

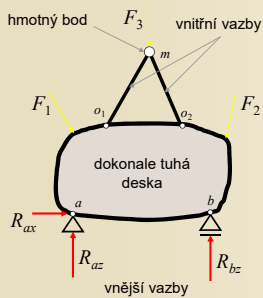
Téma 2 Přímková a rovinná soustava sil

- Přímková soustava sil
- Rovinný svazek sil
- Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině
- Obecná rovinná soustava sil
- Rovinná soustava rovnoběžných sil



Katedra stavební mechaniky
Fakulta stavební, VŠB - Technická univerzita Ostrava

Soustavy sil



Téma č. 1

Na nosnou konstrukci působí zvenčí:
a) **zatížení** (např. nápravové tlaky vozidel, skladované zboží, tíha stavební konstrukce) - vstupní údaj pro řešení konstrukce
b) **reakce ve vnějších vazbách** - předmět výpočtu

Vnější síly - zatížení (primární) a **reakce ve vnějších vazbách** (sekundární), tvoří **soustavu sil**

Řešení soustav sil (tzv. geometrie sil) - **téma č. 2** (přímkové a rovinné) a **č. 9** (prostorové).

Přímková soustava sil

Dvě nebo více sil působí na tuhé těleso v témž paprsku.

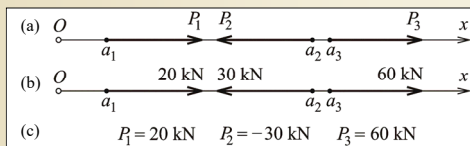
Síla v přímkové úloze určena pouze 2 údaji

(x_0 , P - kladná při shodě směru síly se směrem osy).

Kluzné vektory - nezáleží na polohách působišť jednotlivých sil, při výpočtu reakcí

Vázané vektory - pevně určená působišť jednotlivých sil, při výpočtu vnitřních sil

Grafické znázornění a popis sil



Znázornění a popis přímkové soustavy sil
Obr. 2.1. / str. 9

Přímková soustava sil

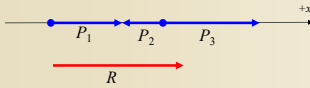
Úloha 1: Stanovení výslednice soustavy sil R („resultanta“)

Výslednice - síla, která má na těleso stejný účinek jako celá soustava sil, s danou soustavou je ekvivalentní. U přímkové soustavy leží na stejném paprsku soustavy a je rovna:

$$R = \sum_{i=1}^n P_i$$

Znaménko výslednice udává smysl, nelze určit působíště – kluzný vektor.

Například :



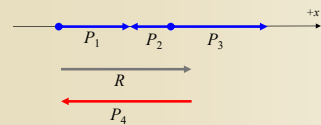
$$R = P_1 - P_2 + P_3 = \sum P_i$$

Přímková soustava sil

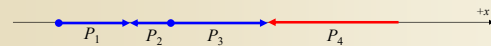
Úloha 2: Zjištění, zda soustava je či není v rovnováze

Rovnovážná soustava sil - výslednice je nulová. Nerovnovážnou soustavu sil lze uvést do rovnováhy silou velikosti R , ale opačného smyslu.

Například :



$$R = P_1 - P_2 + P_3 = \sum P_i$$



$$P_1 - P_2 + P_3 - P_4 = 0$$

Rovinný svazek sil

Dvě nebo více sil působí v rovině se stejným působíštěm v různých směrech.

Axiom o rovnoběžníku sil: Výslednice R dvou sil o společném působíšti je jednoznačně určena úhlopříčkou rovnoběžníku sil (a).

Kosinová věta: druhá mocnina strany trojúhelníka je rovna součtu druhých mocnin zbývajících stran zmenšenému o dvojnásobný součin těchto stran a kosinu úhlu jimi sevřeného.

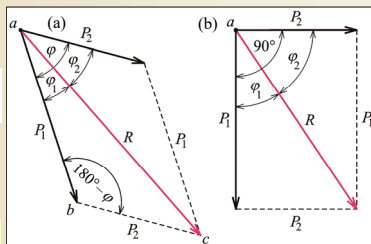
$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2 \cos(180^\circ - \varphi)} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2 \cos \varphi}$$

Sinová věta: poměr dvou stran trojúhelníka se rovná poměru sinů protilehlých úhlů.

$$\sin \varphi_1 = \frac{P_2}{R} \sin \varphi \quad \sin \varphi_2 = \frac{P_1}{R} \sin \varphi$$

Často případ (b): $R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}$

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{R} \quad \sin \varphi_1 = \frac{P_2}{R} \quad \cos \varphi_2 = \frac{P_2}{R} \quad \sin \varphi_2 = \frac{P_1}{R} \quad \dots \text{Skládání sil}$$



