

# Téma 7

## Rovinný kloubový příhradový nosník

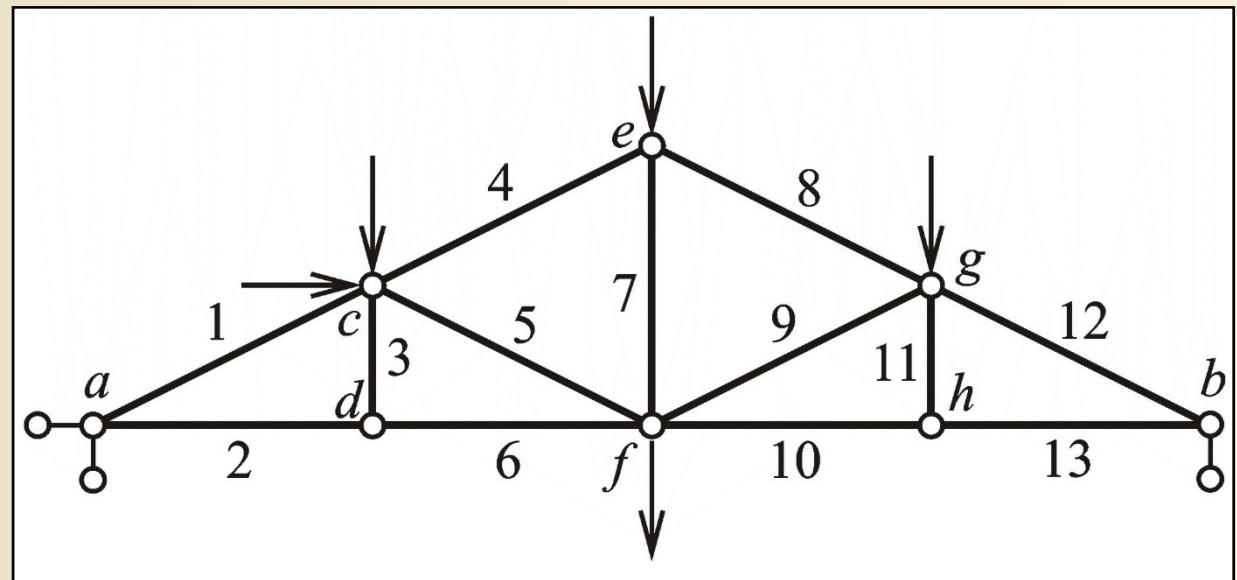
- **Obecná a zjednodušená styčnicková metoda**
- **Průsečná metoda**
- **Mimostyčnickové zatížení**

# Rovinný kloubový příhradový nosník

Rovinný kloubový příhradový nosník vznikne kloubovým spojením konců přímých prutů.

Osy všech prutů, vazby i zatížení (zpravidla jen **styčnickové**) leží ve svislé souřadnicové rovině  $xz$ .

V prutech vznikají zpravidla jen normálové (**osové**) síly.



Rovinný kloubový příhradový nosník

Obr. 10.1. / str. 158

# Uspořádání prutů a styčníků příhradového nosníku

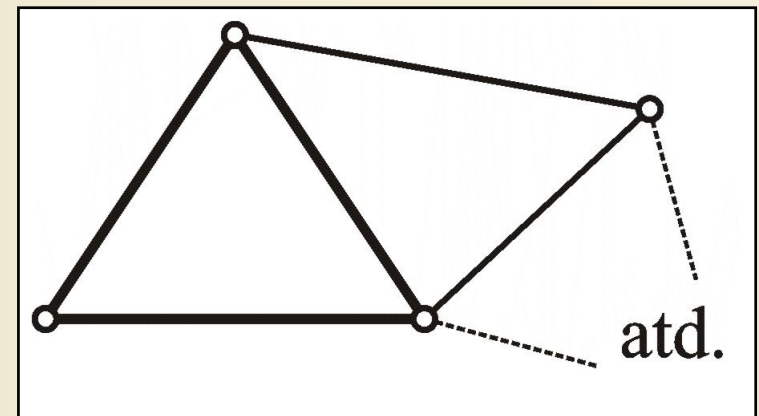
Základní skladebný prvek – tzv. **příhrada** (tři pruty kloubově spojené ve třech vrcholech trojúhelníku).

**Trojúhelníková soustava**, platí vztah:  
( $p$  – počet prutů,  $s$  – počet styčníků)

$$p + 3 = 2 \cdot s$$

**Použití:**

Nosné konstrukce střech větších rozpětí a nosné konstrukce mostů

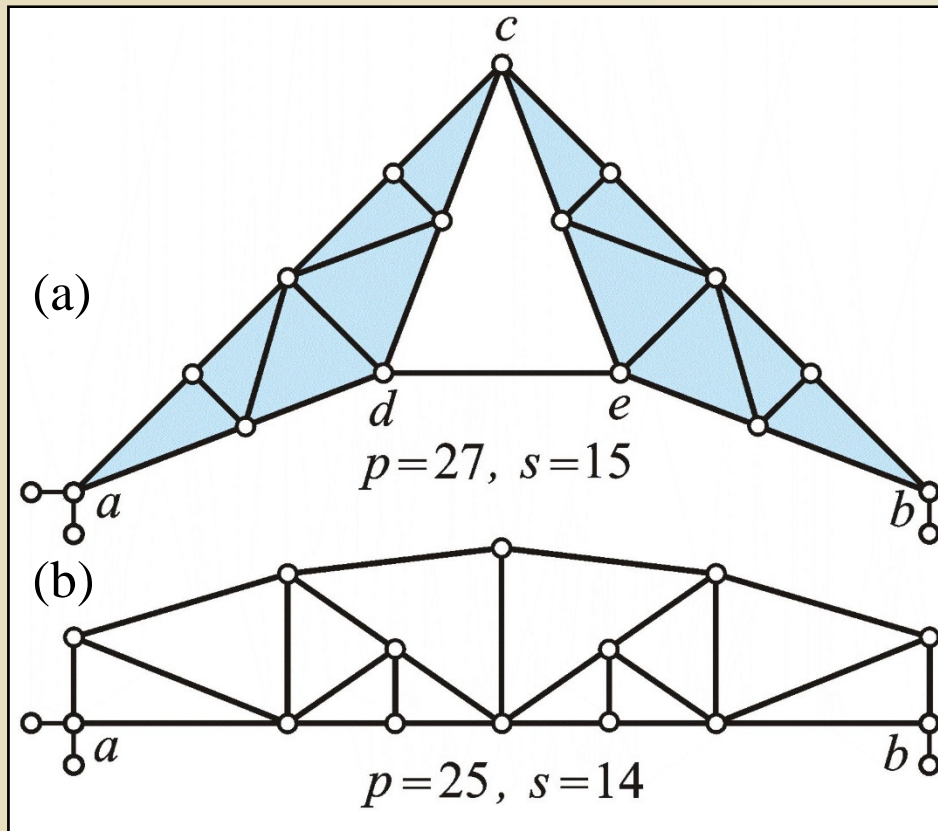


Vytváření trojúhelníkové soustavy

Obr. 10.2. / str. 158

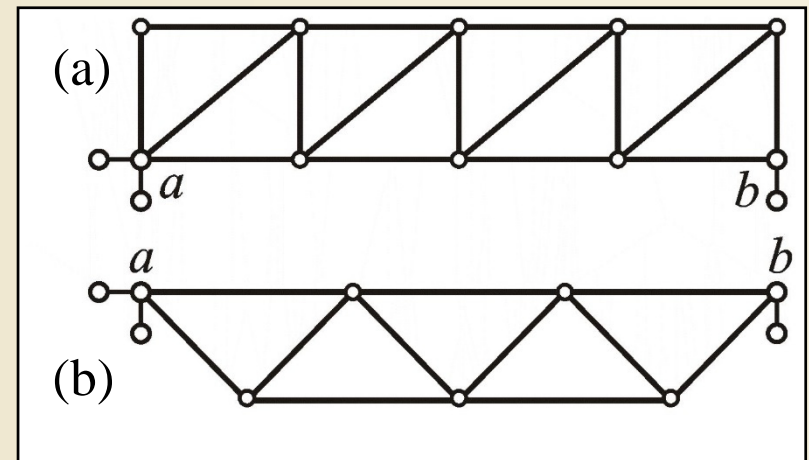
# Uspořádání prutů a styčníků příhradového nosníku

Příklady trojúhelníkových soustav a soustav, které nejsou trojúhelníkové.



