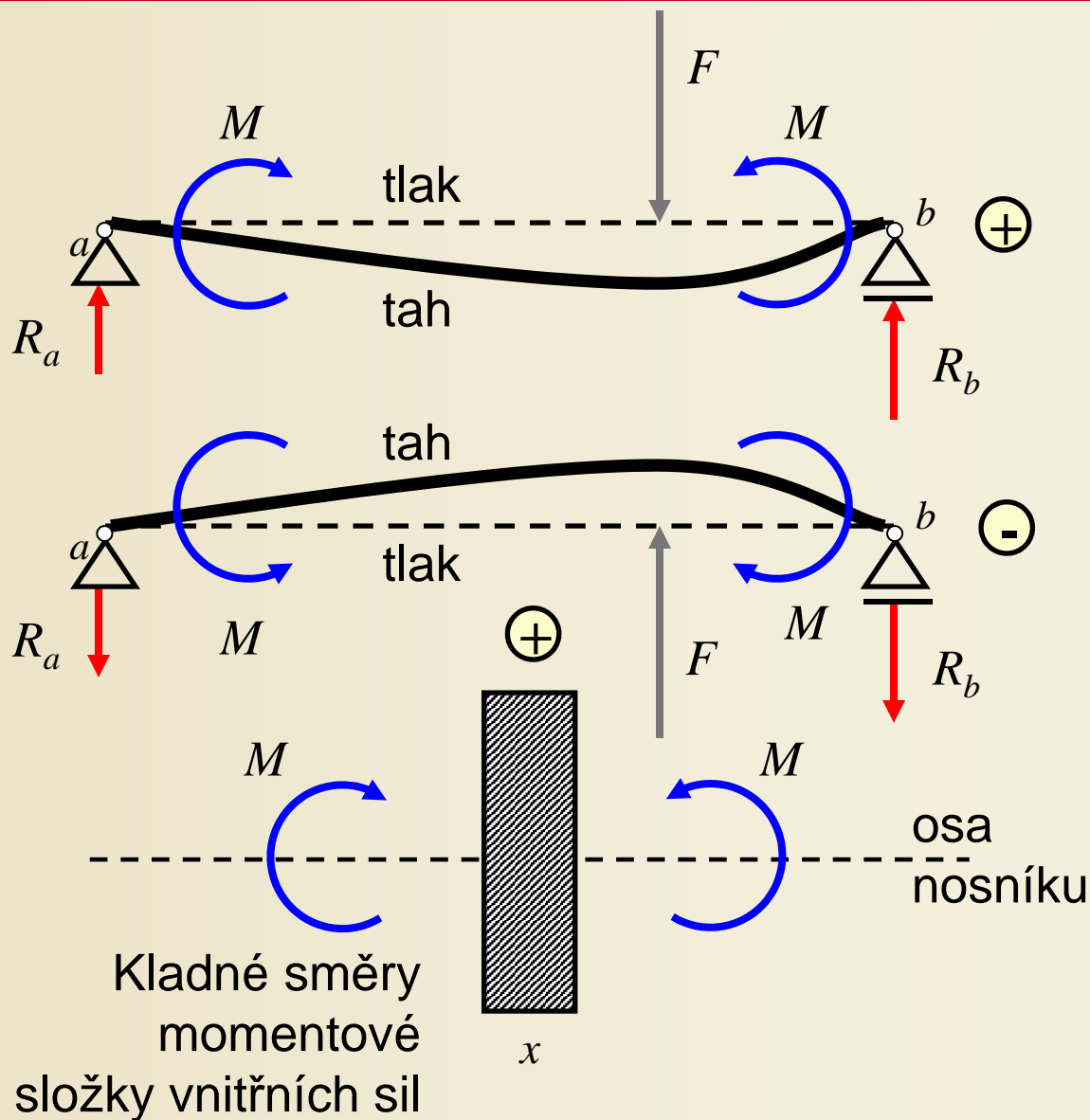


Kladné směry kolmé složky vnitřních sil



# Ohybový moment $M$

Ohybový moment v zadaném průřezu  $c$  lze vypočítat jako algebraický součet statických momentů k bodu  $c$  všech sil a momentů působících po jedné straně průřezu. Postupuje-li se z levé strany, do součtu se zahrnou kladně momenty působící ve směru chodu hodinových ručiček, záporně momenty otáčející proti ručičkám. Při postupu z pravé strany je to naopak: kladné jsou momenty proti ručičkám, záporné po ručičkách.



# Příklad 4.10

**Zadání:** určit složky reakcí na prostém nosníku s pravým převislým koncem a vnitřní síly v bodu  $c$ .

Reakce:

$$R_a = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} -16 + 10 \cdot 7,2 \cdot 1,4 + \\ + 30 \cdot 2 - 20 \cdot 2,2 \end{pmatrix} = 20,16 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$R_b = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} +16 + 10 \cdot 7,2 \cdot 3,6 + \\ + 30 \cdot 3 + 20 \cdot 7,2 \end{pmatrix} = 101,84 \text{ kN} (\uparrow)$$

Posouvající síla zleva:

$$V_{(c1)} = 20,16 - 10 \cdot 3 = -9,84 \text{ kN}$$

$$V_{(c2)} = V_{(c1)} - 30 = -39,84 \text{ kN}$$

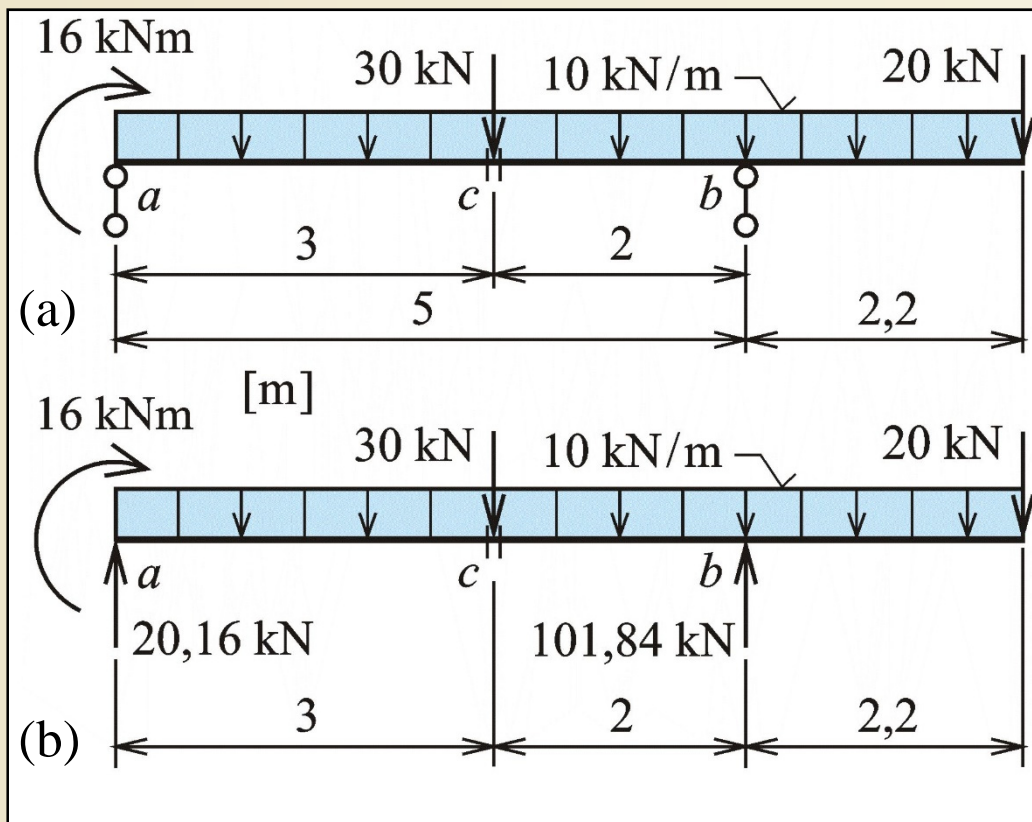
Posouvající síla zprava:

$$V_{(c2)} = 10 \cdot 4,2 - 101,84 + 20 = -39,84 \text{ kN}$$

Ohybový moment zleva a zprava:

$$M_{(c)} = 20,16 \cdot 3 + 16 - 10 \cdot 3 \cdot 1,5 = 31,48 \text{ kNm}$$

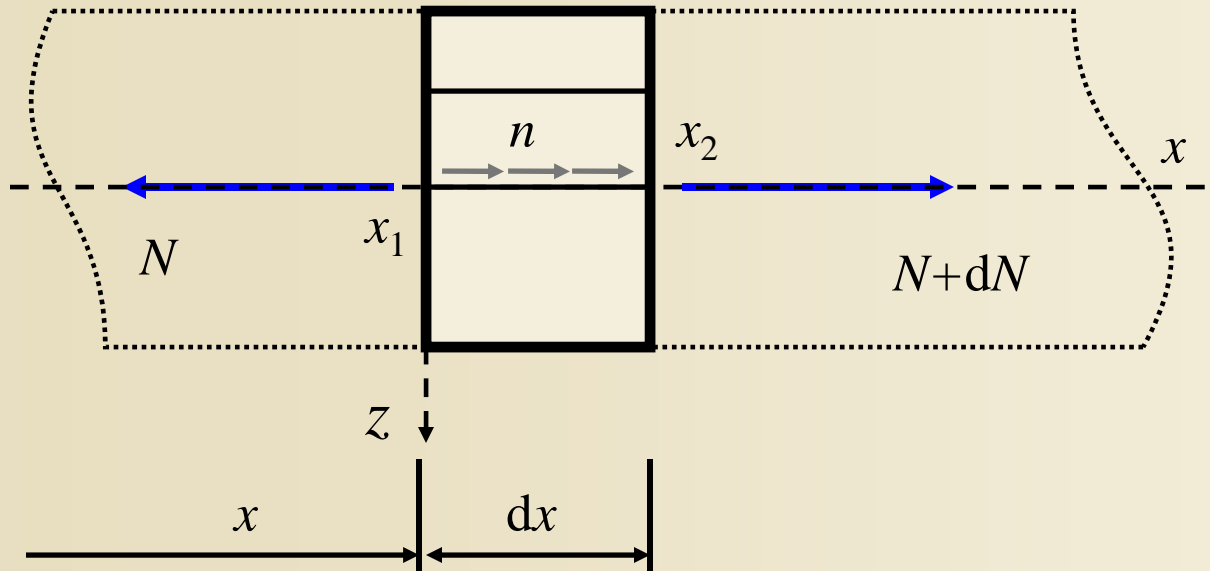
$$M_{(c)} = 101,84 \cdot 2 - 10 \cdot 4,2 \cdot 2,1 - 20 \cdot 4,2 = 31,48 \text{ kNm}$$



Zadání příkladu 4.10

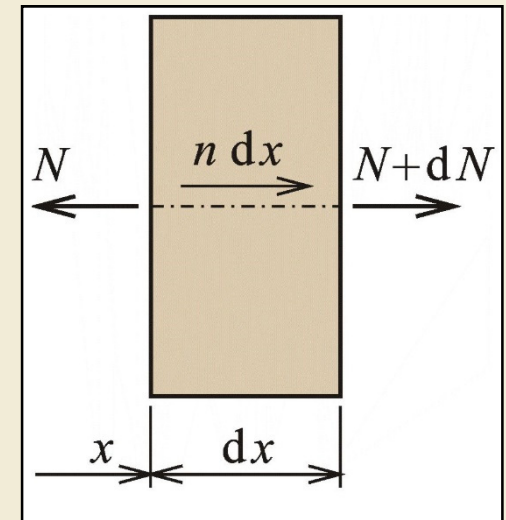
Obr. 7.21. / str. 102

# Diferenciální podmínka rovnováhy elementu v osově úloze



$$R_x = 0: \quad -N + (N+dN) + n \cdot dx = 0$$

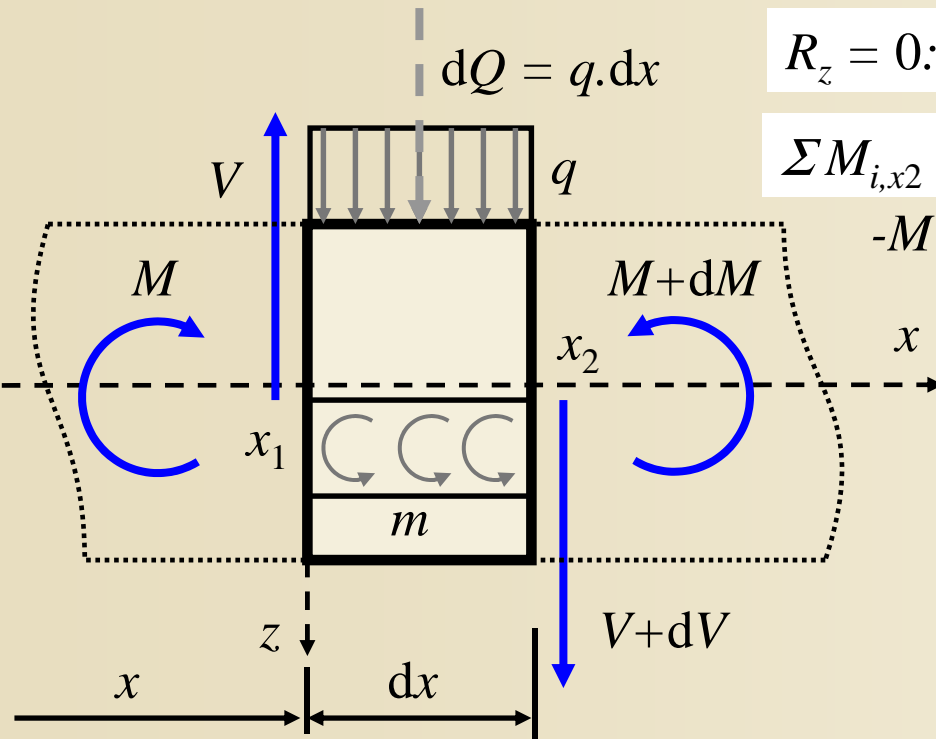
$$\rightarrow \frac{dN}{dx} = -n$$



Rovnováha elementu v osově úloze

Obr. 7.8. / str. 94

# Diferenciální podmínky rovnováhy elementu v příčné úloze



$$R_z = 0:$$

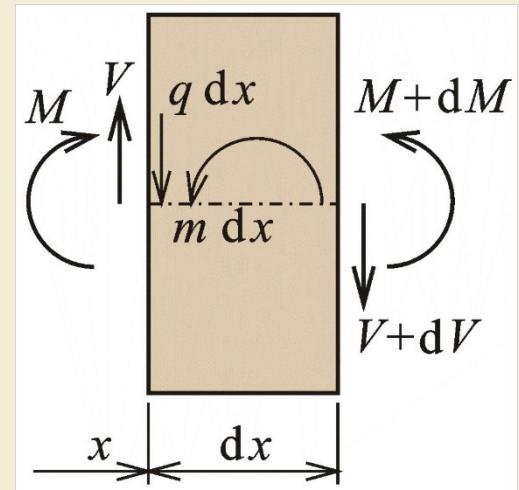
$$-V + (V+dV) + q \cdot dx = 0 \rightarrow \frac{dV}{dx} = -q$$

$$\Sigma M_{i,x2} = 0:$$

$$-M + (M+dM) - V \cdot dx + q \cdot dx \cdot dx/2 + m \cdot dx = 0$$

$$\rightarrow \frac{dM}{dx} = V - m$$

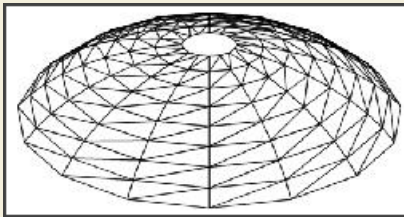
$$\frac{dM}{dx} = V \text{ pro } m = 0$$



Rovnováha elementu  
v příčné úloze  
Obr. 7.22. / str. 102



**Schwedlerovy vztahy**  
**Johann Wilhelm Schwedler**  
 (1823-1894)  
 významný německý inženýr,  
 např. Schwedlerova kupole



# Diferenciální podmínky rovnováhy elementu v příčné úloze

**Závěry:**

$$\frac{dV}{dx} = -q = 0$$

→ Extrém  $V$  v průřezu, kde  $q=0$

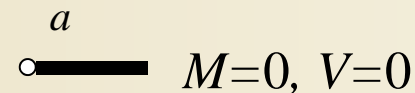
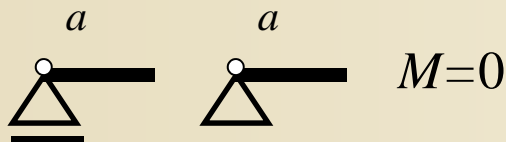
$$V(x) = -\int q(x)dx + C_1$$

$$\frac{dM}{dx} = V - m = 0$$

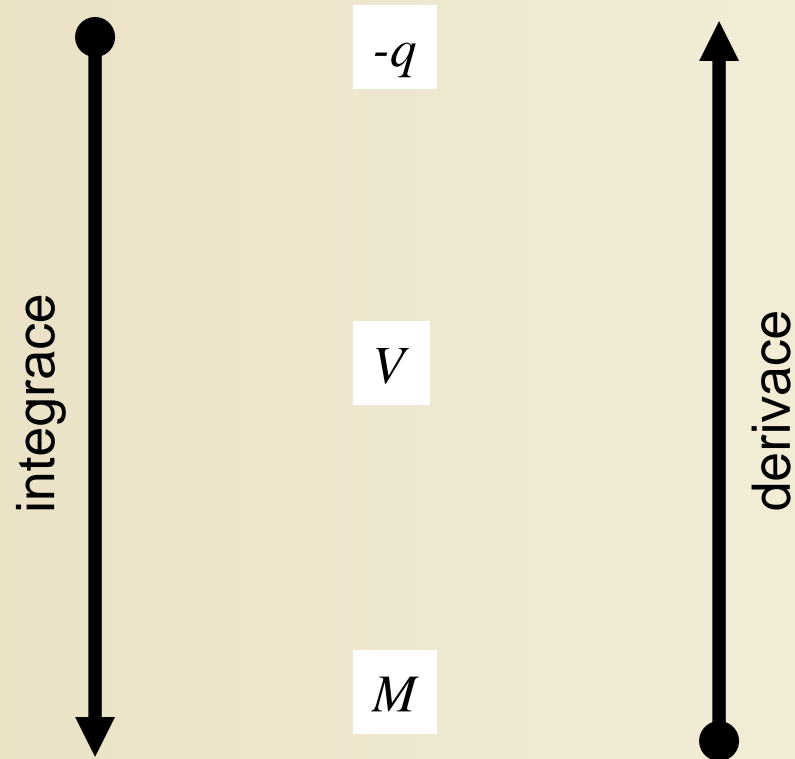
→ Extrém  $M$  v průřezu, kde  $V=0$ ,  $V=m$ ,  $V$  mění znaménko

$$M(x) = \int V(x)dx + C_2, \quad m(x) = 0$$

$C_1, C_2$  z okrajových podmínek

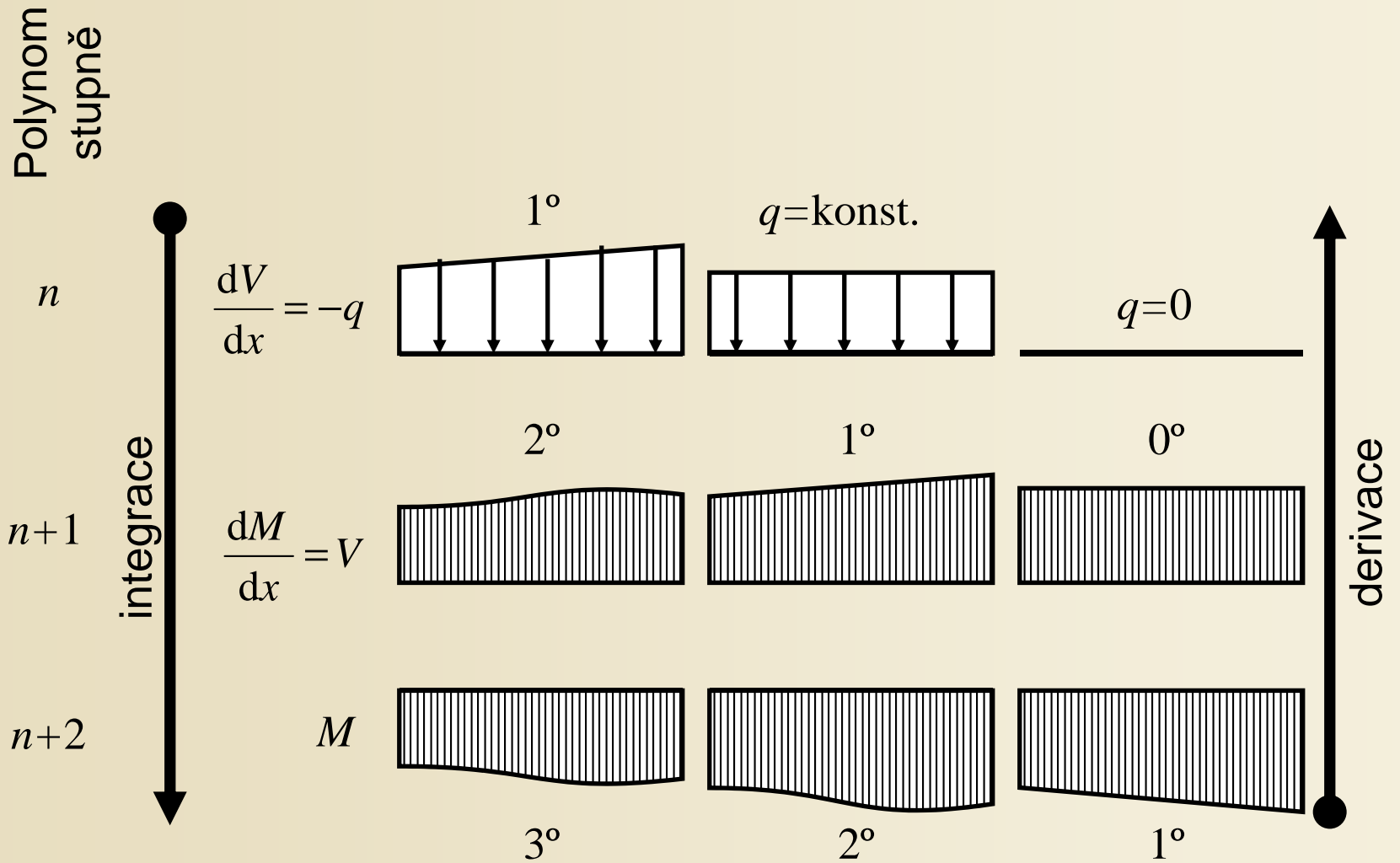


Závěry:



**Derivačně – integrační schéma**

# Diferenciální podmínky rovnováhy elementu v příčné úloze



# Souvislost mezi spojitým příčným zatížením a průběhy vnitřních sil

**Závěry:**

$$\frac{dV}{dx} = -q$$

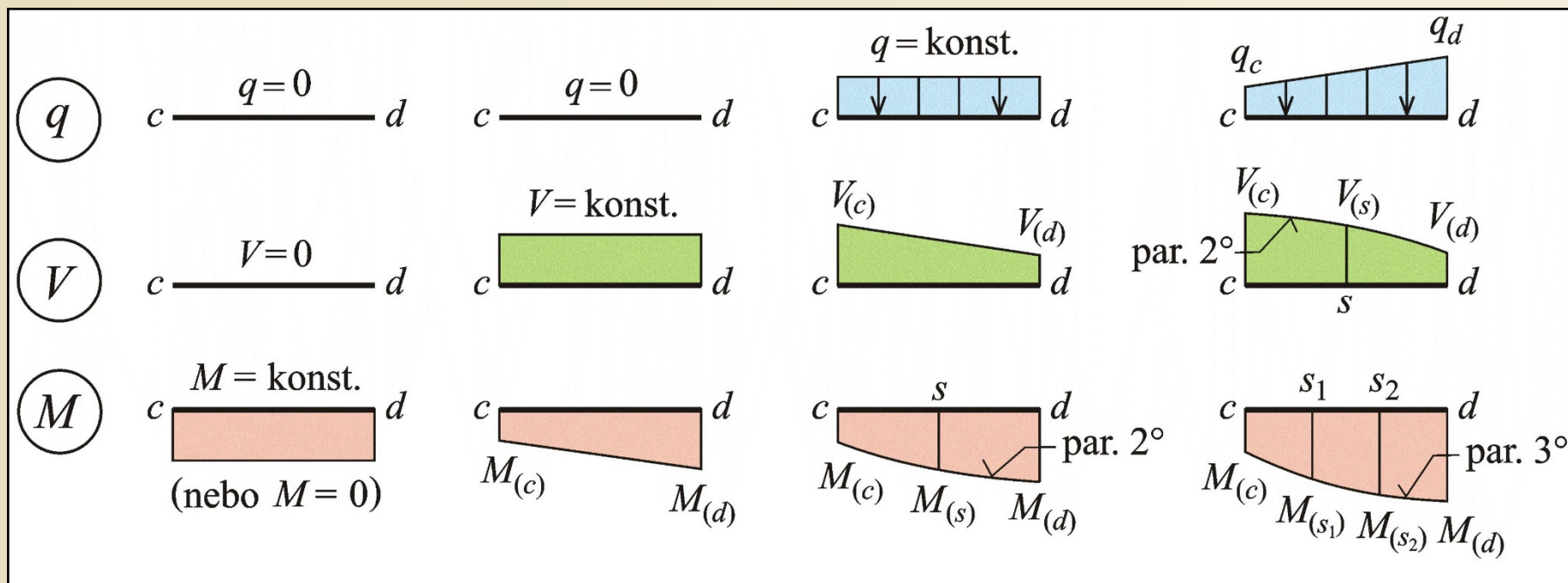
$$\frac{dM}{dx} = V - m$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} - \frac{dm}{dx} = -q - \frac{dm}{dx}$$

pro  $m=0$ :

$$\frac{dM}{dx} = V$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -q$$



Souvislost mezi spojitým příčným zatížením a průběhy vnitřních sil

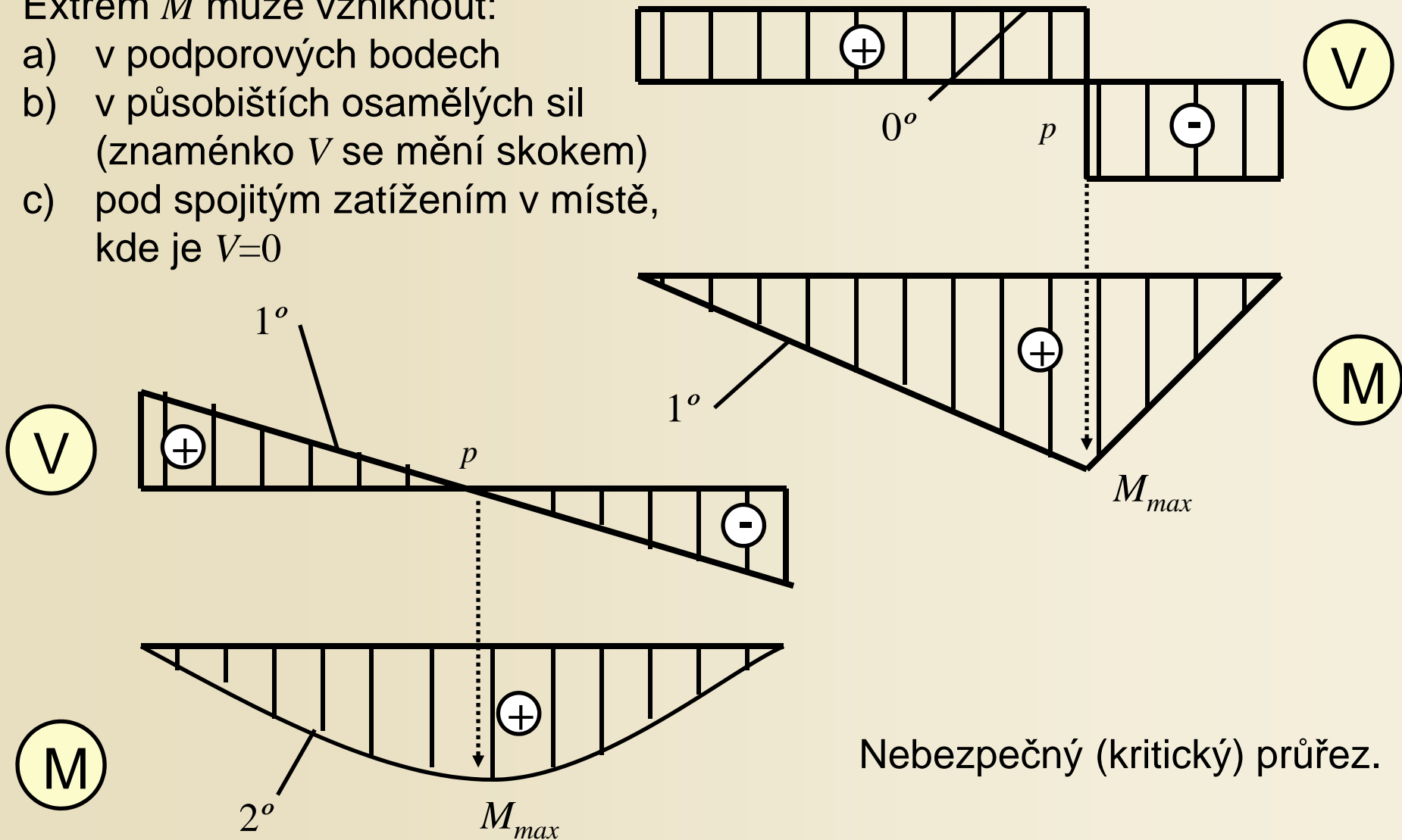
Obr. 7.23. / str. 103



# Určení extrémních hodnot vnitřních sil

Extrém  $M$  může vzniknout:

- a) v podporových bodech
- b) v působištích osamělých sil (znaménko  $V$  se mění skokem)
- c) pod spojitým zatížením v místě, kde je  $V=0$



Nebezpečný (kritický) průřez.