Rovnoběžník sil
Obr. 2.2. / str. 10

Rovinný svazek sil

Síla u rovinného svazku sil je určena pouze 2 údaji (působíště je dáno):

a) prostřednictvím složek P_{ix} , P_{iz} – velikost, směr i smysl síly z rovnoběžníku sil

$$P_i = \sqrt{P_{ix}^2 + P_{iz}^2}$$

$$\sin \gamma_i = \cos \alpha_i = \frac{P_{iz}}{P_i} \quad \cos \gamma_i = \sin \alpha_i = \frac{P_{ix}}{P_i}$$

α_i a γ_i ... **směrové úhly**

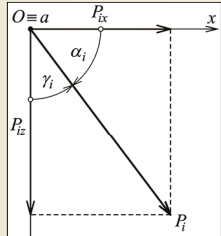
platí: $\alpha_i + \gamma_i = 90^\circ \quad \cos^2 \alpha_i + \cos^2 \gamma_i = 1$

Pro výpočet stačí ... γ_i

b) kladnou velikostí P_i a směrovým úhlem γ_i

$$P_{ix} = P_i \cdot \sin \gamma_i \quad P_{iz} = P_i \cdot \cos \gamma_i$$

Rozklad síly na osové složky



Zadání síly rovinného svazku

Obr. 2.3. / str. 11

Výslednice rovinného svazku sil

Postup určení výslednice R rovinného svazku n sil:

Například :

a) určit složky P_{ix} , P_{iz} každé ze sil P_i

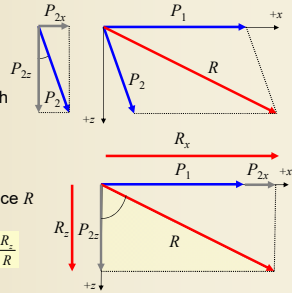
$$P_{ix} = P_i \cdot \sin \gamma_i \quad P_{iz} = P_i \cdot \cos \gamma_i$$

b) vypočítat výslednice obou přímkových soustav sil v souřadnicových osách

$$R_x = \sum_{i=1}^n P_{ix} \quad R_z = \sum_{i=1}^n P_{iz}$$

c) určit velikost a směrový úhel výslednice R rovinného svazku sil

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2} \quad \sin \gamma_R = \frac{R_x}{R} \quad \cos \gamma_R = \frac{R_z}{R}$$



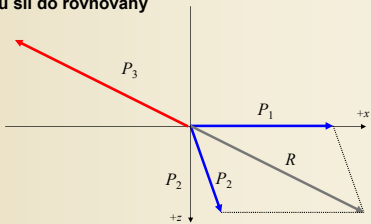
Rovnováha rovinného svazku sil

Podmínky rovnováhy rovinného svazku sil

$$R = 0 \quad \rightarrow \quad R_x = \sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 \quad R_z = \sum_{i=1}^n P_{iz} = 0$$

Uvedení rovinného svazku sil do rovnováhy

Například :



Příklad 2.1

Řešení:

$$P_x = P_i \cdot \sin \gamma_i \quad P_z = P_i \cdot \cos \gamma_i$$

$$R_x = \sum_{i=1}^n P_{ix} \quad R_z = \sum_{i=1}^n P_{iz}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2}$$

$$\sin \gamma_R = \frac{R_x}{R} \quad \cos \gamma_R = \frac{R_z}{R}$$

Zadání a výsledek příkladu 2.1
Obr. 2.4. / str. 11

Rovinný svazek sil 10 / 49

Příklad 2.1

Tabulkové řešení

<i>i</i>	P_i [kN]	γ_i [°]	$\cos \gamma_i$	$\sin \gamma_i$	P_{ix} [kN]	P_{iz} [kN]
1	10	50	0,6428	0,7660	7,660	6,428
2	60	120	-0,5000	0,8660	51,962	-30,000
3	20	220	-0,7660	-0,6428	-12,856	-15,321
Σ					46,766	-38,893

Výsledek:

$$R = \sqrt{(46,766)^2 + (-38,893)^2} = 60,826 \text{ kN}$$

$$\sin \gamma_R = \frac{46,766}{60,826} = 0,7688$$

$$\cos \gamma_R = \frac{-38,893}{60,826} = -0,6394 \quad \gamma_R = 129,75^\circ$$

Zadání příkladu 2.1
Obr. 2.4. / str. 11

Rovinný svazek sil 11 / 49

Příklad 2.2

Zadání
Vypočítat P_1, P_2 tak, aby rovinný svazek sil byl v rovnováze

Řešení:
Dvě neznámé P_1, P_2
Dvě rovnice – podmínky rovnováhy rovinného svazku sil

$$R_x = \sum_{i=1}^n P_{ix} = 0$$

$$R_z = \sum_{i=1}^n P_{iz} = 0$$

Zadání příkladu 2.2
Obr. 2.5. / str. 12

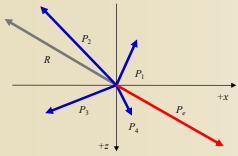
Poznámka: záporný výsledek – smysl vypočítané síly je opačný než byl předpokládán při sestavování podmínek rovnováhy