Netrojúhelníkové soustavy prutů

Obr. 10.3. / str. 159



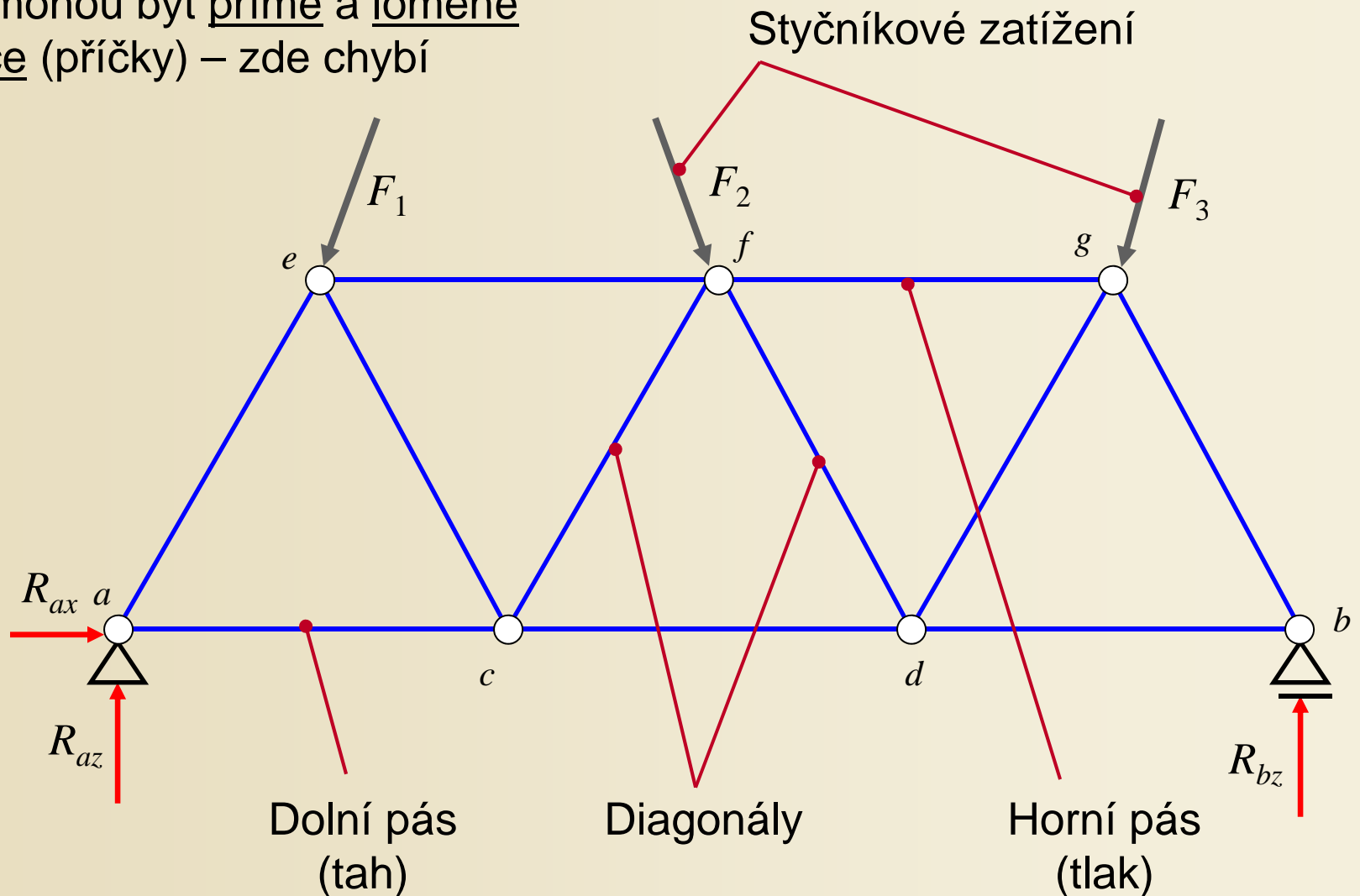
Příklady trojúhelníkových

soustav prutů

Obr. 10.4. / str. 159

# Skladba rovinného kloubového příhradového nosníku

- Pásky mohou být přímé a lomené
- Svislice (příčky) – zde chybí



# Zajištění nehybnosti rovinné kloubové prutové soustavy

Viz téma č. 3

$$2.b + 3.p = a_1 + 2.a_2 + 3.a_3 + 2. \sum_{n=3,4,\dots} (n-1).k_n$$



počet statických podmínek rovnováhy,  
počet stupňů volnosti  $n_v$

počet vnějších a vnitřních vazeb  
 $v = v_e + v_i$

$b$  ... počet hmotných bodů ( $s$ , styčnicků)

$p$  ... počet tuhých prutů (desek)

$a_1$  ... počet jednonásobných vazeb

$a_2$  ... počet dvojnásobných vazeb

(i vnitřní kloub spojující 2 tuhé pruty - desky)

$a_3$  ... počet trojnásobných vazeb

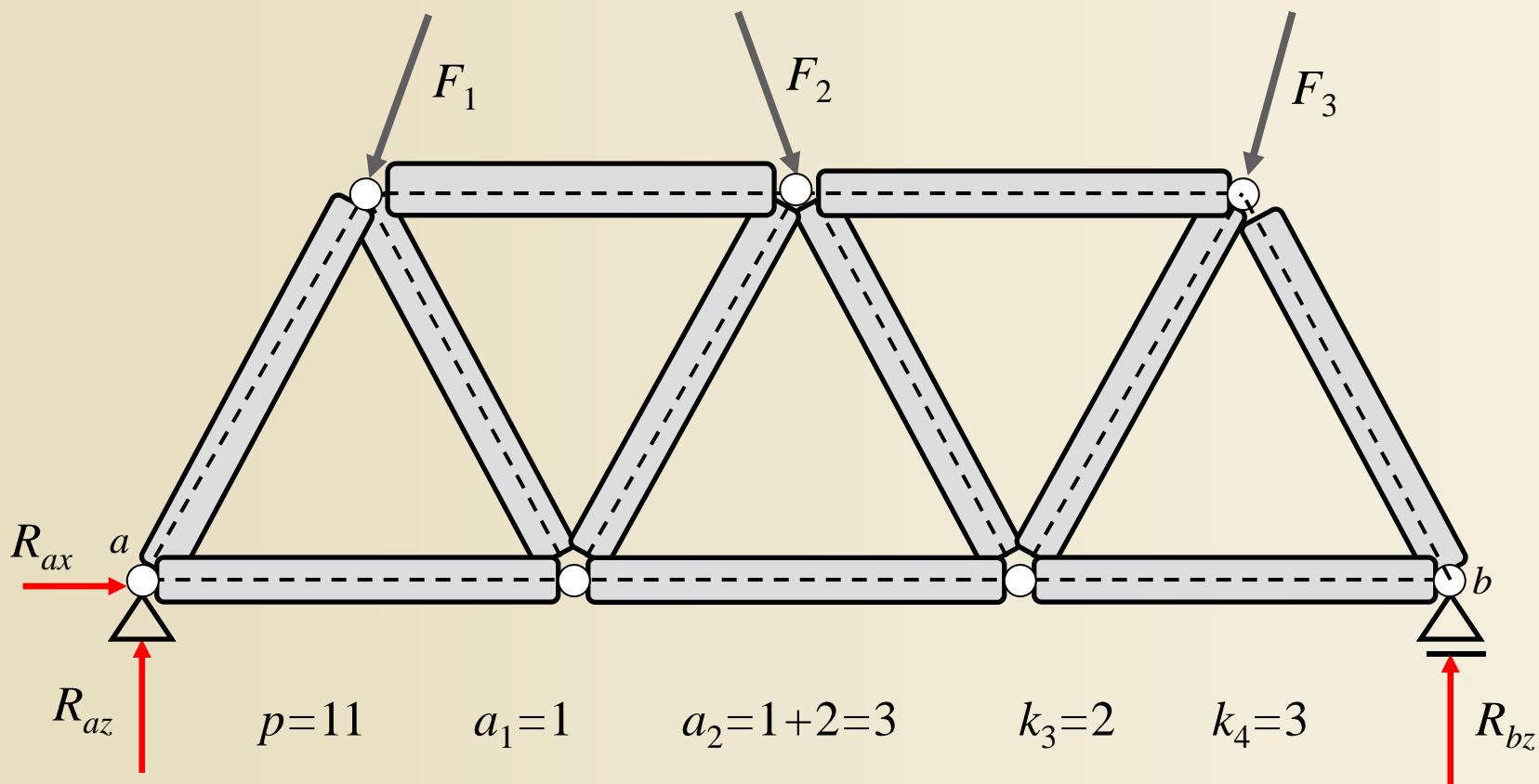
$k_n$  ... počet vnitřních kloubů, spojujících  $n > 2$  tuhých prutů (desek)

$n_v = v$  kinematicky určitá soustava

$n_v < v$  kinematicky přeuročitá soustava

$n_v > v$  kinematicky neurčitá soustava

# Kinematická a statická určitost

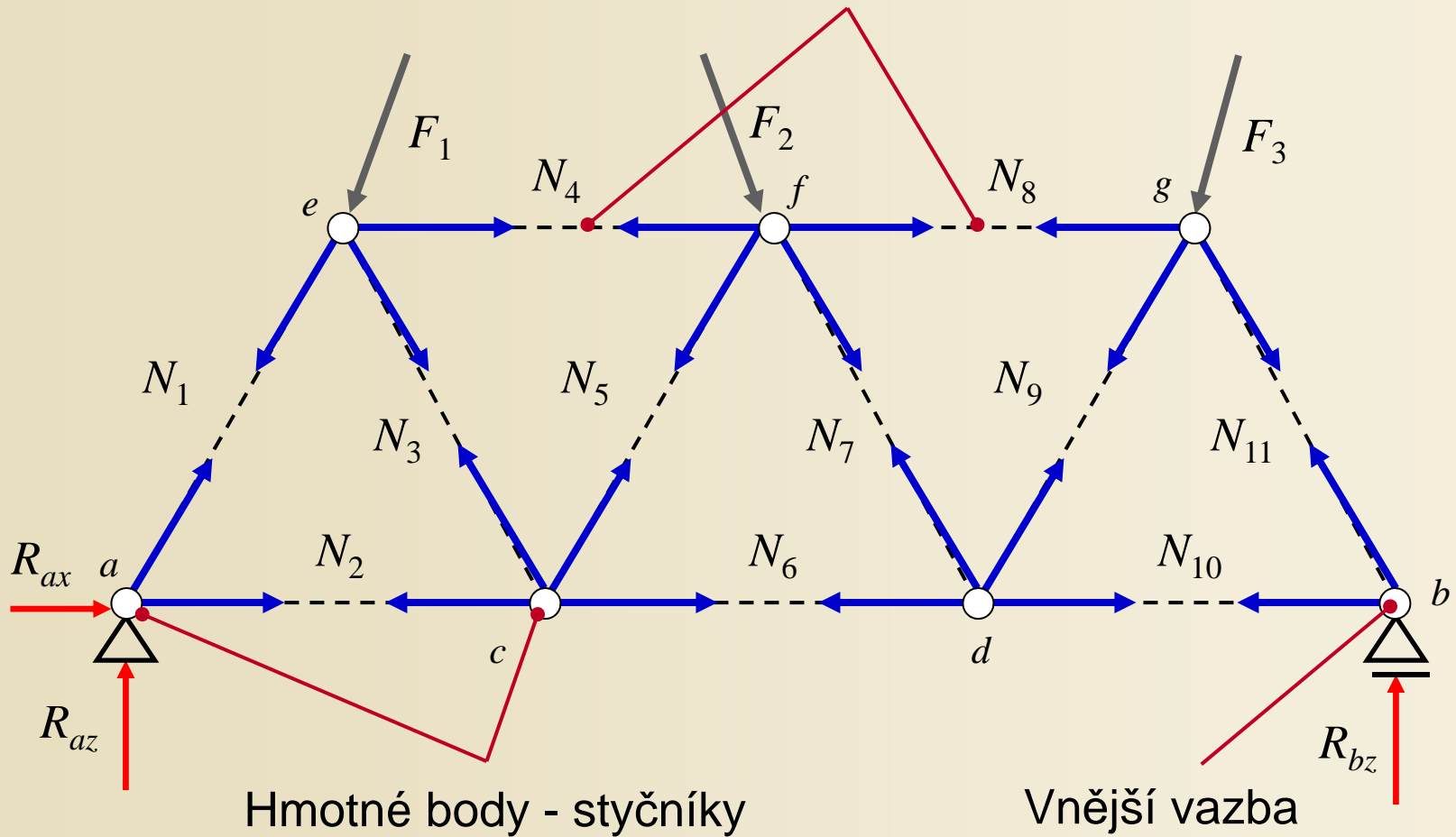


$$3 \cdot p = a_1 + 2 \cdot a_2 + 2 \cdot (3-1) \cdot k_3 + 2 \cdot (4-1) \cdot k_4$$

$$3 \cdot 11 = 1 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 3 = 1 + 6 + 8 + 18 = 33$$