# Určení extrémních hodnot vnitřních sil

(a)

$$V_{(\bar{x})} = V_{(c)} - q \cdot \bar{x}$$

$$V_{(c)} - q \cdot \bar{x} = 0$$

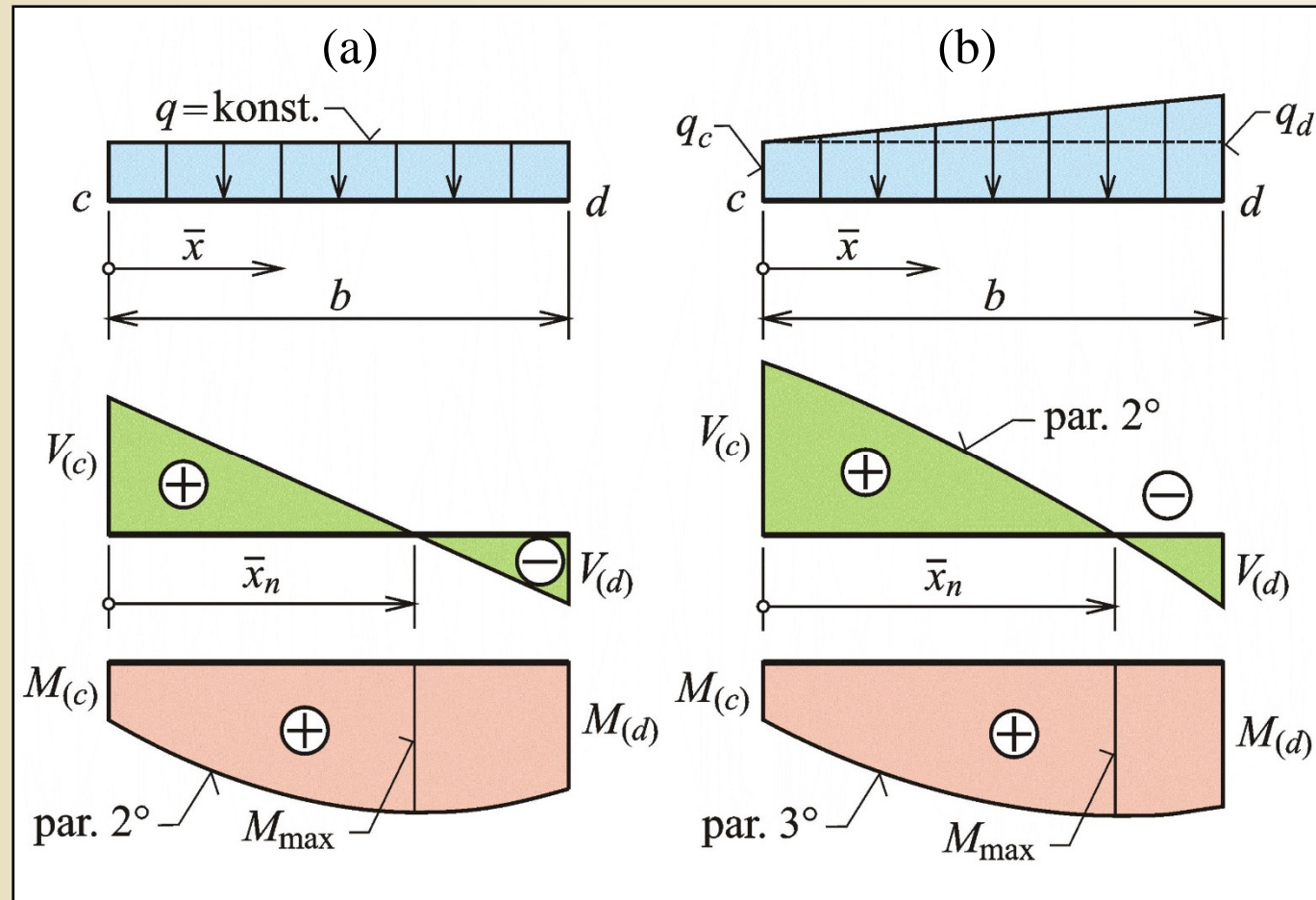
$$\bar{x} = \frac{V_{(c)}}{q}$$

(b)

$$\bar{x}_n = \frac{-q_c + \sqrt{q_c^2 + 4 \cdot Q \cdot V_{(c)}}}{2 \cdot Q}$$

$$Q = \frac{q_d - q_c}{2 \cdot b}$$

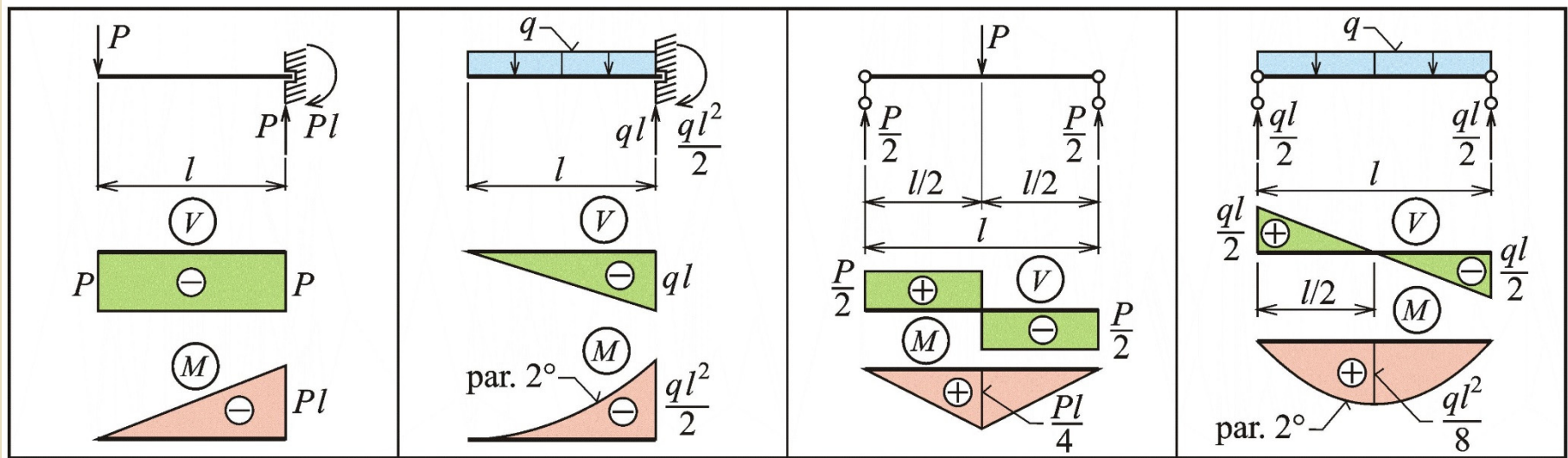
$$V_{(\bar{x})} = V_{(c)} - q_c \cdot \bar{x}_n - \frac{1}{2} \cdot \bar{x}_n \cdot (q_d - q_c) \cdot \frac{\bar{x}_n}{b} = V_{(c)} - q_c \cdot \bar{x}_n - Q \cdot \bar{x}_n^2 = 0$$



Nebezpečný průřez

Obr. 7.27. / str. 106

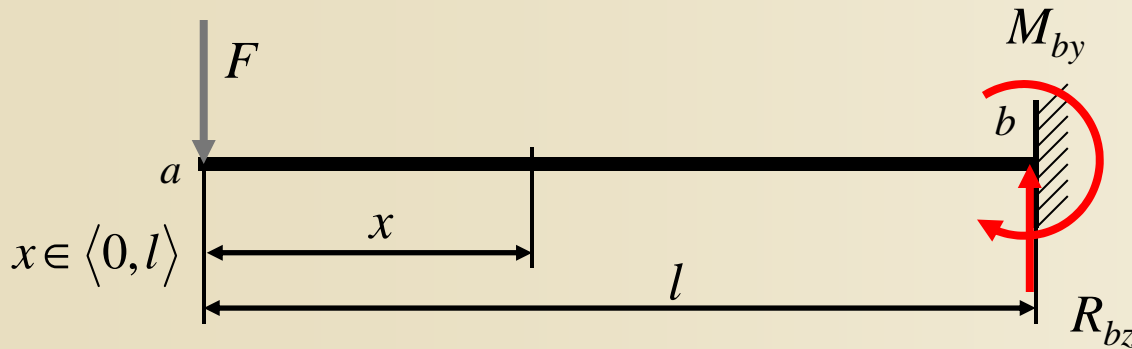
# Nejjednodušší zatěžovací stavy konzol a prostých nosníků



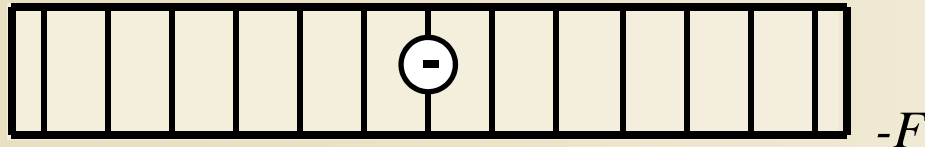
Nejjednodušší zatěžovací případy konzoly a prostého nosníku

Obr. 7.37. / str. 114

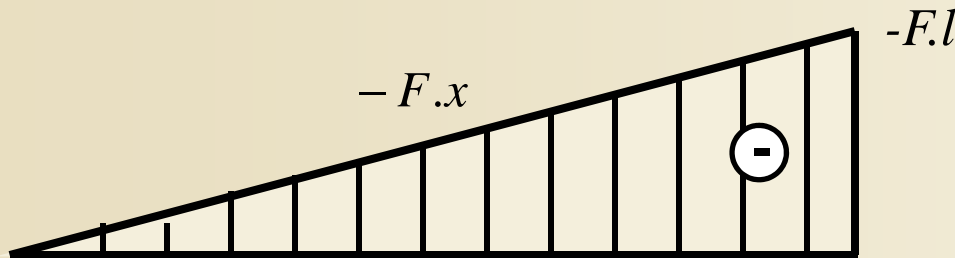
# Nejjednodušší zatěžovací stavy konzoly



V



M



Výpočet reakcí

$$R_{bz} = F(\uparrow)$$
$$M_{by} = F.l(\curvearrowleft)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^L = \text{konst.} = -F$$

$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = -F$$

$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = -F$$

Ohybový moment

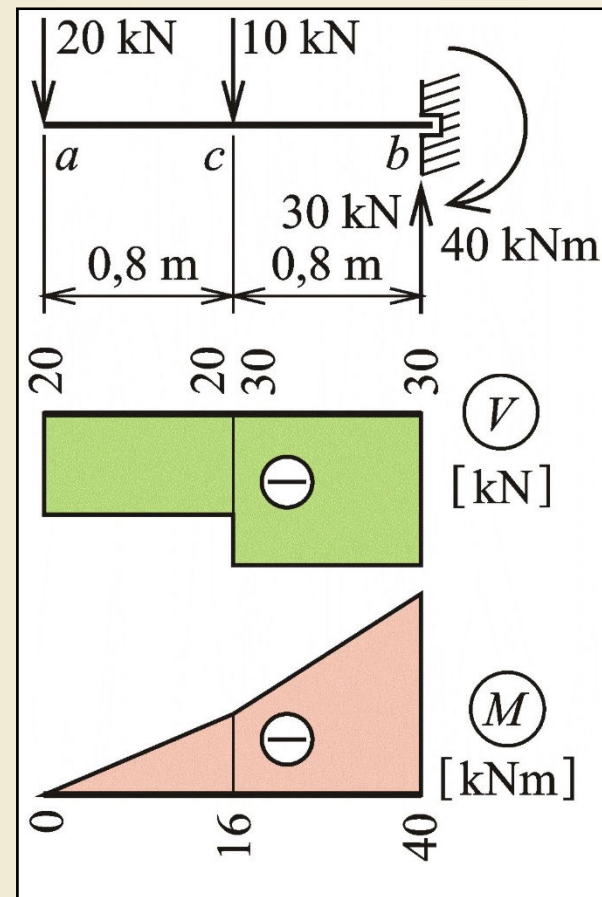
$$M_{(x)}^L = -F.x$$

$$M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0$$

$$M_{(b)} = M_{(x=l)} = -F.l$$

# Příklad 4.11

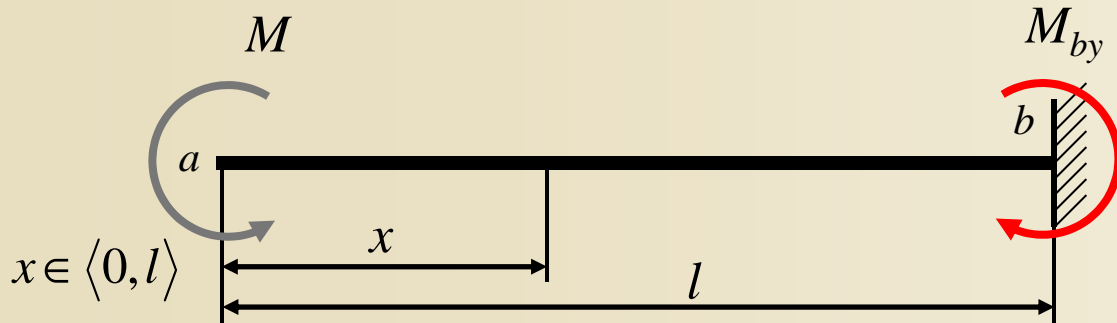
**Zadání:** určit silovou i momentovou složku reakce konzoly, sestrojit průběhy posouvajících sil a ohybových momentů a určit extrémní hodnoty vnitřních sil.



Zadání a řešení příkladu 4.11

Obr. 7.25. / str. 104

# Nejjednodušší zatěžovací stavy konzoly



Výpočet reakcí

$$R_{bz} = 0$$

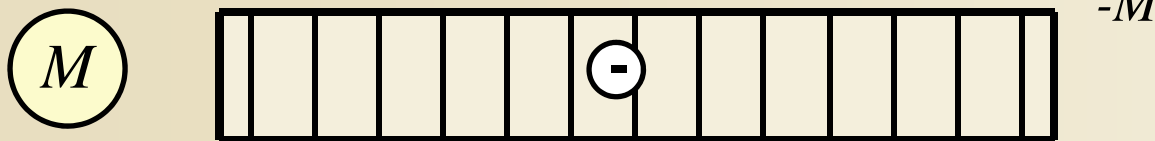
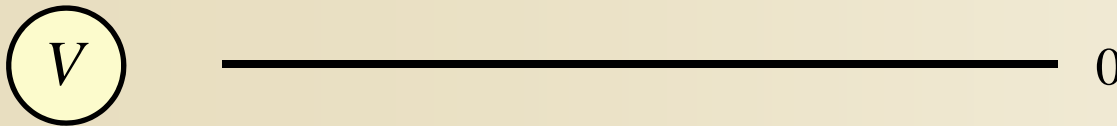
$$M_{by} = M (\curvearrowright)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^L = 0$$

$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = l$$

$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = 0$$



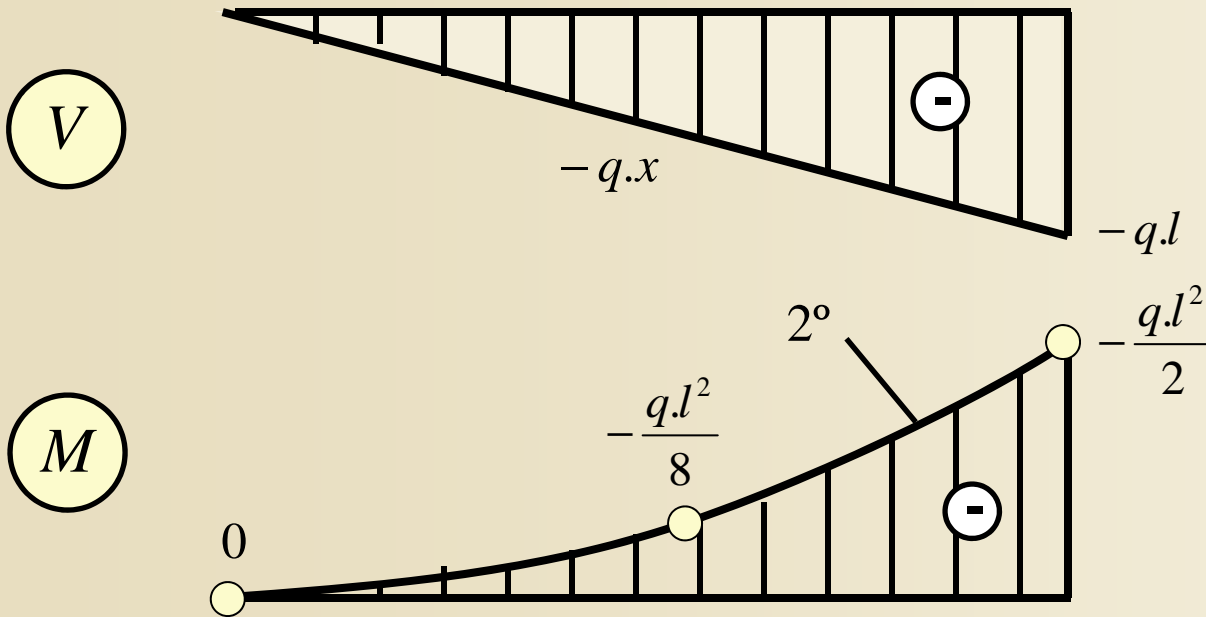
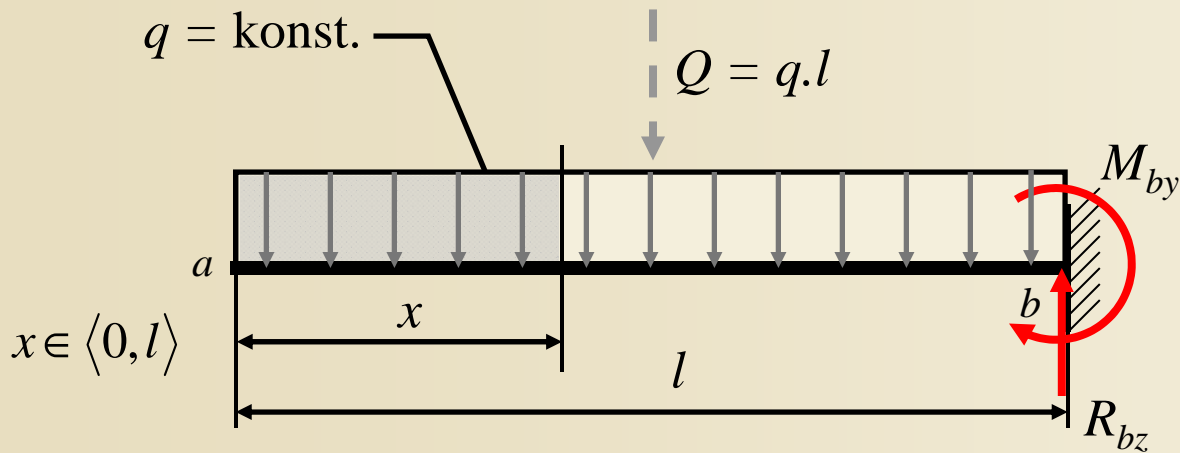
Ohybový moment

$$M_{(x)}^L = -M$$

$$M_{(a)} = M_{(x=0)} = -M$$

$$M_{(b)} = M_{(x=l)} = -M$$

# Nejjednodušší zatěžovací stavy konzoly



Výpočet reakcí

$$R_{bz} = Q = q \cdot l (\uparrow)$$

$$M_{by} = Q \cdot \frac{l}{2} = \frac{q \cdot l^2}{2} (\curvearrowright)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^L = -q \cdot x$$

$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = 0$$

$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = -q \cdot l = -R_{bz}$$

Ohybový moment

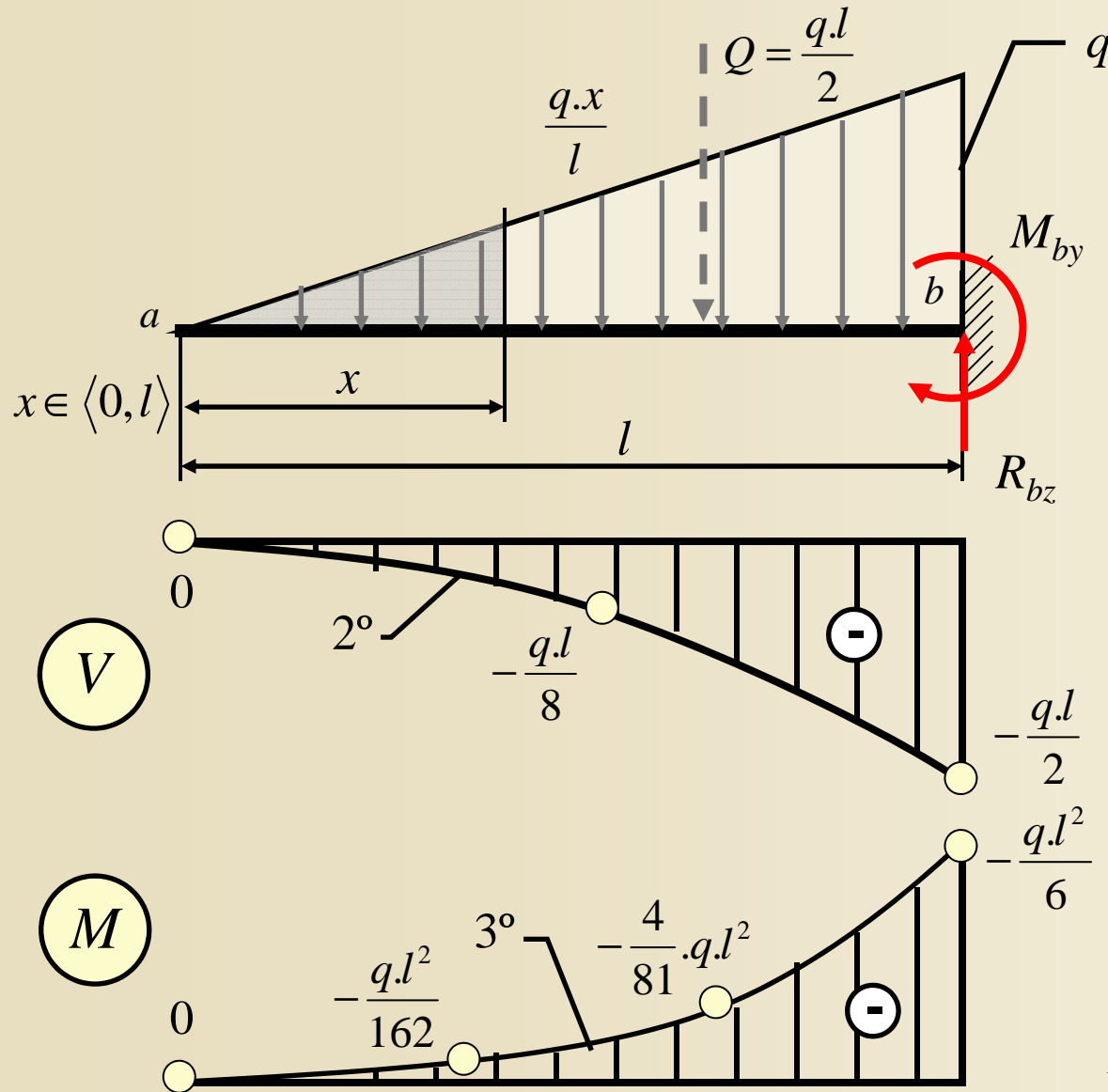
$$M_{(x)}^L = -q \cdot x \cdot \frac{x}{2} = -\frac{q \cdot x^2}{2}$$

$$M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0$$

$$M_{(b)} = M_{(x=l)} = -\frac{q \cdot l^2}{2} = -M_{by}$$

$$M_{(x=l/2)} = -\frac{q \cdot l^2}{8}$$

# Nejjednodušší zatěžovací stavy konzoly



Výpočet reakcí

$$R_{bz} = Q = \frac{q \cdot l}{2} (\uparrow)$$

$$M_{by} = Q \cdot \frac{l}{3} = \frac{q \cdot l^2}{6} (\curvearrowleft)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^L = -\frac{q_x \cdot x}{2} = -\frac{q \cdot x \cdot x}{l \cdot 2} = -\frac{q \cdot x^2}{2 \cdot l}$$

$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = 0$$

$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = -\frac{q \cdot l}{2} = -R_{bz}$$

$$V_{(x=l/2)} = -\frac{q \cdot l}{8}$$

Ohybový moment

$$M_{(x)}^L = -\frac{q \cdot x^2}{2 \cdot l} \cdot \frac{x}{3} = -\frac{q \cdot x^3}{6 \cdot l}$$