Rovinný svazek sil 12 / 49

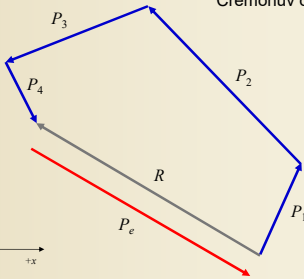
Grafické řešení rovinného svazku



Luigi Cremona
(1830-1903)



Cremonův obrazec



Například :

Rovinný svazek sil

13 / 49

Využití poznatků o rovinném svazku



Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště

Rovinný svazek sil

14 / 49

Využití poznatků o rovinném svazku



Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště

Rovinný svazek sil

15 / 49

Využití poznatků o rovinném svazku

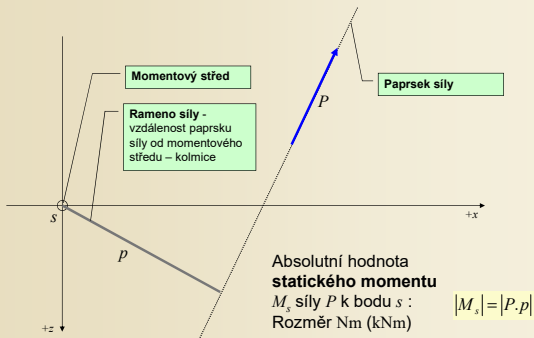


Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště

Rovinný svazek sil

16 / 49

Statický moment síly k bodu



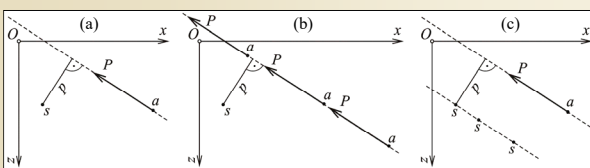
Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

17 / 49

Statický moment síly k bodu

Platí:

- a) statický moment k s se nemění, posouvá-li se síla po svém paprsku
- b) posouvá-li se s po přímce rovnoběžné s paprskem síly, statický moment síly se k němu nemění



Statický moment síly k bodu
 Obr. 2.6. / str. 13

Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

18 / 49

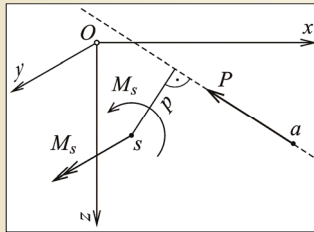
Statický moment síly k bodu

Smysl otáčení statického momentu – **po** nebo **proti** smyslu chodu hodinových ručiček

Kladný smysl otáčení statického momentu – **proti** smyslu chodu ručiček při pohledu proti kladnému směru třetí osy (na rovinu xz proti y – „zepředu“)

Zakreslení:

- kružnicovým obloučkem se středem v s a šipkou ve smyslu otáčení
- vektorovou úsečkou v s kolmo k rovině momentu s dvojitou šipkou – při pohledu **proti** šípce moment otáčí **proti** smyslu chodu ručiček (**proti-proti**)



Znázornění statického momentu

Obr. 2.7. / str. 13

Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

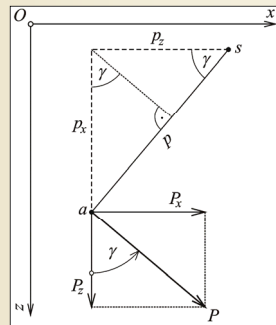
19 / 49

Statický moment síly k bodu

Statický moment síly k zadanému momentovému středu je roven algebraickému součtu statických momentů jejich osových složek k témuž momentovému středu.

$$M_s = M_{sx} + M_{sz} = P_x \cdot p_x + P_z \cdot p_z = P \cdot (p_x \cdot \sin \gamma + p_z \cdot \cos \gamma) = P \cdot p$$

Součet statických momentů všech sil rovinného svazku k zadanému momentovému středu je roven statickému momentu výslednice svazku k témuž momentovému středu.



Statické momenty síly a jejich složek

Obr. 2.8. / str. 14

Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

20 / 49

Příklad 2.3

Zadáno: působíště a , síla P , momentový střed s

Předmět výpočtu: statický moment síly P ke středu s

Řešení:

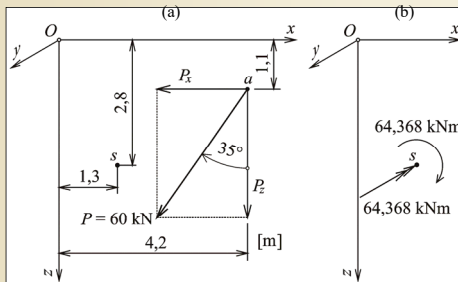
$$p_x = z_a - z_s$$

$$p_z = x_a - x_s$$

$$M_{sx} = +P_x \cdot p_x$$

$$M_{sz} = -P_z \cdot p_z$$

$$M_s = M_{sx} + M_{sz}$$



Zadání a výsledek příkladu 2.3

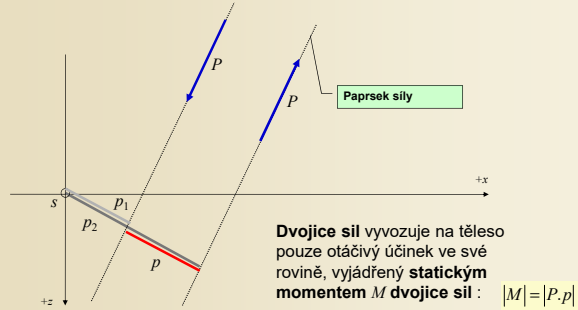
Obr. 2.9. / str. 14

Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

21 / 49

Dvojice sil

Dvojice sil – dvě stejně velké rovnoběžné sily opačných smyslů.
Rameno dvojice sil – vzdálenost p paprsků obou sil.



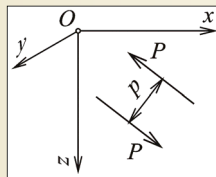
Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

22 / 49

Dvojice sil

Pro statický moment M dvojice sil platí:

- a) je stejný ke všem bodům (momentovým středům) tělesa
- b) nezmění se, posune-li se dvojice sil do jiného místa nebo pootočí-li se oba paprsky (při zachování délky p)
- c) nemění se při současném zmenšování p a zvětšování P , $P.p$ zůstává konstantní
- d) kladný smysl otáčení stejný jako u statického momentu síly
- e) více dvojic – lze nahradit jedinou výslednou dvojicí sil, je-li nulová – rovnováha



Dvojice sil
Obr. 2.10. / str. 15

Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

23 / 49

Dvojice sil

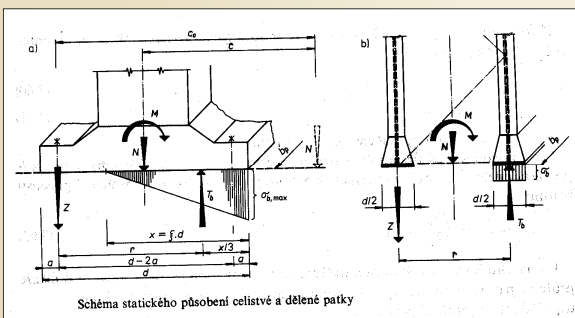


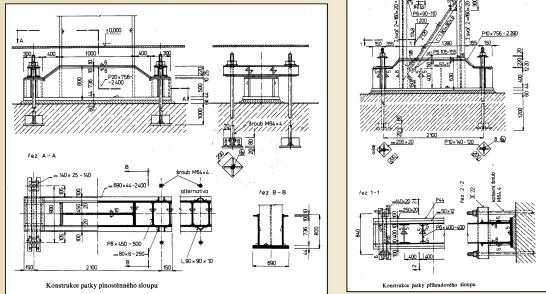
Schéma statického působení celistvé a dělené patky

Patky ocelových sloupů – statické schéma

Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

24 / 49

Dvojice sil

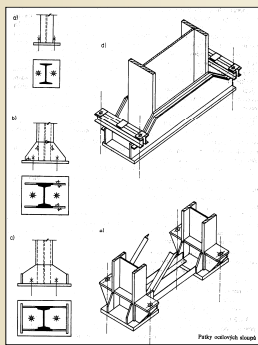


Patky ocelových sloupů – výrobní dokumentace

Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

25 / 49

Dvojice sil



Patky ocelových sloupů – schéma

Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

26 / 49

Společný účinek síly a dvojice sil

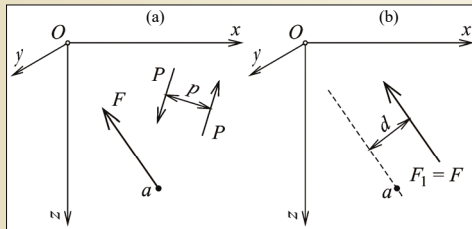
Účinek dvojice sil : $M = P \cdot p$ Účinek síly F : $M_a = F \cdot 0 = 0$

Posune-li se F rovnoběžně o vzdálenost d : $M_a = F \cdot d$

Požadavek : posunout F o vzdálenost d , aby $F \cdot d = P \cdot p$

Výsledek :

$$d = \frac{P \cdot p}{F}$$



Společný účinek síly a dvojice
Obr. 2.11. / str. 16

Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

27 / 49

Příklad 2.4

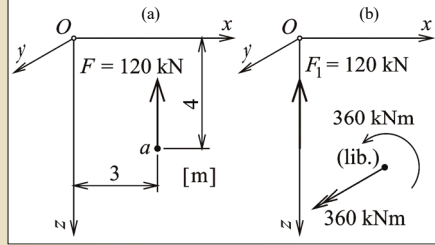
Zadáno: působíště a , síla F

Předmět výpočtu: takový statický moment M dvojice sil při posunutí F , aby otáčivý účinek zůstal nezměněn