# Skladba rovinného kloubového příhradového nosníku

Kyvné pruty – vnitřní vazby



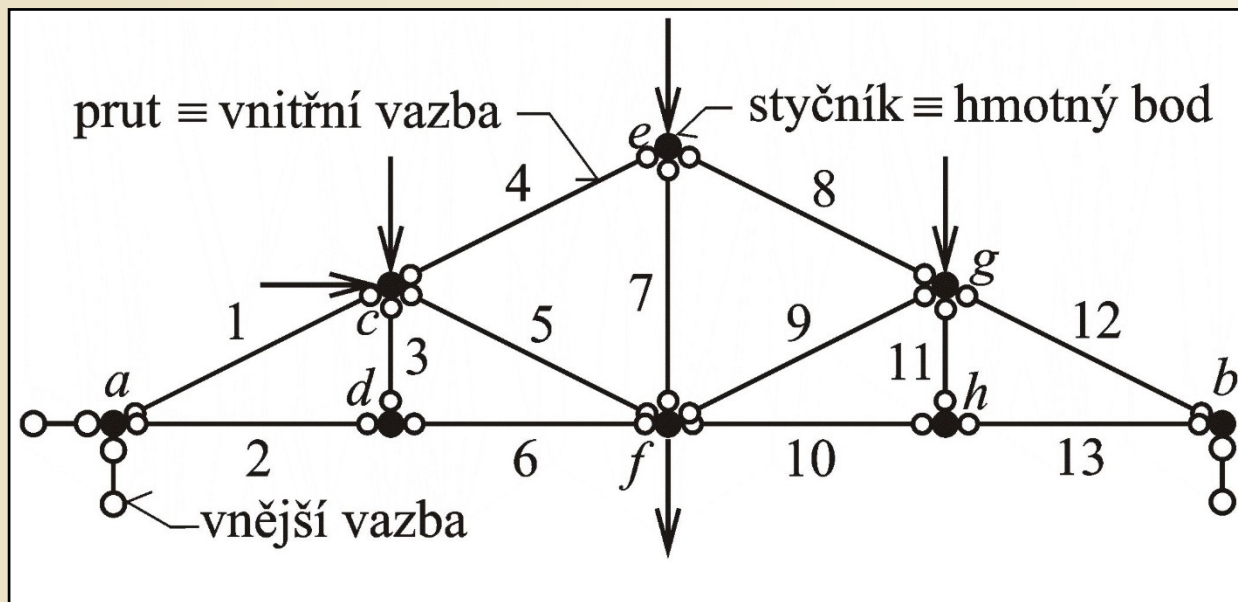


# Kinematická a statická určitost

Praktičtější pojetí – výpočtový model tvořen hmotnými body (ve styčnicích) a vnitřními vazbami (pruty), které brání vzájemnému posunutí obou spojovaných styčníků.

Podmínka kinematické (statické) určitosti:

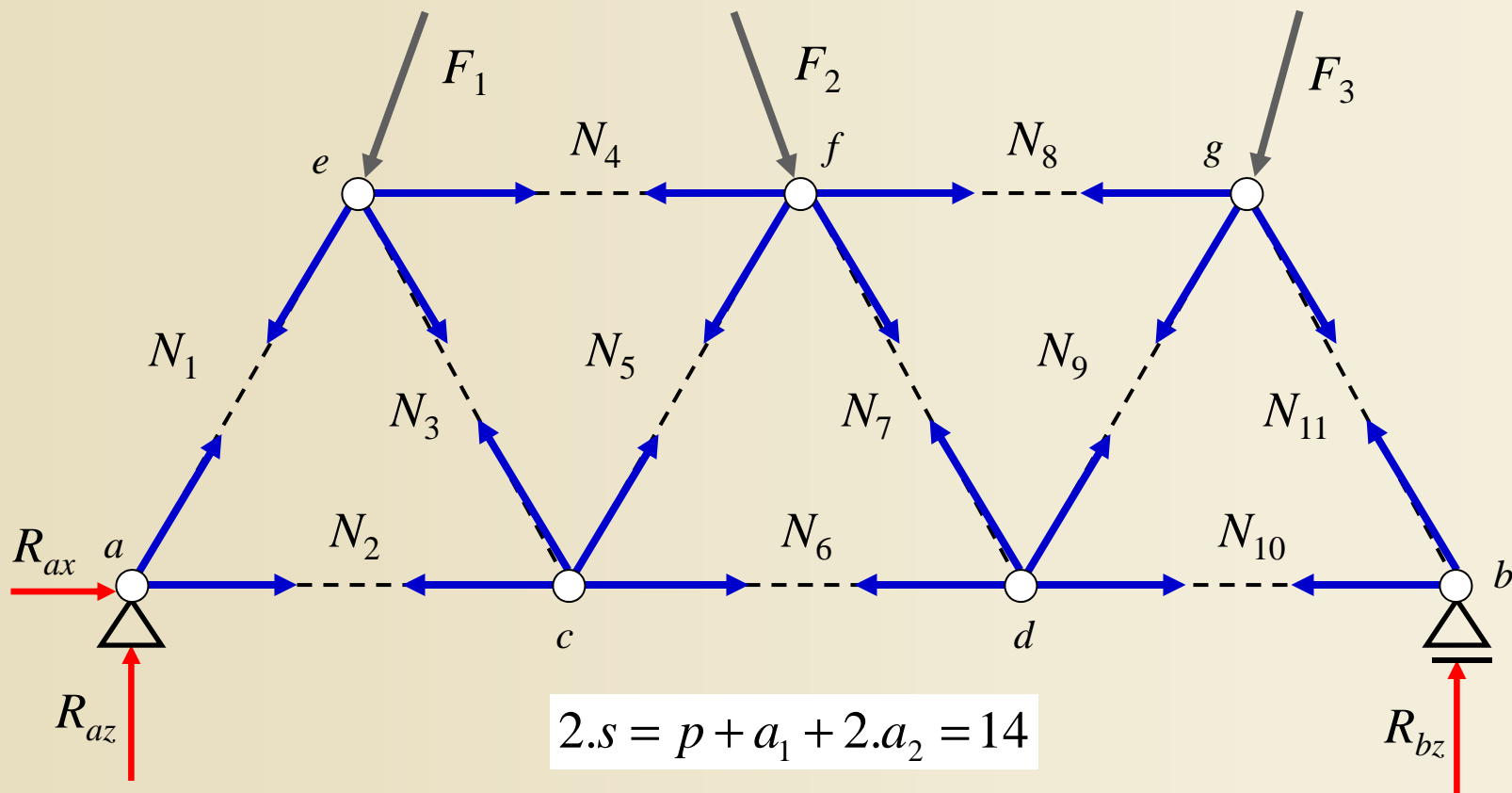
$$2 \cdot s = p + v_e$$



Rovinný kloubový příhradový nosník jako soustava hmotných bodů, vnitřních a vnějších vazeb

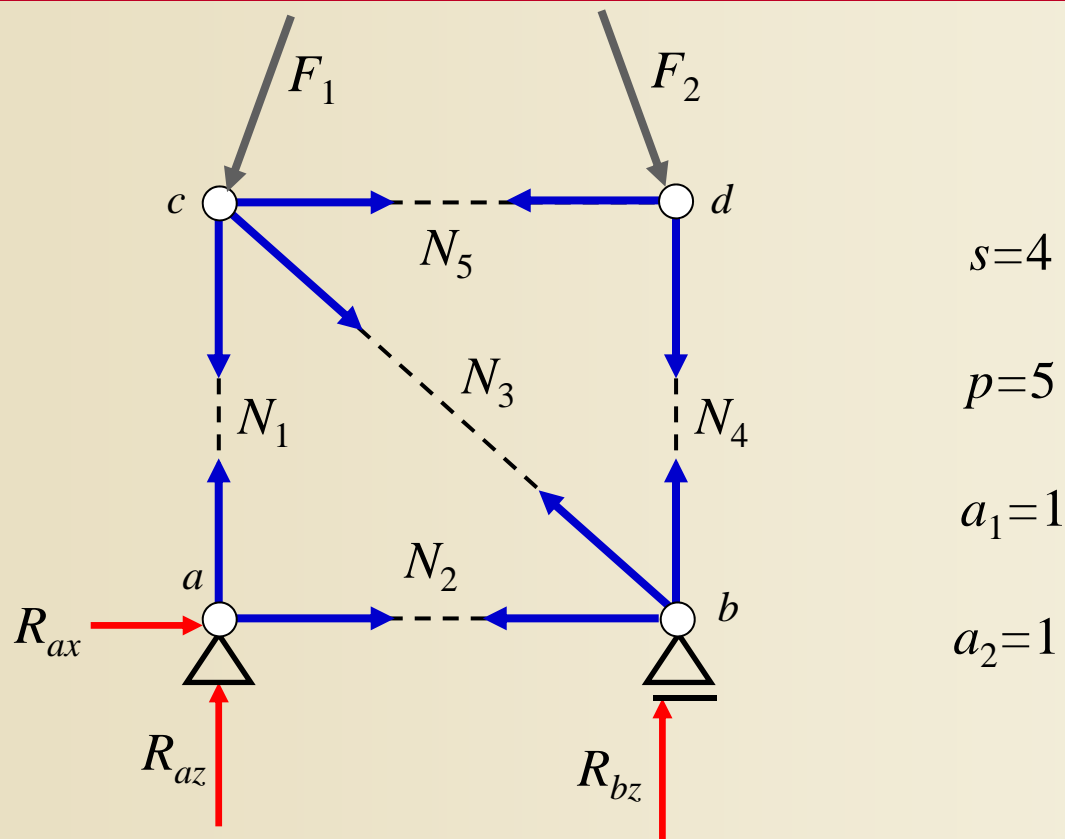
Obr. 10.5. / str. 159

# Kinematická a statická určitost



- $s=7$  počet styčnicků (v každém z nich 2 podmínky rovnováhy)
- $p=11$  počet vnitřních prutů (v každém z nich 1 neznámá osová síla)
- $a_1=1$  počet jedno a dvojnásobných vazeb
- $a_2=1$  (1 nebo 2 neznámé složky reakcí)