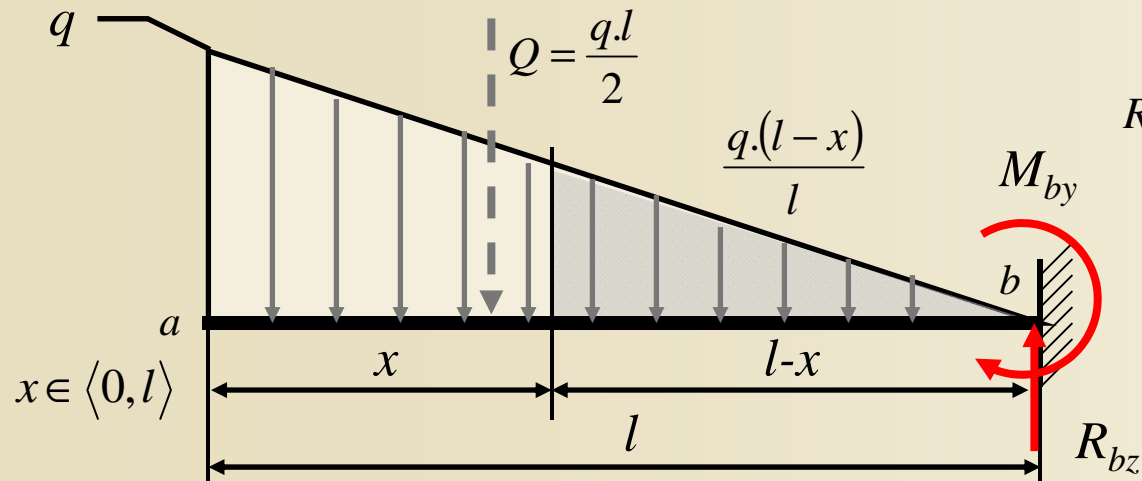
$$M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0$$

$$M_{(b)} = M_{(x=l)} = -\frac{q \cdot l^2}{6} = -M_{by}$$

$$M_{(x=l/3)} = -\frac{q \cdot l^2}{162} \quad M_{(x=2/3 \cdot l)} = -\frac{4}{81} \cdot q \cdot l^2$$



# Nejjednodušší zatěžovací stavy konzoly



Výpočet reakcí

$$R_{bz} = Q = \frac{ql}{2} (\uparrow) \quad M_{by} = Q \cdot \frac{2}{3} \cdot l = \frac{ql^2}{3} (\curvearrowleft)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^P = -R_{bz} + \frac{q_x \cdot (l-x)}{2} = -\frac{ql}{2} + \frac{q \cdot (l-x) \cdot (l-x)}{l \cdot 2} = \frac{q \cdot x \cdot (x-2l)}{2l}$$

$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = 0 \quad V_{(x=l/2)} = -\frac{3}{8} \cdot ql$$

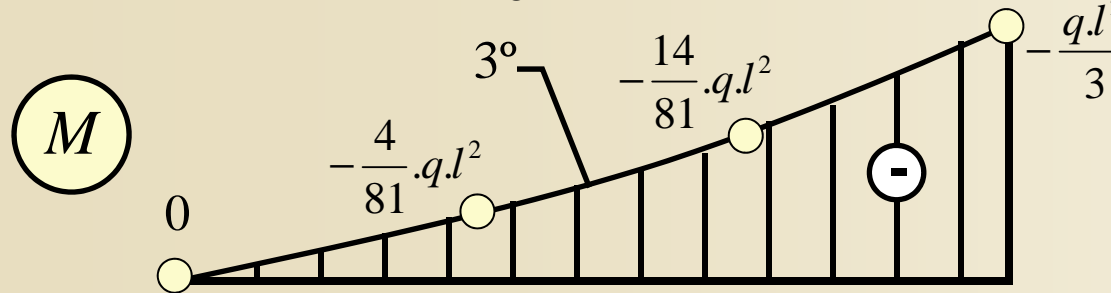
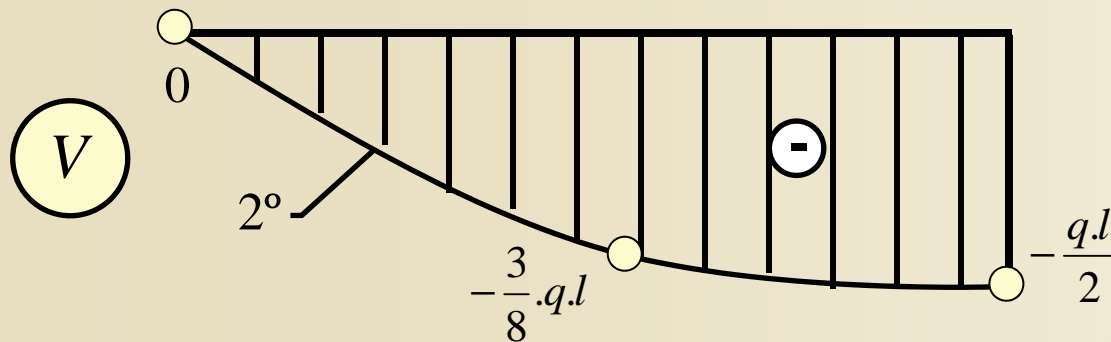
$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = -\frac{ql}{2} = -R_{bz}$$

Ohybový moment

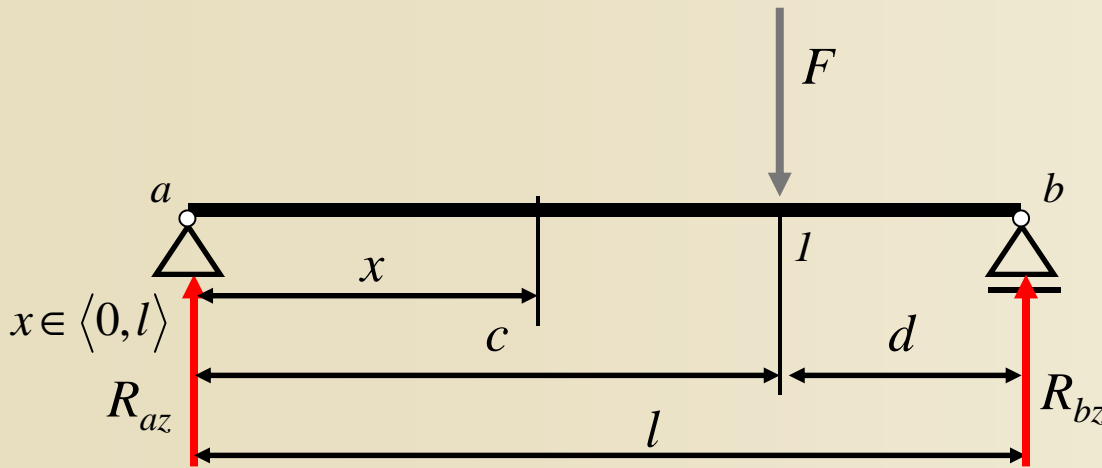
$$M_{(x)}^P = +R_{bz} \cdot (l-x) - M_{by} - \frac{q \cdot (l-x)^2}{l \cdot 2} \cdot \frac{(l-x)}{3} = +\frac{ql}{2} \cdot (l-x) - \frac{ql^2}{3} - \frac{q \cdot (l-x)^3}{6l} = \frac{q \cdot x^2 \cdot (x-3l)}{6l}$$

$$M_{(a)} = 0 \quad M_{(b)} = -\frac{ql^2}{3} = -M_{by}$$

$$M_{(x=l/3)} = -\frac{4}{81} \cdot ql^2 \quad M_{(x=2/3 \cdot l)} = -\frac{14}{81} \cdot ql^2$$



# Nejjednodušší zatěžovací stavy prostých nosníků



Výpočet reakcí

$$R_{az} = \frac{F \cdot d}{l} (\uparrow) \quad R_{bz} = \frac{F \cdot c}{l} (\uparrow)$$

Posouvající síla

$$x \in \langle 0, c \rangle \quad V_{(x)}^L = R_{az} \quad V_{(a)} = V_{(x=0)} = R_{az}$$

$$x \in \langle c, l \rangle \quad V_{(x)}^L = R_{az} - F$$

$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = R_{az} - F = -R_{bz}$$

Ohybový moment

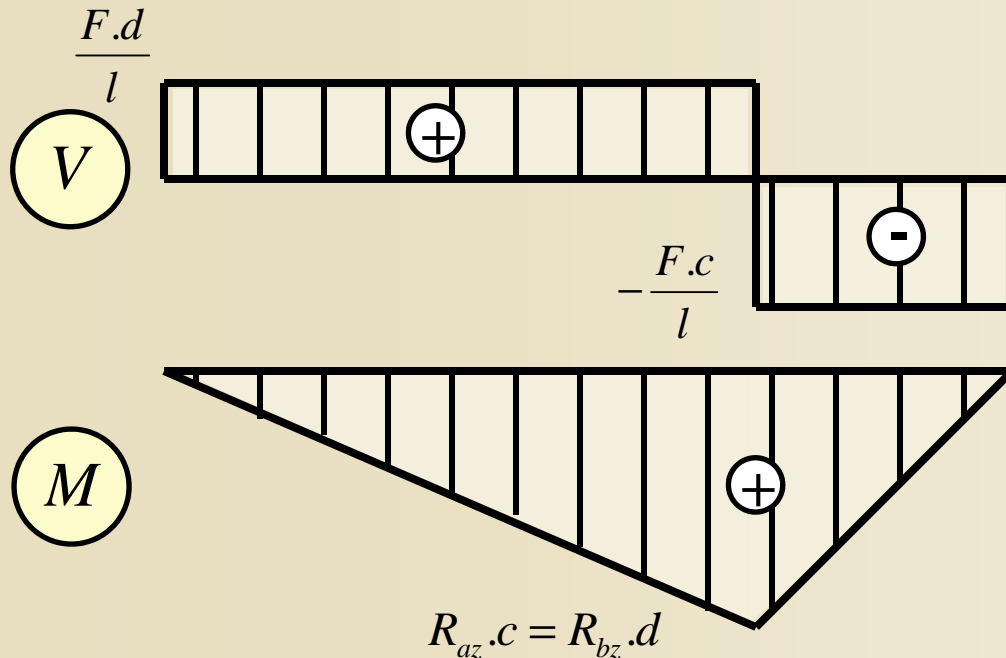
$$x \in \langle 0, c \rangle \quad M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x \quad M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0$$

$$M_{(1)} = M_{(x=c)} = R_{az} \cdot c$$

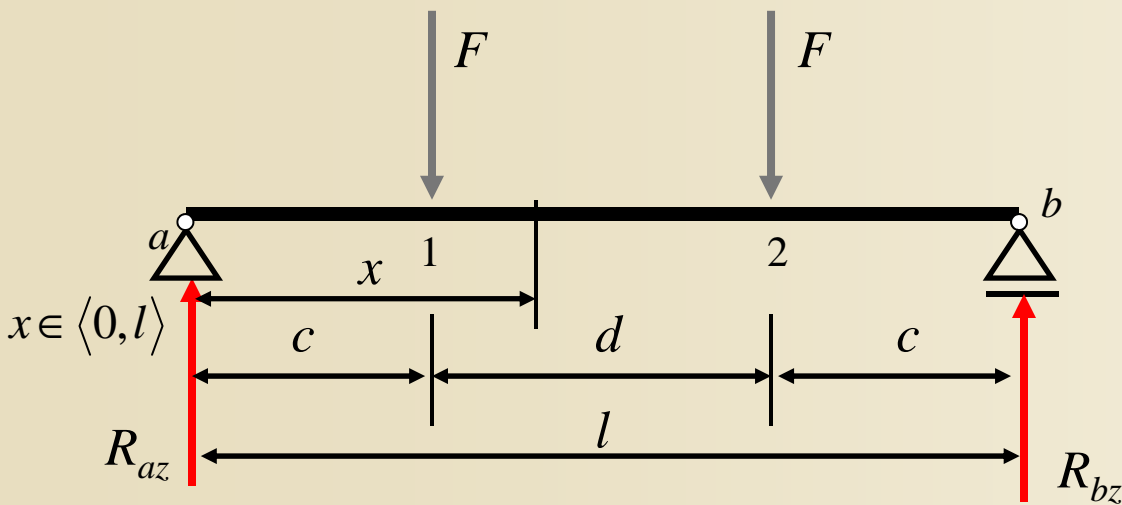
$$x \in \langle c, l \rangle \quad M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x - F \cdot (x - c)$$

$$M_{(b)} = M_{(x=l)} = 0 \quad M_{(1)} = M_{(x=c)} = R_{bz} \cdot d$$

$$M_{(x)}^P = R_{bz} \cdot (l - x)$$



# Nejjednodušší zatěžovací stavy prostých nosníků



Výpočet reakcí

$$R_{az} = F(\uparrow) \quad R_{bz} = F(\uparrow)$$

Posouvající síla

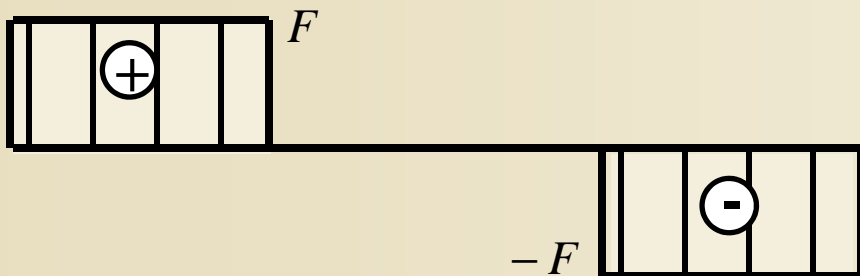
$$x \in \langle 0, c \rangle \quad V_{(x)}^L = R_{az} \quad V_{(a)} = R_{az}$$

$$x \in \langle c, c+d \rangle \quad V_{(x)}^L = R_{az} - F = 0$$

$$x \in \langle c+d, l \rangle \quad V_{(x)}^L = R_{az} - 2.F = -R_{bz}$$

$$V_{(b)} = -R_{bz}$$

V



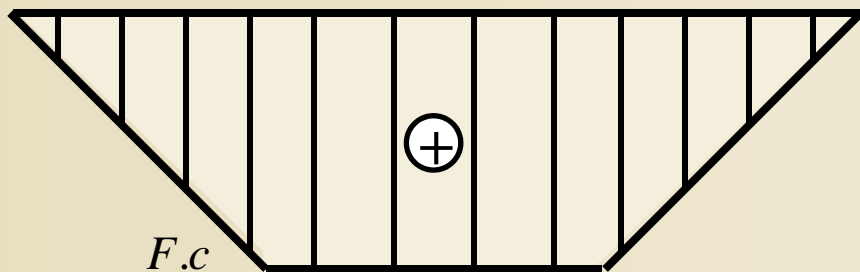
Ohybový moment

$$x \in \langle 0, c \rangle \quad M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x \quad M_{(a)} = 0$$

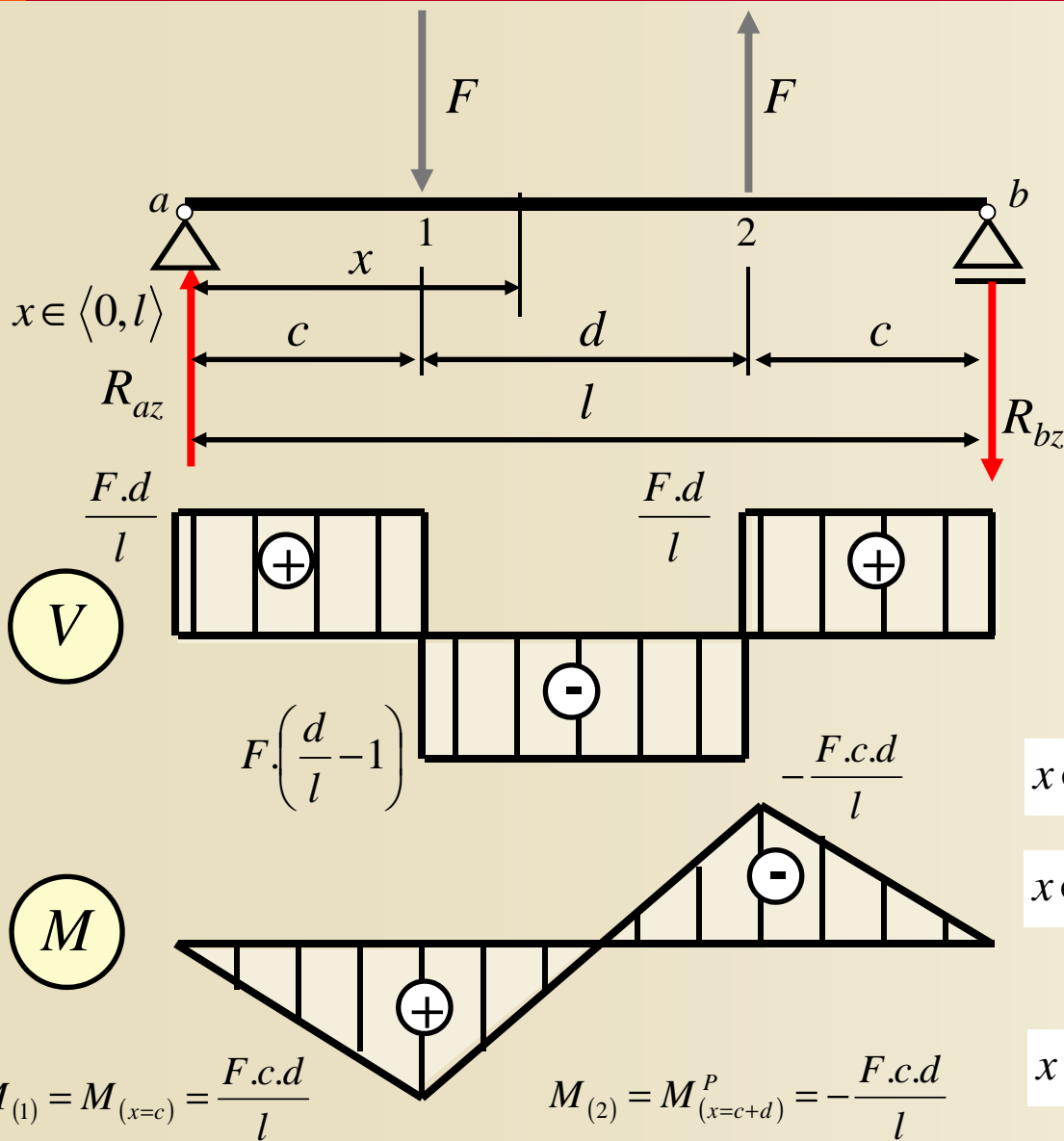
$$x \in \langle c, c+d \rangle \quad M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x - F \cdot (x - c) = F \cdot c$$

$$x \in \langle c+d, l \rangle \quad M_{(x)}^P = R_{bz} \cdot (l - x) \quad M_{(b)} = 0$$

M



# Nejjednodušší zatěžovací stavy prostých nosníků



Výpočet reakcí

$$R_{az} = \frac{F \cdot d}{l} (\uparrow) \quad R_{bz} = \frac{F \cdot d}{l} (\downarrow)$$

Posouvající síla

$$x \in \langle 0, c \rangle \quad V_{(x)}^L = R_{az} \quad V_{(a)} = R_{az}$$

$$x \in \langle c, c+d \rangle \quad V_{(x)}^L = R_{az} - F = F \cdot \left( \frac{d}{l} - 1 \right)$$

$$x \in \langle c+d, l \rangle \quad V_{(x)}^L = R_{bz} \quad V_{(b)} = R_{az}$$

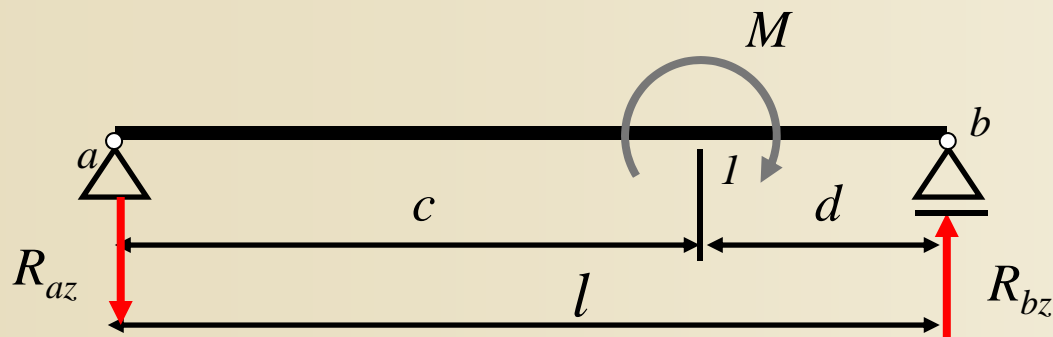
Ohybový moment

$$x \in \langle 0, c \rangle \quad M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x \quad M_{(a)} = 0$$

$$x \in \langle c, c+d \rangle \quad M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x - F \cdot (x - c) = \frac{F}{l} \cdot (d \cdot x - x \cdot l + c \cdot l)$$

$$x \in \langle c+d, l \rangle \quad M_{(x)}^P = -R_{bz} \cdot (l - x) \quad M_{(b)} = 0$$

# Nejjednodušší zatěžovací stavy prostých nosníků



Výpočet reakcí

$$R_{az} = \frac{M}{l} (\downarrow) \quad R_{bz} = \frac{M}{l} (\uparrow)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^L = \text{konst.} = -R_{az} = -\frac{M}{l}$$

$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = -\frac{M}{l}$$

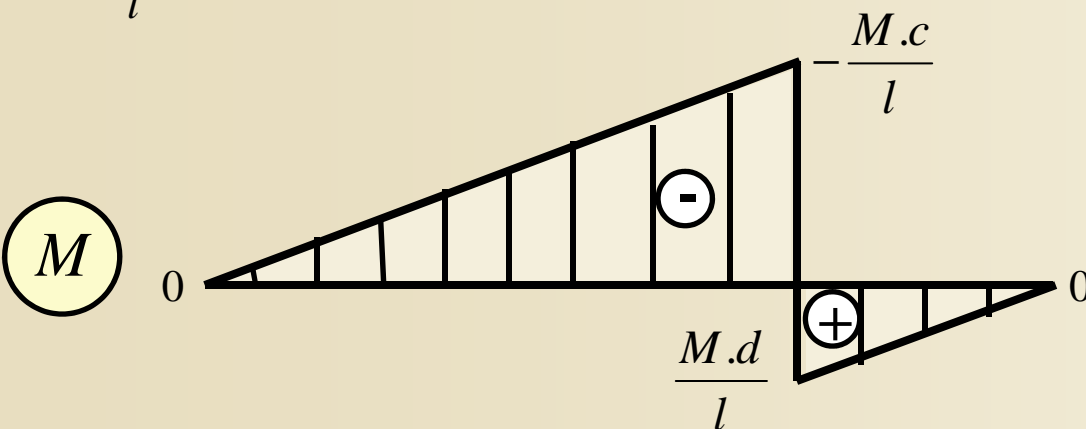
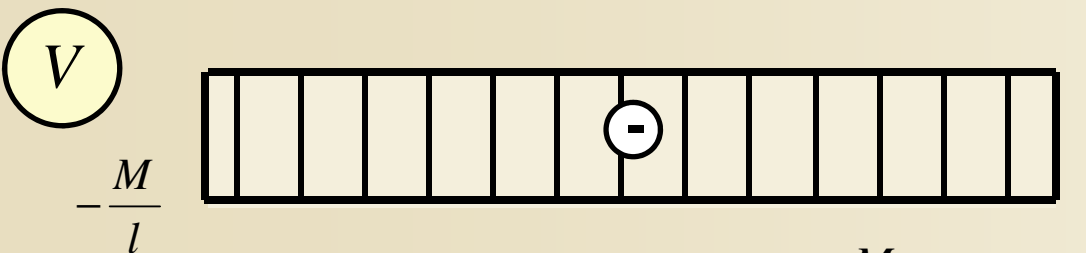
$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = -\frac{M}{l}$$

Ohybový moment

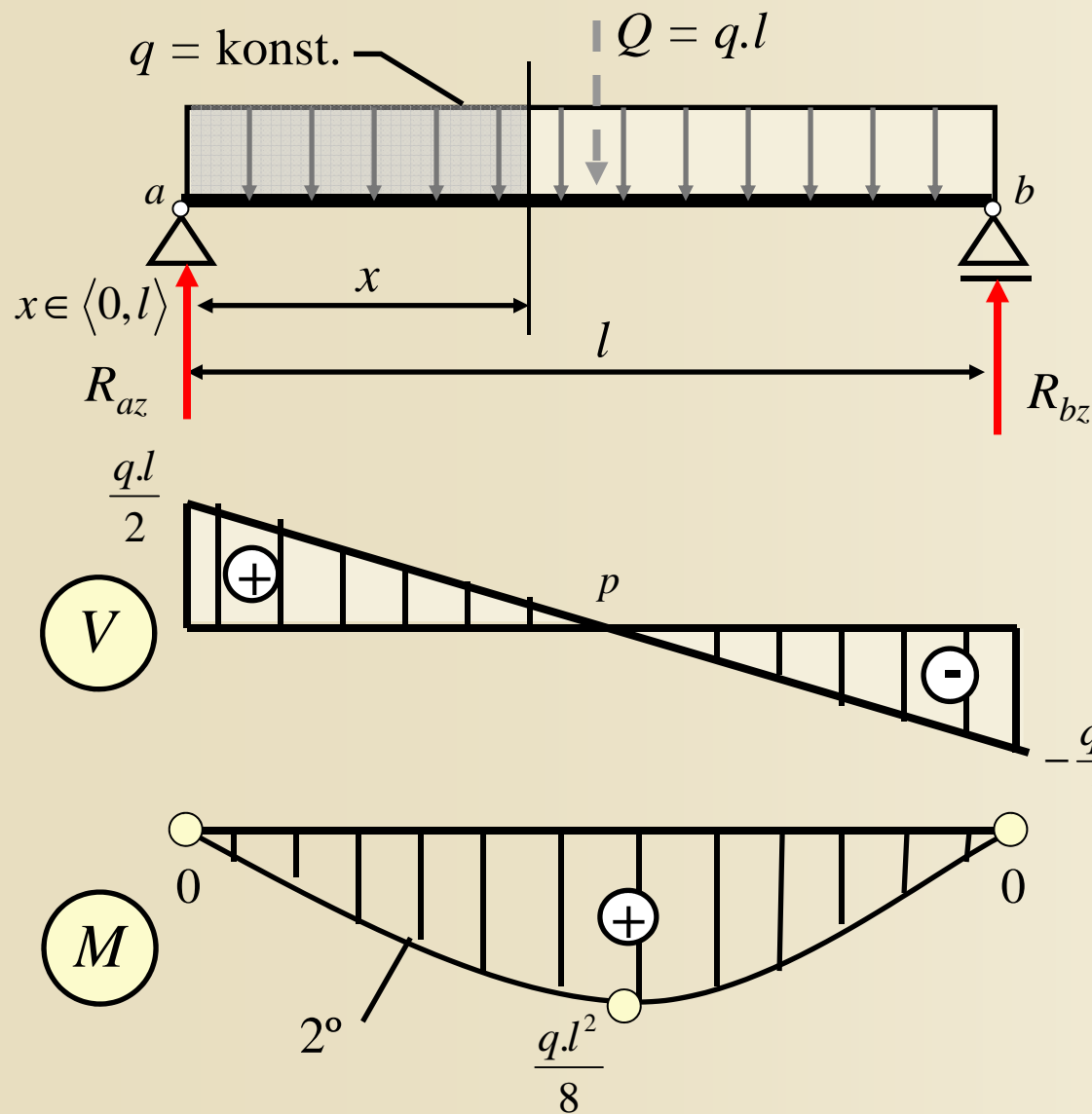
$$x \in \langle 0, c \rangle \quad M_{(x)}^L = -R_{az} \cdot x = -\frac{M \cdot x}{l}$$

$$x \in \langle c, l \rangle \quad M_{(x)}^L = -R_{az} \cdot x + M = \frac{M}{l} \cdot (l - x)$$

$$M_{(x=c1)} = -\frac{M \cdot c}{l} \quad M_{(x=c2)} = \frac{M \cdot d}{l}$$



# Nejjednodušší zatěžovací stavy prostých nosníků



Výpočet reakcí

$$R_{az} = \frac{Q}{2} = \frac{q.l}{2} (\uparrow) \quad R_{bz} = \frac{Q}{2} = \frac{q.l}{2} (\uparrow)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^L = R_{az} - q \cdot x = q \cdot \left( \frac{l}{2} - x \right)$$