Řešení:

$$M_a = -F \cdot x_a$$

Přidaný statický moment M dvojice sil musí být stejně veliký, ale opačného smyslu, tj. **kladného**



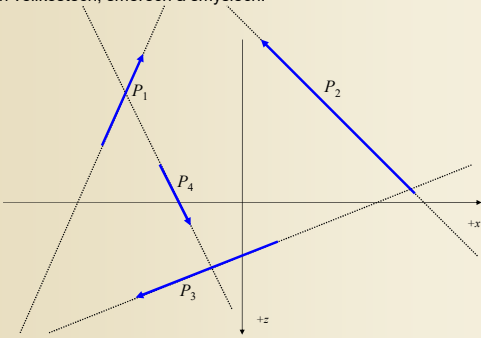
Zadání a výsledek příkladu 2.4
Obr. 2.12. / str. 16

Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině

28 / 49

Obecná rovinná soustava sil

Působí-li v téže rovině dvě nebo více (obecně n) sil P_i o různých působíštích a různých velikostech, směrech a smyslech.



Obecná rovinná soustava sil

29 / 49

Obecná rovinná soustava sil

Působíště každé síly a je zadáno dvojicí souřadnic x_a a z_a , velikost, směr a smysl kterékoli síly P_i může být zadán 2 způsoby:

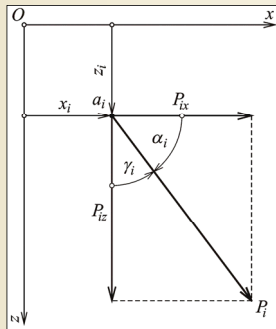
a) prostřednictvím složek P_{ix} , P_{iz} , velikost, směr i smysl síly z rovnoběžníku sil

$$P_i = \sqrt{P_{ix}^2 + P_{iz}^2}$$

$$\sin \gamma_i = \cos \alpha_i = \frac{P_{iz}}{P_i} \quad \cos \gamma_i = \sin \alpha_i = \frac{P_{ix}}{P_i}$$

b) kladnou velikostí P_i a směrovým úhlem γ_i

$$P_{ix} = P_i \cdot \sin \gamma_i \quad P_{iz} = P_i \cdot \cos \gamma_i$$



Zadání síly obecné rovinné soustavy
Obr. 2.13. / str. 16

Obecná rovinná soustava sil

30 / 49

Výsledný účinek obecné rovinné soustavy sil

Postup:

- a) pro každou sílu P_i určit složky P_{ix}, P_{iz}
- b) každou složku P_{ix} posunout rovnoběžně do osy x a do roviny soustavy přidat statický moment $M_{ix} = P_{ix} \cdot z_i = P_i \cdot z_i \cdot \sin \gamma_i$
- c) každou složku P_{iz} posunout rovnoběžně do osy z a do roviny soustavy přidat statický moment $M_{iz} = -P_{iz} \cdot x_i = -P_i \cdot x_i \cdot \cos \gamma_i$

- d) určit výslednice R_x, R_z obou přímkových soustav sil

$$R_x = \sum_{i=1}^n P_{ix} \quad R_z = \sum_{i=1}^n P_{iz}$$

- e) vypočítat výslednici R a její směrový úhel γ_R

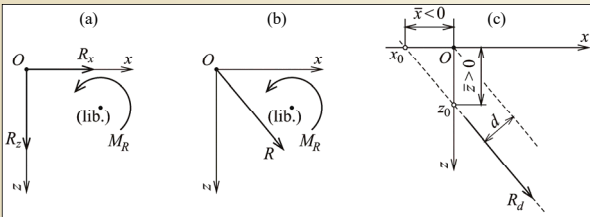
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2} \quad \sin \gamma_R = \frac{R_z}{R} \quad \cos \gamma_R = \frac{R_x}{R}$$

- f) získat výsledný statický moment soustavy M_R
 $M_R = \sum_{i=1}^n (M_{ix} + M_{iz}) + \sum_{j=1}^m M_j$ ($M_j \dots$ případně zadané statické momenty dvojic sil)

Výsledný účinek obecné rovinné soustavy sil

Lze formulovat trojím způsobem:

- a) osovými složkami výslednice R_x, R_z v souřadnicových osách a výsledným statickým momentem M_R
- b) výslednicí R v počátku a výsledným statickým momentem M_R



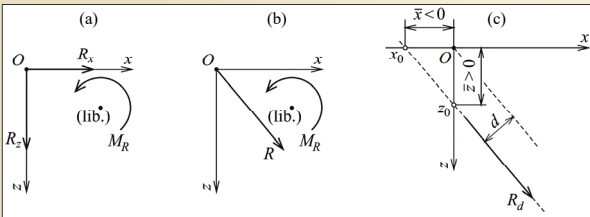
Tri způsoby znázornění výsledného účinku obecné rovinné soustavy sil