# Kinematická a statická určitost



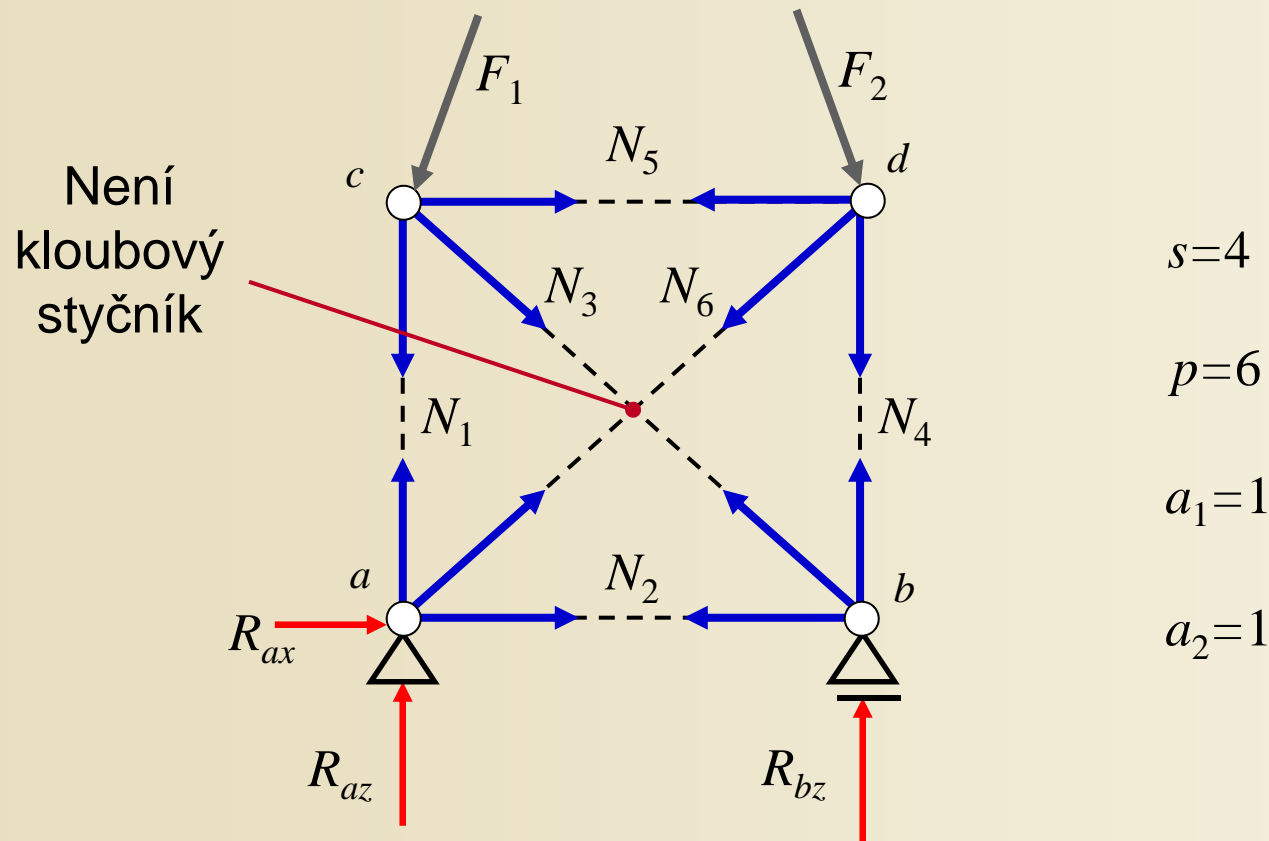
$$2.s = 8 \quad = \quad p + a_1 + 2.a_2 = 8$$

Staticky i kinematically určitý rovinný kloubový příhradový nosník

$$2.s \quad > \quad p + a_1 + 2.a_2$$

Staticky přeuročité, kinematically neurčité rovinný kloubový prutový nosník

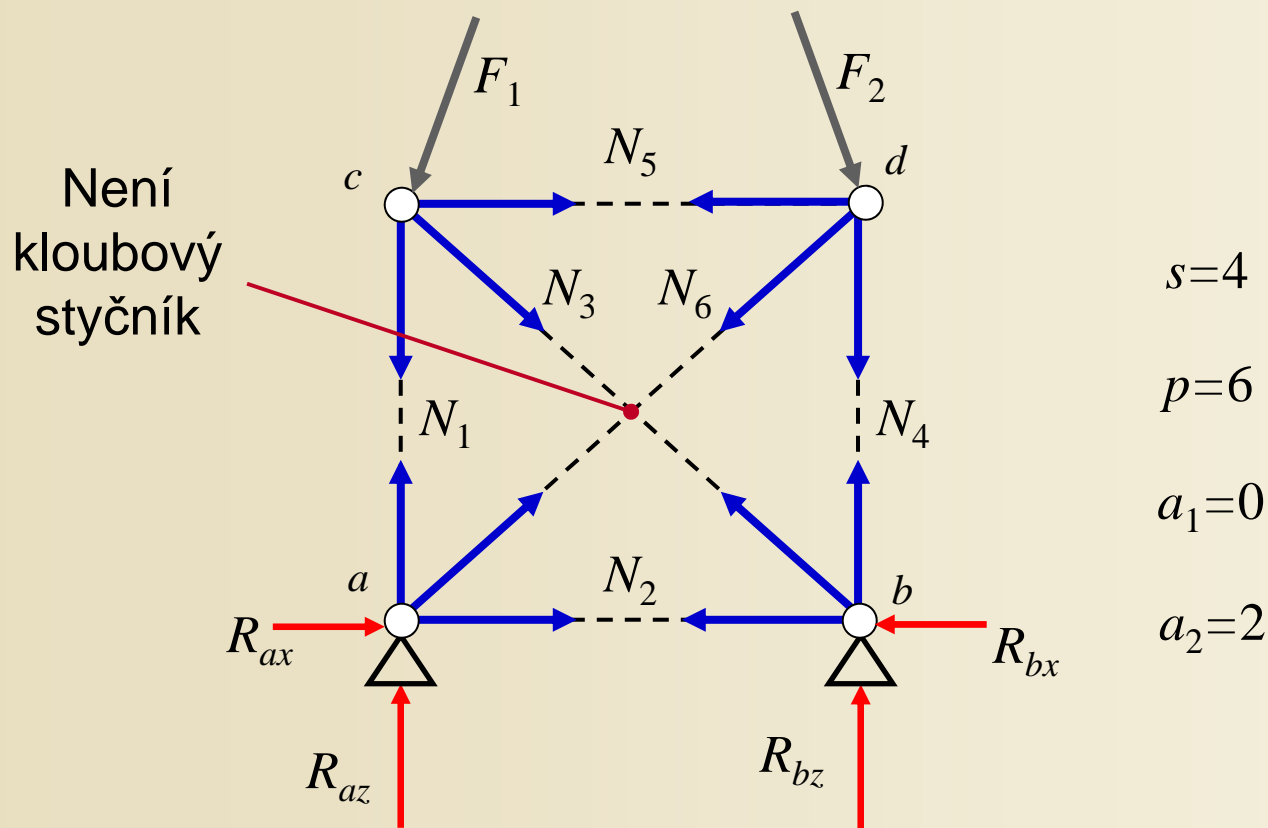
# Kinematická a statická určitost



$$2 \cdot s = 8 < p + a_1 + 2 \cdot a_2 = 9$$

1x staticky (vnitřně) neurčitý  
rovinný kloubový příhradový nosník  
(kinematically přeureditý)

# Kinematická a statická určitost

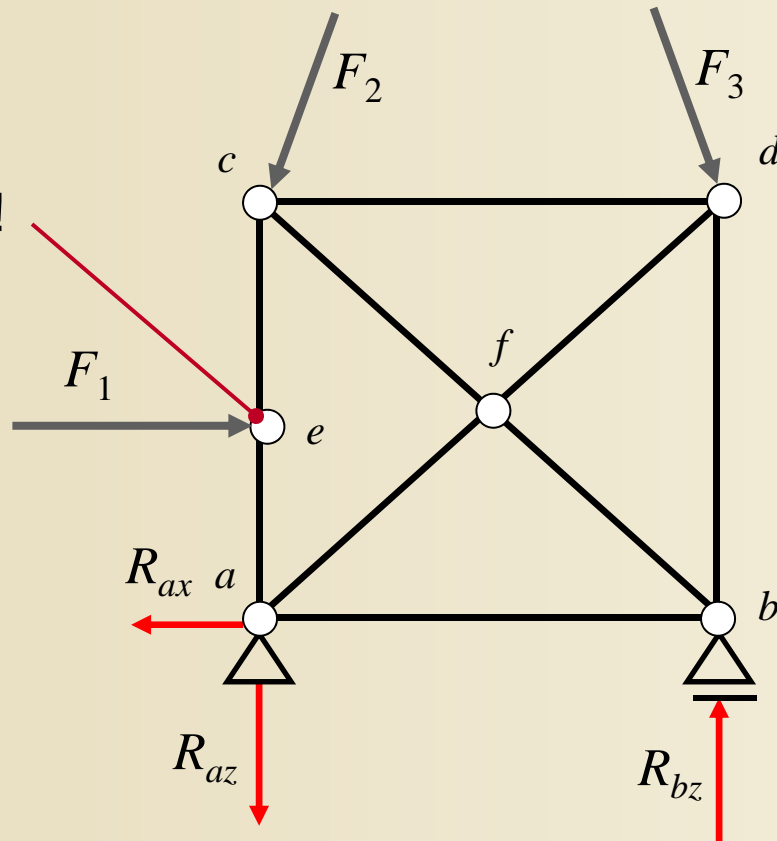


$$2 \cdot s = 8 < p + a_1 + 2 \cdot a_2 = 10$$

2x staticky (vnitřně i zevně) neurčitý rovinný kloubový příhradový nosník (kinematicky přeuročitý)