$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = \frac{q.l}{2}$$

$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = -\frac{q.l}{2} = -R_{bz}$$

$$q \cdot \left( \frac{l}{2} - x \right) = 0 \rightarrow x_{\max} = \frac{l}{2}$$

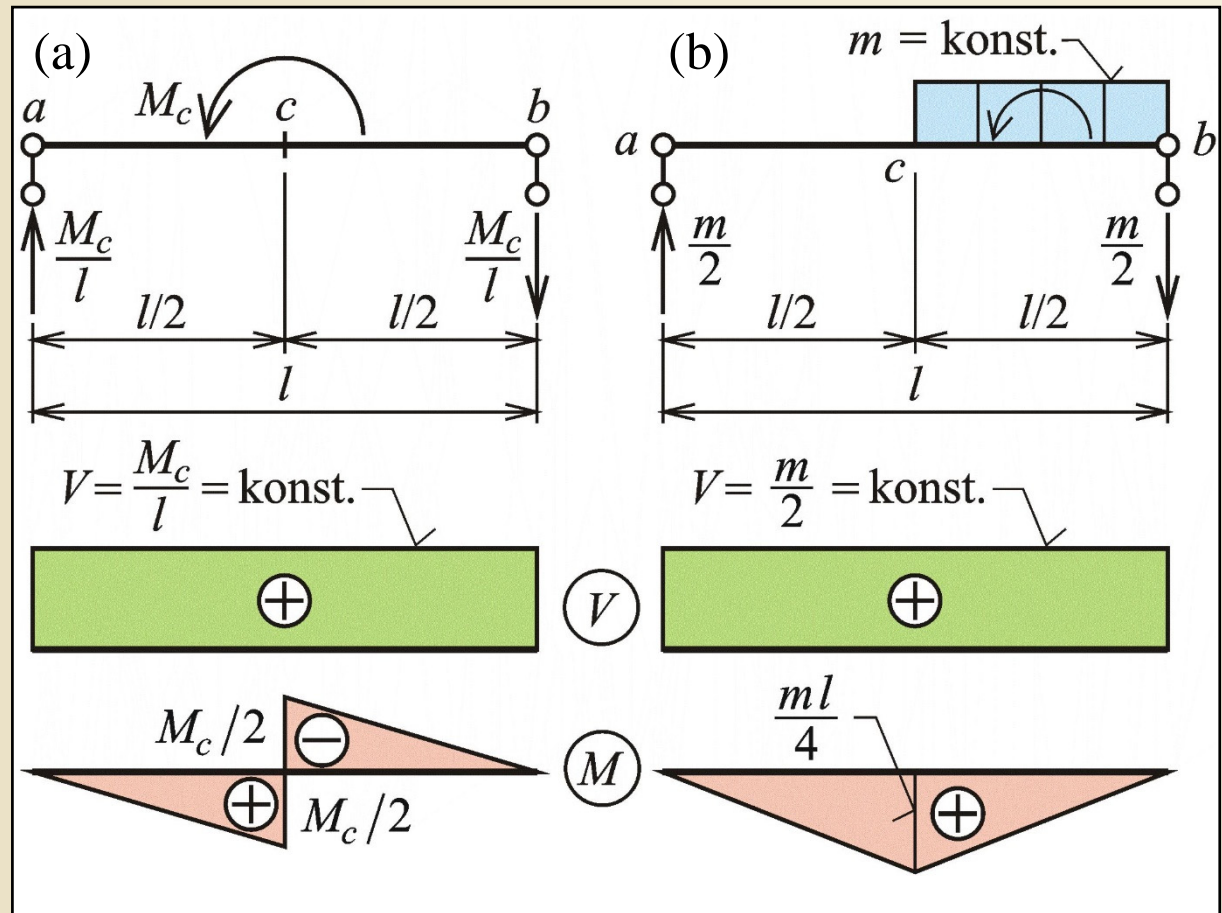
Ohybový moment

$$M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = \frac{q}{2} \cdot (l \cdot x - x^2)$$

$$M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0 \quad M_{(b)} = M_{(x=l)} = 0$$

$$M_{(x=l/2)} = M_{(x_{\max})} = \frac{q.l^2}{8}$$

# Momentové zatížení

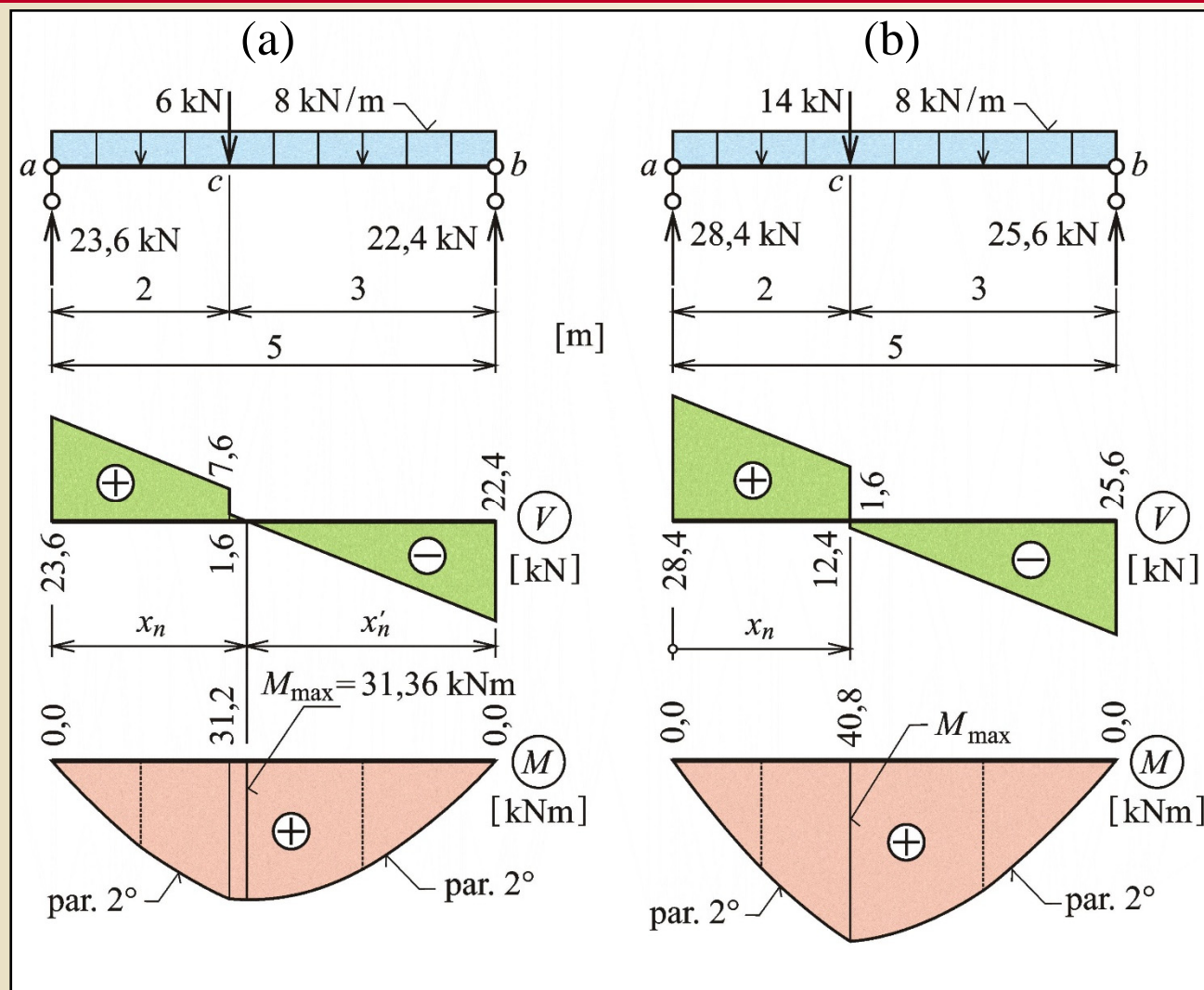


Bodové a rovnoměrné momentové zatížení

Obr. 7.30. / str. 109

# Příklad 4.13

**Zadání:** pro oba zatěžovací stavy (liší se pouze velikostí osamělé síly) stejného prostého nosníku určit reakce, sestavit průběhy posouvajících sil a ohybových momentů a určit extrémní hodnoty vnitřních sil.

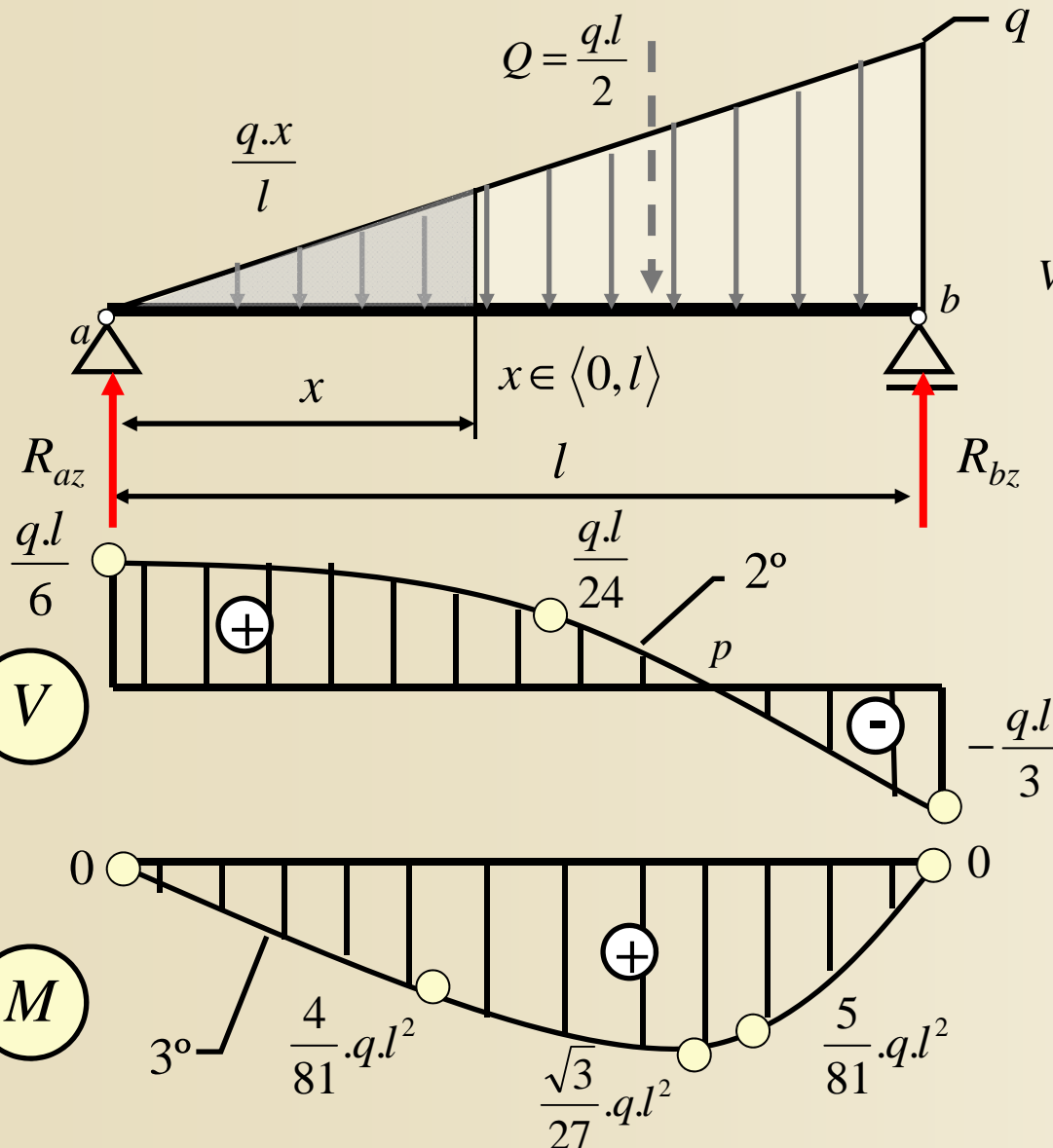


Zadání a řešení příkladu 4.13

Obr. 7.28. / str. 107



# Nejjednodušší zatěžovací stavy prostých nosníků



Výpočet reakcí

$$R_{az} = \frac{Q}{3} = \frac{q \cdot l}{6} (\uparrow) \quad R_{bz} = \frac{2}{3} \cdot Q = \frac{q \cdot l}{3} (\uparrow)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^L = R_{az} - \frac{q \cdot x \cdot x}{2} = \frac{q \cdot l}{6} - \frac{q \cdot x^2}{2 \cdot l} = \frac{q}{6 \cdot l} \cdot (l^2 - 3 \cdot x^2)$$

$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = \frac{q \cdot l}{6} \quad V_{(x=l/2)} = \frac{q \cdot l}{24}$$

$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = -\frac{q \cdot l}{3} = -R_{bz}$$

$$\frac{q}{6 \cdot l} \cdot (l^2 - 3 \cdot x^2) = 0 \rightarrow x_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot l \doteq 0,577350 \cdot l$$

Ohybový moment

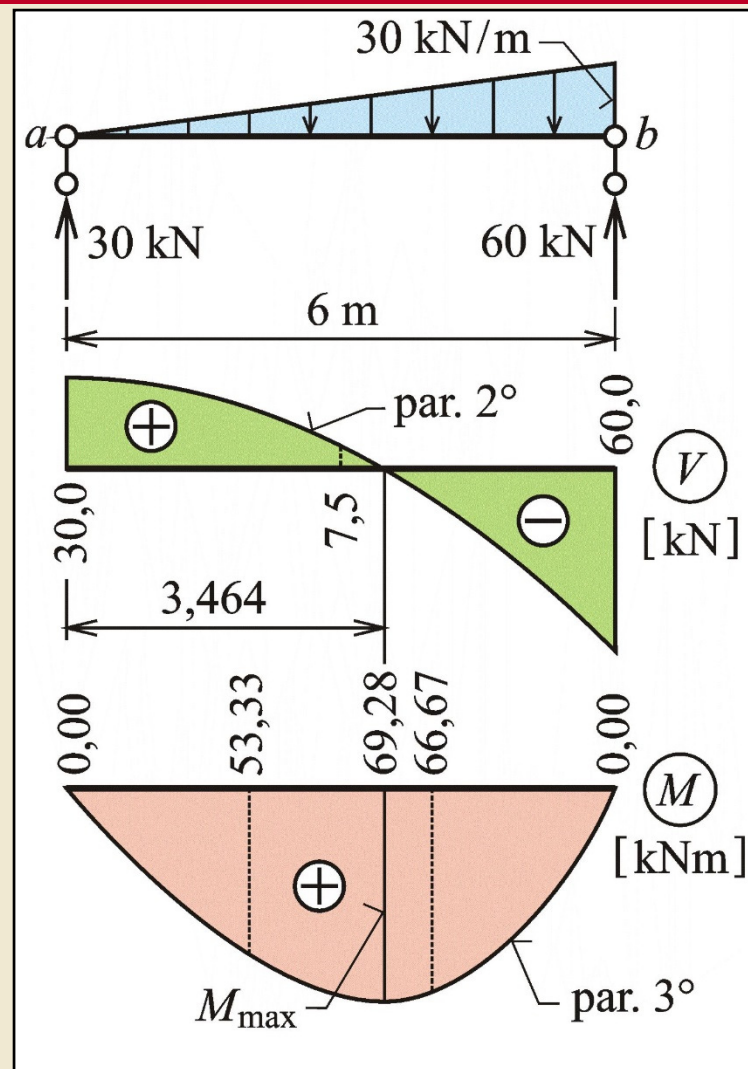
$$M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x - \frac{q \cdot x \cdot x}{2} \cdot \frac{x}{3} = \frac{q \cdot l \cdot x}{6} - \frac{q \cdot x^3}{6 \cdot l} =$$

$$= \frac{q \cdot x}{6 \cdot l} \cdot (l^2 - x^2) \quad M_{(x=l/3)} = \frac{4}{81} \cdot q \cdot l^2$$

$$M_{(x_{\max})} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot q \cdot l^2 \quad M_{(x=2/3 \cdot l)} = \frac{5}{81} \cdot q \cdot l^2$$

# Příklad 4.14

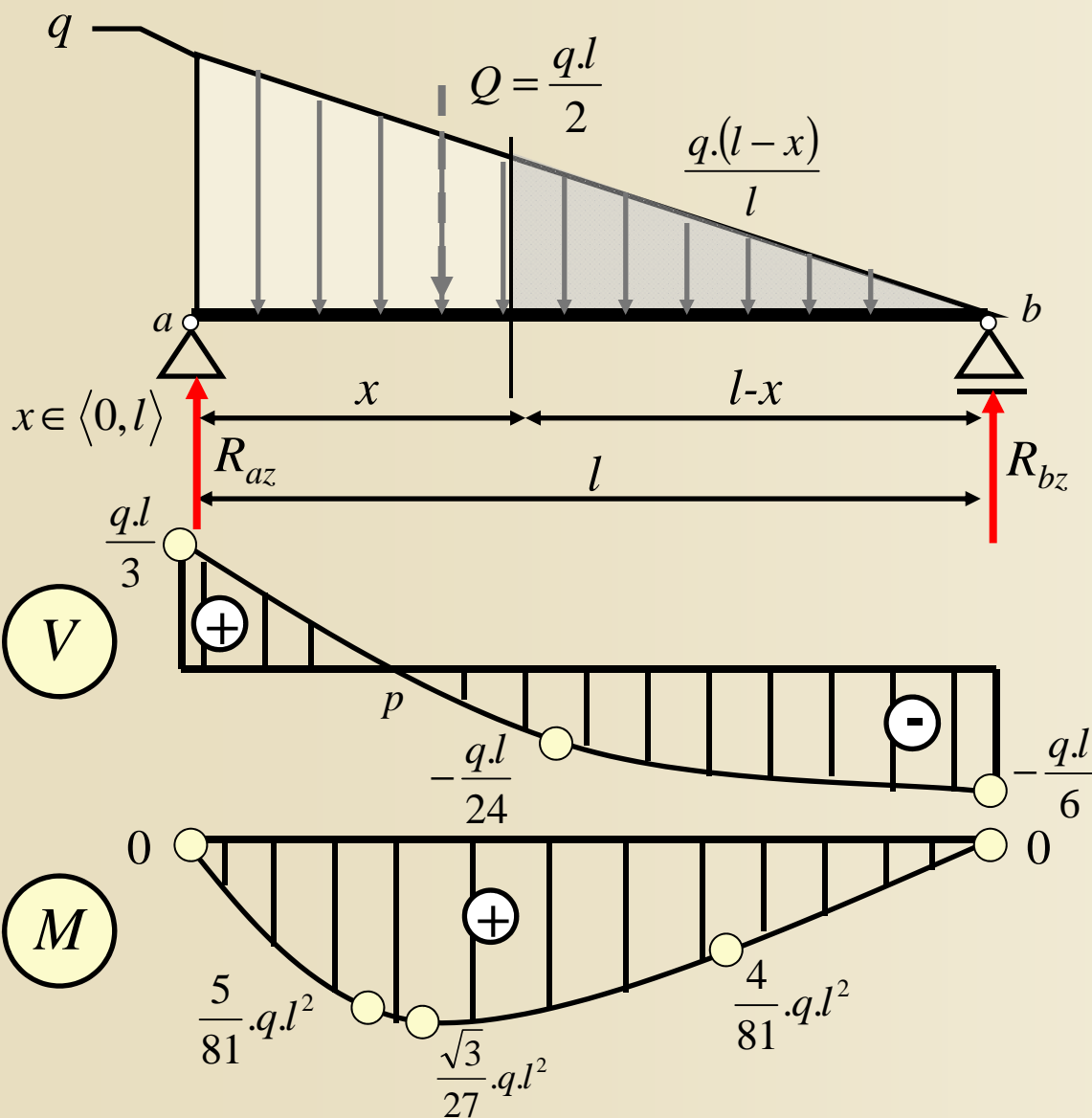
**Zadání:** určit reakce prostého nosníku, sestrojit průběhy posouvajících sil a ohybových momentů a určit extrémní hodnoty vnitřních sil.



Zadání a řešení příkladu 4.14

Obr. 7.29. / str. 108

# Nejjednodušší zatěžovací stavy prostých nosníků



Výpočet reakcí

$$R_{az} = \frac{2}{3} \cdot Q = \frac{ql}{3} (\uparrow) \quad R_{bz} = \frac{Q}{3} = \frac{ql}{6} (\uparrow)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^P = -R_{bz} + \frac{q_x \cdot (l-x)}{2} = -\frac{ql}{6} + \frac{q \cdot (l-x) \cdot (l-x)}{2} = \frac{q}{6l} \cdot (3x^2 - 6lx + 2l^2)$$

$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = \frac{ql}{3} \quad V_{(x=l/2)} = -\frac{ql}{24}$$

$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = -\frac{ql}{6} = -R_{bz}$$

$$\frac{q}{6l} \cdot (3x^2 - 6lx + 2l^2) = 0$$

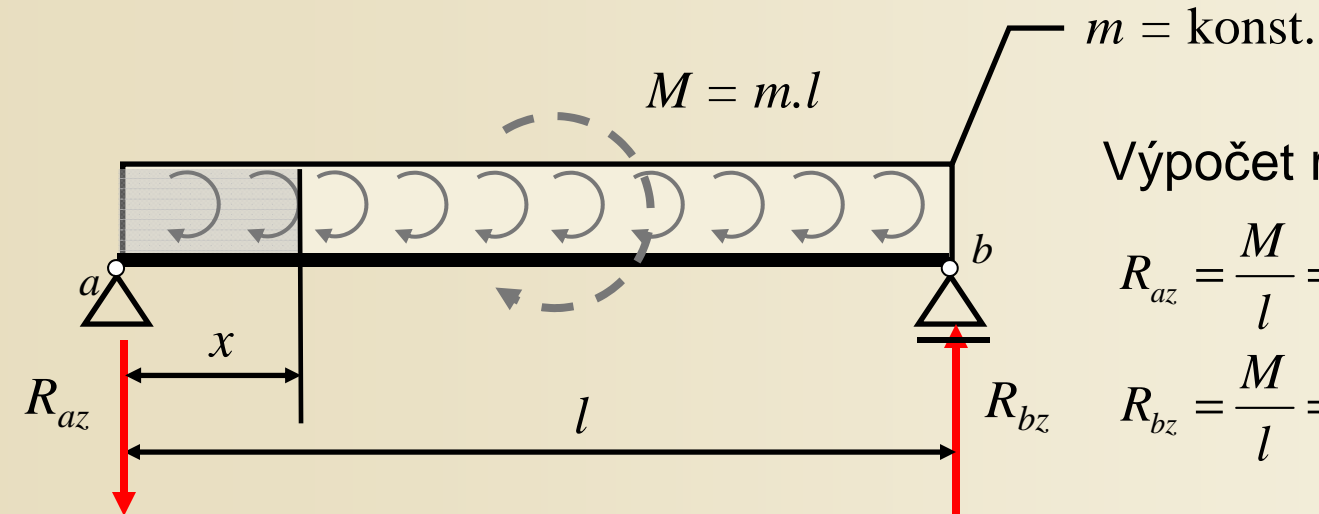
$$x_{\max} = l \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \doteq 0,422649 \cdot l$$

Ohybový moment

$$M_{(x)}^P = +R_{bz} \cdot (l-x) - \frac{q \cdot (l-x)^2}{2l} \cdot \frac{(l-x)}{3} = +\frac{ql}{6} \cdot (l-x) - \frac{q \cdot (l-x)^3}{6l} = \frac{q \cdot x}{6l} \cdot (x-l) \cdot (x-2l)$$

$$M_{(x_{\max})}^P = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot ql^2$$

# Nejjednodušší zatěžovací stavy prostých nosníků



Výpočet reakcí

$$R_{az} = \frac{M}{l} = m(\downarrow)$$

$$R_{bz} = \frac{M}{l} = m(\uparrow)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^L = \text{konst.} = -R_{az} = -m$$