Výsledný účinek obecné rovinné soustavy sil

Lze formulovat trojím způsobem:

- c) výslednicí R_d , posunutí o d tak, aby účinek $R.d$ byl stejný jako M_R

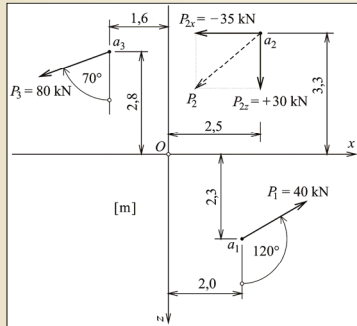
$$d = \frac{|M_R|}{R} \quad M_R + R_x \cdot \bar{x} = 0 \rightarrow \bar{x} = -\frac{M_R}{R_x} \quad M_R - R_z \cdot \bar{z} = 0 \rightarrow \bar{z} = \frac{M_R}{R_z}$$



Tri způsoby znázornění výsledného účinku obecné rovinné soustavy sil

Příklad 2.5

Zadáno: působíště a_i , síly P_i
 Předmět výpočtu: výsledný účinek soustavy sil

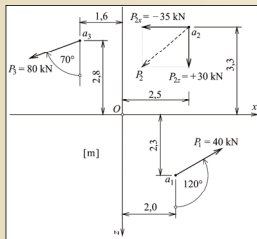


Zadání příkladu 2.5
 Obr. 2.15. / str. 18

Příklad 2.5

Tabulkové řešení

i	x_i [m]	z_i [m]	P_i [kN]	γ_i [°]	$\cos \gamma_i$	$\sin \gamma_i$	P_{ix} [kN]	P_{iz} [kN]	M_{ix} [kNm]	M_{iz} [kNm]
1	2.0	2.3	40	120	-0,5000	0,8660	34,641	-20,000	79,674	40,000
2	2.5	-3.3					-35,000	30,000	115,500	-75,000
3	-1.6	-2.8	80	-70	0,3420	-0,9397	-75,175	27,362	210,491	43,779
Σ							-75,534	37,362	405,665	8,779
Σ									414,444	



Příklad 2.5 - výsledky

$$R = \sqrt{(-75,534)^2 + (37,362)^2} = 84,269 \text{ kN}$$

$$\sin \gamma_R = \frac{-75,534}{84,269} = -0,8963$$

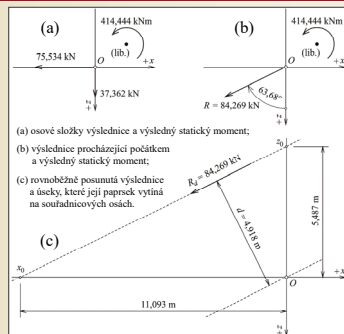
$$\cos \gamma_R = \frac{37,362}{84,269} = 0,4434$$

$$\gamma_R = -63,68^\circ$$

$$d = \frac{|M_R|}{R} = \frac{414,444}{84,269} = 4,918 \text{ m}$$

$$\bar{x} = -\frac{M_R}{R_z} = -\frac{414,444}{37,362} = -11,093 \text{ m}$$

$$\bar{z} = \frac{M_R}{R_x} = \frac{414,444}{-75,534} = -5,487 \text{ m}$$



Výsledky příkladu 2.5
 Obr. 2.16. / str. 19

Varignonova momentová věta

Zadáno: obecná rovinná soustava n sil P_i a m statických momentů dvojic sil M_j .

Vypočteno: výslednice R_d .



Pierre Varignon
(1654 - 1722)

Platí:

Statický moment výslednice obecné rovinné soustavy k libovolnému momentovému středu v rovině soustavy se rovná algebraickému součtu všech statických momentů sil soustavy k témuž momentovému středu a všech statických momentů dvojic sil. ... **Varignonova věta**

Matematicky:

$$R_d \cdot p_R = \sum_{i=1}^n P_i \cdot p_i + \sum_{j=1}^m M_j$$

Podmínky rovnováhy obecné rovinné soustavy sil

V rovnováze tehdy, když je nulová R (R_x a R_z) a M_R .

3 podmínky rovnováhy (2 silové, 1 momentová):

$$R_x = \sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 \quad R_z = \sum_{i=1}^n P_{iz} = 0 \quad M_R = \sum_{i=1}^n (M_{ix} + M_{iz}) + \sum_{j=1}^m M_j = 0$$