# Výjimkové případy

Posun  
styčnicku !!!



$$s=6$$

$$p=9$$

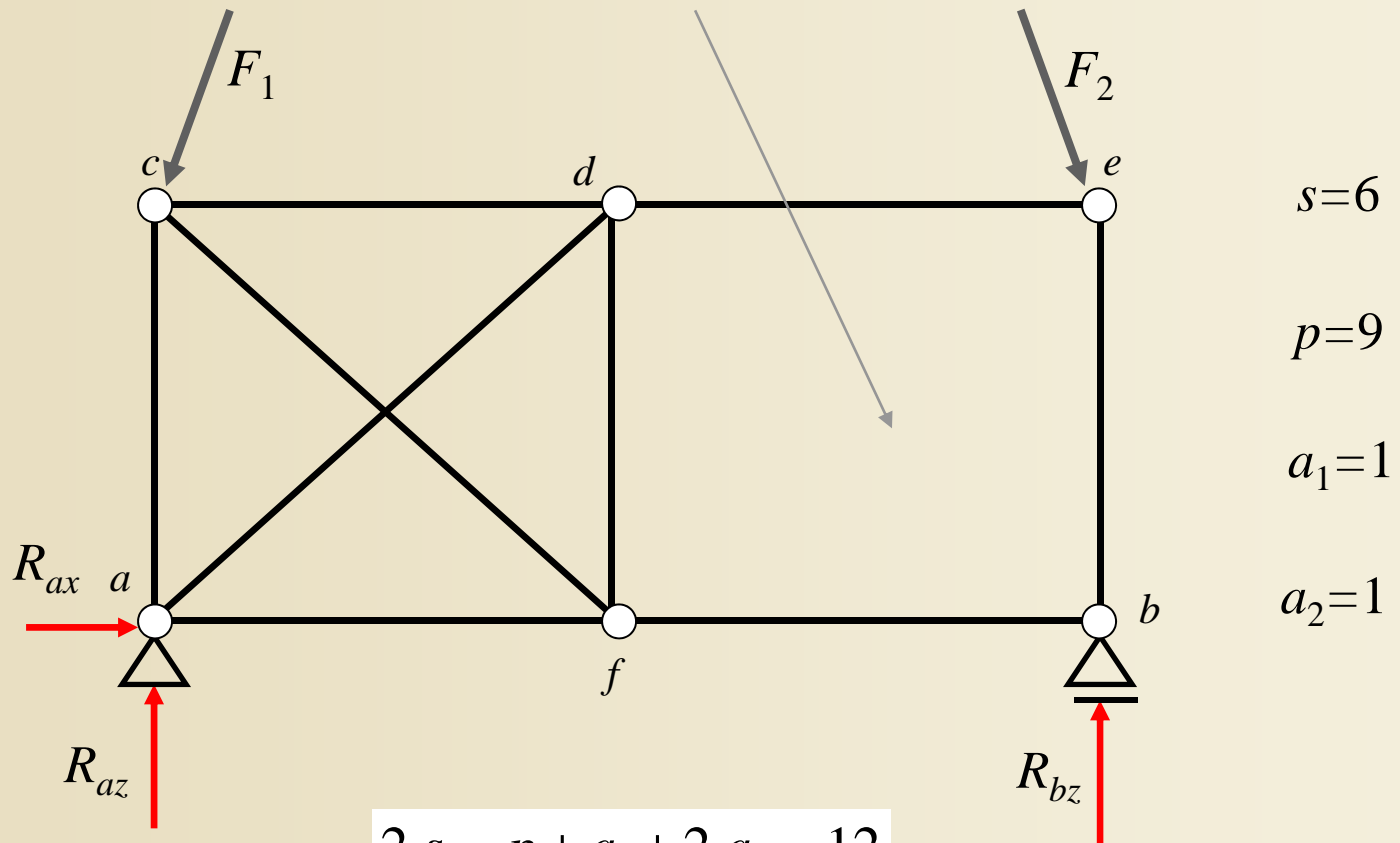
$$a_1=1$$

$$a_2=1$$

$$2.s = p + a_1 + 2.a_2 = 12$$

# Výjimkové případy

Není diagonála – tvarově neurčitý  
kloubový čtyřúhelník !!!



$$s=6$$

$$p=9$$

$$a_1=1$$

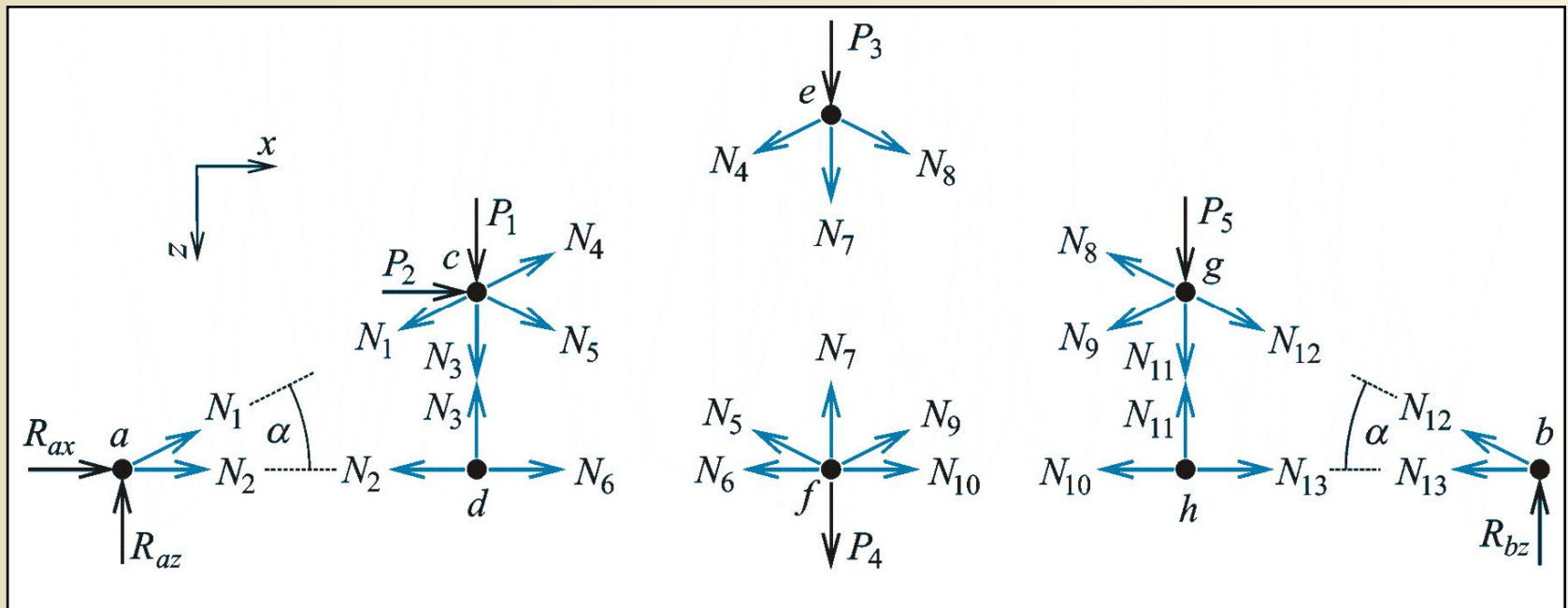
$$a_2=1$$

$$2.s = p + a_1 + 2.a_2 = 12$$

# Styčnicková metoda

## Postup:

- Odstranit všechny vnější vazby a nahradit složkami reakcí
- Odstranit všechny vnitřní vazby a nahradit interakcemi (osovými silami)
- Sestrojit pro každý hmotný bod (styčnick) a jeho rovinný svazek sil  
2 podmínky rovnováhy
- Vyřešit soustavu 2.s lineárních algebraických rovnic