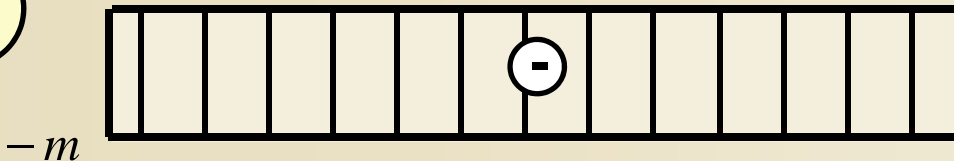
$$V_{(a)} = V_{(x=0)} = -m$$

$$V_{(b)} = V_{(x=l)} = -m$$

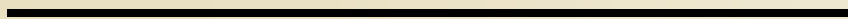
Ohybový moment

$$M_{(x)}^L = -R_{az} \cdot x + m \cdot x = -m \cdot x + m \cdot x = 0$$

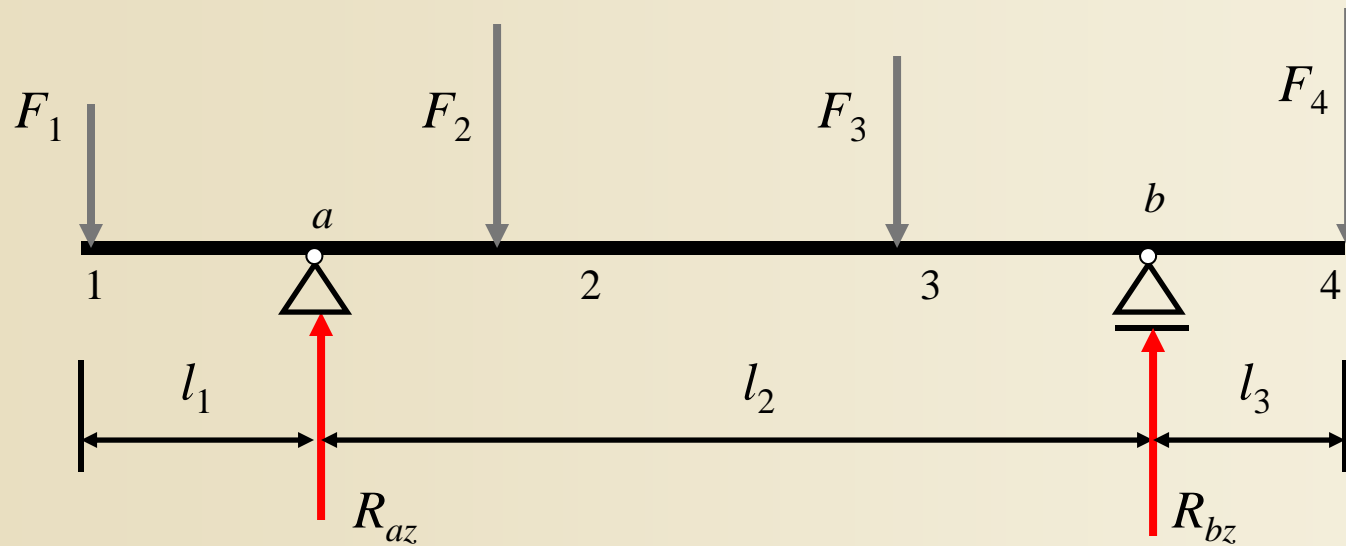
V



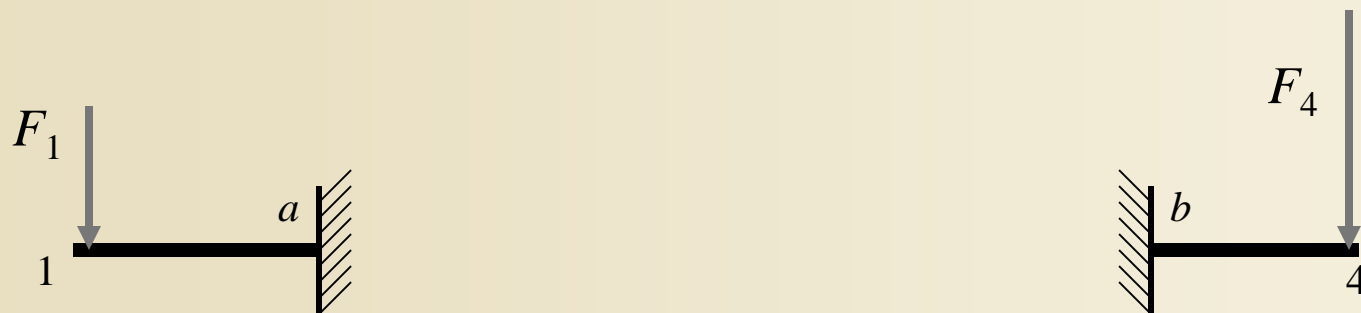
M



# Prostý nosník s převislými konci

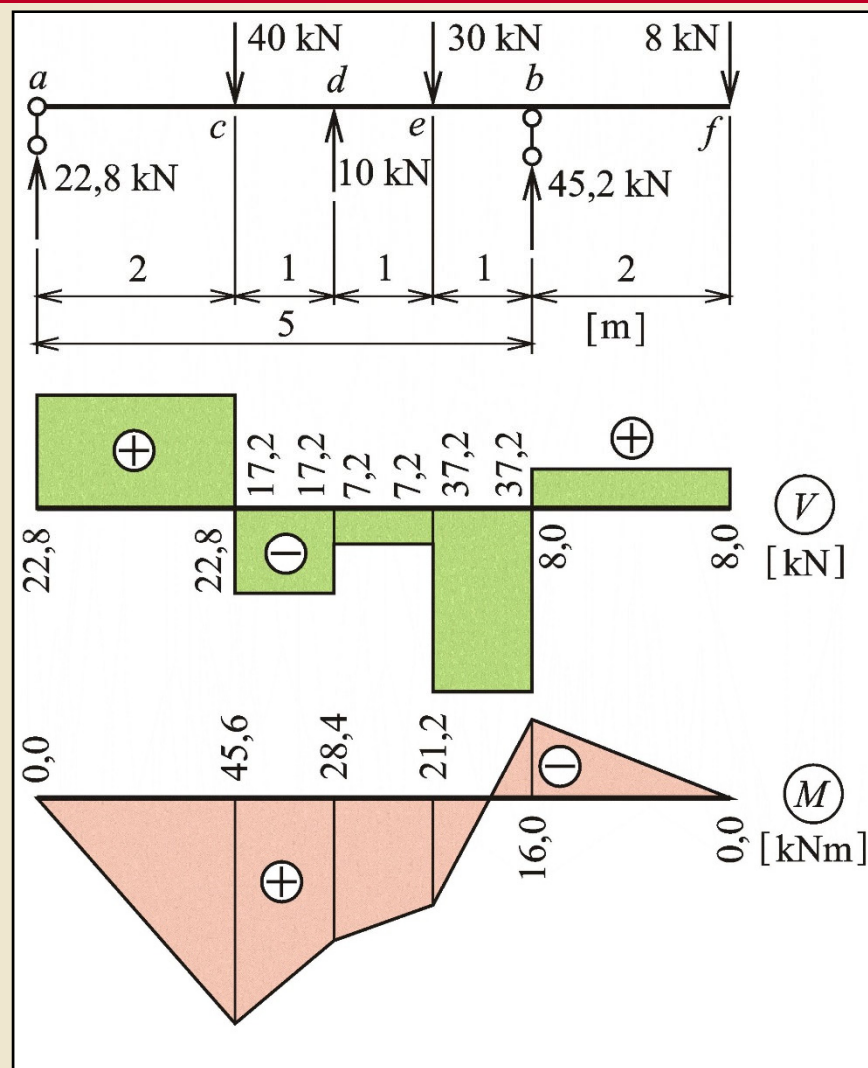


**Průběhy na převislých koncích stejné jako:**



# Příklad 4.12

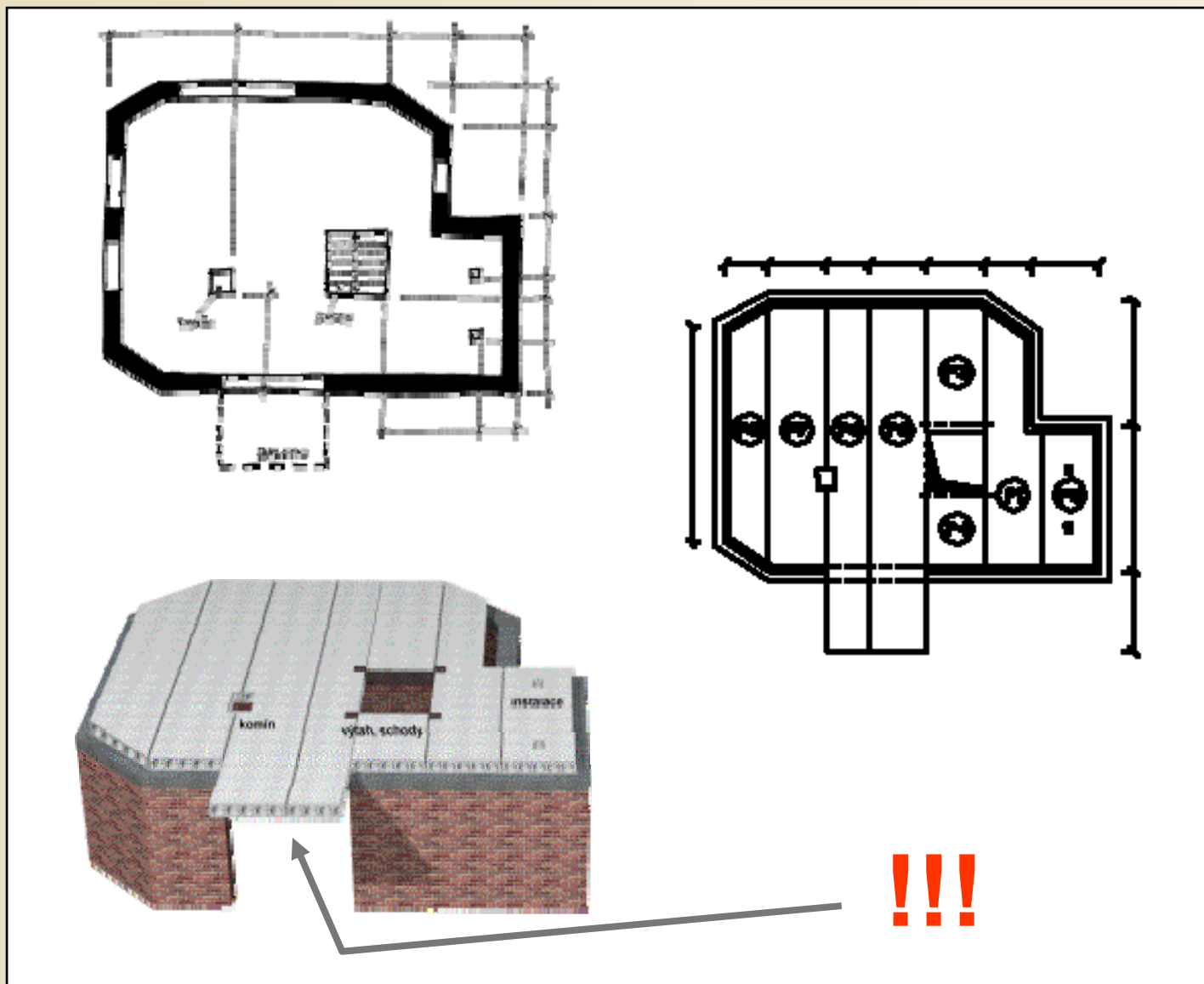
**Zadání:** určit obě reakce nosníku s převislým koncem vpravo, sestrojít průběhy posouvajících sil a ohybových momentů a určit extrémní hodnoty vnitřních sil.



Zadání a řešení příkladu 4.12

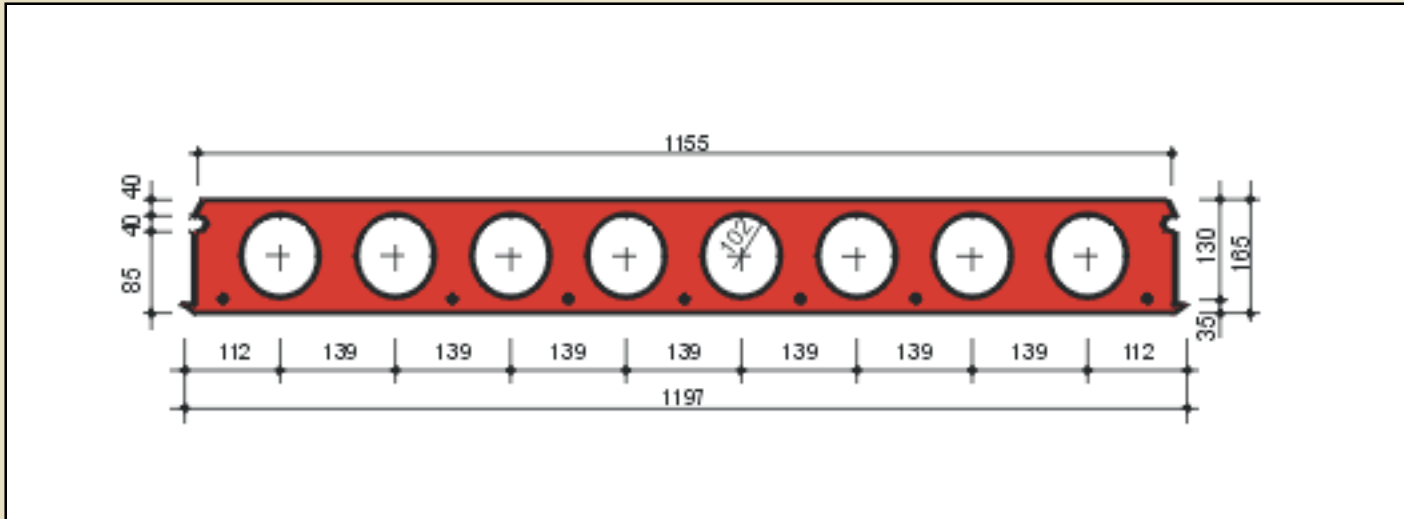
Obr. 7.26. / str. 105

# Prostý nosník s převislými konci

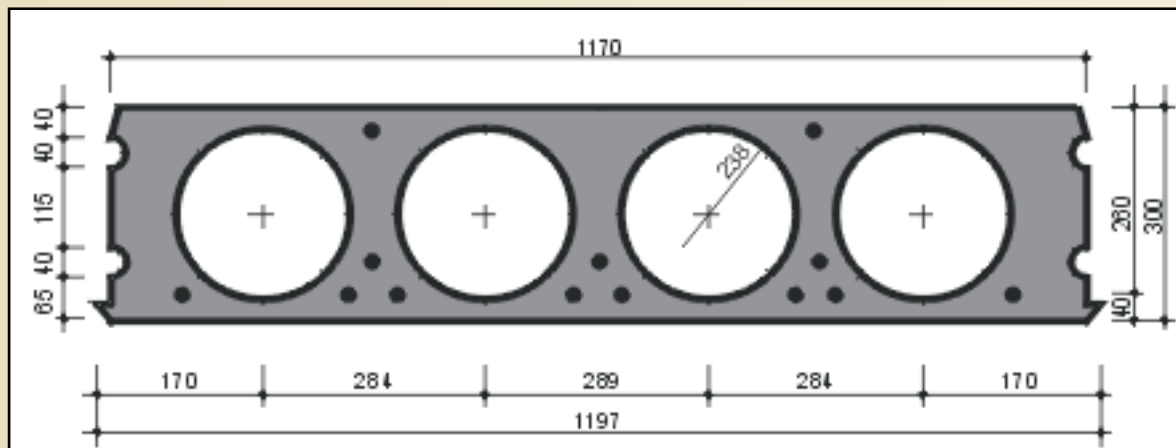


# Prostý nosník s převislými konci

Spirol 165



Spirol 300





# Ukázka konstrukce s převislými konci



Nosná konstrukce střechy Fakultní dětské nemocnice v Černých Polích, Brno, projekt OKM

# Ukázka konstrukce s převislými konci



Nosná konstrukce střechy z lepeného lamelového dřeva, Štýrsko v Rakousku,  
foto: prof. Ing. Antonín Lokaj, Ph.D.

# Ukázka konstrukce s převislými konci



Nosná konstrukce střechy z lepeného lamelového dřeva, Štýrsko v Rakousku,  
foto: prof. Ing. Antonín Lokaj, Ph.D.

# Ukázka konstrukce s převislými konci



Převislé konce železobetonového skeletu, supermarket Albert, Ostrava-Poruba

# Ukázka konstrukce s převislými konci

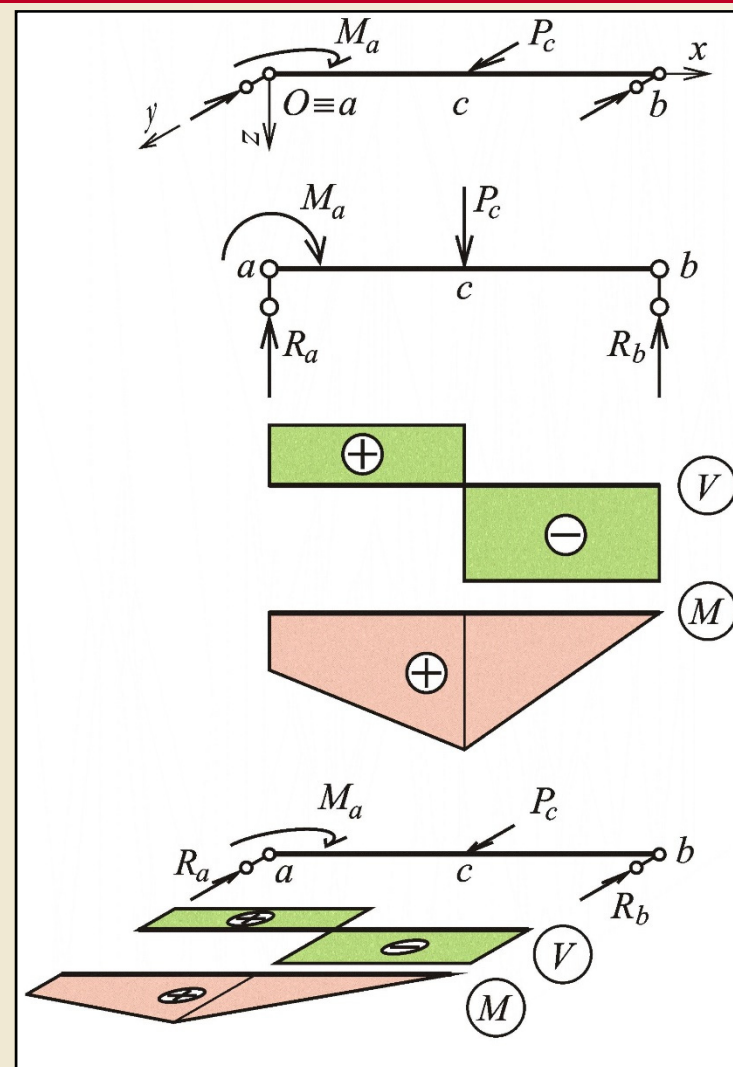


Převislé konce železobetonového skeletu, supermarket Albert, Ostrava-Poruba

# Výpočet nosníku v příčné úloze (ve vodorovné hlavní rovině $xy$ )

## Řešení:

Obráz nosníku i se zatížením se otočí o  $90^\circ$  kolem osy  $x$  tak, že kladný smysl osy  $y$  se ztotožní s kladným smyslem osy  $z$ . Lze pak řešit stejně jako nosník ve svislé rovině  $xz$ . Po vyřešení se vše pootočí zpět do vodorovné roviny  $xy$ .



Řešení nosníku v hlavní rovině  $xy$

Obr. 7.38. / str. 114

# Výpočet nosníku v krutové úloze

Jedna vnější vazba – jediná složka reakce ( $n_v = 1$ ) z podmínky rovnováhy:

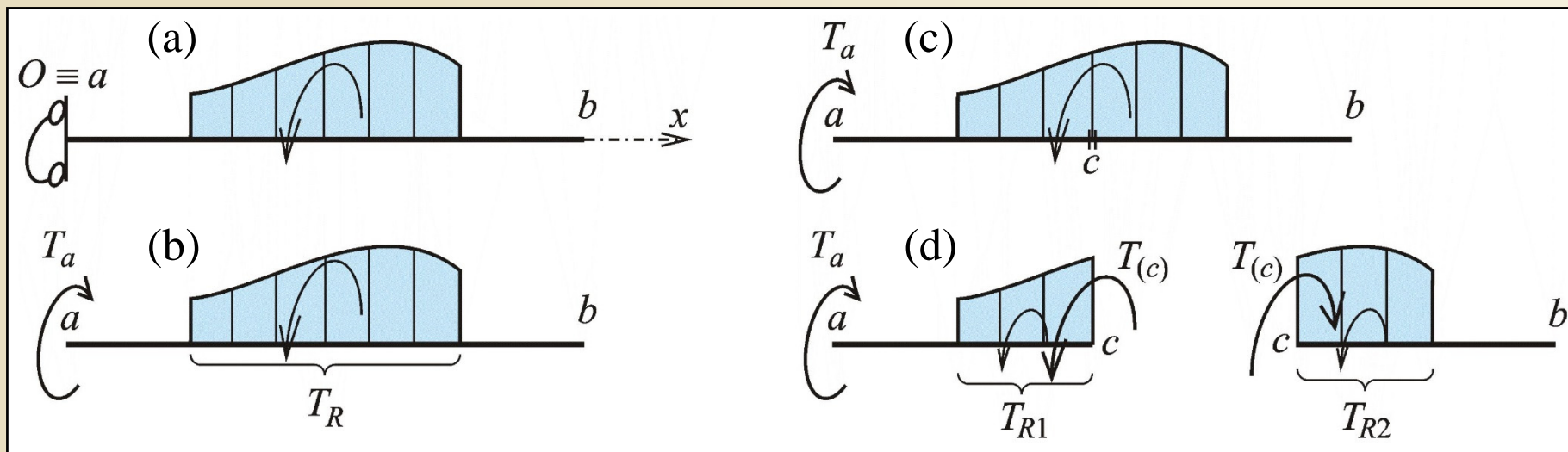
$$T_a - T_R = 0 \Rightarrow T_a = T_R$$

Jediná složka vnitřních sil – **krutící moment**  $T$  (torze).

Kladný směr při pohledu **proti** kladnému smyslu osy  $x$  se snaží prut otáčet **proti** směru hodinových ručiček (proti-proti, levotočivé kroucení).

$$T_{(c)} = T_a - T_{R1}$$

$$T_{(c)} = T_{R2}$$



Výpočet momentové reakce a krutícího momentu v krutové úloze

Obr. 7.39. / str. 115

# Diferenciální podmínky rovnováhy elementu v krutové úloze

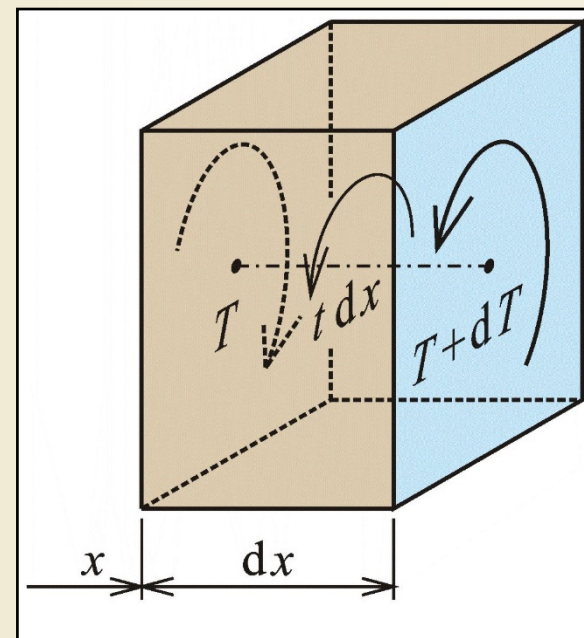
Kroutící moment  $T$  krutově namáhaného nosníku v zadaném průřezu je roven algebraickému součtu všech krutových (zkrucujících) momentů, které na nosník působí po jedné straně zadaného průřezu. Postupujeme-li z levé strany, zahrnujeme do součtu kladně ty momenty, které při pohledu proti kladnému smyslu osy  $x$  otáčejí po ručičkách, záporně ty momenty, které otáčejí proti ručičkám. Při postupu z pravé strany je to naopak: kladně přispívají momenty otáčející (při pohledu proti kladnému smyslu osy  $x$ ) proti ručičkám, záporně momenty otáčející po ručičkách.

Diferenciální podmínka rovnováhy:

$$T_R = 0: \quad -T + (T+dT) + t \cdot dx = 0$$

$$\rightarrow \frac{dT}{dx} = -t$$

Obdoba osově úlohy



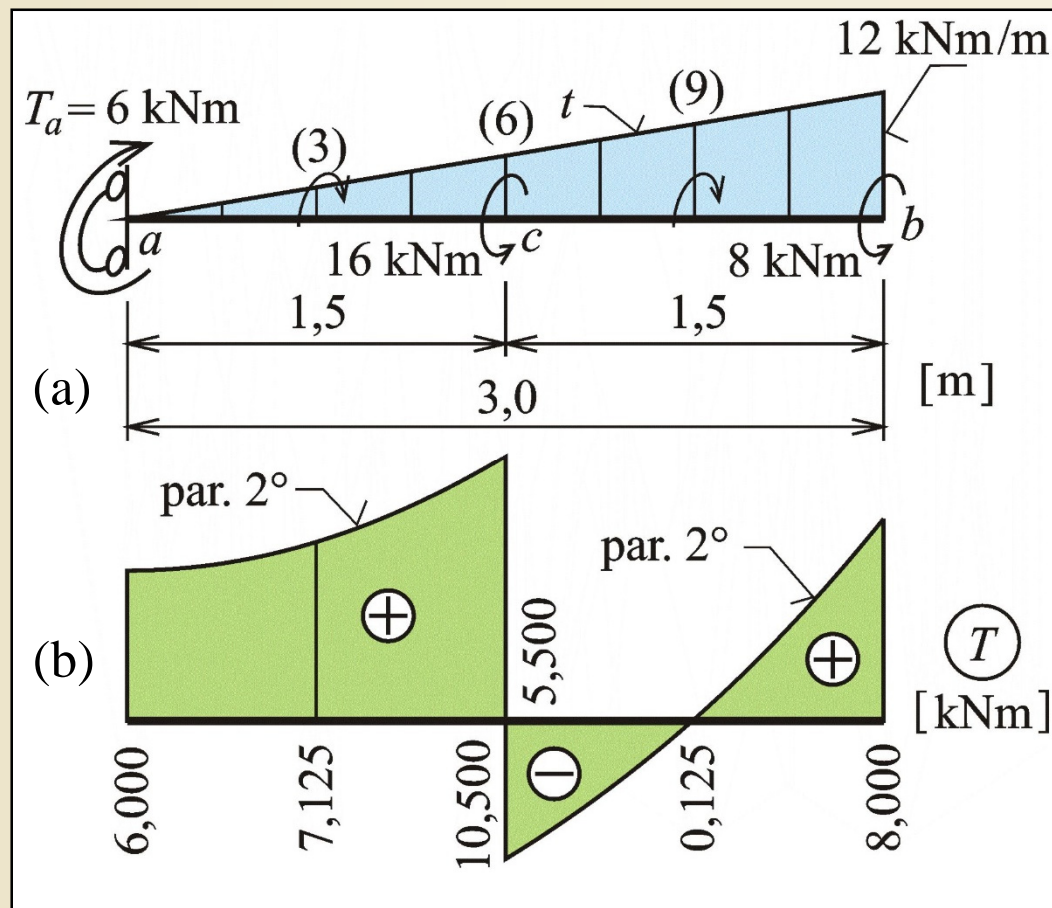
Rovnováha elementu v krutové úloze

Obr. 7.40. / str. 116



# Příklad 4.17

**Zadání:** určit momentovou reakci  $T_a$  nosníku v krutové úloze, sestavit průběh kroutících momentů  $T$  a jejich extrémy



Zadání a řešení příkladu 4.17

Obr. 7.41. / str. 116

# Vodorovný prostý nosník se šikmým zatížením

V rovinné úloze má nepodepřený nosník  $n_v=3$ , musí být podepřen třemi jednoduchými vnějšími vazbami.

Vodorovný prostý nosník se **šikmým zatížením** má vnější vazby rovnoběžné se souřadnicovými osami  $x, z$ , zatížen obecně dle obr.