Momentová podmínka musí platit k libovolnému momentovému středu s

$$M_s = \sum_{i=1}^n (P_{ix} \cdot p_{isx} + P_{iz} \cdot p_{isz}) + \sum_{j=1}^m M_j = \sum_{i=1}^n [P_{ix}(z_i - z_s) + P_{iz}(x_i - x_s)] + \sum_{j=1}^m M_j = 0$$

$$M_a = 0$$

$$M_b = 0$$

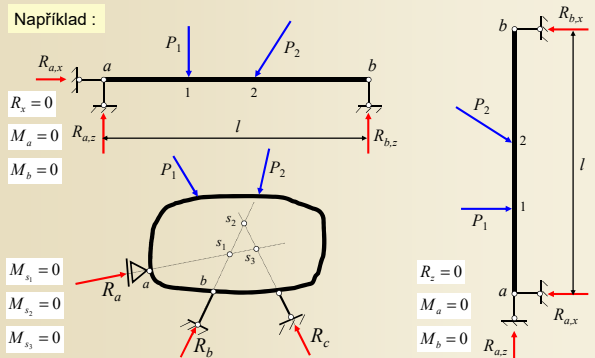
V **praktických aplikacích** často nutno sestavit 2 momentové podmínky ke dvěma momentovým středům a, b . Ty se doplňují třetí podmínkou:

- $R_x = 0$ pokud je spojnice a, b vodorovná
- $R_z = 0$ pokud je spojnice a, b svislá
- $R_x = 0$ nebo $R_z = 0$ nebo $R_{ab} = 0$ pokud je spojnice a, b šikmá (nutno rozkládat)

Užívané jsou také 3 momentové podmínky ke třem libovolným momentovým středům, které nesmí ležet v jedné přímkce $M_a = 0 \quad M_b = 0 \quad M_c = 0$

Podmínky rovnováhy obecné rovinné soustavy sil

Například :



Příklad 2.6

Zadáno

Působíště a směrové úhly sil, velikost síly P_4

Předmět výpočtu a řešení

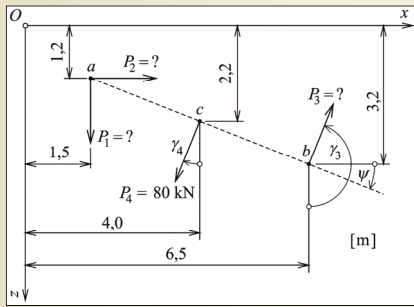
Velikosti sil P_1 , P_2 a P_3 , které zajistí soustavě sil rovnováhu s využitím těchto podmínek rovnováhy:

$$M_a = 0 \rightarrow P_3$$

$$R_{x_a} = 0 \rightarrow P_2$$

$$M_b = 0 \rightarrow P_1$$

$$R_{x_c} = 0 \rightarrow \text{Kontrola}$$



Zadání příkladu 2.6

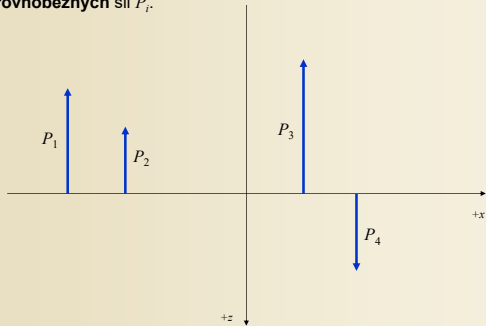
Obr. 2.17. / str. 21

Obecná rovinná soustava sil

40 / 49

Rovinná soustava rovnoběžných sil

Působí-li v téže rovině dvě nebo více (obecně n) rovnoběžných sil P_i .



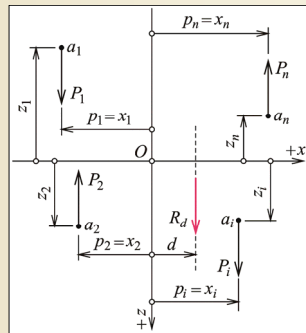
Rovinná soustava rovnoběžných sil

41 / 49

Rovinná soustava rovnoběžných sil

Působíště a každé síly P_i je zadáno dvojicí souřadnic x_a a z_a , (u volných vektorů stačí pouze 1 souřadnice)

Síla je zadána velikostí (kladnou nebo zápornou podle smyslu síly)



Rovinná soustava rovnoběžných sil

Obr. 2.18. / str. 22

Rovinná soustava rovnoběžných sil

42 / 49

Výsledný účinek rovinné soustavy rovnoběžných sil

a) velikost výslednice R

$$R = \sum_{i=1}^n P_i$$

kladná velikost = smysl výslednice se shoduje s kladným směrem souřadnicové osy z

b) poloha paprsku výslednice R

$$M_R = -R \cdot d = -\sum_{i=1}^n P_i \cdot p_i$$

$$d = \frac{-M_R}{R} = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^n P_i \cdot p_i$$

z Varignonovy momentové věty k momentovému středu (nejčastěji k počátku), d, p_i kladné ve směru kladné osy x , R má povahu volného vektoru ve svém paprsku

Výsledný účinek může být vyjádřen:

- a) výslednicí R , procházející momentovým středem a statickým momentem M_R
 b) výslednicí $R_d = R$, která je posunuta do paprsku vzdálenosti d od počátku