Styčnicková metoda

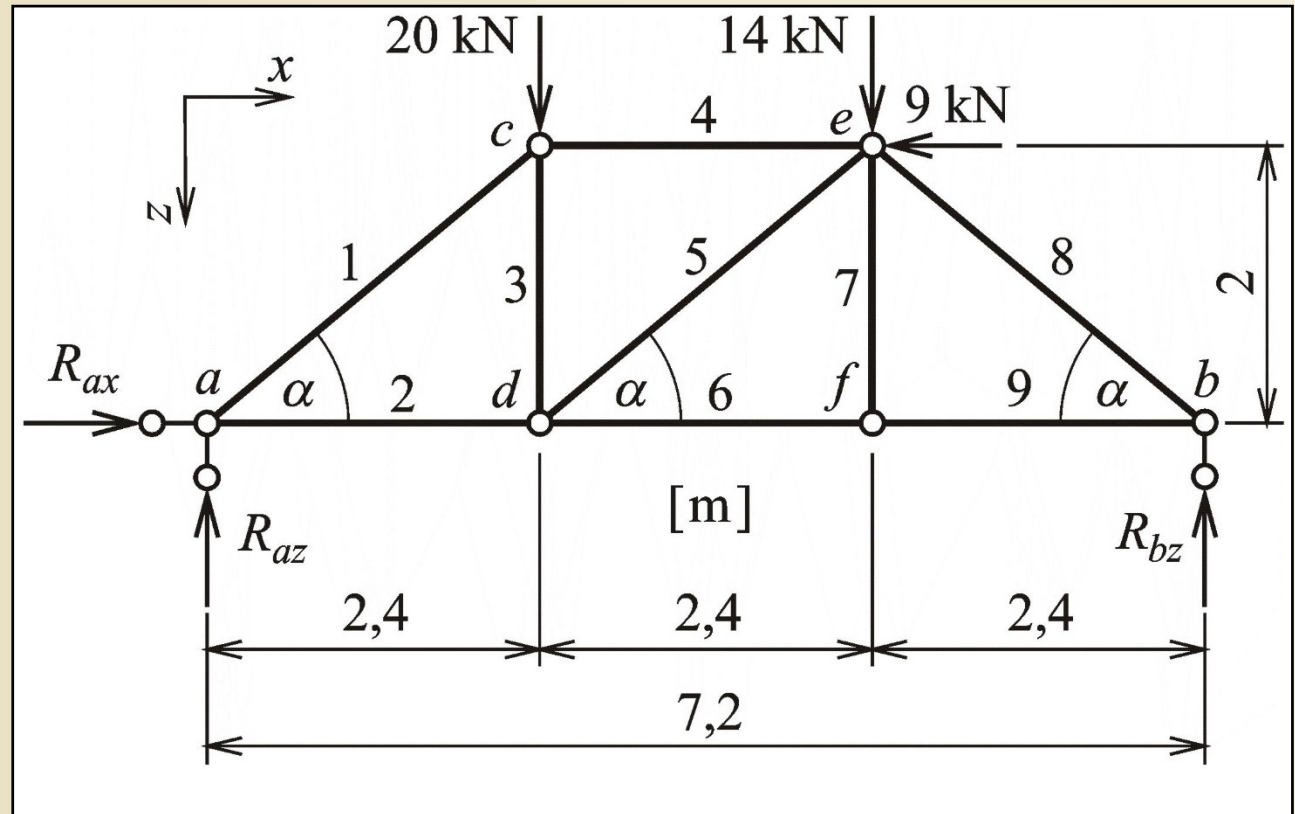
Obr. 10.6. / str. 160



# Příklad 7.1

## Zadání:

Vyřešit složky reakcí a osově síly rovinného kloubového příhradového nosníku s uspořádáním prutů podle trojúhelníkové soustavy.

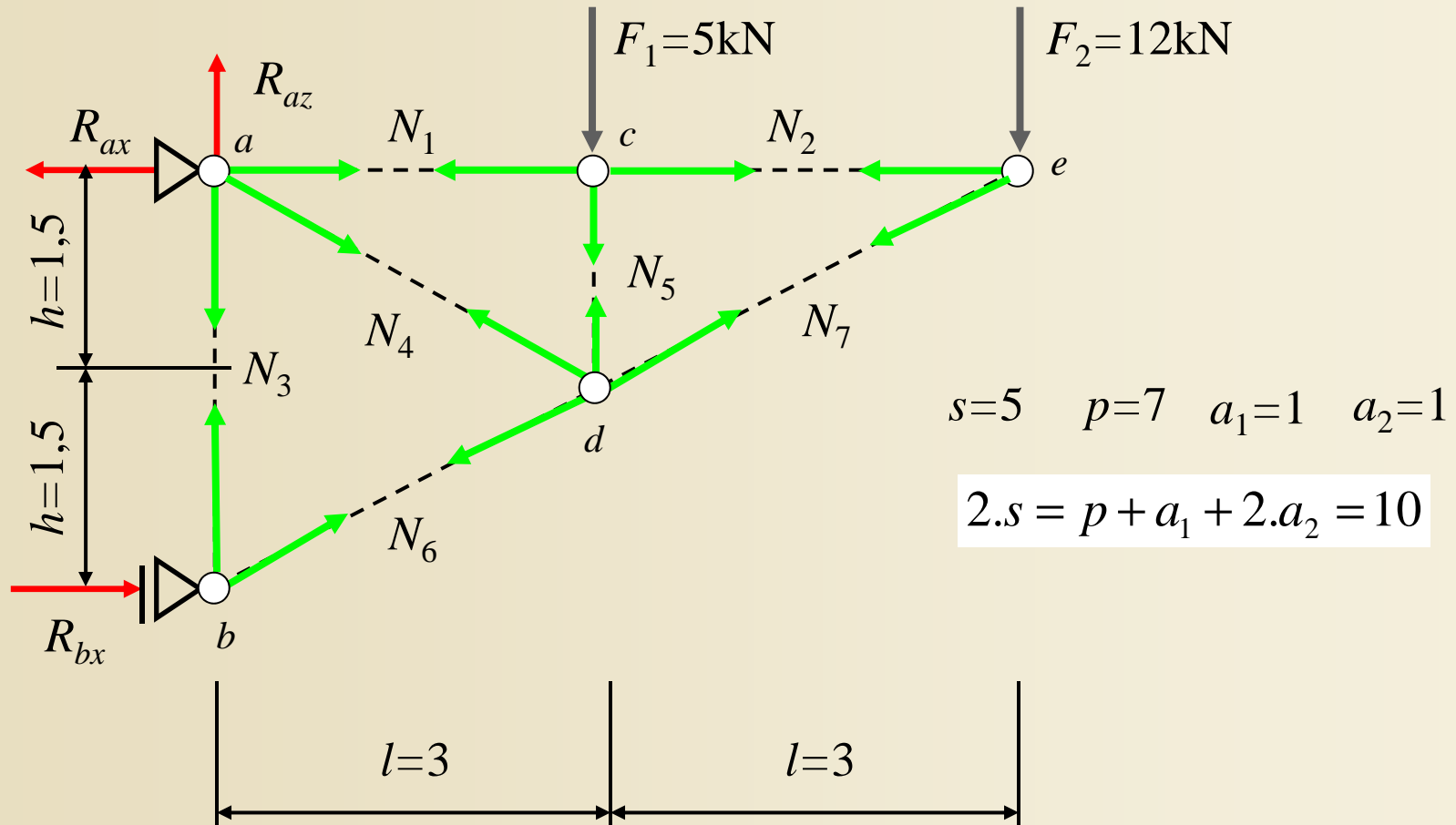


Zadání příkladu 7.1

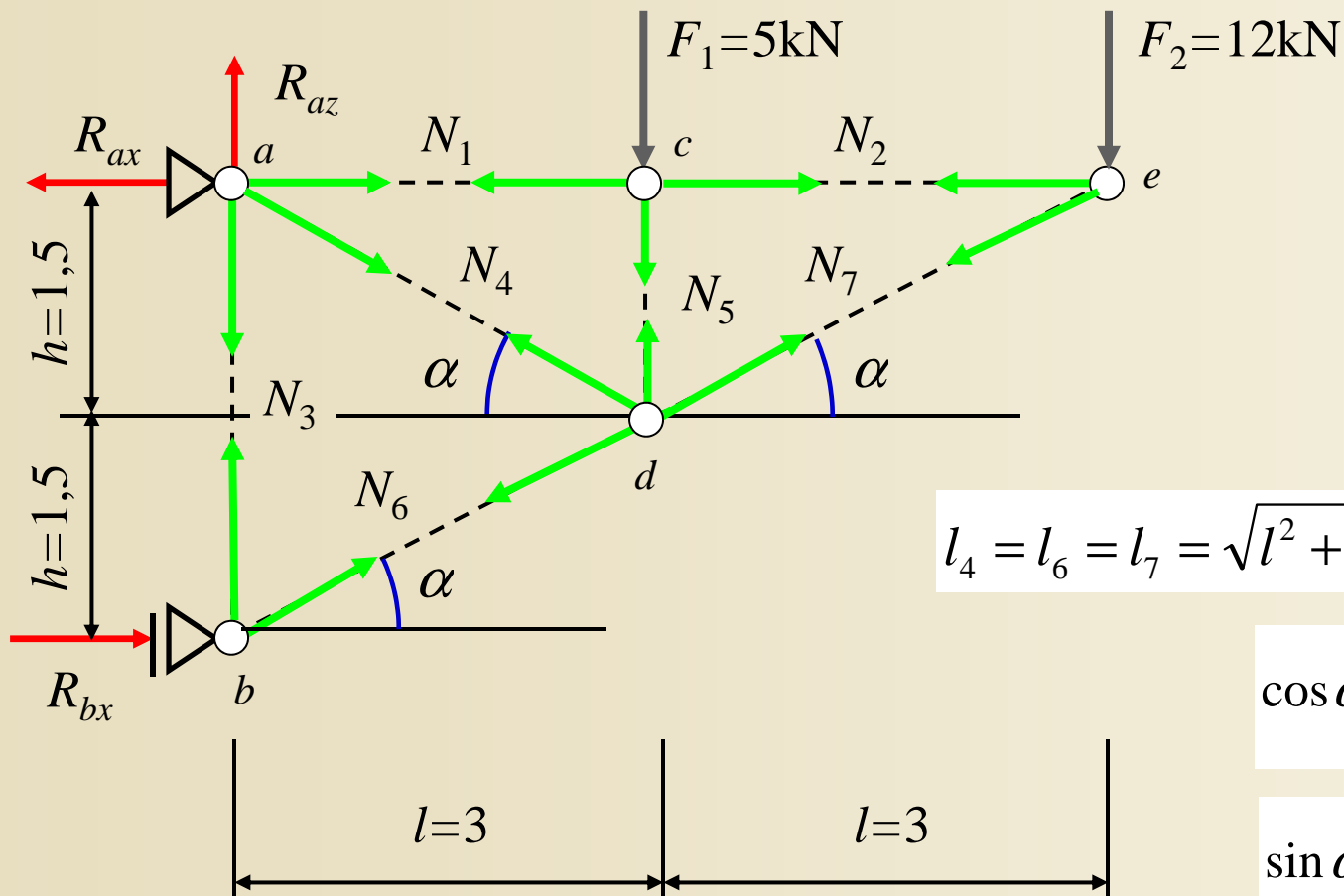
Obr. 10.7. / str. 161

# Příklad – obecná styčníková metoda

Zadání:



# Tvar konstrukce, délky a sklony prutů

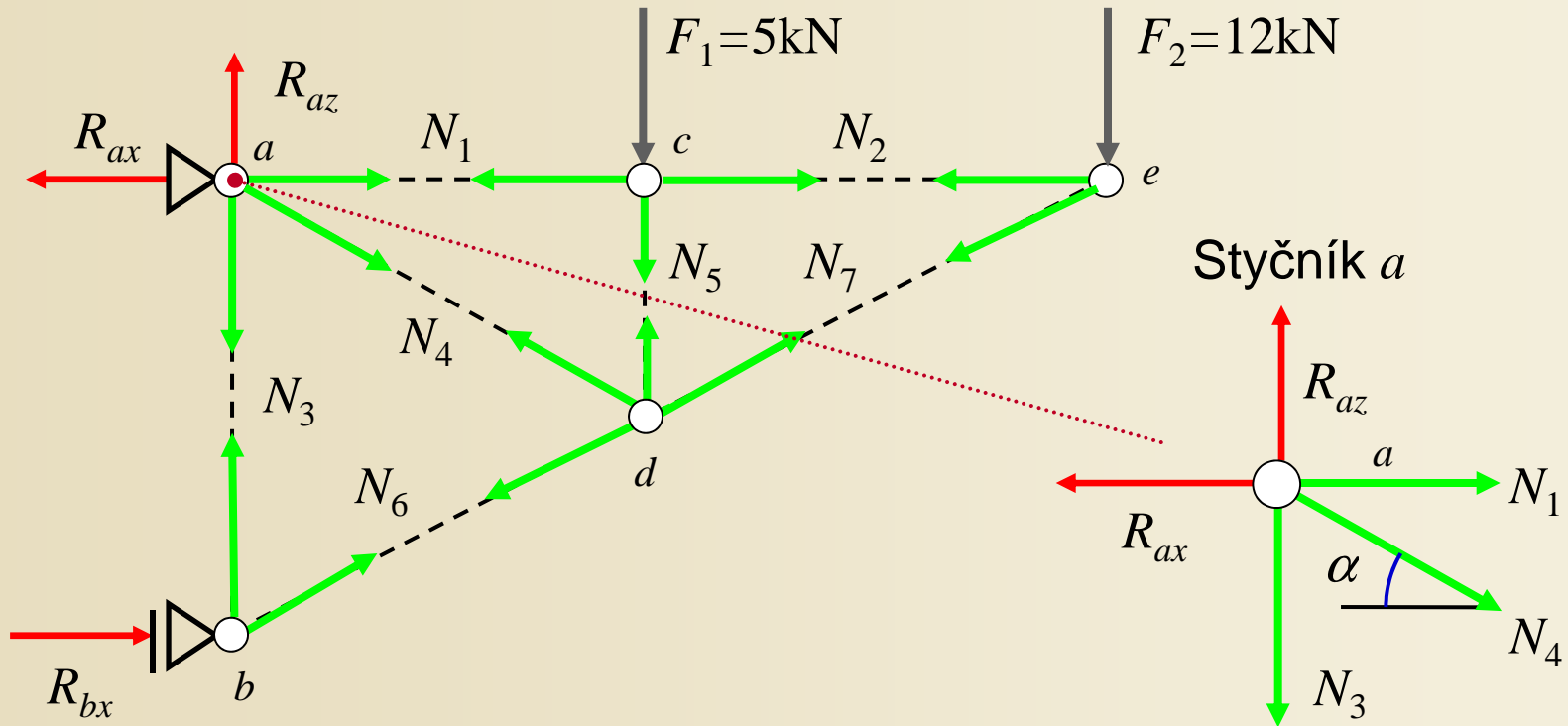


$$l_4 = l_6 = l_7 = \sqrt{l^2 + h^2} = 3,3541 \text{ m}$$

$$\cos \alpha = \frac{l}{l_4} = 0,8944$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{l_4} = 0,4472$$

# Styčnickové rovnice

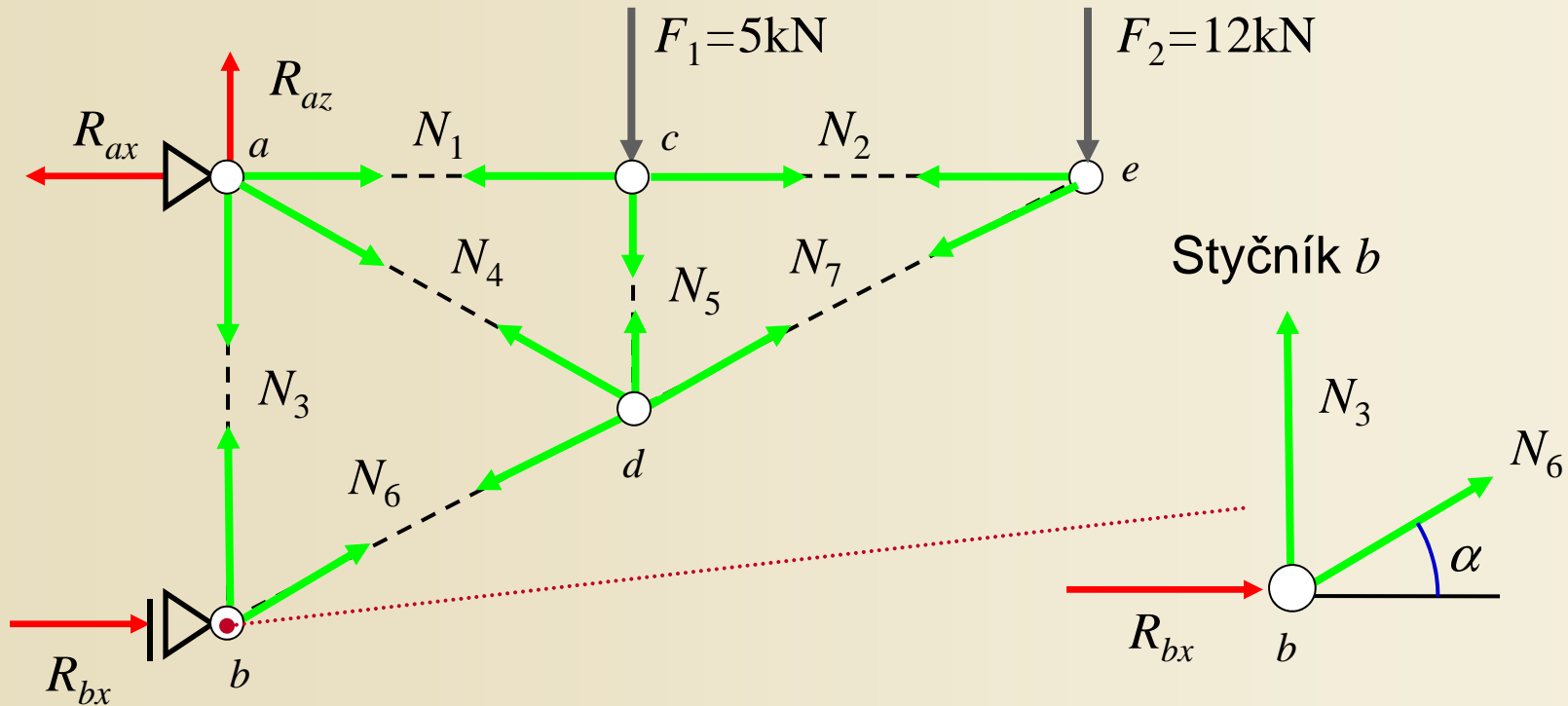


Podmínky rovnováhy ve styčnicku  $a$

$$1. \quad R_x = 0 \quad \rightarrow \quad -R_{ax} + N_1 + N_4 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$2. \quad R_z = 0 \quad \rightarrow \quad -R_{az} + N_3 + N_4 \cdot \sin \alpha = 0$$