## Řešení:

Veškerá šikmá zatížení lze rozložit na složku svislou a vodorovnou:

$$P_z = P \cdot \sin \alpha$$

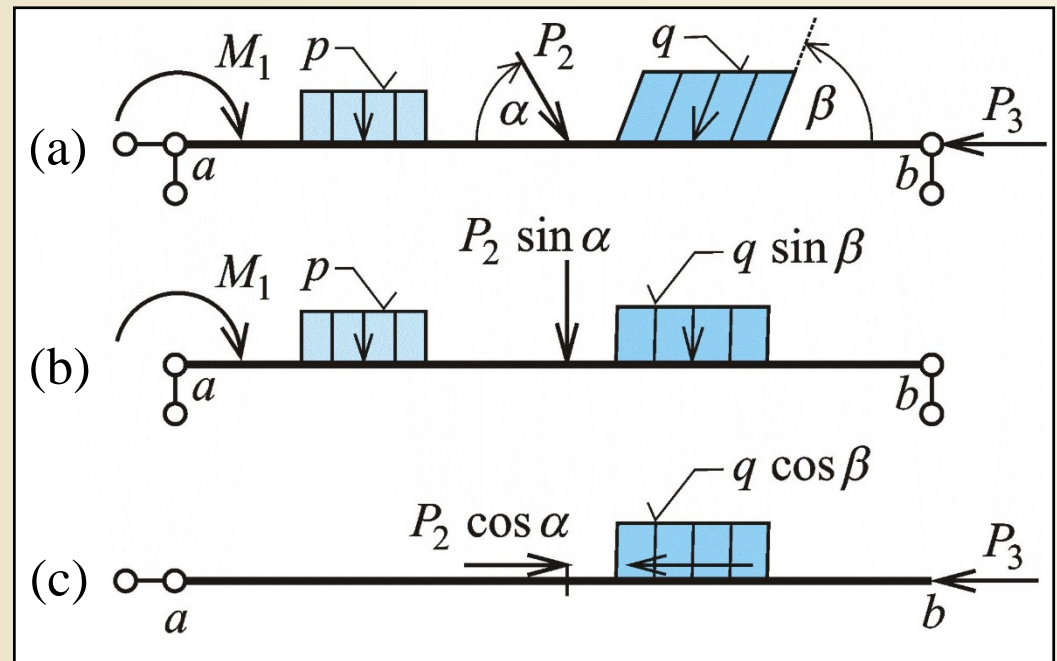
$$P_x = P \cdot \cos \alpha$$

$$q_z = q \cdot \sin \beta$$

$$q_x = q \cdot \cos \beta$$

## Důsledek:

Úloha se rozpadne na dvě samostatné – příčnou a OSOVOU.

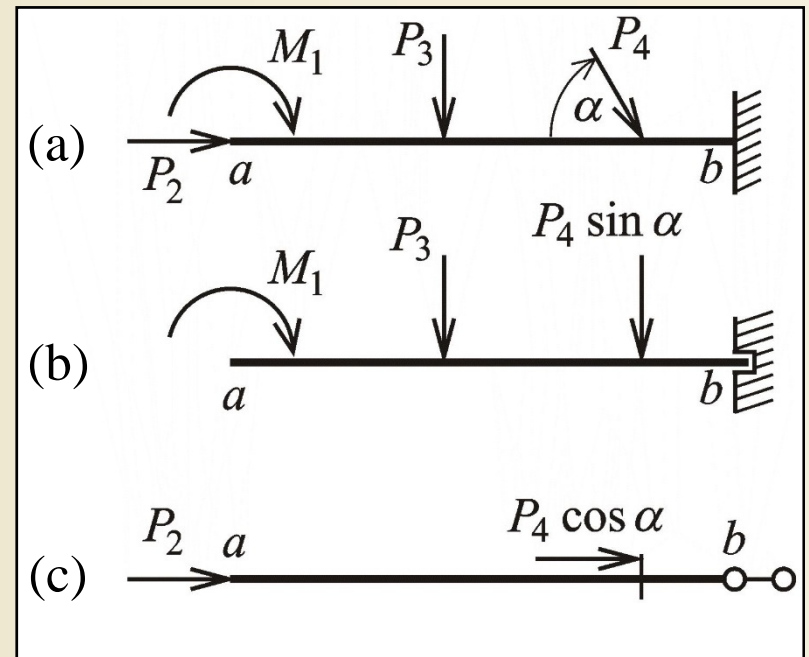


Rozpad rovinné úlohy prostého nosníku na příčnou a osovou

Obr. 7.42. / str. 117

# Vodorovná konzola se šikmým zatížením

Pro rozklad zatížení a rozpad rovinné úlohy na příčnou a osovou platí stejné pravidla jako pro prostý nosník.



Rozpad rovinné úlohy konzoly na příčnou a osovou

Obr. 7.43. / str. 117

# Příklad 4.18

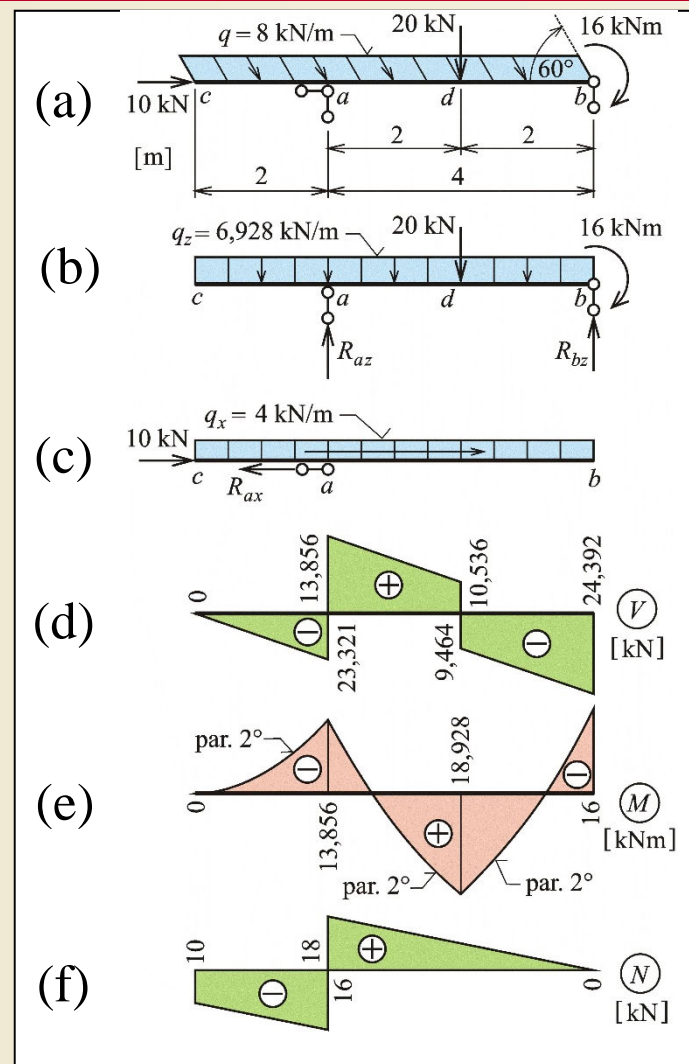
**Zadání:** určit reakce a průběhy vnitřních sil na prostém nosníku s převislým koncem vlevo s využitím rozkladu rovinné úlohy na příčnou a osovou.

**Řešení:**

- a) rozklad šikmého rovnoměrného zatížení na svislou a vodorovnou složku

$$q_z = 8 \cdot \sin 60^\circ \quad q_x = 8 \cdot \cos 60^\circ$$

- b) určit reakce dle předchozích postupů pro příčnou a osovou úlohu  
 c) stanovit průběhy vnitřních sil odpovídající příčné a osově úloze

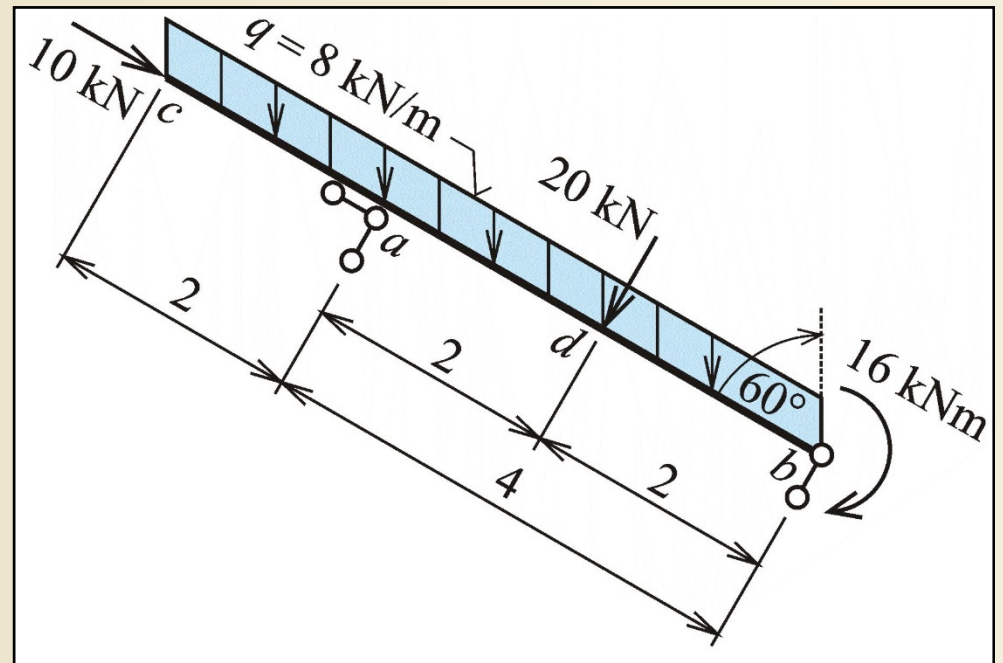


Zadání a řešení příkladu 4.18

Obr. 7.44. / str. 118

# Vodorovný prostý nosník se šikmým zatížením

V praktických aplikacích je nosník ve stavební konstrukci umístěn šikmo (viz obrázek). Pro usnadnění výpočtu lze i se zatížením a podepřením potočit do vodorovného směru.



Nosník umístěný v konstrukci šikmo

Obr. 7.45. / str. 119

# Vodorovný prostý nosník se šikmým podepřením

Rozložení šikmé reakce na svislou a vodorovnou složku:

$$R_{bz} = R_{b\gamma} \cdot \cos \gamma \quad R_{bx} = R_{b\gamma} \cdot \sin \gamma$$

Postup řešení:

a)  $\sum M_{ib} = 0 \Rightarrow R_{az}$

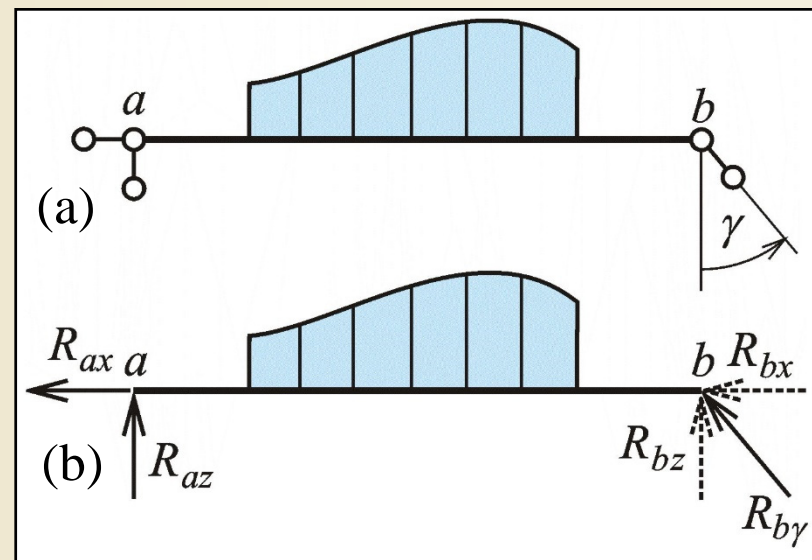
b)  $\sum M_{ia} = 0 \Rightarrow R_{bz} \Rightarrow R_{b\gamma} = \frac{R_{bz}}{\cos \gamma}$

c)  $R_z = 0$  kontrola

d)  $R_{bx} = R_{b\gamma} \cdot \sin \gamma$

e)  $R_x = 0 \Rightarrow R_{ax}$

f) Dále řešení příčné a osově úlohy

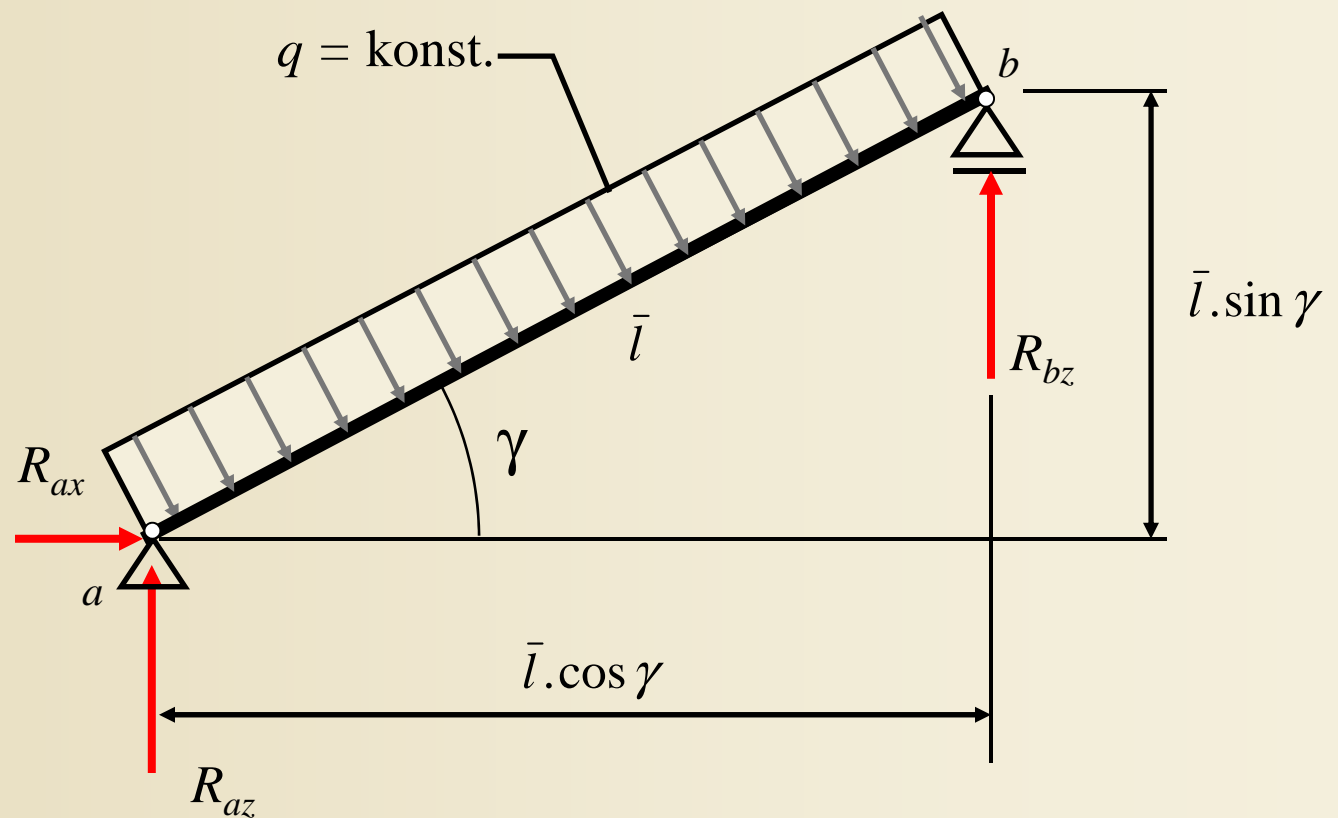


Nosník se šikmou vazbou

Obr. 7.46. / str. 119

# Šikmý nosník - zatížení větrem

Spojité zatížení působící kolmo na nosník



# Zatížení větrem – charakteristická hodnota

NORMOVÉ ZATÍŽENÍ VĚTREM  $w^n = w_0 \cdot k_w \cdot C_w$

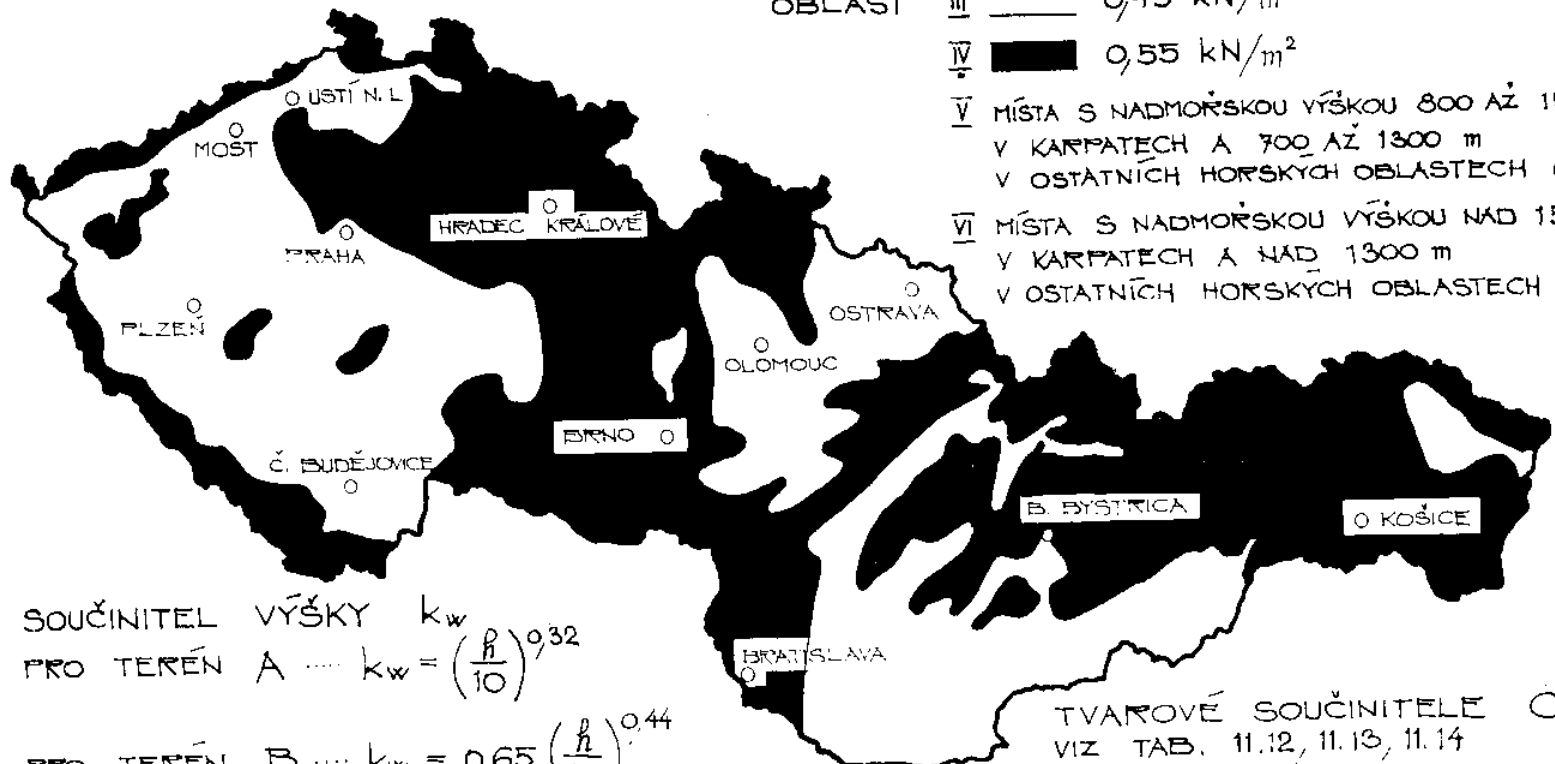
ZÁKLADNÍ TLAK VĚTRU  $w_0$

OBLAST III  $0,45 \text{ kN/m}^2$

IV  $0,55 \text{ kN/m}^2$

V MÍSTA S NADMOŘSKOU VÝŠKOU 800 AŽ 1500 m  
V KARPATECH A 700 AŽ 1300 m  
V OSTATNÍCH HORSKÝCH OBLASTECH  $0,7 \text{ kN/m}^2$

VI MÍSTA S NADMOŘSKOU VÝŠKOU NAD 1500 m  
V KARPATECH A NAD 1300 m  
V OSTATNÍCH HORSKÝCH OBLASTECH  $0,85 \text{ kN/m}^2$



SOUČINTEL VÝŠKY  $k_w$   
PRO TERÉN A  $k_w = \left(\frac{h}{10}\right)^{0,32}$

PRO TERÉN B  $k_w = 0,65 \left(\frac{h}{10}\right)^{0,44}$

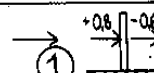
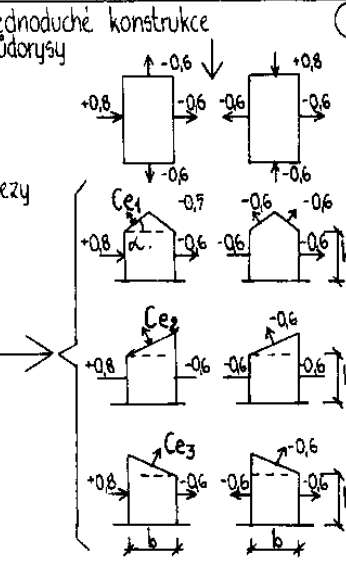
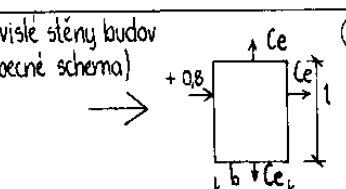
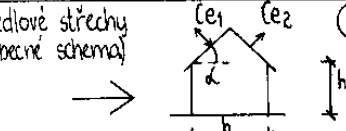
TVAROVÉ SOUČINITELE  $C_s$   
VIZ TAB. 11.12, 11.13, 11.14

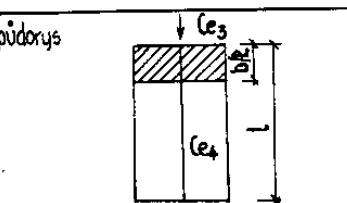
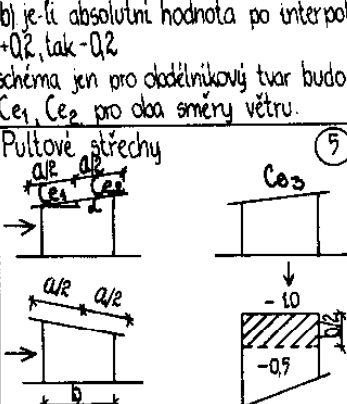
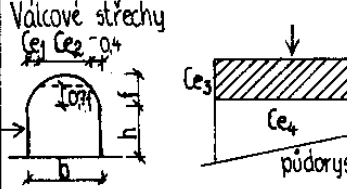
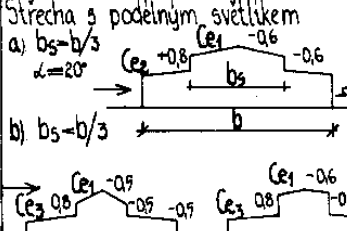
OBLASTI I, II A VII SE NA ÚZEMÍ ČSSR NEVYSKYTUJÍ



# Zatížení větrem – charakteristická hodnota

TAB. 11.12. TVAROVÍ SOUČINĚTELE PRO VNĚJŠÍ PLOCHY KONSTRUKCÍ

Schema konstrukce a působení větru	Hodnoty součinitele $C_e$ <sup>+tlak</sup> <sub>-sání</sub>																									
Samostatně volně stojící stěny, ploty a pod 	strana návětrná $C_e = +0.8$ strana zavětrná $C_e = -0.6$																									
Jednoduché konstrukce půdorysy 	<p>Konstrukce uvedených tvarů musí splňovat současně tyto podmínky:                      výška <math>h = 20\text{m}</math>                      poměr <math>h/b \approx 2</math>                      Největší půdorysný rozměr nepřesahuje 50m. U konstrukcí, které nespĺňují uvedené požadavky se užije schémata obecné platnosti:</p> <table border="1"> <tr> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>0^\circ</math></td> <td><math>20^\circ</math></td> <td><math>30^\circ</math></td> <td><math>\approx 60^\circ</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_{e1}</math></td> <td>-0.8</td> <td>-0.8</td> <td><math>\approx 0.2</math></td> <td>+0.8</td> </tr> </table> <table border="1"> <tr> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>0^\circ</math></td> <td><math>20^\circ</math></td> <td><math>\approx 30^\circ</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_{e2}</math></td> <td>-0.8</td> <td>-0.7</td> <td>= 0.3</td> </tr> </table> <table border="1"> <tr> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>&lt; 20^\circ</math></td> <td><math>\approx 20^\circ</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_{e3}</math></td> <td>-0.8</td> <td>-0.6</td> </tr> </table> <p>Meziúhodné hodnoty <math>C_e</math> se interpolují. Interpolovat lze jen hodnoty <math>C_e</math> stejného znaménka (při interpolaci kladných hodnot <math>C_{e2}</math> se uvažuje pro <math>\alpha = 20^\circ</math> <math>C_{e2} = 0</math>)                      Znaménko součinitele <math>C_e</math> pro <math>\alpha = 30^\circ</math> se volí tak, aby účinek byl co nejnepriznivější.</p>	$\alpha$	$0^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$\approx 60^\circ$	$C_{e1}$	-0.8	-0.8	$\approx 0.2$	+0.8	$\alpha$	$0^\circ$	$20^\circ$	$\approx 30^\circ$	$C_{e2}$	-0.8	-0.7	= 0.3	$\alpha$	$< 20^\circ$	$\approx 20^\circ$	$C_{e3}$	-0.8	-0.6	
$\alpha$	$0^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$\approx 60^\circ$																						
$C_{e1}$	-0.8	-0.8	$\approx 0.2$	+0.8																						
$\alpha$	$0^\circ$	$20^\circ$	$\approx 30^\circ$																							
$C_{e2}$	-0.8	-0.7	= 0.3																							
$\alpha$	$< 20^\circ$	$\approx 20^\circ$																								
$C_{e3}$	-0.8	-0.6																								
Svislé stěny budov (obecné schéma) 	<p><math>C_e</math> <table border="1"> <tr> <td><math>h/b</math></td> <td><math>\approx 0.5</math></td> <td>1</td> <td><math>\approx 2</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_e</math></td> <td>-0.4</td> <td>-0.7</td> <td>-0.6</td> </tr> <tr> <td><math>C_e</math></td> <td><math>\approx 2</math></td> <td>-0.5</td> <td>-0.6</td> </tr> </table> <math>h</math> - výška budovy počkap                      nebo horní hranu atiky <math>b</math> - půdorysný rozměr, rovnoběžný se směrem větru <math>l</math> - půdorysný rozměr kolmý na směr větru</p>	$h/b$	$\approx 0.5$	1	$\approx 2$	$C_e$	-0.4	-0.7	-0.6	$C_e$	$\approx 2$	-0.5	-0.6													
$h/b$	$\approx 0.5$	1	$\approx 2$																							
$C_e$	-0.4	-0.7	-0.6																							
$C_e$	$\approx 2$	-0.5	-0.6																							
Šedlové střechy (obecné schéma) 	<p><math>C_{e1}</math> <table border="1"> <tr> <td><math>h/b</math></td> <td>0</td> <td>0.5</td> <td>1</td> <td><math>\approx 2</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_{e1}</math></td> <td>0.0</td> <td>-0.6</td> <td>-0.7</td> <td>-0.8</td> </tr> <tr> <td><math>C_{e1}</math></td> <td><math>20^\circ</math></td> <td>+0.2</td> <td>-0.4</td> <td>-0.7</td> </tr> <tr> <td><math>C_{e1}</math></td> <td><math>40^\circ</math></td> <td>+0.4</td> <td>+0.3</td> <td>-0.2</td> </tr> <tr> <td><math>C_{e1}</math></td> <td><math>\approx 60^\circ</math></td> <td>+0.8</td> <td>+0.8</td> <td>+0.8</td> </tr> </table></p>	$h/b$	0	0.5	1	$\approx 2$	$C_{e1}$	0.0	-0.6	-0.7	-0.8	$C_{e1}$	$20^\circ$	+0.2	-0.4	-0.7	$C_{e1}$	$40^\circ$	+0.4	+0.3	-0.2	$C_{e1}$	$\approx 60^\circ$	+0.8	+0.8	+0.8
$h/b$	0	0.5	1	$\approx 2$																						
$C_{e1}$	0.0	-0.6	-0.7	-0.8																						
$C_{e1}$	$20^\circ$	+0.2	-0.4	-0.7																						
$C_{e1}$	$40^\circ$	+0.4	+0.3	-0.2																						
$C_{e1}$	$\approx 60^\circ$	+0.8	+0.8	+0.8																						