Rovinná soustava rovnoběžných sil

43 / 49

Příklad 2.7

Zadáno
Působíště, směry a velikosti čtyř svislých sil

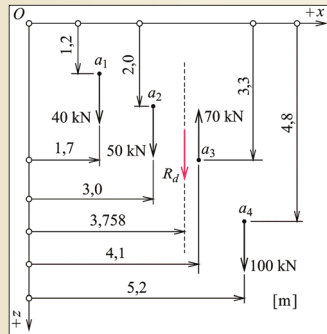
Předmět výpočtu
Velikost výslednice R a poloha jejího paprsku

Řešení

$$R = \sum_{i=1}^n P_i = 120 \text{ kN}$$

$$M_R = -R \cdot d = -\sum_{i=1}^n P_i \cdot p_i = -451 \text{ kNm}$$

$$d = \frac{|M_R|}{R} = 3,758 \text{ m}$$



Zadání a výsledek příkladu 2.7
Obr. 2.19. / str. 22

Rovinná soustava rovnoběžných sil

44 / 49

Podmínky rovnováhy rovinné soustavy rovnoběžných sil

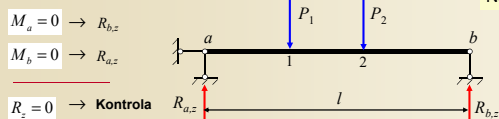
V rovnováze tehdy, když je nulová R a M_R .

2 podmínky rovnováhy (1 silová, 1 momentová):

$$R = \sum_{i=1}^n P_i = 0 \quad M_R = -M_R = \sum_{i=1}^n P_i \cdot p_i = 0$$

Lze použít rovněž 2 momentové podmínky ke dvěma momentovým středům a, b , které neleží na přímce rovnoběžné s paprsky sil.

$$M_a = \sum_{i=1}^n P_i \cdot p_{ai} = 0 \quad M_b = \sum_{i=1}^n P_i \cdot p_{bi} = 0$$



Rovinná soustava rovnoběžných sil

45 / 49

Příklad 2.8

Zadáno

Souřadnice x_i , velikosti sil P_2 a P_3 .

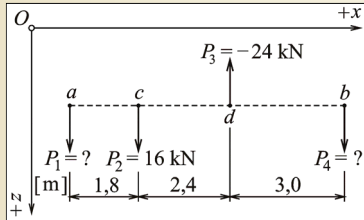
Předmět výpočtu a řešení

Velikosti sil P_1 a P_4 , které zajistí soustavě sil rovnováhu s využitím těchto podmínek rovnováhy:

$$M_a = 0 \rightarrow P_4$$

$$M_b = 0 \rightarrow P_1$$

$$R_z = 0 \rightarrow \text{kontrola}$$



Zadání příkladu 2.8

Obr. 2.20. / str. 23

Rovinná soustava rovnoběžných sil

46 / 49

Statický střed rovinné soustavy rovnoběžných sil

Předpoklad řešení:

a) $R \neq 0$

b) U působišť sil P_i nutno zadat obě souřadnice x_i a z_i .

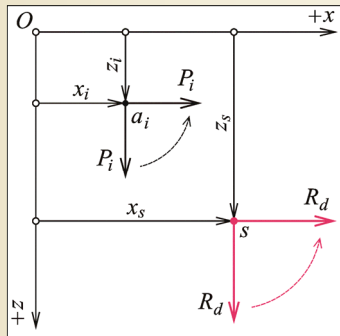
Postup:

a) Určit polohu vswislého paprsku výslednice R_d od vswislych sil (x_s)

b) Určit polohu vodorovného paprsku výslednice R_d od sil, které byly otočeny o 90° proti směru hodinových ručiček (z_s)

$$M_R = R \cdot d = \sum_{i=1}^n P_i \cdot z_i$$

$$d = z_s = \frac{M_R}{R} = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^n P_i \cdot z_i$$



Statický střed v rovině

Obr. 2.21. / str. 24

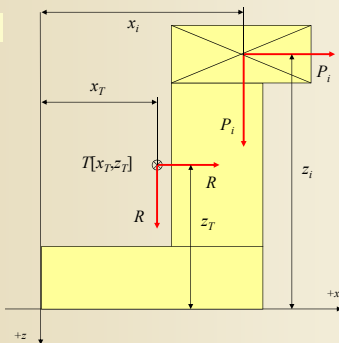
Rovinná soustava rovnoběžných sil

47 / 49

Statický střed rovinné soustavy rovnoběžných sil

Využití: výpočet těžiště hmotných rovinných čar a hmotných rovinných obrazců - téma č. 8

Například :



Rovinná soustava rovnoběžných sil

48 / 49

Okruhy problémů k ústní části zkoušky

1. Přímková soustava
2. Rovinný svazek sil
3. Statický moment síly k bodu v rovinné úloze
4. Dvojice sil
5. Obecná rovinná soustava sil
6. Varignonova momentová věta
7. Rovinná soustava rovnoběžných sil
8. Statický střed rovinné soustavy rovnoběžných sil