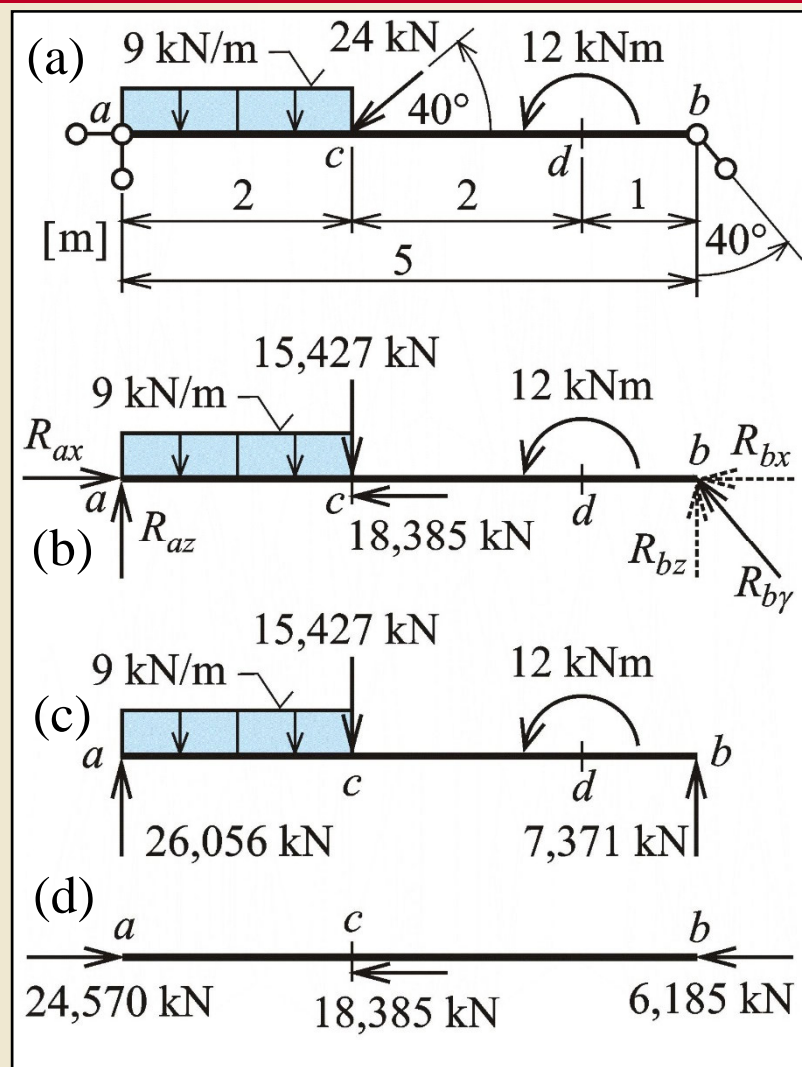
<p>půdorys </p>	<table border="1"> <tr> <td><math>h/b</math></td> <td>0</td> <td>0.5</td> <td>1.0</td> <td><math>\approx 2.0</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_{e3}</math></td> <td>-0.4</td> <td>-0.4</td> <td>-0.7</td> <td>-0.8</td> </tr> <tr> <td><math>C_{e3}</math></td> <td>-0.7</td> <td>-0.7</td> <td>-0.9</td> <td>-1.0</td> </tr> <tr> <td><math>C_{e4}</math></td> <td>-0.4</td> <td>-0.5</td> <td>-0.9</td> <td>-0.8</td> </tr> </table> <p>1. K interpolování hodnot <math>C_e</math>:                      a) je-li mezi sousedními hodnotami rozdíl jen 0,1, uvažuje se vyšší absol. hodnota                      b) je-li absolutní hodnota po interpolaci menší než 0,2, uvažuje se alternativivně jak +0,2, tak -0,2                      2. Pokud je sklon <math>\alpha = 0^\circ</math>, platí půdorysné schéma jen pro obdélníkový tvar budovy; při čtvercovém půdorysu použije se hodnot <math>C_{e1}</math>, <math>C_{e2}</math> pro oba směry větru.</p>	$h/b$	0	0.5	1.0	$\approx 2.0$	$C_{e3}$	-0.4	-0.4	-0.7	-0.8	$C_{e3}$	-0.7	-0.7	-0.9	-1.0	$C_{e4}$	-0.4	-0.5	-0.9	-0.8													
$h/b$	0	0.5	1.0	$\approx 2.0$																														
$C_{e3}$	-0.4	-0.4	-0.7	-0.8																														
$C_{e3}$	-0.7	-0.7	-0.9	-1.0																														
$C_{e4}$	-0.4	-0.5	-0.9	-0.8																														
<p>Pultové střechy </p>	<table border="1"> <tr> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>5^\circ</math></td> <td><math>10^\circ</math></td> <td><math>20^\circ</math></td> <td><math>\approx 30^\circ</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_{e1}</math></td> <td>-1.0</td> <td>-1.0</td> <td>+1.0</td> <td>-0.7</td> </tr> <tr> <td><math>C_{e2}</math></td> <td>-0.5</td> <td>-0.4</td> <td>+0.2</td> <td>0.0</td> </tr> <tr> <td><math>C_{e3}</math></td> <td>-</td> <td>0.0</td> <td>+0.2</td> <td>+0.4</td> </tr> </table> <p>1. Pro <math>\alpha = 0^\circ</math> platí č. 4                      2. Pokud jsou uvedeny 2 alternativy, uvažujeme obě, eventuálně tu nepriznivější.</p>	$\alpha$	$5^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$\approx 30^\circ$	$C_{e1}$	-1.0	-1.0	+1.0	-0.7	$C_{e2}$	-0.5	-0.4	+0.2	0.0	$C_{e3}$	-	0.0	+0.2	+0.4													
$\alpha$	$5^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$\approx 30^\circ$																														
$C_{e1}$	-1.0	-1.0	+1.0	-0.7																														
$C_{e2}$	-0.5	-0.4	+0.2	0.0																														
$C_{e3}$	-	0.0	+0.2	+0.4																														
<p>Válcové střechy </p>	<table border="1"> <tr> <td><math>h/b</math></td> <td><math>f/b</math></td> <td><math>\approx 0.1</math></td> <td>0.2</td> <td>0.3</td> <td>0.4</td> <td>0.5</td> </tr> <tr> <td rowspan="2"><math>C_{e1}</math></td> <td>0.0</td> <td>+0.1</td> <td>+0.2</td> <td>+0.4</td> <td>+0.6</td> <td>+0.7</td> </tr> <tr> <td>0.2</td> <td>-0.2</td> <td>-0.1</td> <td>+0.2</td> <td>+0.5</td> <td>+0.7</td> </tr> <tr> <td rowspan="2"><math>C_{e2}</math></td> <td><math>\approx 1.0</math></td> <td>-0.6</td> <td>-0.7</td> <td>-0.3</td> <td>+0.3</td> <td>+0.7</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-0.6</td> <td>-0.9</td> <td>-1.0</td> <td>-1.1</td> <td>-1.2</td> </tr> </table> <p>Součinitele <math>C_{e3}</math> a <math>C_{e4}</math> se určí podle č. 4 pro poměr <math>h/b</math></p>	$h/b$	$f/b$	$\approx 0.1$	0.2	0.3	0.4	0.5	$C_{e1}$	0.0	+0.1	+0.2	+0.4	+0.6	+0.7	0.2	-0.2	-0.1	+0.2	+0.5	+0.7	$C_{e2}$	$\approx 1.0$	-0.6	-0.7	-0.3	+0.3	+0.7		-0.6	-0.9	-1.0	-1.1	-1.2
$h/b$	$f/b$	$\approx 0.1$	0.2	0.3	0.4	0.5																												
$C_{e1}$	0.0	+0.1	+0.2	+0.4	+0.6	+0.7																												
	0.2	-0.2	-0.1	+0.2	+0.5	+0.7																												
$C_{e2}$	$\approx 1.0$	-0.6	-0.7	-0.3	+0.3	+0.7																												
		-0.6	-0.9	-1.0	-1.1	-1.2																												
<p>Střecha s podélným světlíkem </p> <p>a) <math>b_s = b/3</math>  <math>\alpha = 20^\circ</math></p> <p>b) <math>b_s = b/3</math></p>	<table border="1"> <tr> <td><math>h/b</math></td> <td>1.2</td> <td>1.4</td> <td>1.6</td> <td>1.8</td> <td>2.0</td> <td>2.5</td> <td>3.0</td> <td><math>\approx 4.0</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_{e2}</math></td> <td>-0.7</td> <td>-0.3</td> <td>-0.1</td> <td><math>\approx 0.1</math></td> <td>+0.2</td> <td>+0.4</td> <td>+0.6</td> <td>+0.8</td> </tr> </table> <p>1. <math>C_{e1}</math> se uvažuje dle č. 4 pro <math>h/b \approx 2</math>                      2. Pro čela světlíků se uvažuje <math>C_e = -0.6</math>                      3. <math>C_{e3}</math> se určí dle č. 4 nebo č. 2 (z hodnot uvedených pro <math>C_{e1}</math> pro výšku <math>h</math>).</p>	$h/b$	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	$\approx 4.0$	$C_{e2}$	-0.7	-0.3	-0.1	$\approx 0.1$	+0.2	+0.4	+0.6	+0.8															
$h/b$	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	$\approx 4.0$																										
$C_{e2}$	-0.7	-0.3	-0.1	$\approx 0.1$	+0.2	+0.4	+0.6	+0.8																										

# Příklad 4.19

**Zadání:** určit reakce a provést rozklad úlohy na příčnou a osovou.

**Řešení:**

- rozklad šikmé síly na svislou a vodorovnou složku
- určit reakce dle předchozího postupu
- stanovit průběhy vnitřních sil odpovídající příčné a osově úloze



Zadání a řešení příkladu 4.19

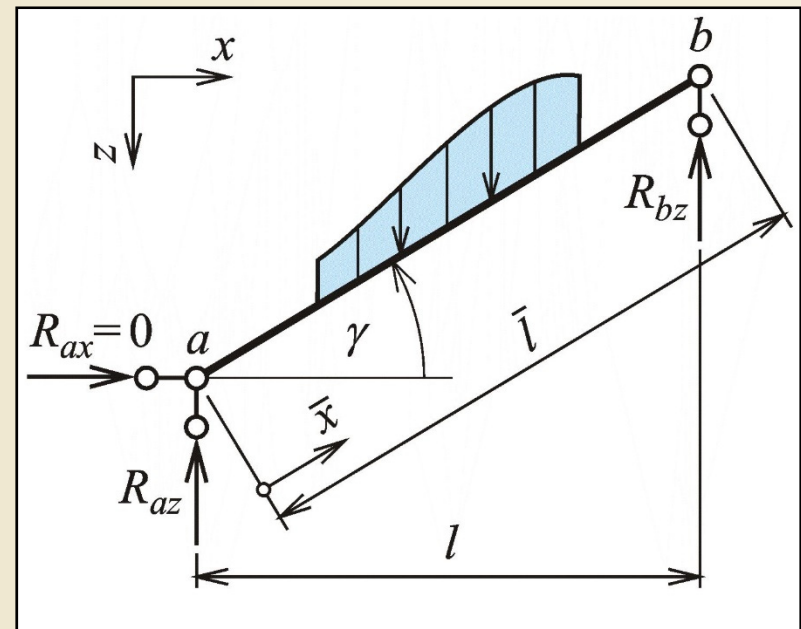
Obr. 7.47. / str. 120

# Šikmý nosník

**Geometrie:** nosník leží v souřadnicové rovině  $xz$  skloněn oproti vodorovné ose  $x$  pod úhlem  $\gamma$ , šikmá délka  $\bar{l}$ , vodorovný průmět délky  $l = \bar{l} \cdot \cos \gamma$

**Podepření:** na obou koncích podepření třemi jednoduchými vazbami proti posunům rovnoběžnými s osami  $x$  a  $z$ .

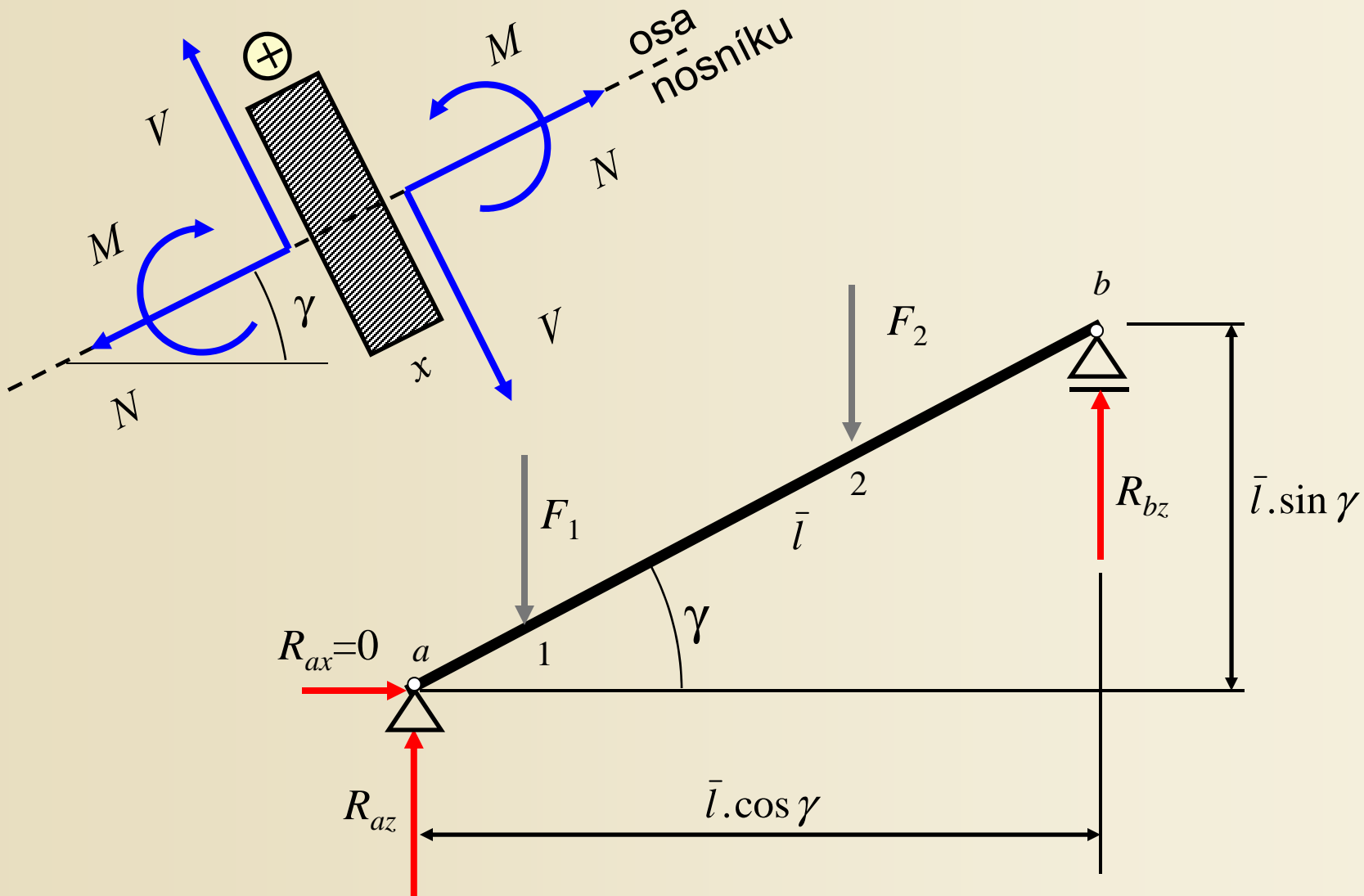
**Zatížení:** předpoklad pouze svislého zatížení, vodorovná složka reakce tedy nulová a platí  $n_v=2$ .



Šikmý nosník se svislým zatížením

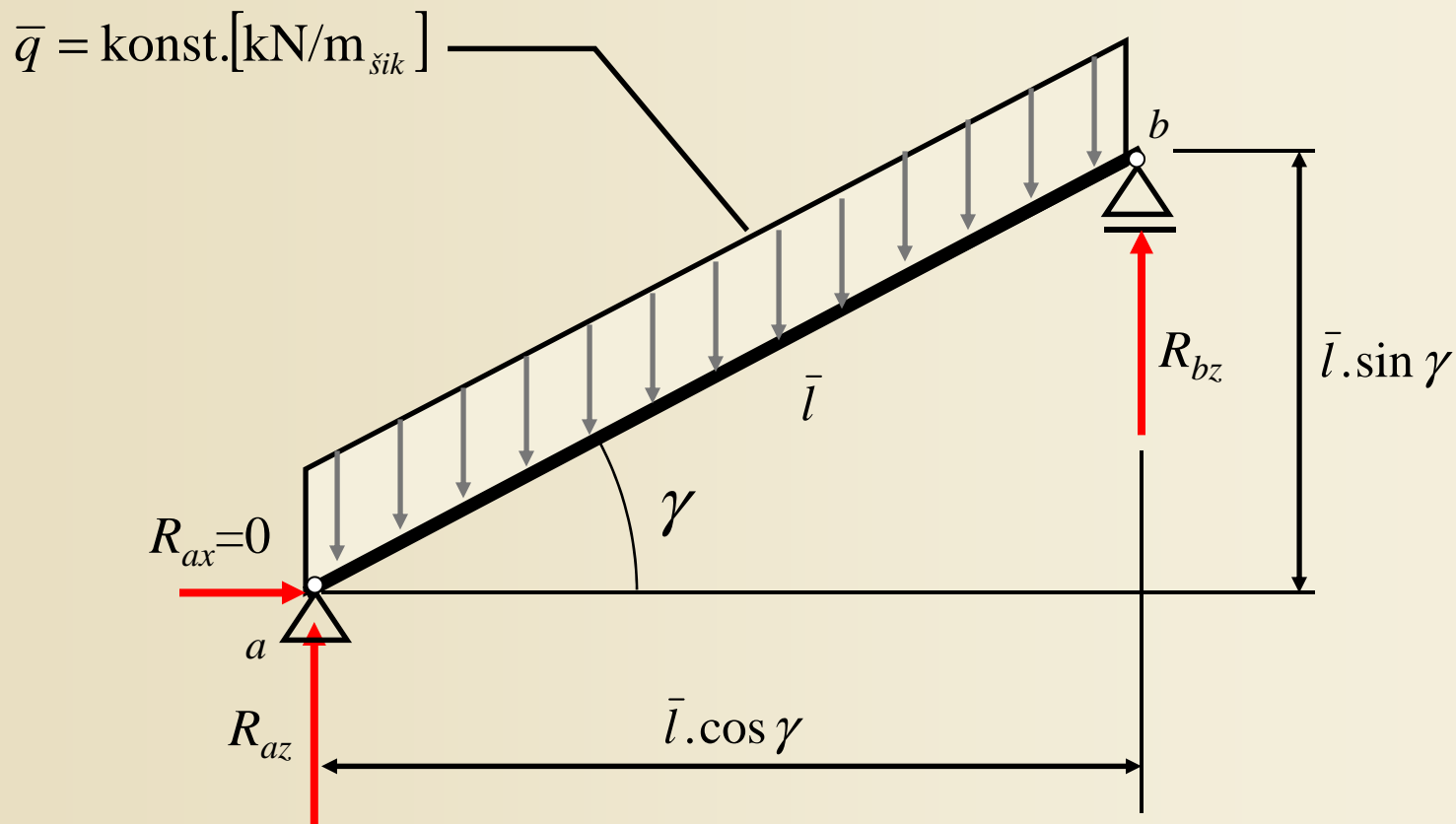
Obr. 7.48. / str. 120

# Šikmý nosník



# Šikmý nosník – zatížení vlastní tíhou

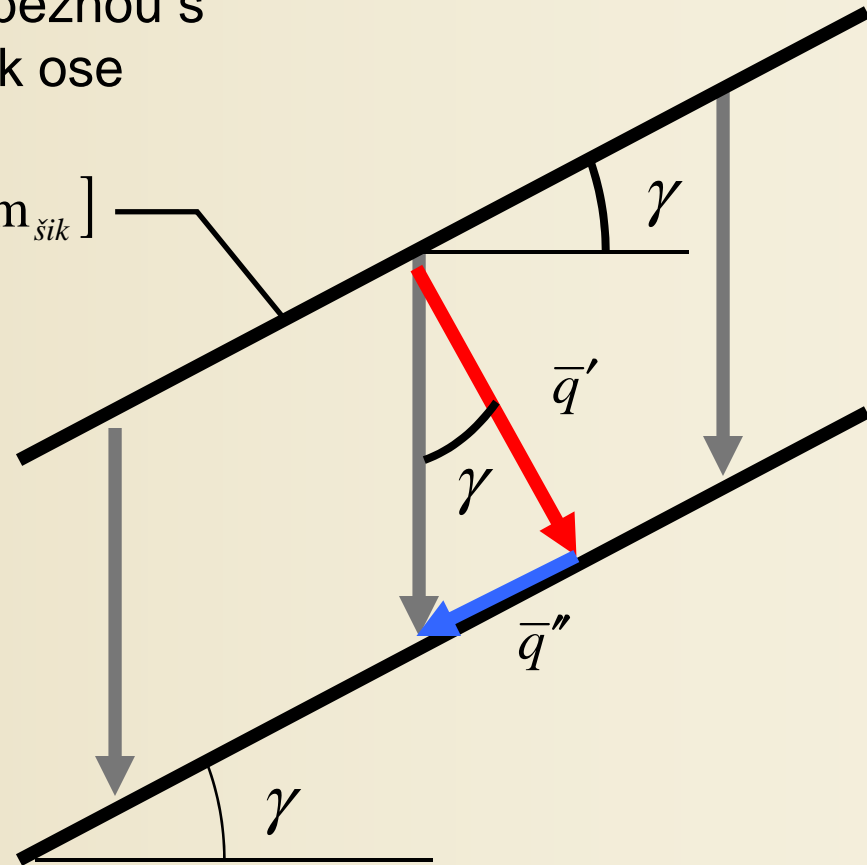
Spojité zatížení působící svisle podél střednice nosníku – na jednotku šikmé délky



# Šikmý nosník – zatížení vlastní tíhou

Rozklad zatížení na složku rovnoběžnou s osou nosníku a kolmou (příčnou) k ose nosníku

$$\bar{q} = \text{konst.} [\text{kN/m}_{\text{šik}}]$$

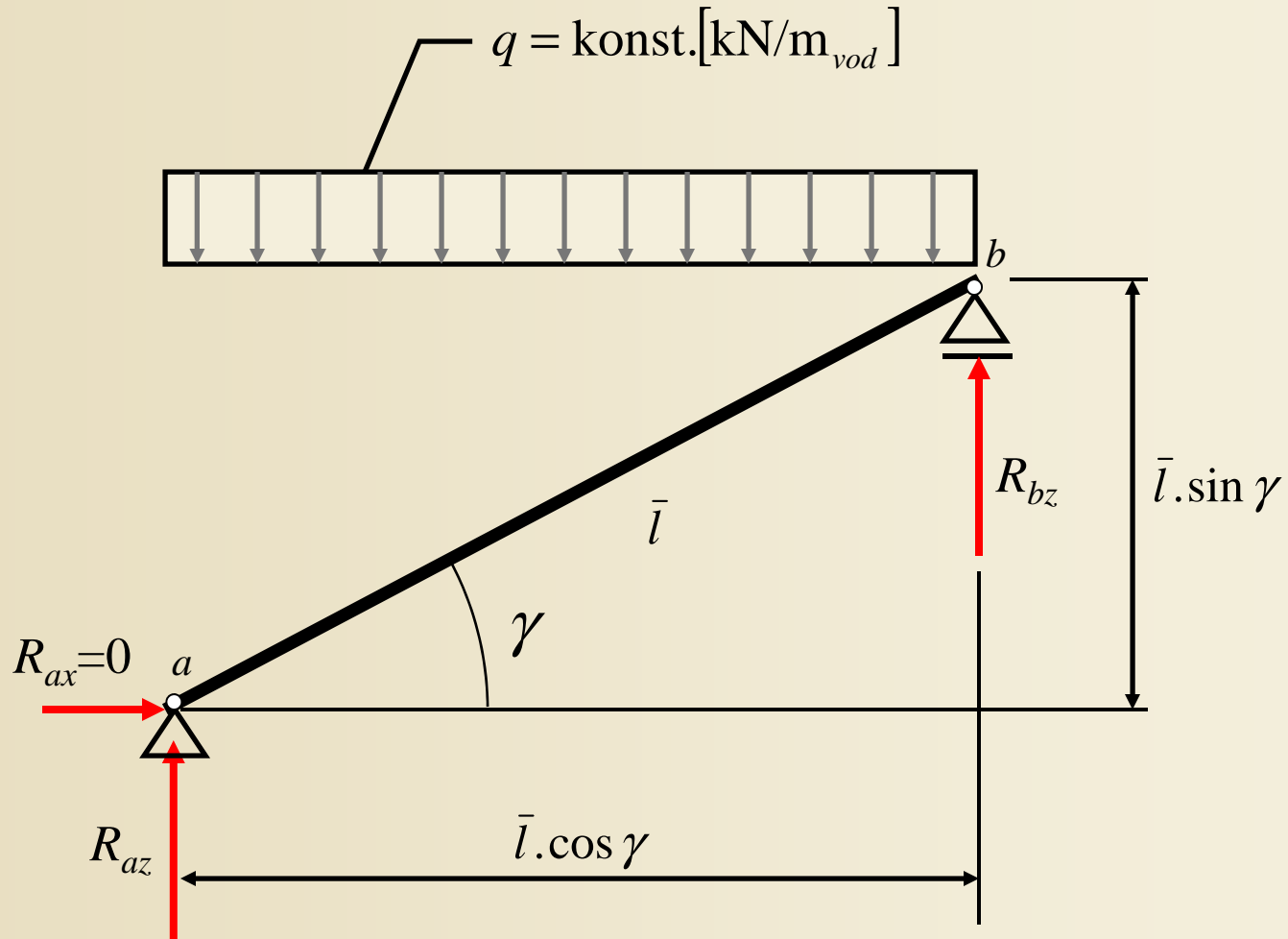


$$\bar{q}' = \bar{q} \cdot \cos \gamma$$

$$\bar{q}'' = \bar{q} \cdot \sin \gamma$$

# Šikmý nosník – zatížení sněhem

Spojité zatížení působící na vodorovný (půdorysný) průmět nosníku



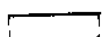
# Zatížení sněhem – charakteristická hodnota


TAB 11.9 MAPA SNĚHOVÝCH OBLASTÍ NA ÚZEMÍ ČSSR


NORMOVÉ ZATÍŽENÍ SNĚHEM


$$s^n = s_0 \cdot C_s \cdot k$$


ZÁKLADNÍ TÍHA SNĚHU  $s_0$

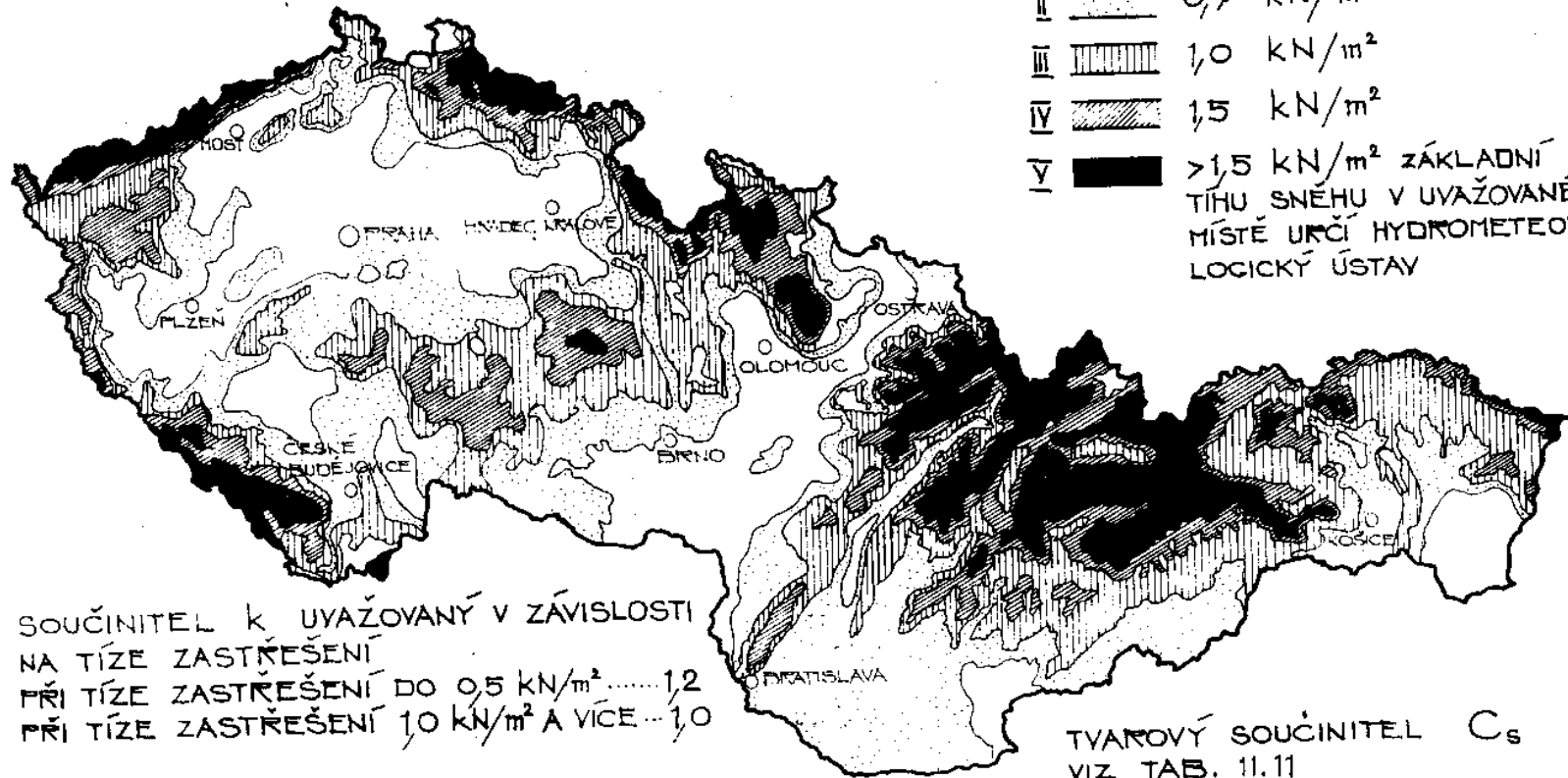
OBLAST I  0,5 kN/m<sup>2</sup>

II  0,7 kN/m<sup>2</sup>

III  1,0 kN/m<sup>2</sup>

IV  1,5 kN/m<sup>2</sup>

V  >1,5 kN/m<sup>2</sup> ZÁKLADNÍ TÍHU SNĚHU V UVAŽOVANÉM MÍSTĚ URČÍ HYDROMETEOROLOGICKÝ ÚSTAV



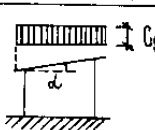
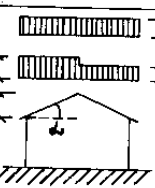
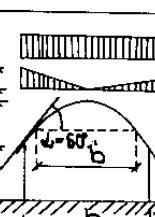
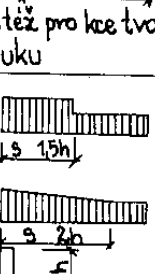
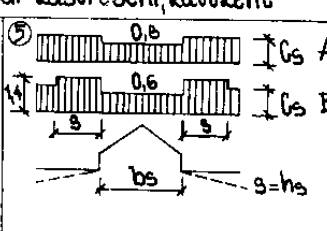
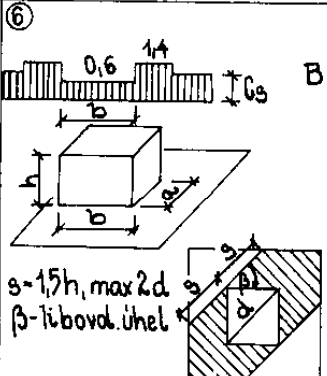
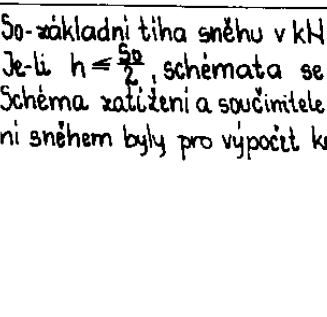
SOUČINITEL  $k$  UVAŽOVANÝ V ZÁVISLOSTI NA TÍZE ZASTŘEŠENÍ  
 PŘI TÍZE ZASTŘEŠENÍ DO 0,5 kN/m<sup>2</sup> ..... 1,2  
 PŘI TÍZE ZASTŘEŠENÍ 1,0 kN/m<sup>2</sup> A VÍCE ..... 1,0

TVAROVÝ SOUČINITEL  $C_s$   
 VIZ TAB. 11.11



# Zatížení sněhem – charakteristická hodnota

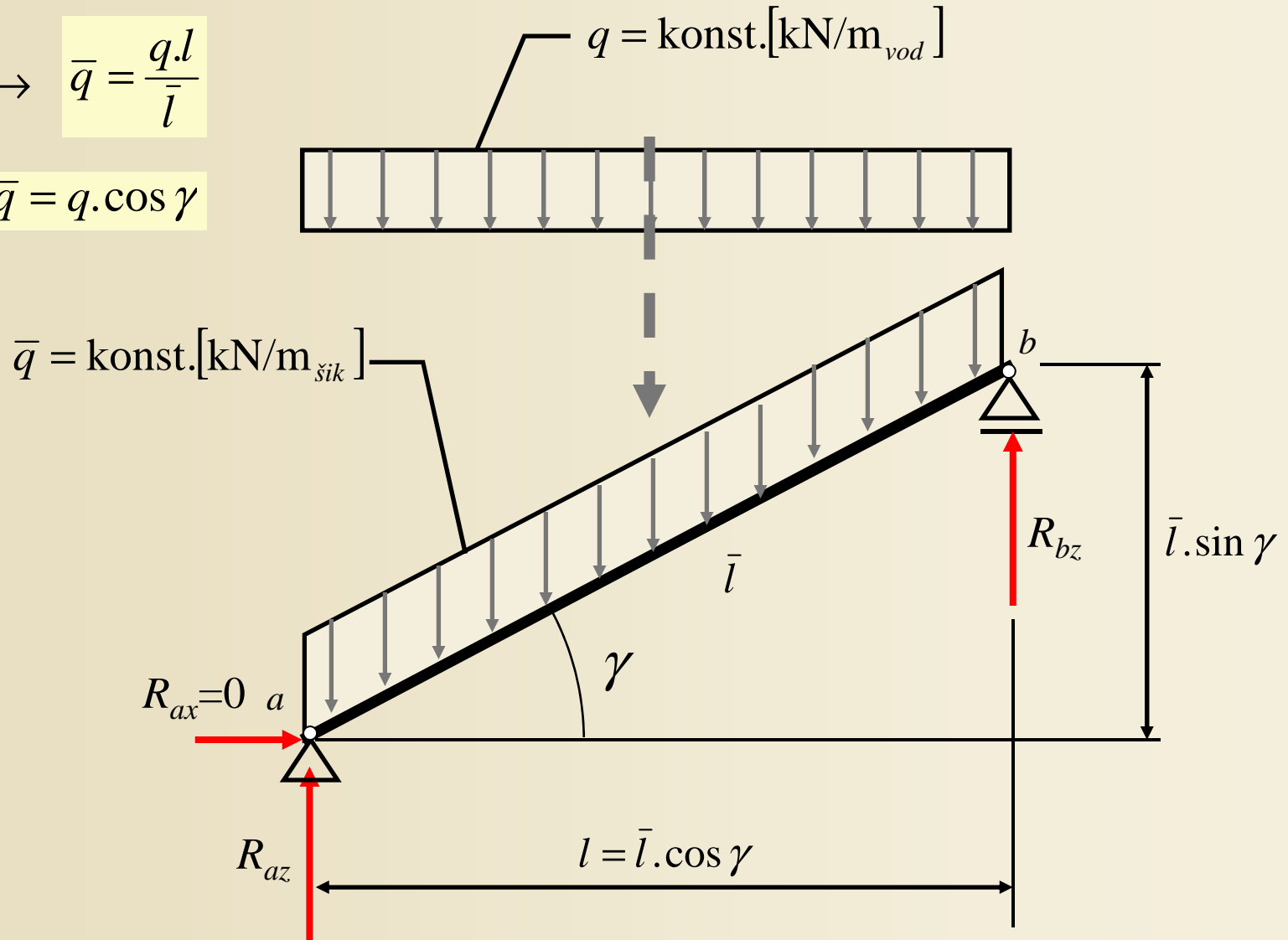
Tab. 11.11. SOUČINITELE  $C_s$  PRO ZATÍŽENÍ SNĚHEM

	Tvar zastrešení, zatížení	Ustanovení
JEDNOLOHÍ BUDOVY	① 	$C_s$ pro sněhové oblasti I až V. $\alpha \leq 25^\circ \geq 60^\circ$ $C_s$ 1,0 0,0 Meziřadně hodnoty interpolujeme
	② 	Sněhové oblasti I až V - případ A $\alpha \leq 25^\circ \geq 60^\circ$ $C_s$ 1,0 0,0 Sněhové oblasti IV a V - mimo A uvažujeme i B v případě, kdy $20^\circ \leq \alpha \leq 35^\circ$
	③ 	Sněhové oblasti I až V - případ A $C_s = \frac{f}{b} \leq 1,0$ nejméně $C_s = 0,4$ nejvíce $C_s = 1,0$ Sněhové oblasti IV a V - mimo A uvažujeme i B v případě, kdy $\frac{f}{b} \geq \frac{1}{8}$ $f/b$ 0,125 0,167 $\leq 1,5$ meziřadně hodnoty $C_s$ 1,6 2,0 2,2 interpolujeme V úsecích, kde $\alpha > 60^\circ$ je $C_s = 0$ Pro šib. desky $C_s$ nejvíce 1,4
	④ 	Sněhové oblasti I až III - platí $C_s$ A pro předchozí případy Sněhové oblasti IV a V - platí navíc: a - platí, když $h = 1,5m, h = \frac{3s}{2}$ Hodnota $C_s$ se uvažuje jako u A odpovídajícího zastrešení b - platí, když $h = 1,5m, h = \frac{3s}{2}$ $C_{s1} = \frac{2h}{3s}$ nejvíce obl. IV. $C_{s1} = 3,0$ obl. V. $C_{s1} = 4,0$
SVĚTLÍKY	⑤ 	Sněhová oblast I až III - $C_s$ dle ① ② ③ - A Sněhová oblast IV a V - $C_s$ dle ① ② ③ - A - podélný světlík A i B - příčný světlík Vše světliky B uvažujeme pruh šířky 1,5 m a délce $(2s + bs)$ $C_s = 1,4$
	⑥ 	Pro sněhovou obl. I až III dle ⑤ A Sněhová oblast IV a V - A i B B - $C_s$ dle ① ② ③ - A B
	⑦ 	So - základní tíha sněhu v $kN/m^2$ , h se dosazuje v metrech Je-li $h = \frac{5s}{2}$ , schémata se neuvažují Schéma zatížení a součinitele $C_s$ volíme tak, aby účinky zatížení sněhem byly pro výpočet kce nebo její části co nejnepriznivější
PARAPETY ATIKY		

# Šikmý nosník – úprava zatížení sněhem

$$q \cdot l = \bar{q} \cdot \bar{l} \quad \rightarrow \quad \bar{q} = \frac{q \cdot l}{\bar{l}}$$

nebo  $\bar{q} = q \cdot \cos \gamma$



# Šikmý nosník

## Postup řešení:

a)  $\sum M_{ia} = 0 \Rightarrow R_{bz}$

b)  $\sum M_{ib} = 0 \Rightarrow R_{az}$

c)  $R_z = 0$  kontrola

d) Je-li zadáno  $q$ , pak  $\bar{q} = q \cdot \cos \gamma$

e) Rozklad reakcí na příčné a osově složky

$$R_a'' = R_{az} \cdot \sin \gamma \quad R_b'' = R_{bz} \cdot \sin \gamma$$

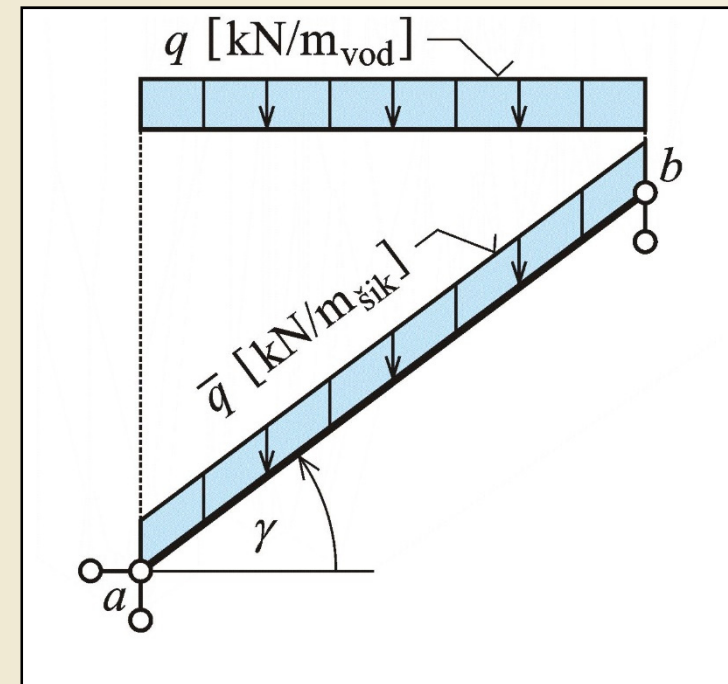
$$R_a' = R_{az} \cdot \cos \gamma \quad R_b' = R_{bz} \cdot \cos \gamma$$

f) Rozklad zatížení na příčné a osově složky

$$\bar{q}' = \bar{q} \cdot \cos \gamma \quad \bar{q}'' = \bar{q} \cdot \sin \gamma$$

$$P' = P \cdot \cos \gamma \quad P'' = P \cdot \sin \gamma$$

g) Dále řešení příčné a osově úlohy



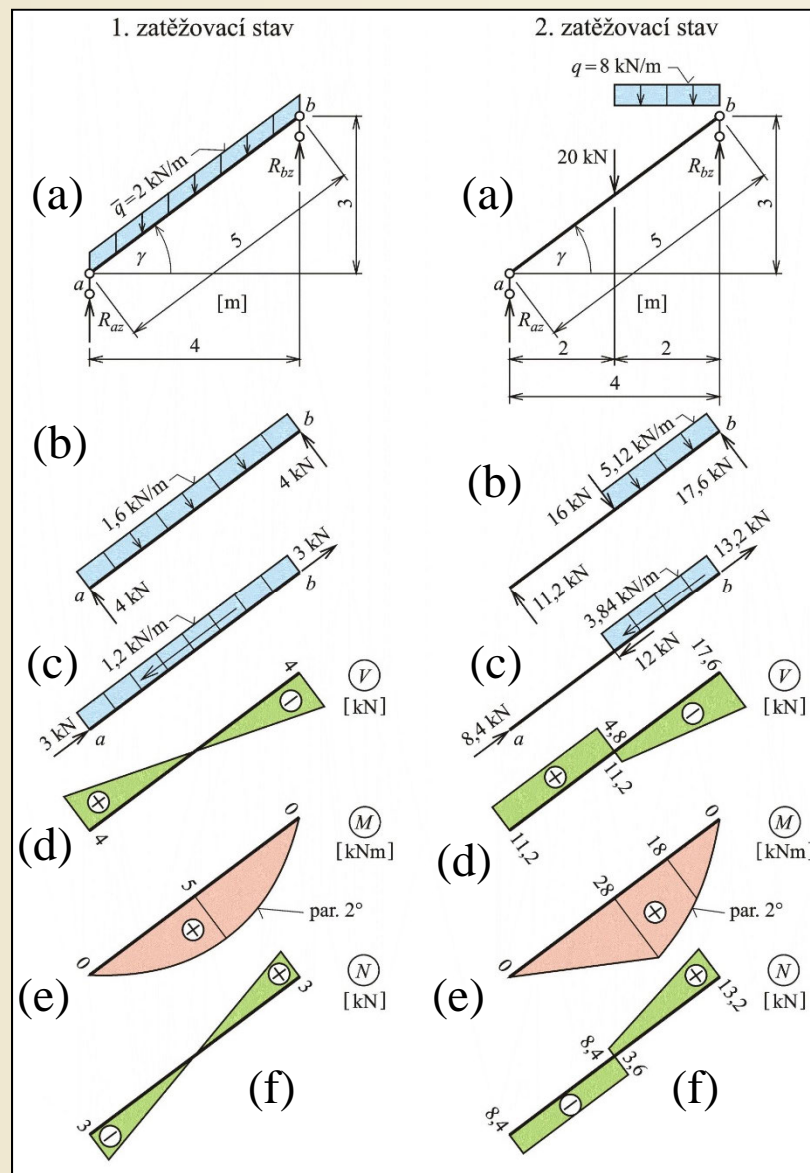
Dva způsoby grafického znázornění intenzity spojitěho zatížení na šikmém nosníku

Obr. 7.49. / str. 121

# Příklad 4.20

**Zadání:** pro oba zatěžovací stavy téhož šikmého nosníku určit svislé reakce, rozložit rovinnou úlohu na příčnou a osovou a stanovit průběhy vnitřních sil.

Zadání a řešení příkladu 4.20  
Obr. 7.50. / str. 122



# Ukázky nosníků v rovinné úloze



Nosná konstrukce střechy základní školy, Brumov – Bylnice, projekt OKM

# Ukázky nosníků v rovinné úloze



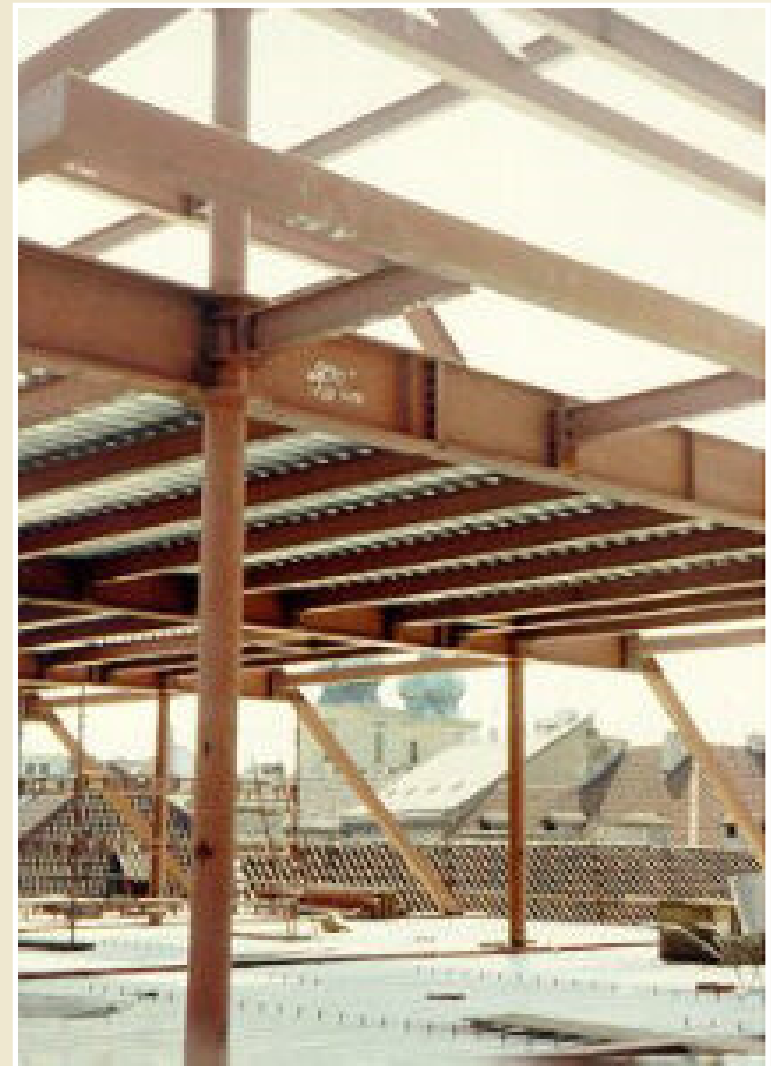
Nosná konstrukce střechy základní školy, Brumov – Bylnice, projekt OKM

# Ukázky nosníků v rovinné úloze



Nosná konstrukce střechy základní školy, Brumov – Bylnice, projekt OKM

# Ukázky nosníků v rovinné úloze



Nosná konstrukce střechy kostelu sv. Michala, Praha, projekt OKM



# Ukázky nosníků v rovinné úloze



Nosná konstrukce radnice Ostrava – Krásné pole, projekt OKM

# Ukázky nosníků v rovinné úloze



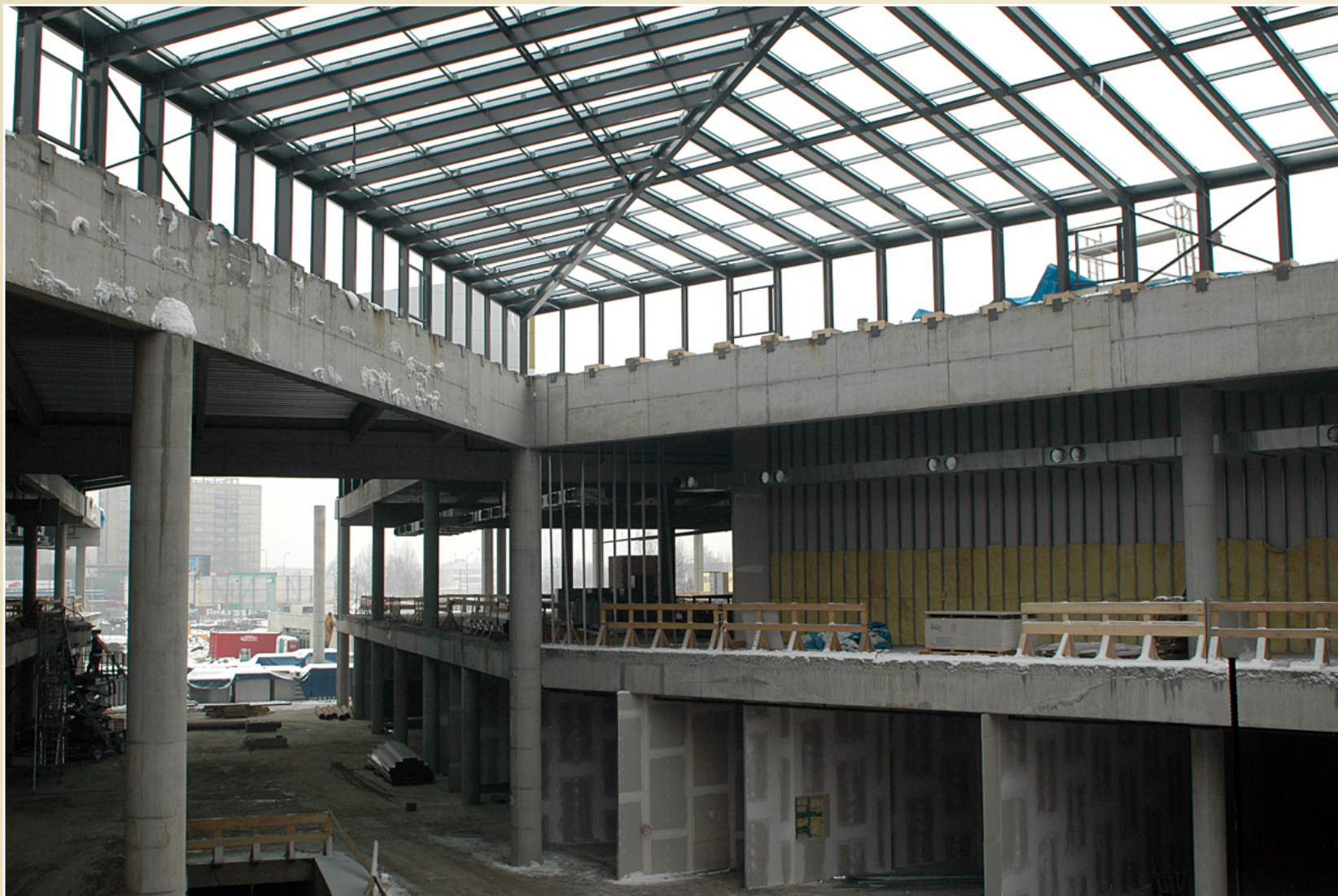
Konstrukce ocelových světlíků, Ikea-Avion Shopping Park, Ostrava-Zábřeh

# Ukázky nosníků v rovinné úloze



Konstrukce ocelových světlíků, Ikea-Avion Shopping Park, Ostrava-Zábřeh

# Ukázky nosníků v rovinné úloze



Konstrukce ocelových světlíků, Ikea-Avion Shopping Park, Ostrava-Zábřeh

# Ukázky nosníků v rovinné úloze



Konstrukce ocelových světlíků, Ikea-Avion Shopping Park, Ostrava-Zábřeh

# Okruhy problémů k ústní části zkoušky

1. Výpočet nosníku v osové úloze
2. Výpočet nosníku v příčné úloze (ve svislé hlavní rovině  $xz$ )
3. Prostý nosník s převislými konci
4. Výpočet nosníku v příčné úloze (ve vodorovné hlavní rovině  $xy$ )
5. Výpočet nosníku v krutové úloze
6. Výpočet nosníku v rovinné úloze - vodorovný nosník se šikmým zatížením
7. Výpočet nosníku v rovinné úloze - vodorovný nosník se šikmým podepřením
8. Výpočet nosníku v rovinné úloze - šikmý nosník se svislým zatížením
9. Výpočet nosníku v prostorové úloze
10. Diferenciální podmínky rovnováhy elementu přímého nosníku, Schwedlerova věta, využití