# Styčnickové rovnice

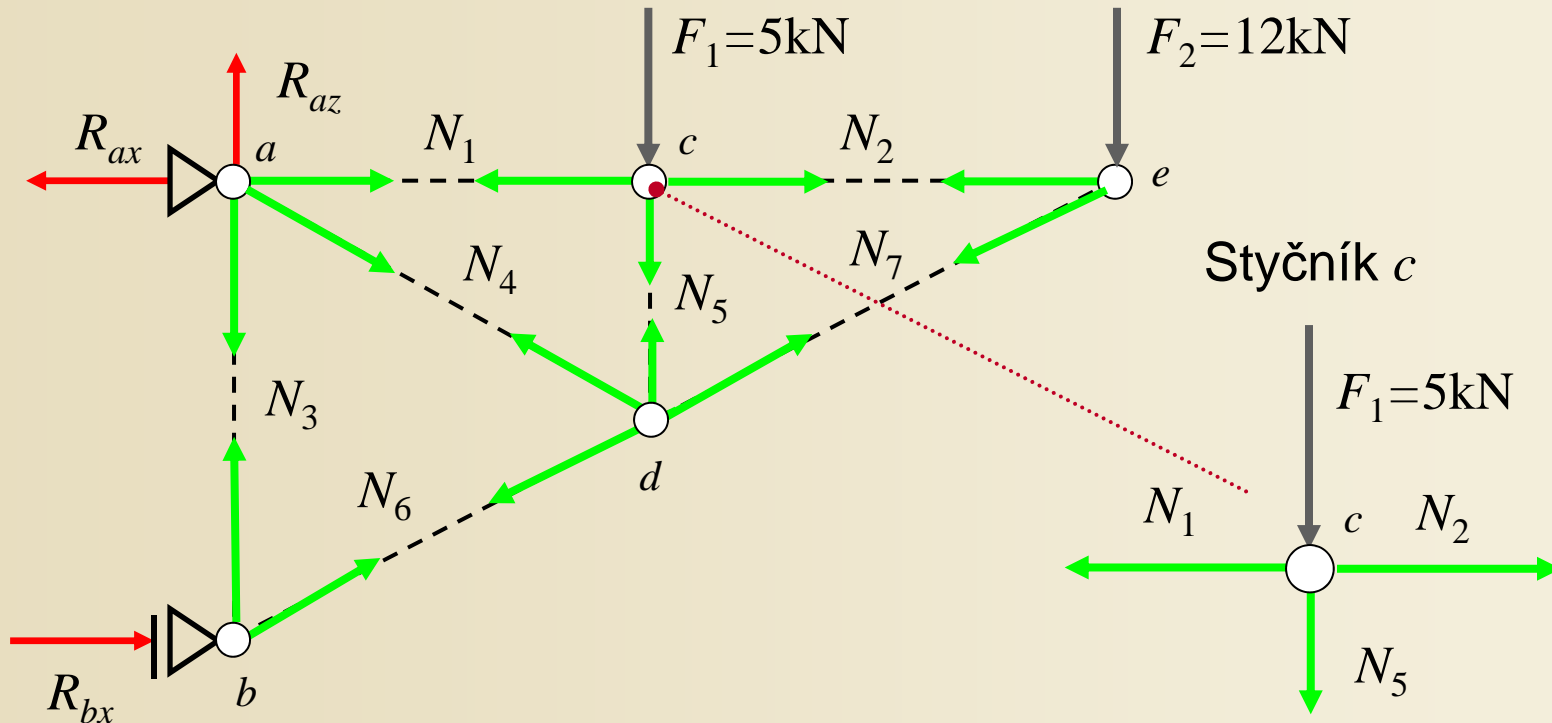


Podmínky rovnováhy ve styčnicku  $b$

3.  $R_x = 0 \rightarrow +R_{bx} + N_6 \cdot \cos \alpha = 0$

4.  $R_z = 0 \rightarrow -N_3 - N_6 \cdot \sin \alpha = 0$

# Styčnickové rovnice

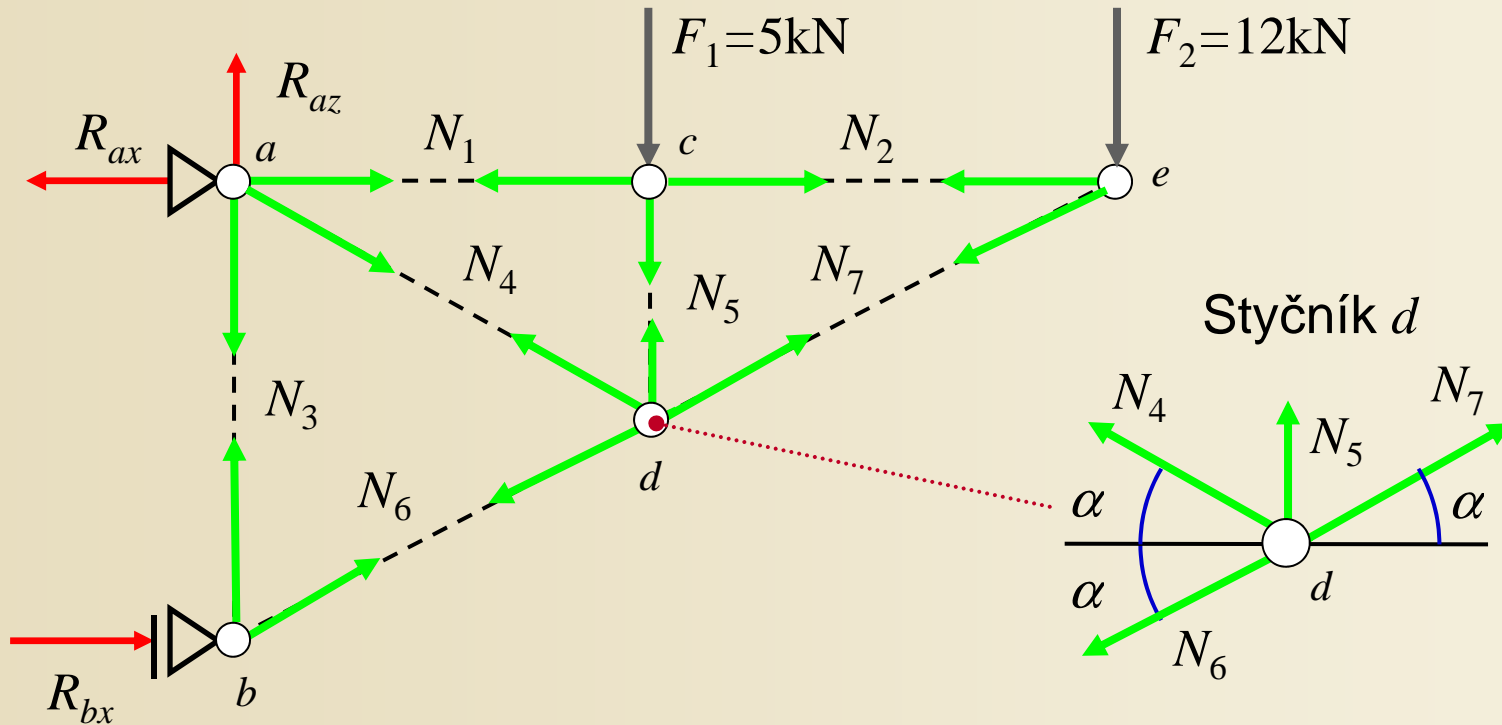


Podmínky rovnováhy ve styčnicku  $c$

5.  $R_x = 0 \rightarrow -N_1 + N_2 = 0$

6.  $R_z = 0 \rightarrow +F_1 + N_5 = 0 \rightarrow N_5 = -F_1$

# Styčnickové rovnice

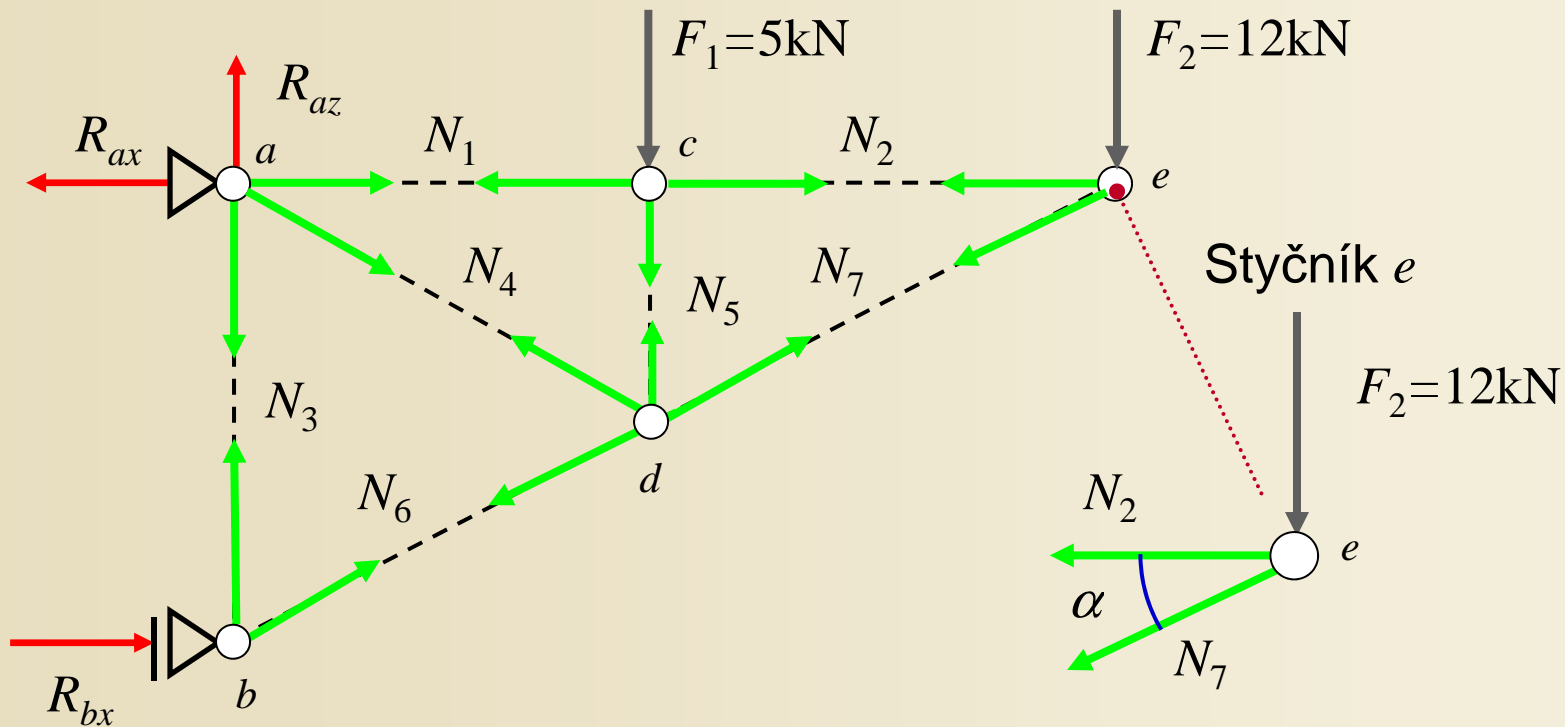


Podmínky rovnováhy ve styčnicku  $d$

$$7. \quad R_x = 0 \quad \rightarrow \quad -N_4 \cdot \cos \alpha - N_6 \cdot \cos \alpha + N_7 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$8. \quad R_z = 0 \quad \rightarrow \quad -N_4 \cdot \sin \alpha - N_5 + N_6 \cdot \sin \alpha - N_7 \cdot \sin \alpha = 0$$

# Styčnickové rovnice



Podmínky rovnováhy ve styčnicku  $e$

9.  $R_x = 0 \rightarrow -N_2 - N_7 \cdot \cos \alpha = 0$

10.  $R_z = 0 \rightarrow +F_2 + N_7 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow +N_7 \cdot \sin \alpha = -F_2$



# Sestavení soustavy lineárních rovnic

1.  $-R_{ax} + N_1 + N_4 \cdot \cos \alpha = 0$

2.  $-R_{az} + N_3 + N_4 \cdot \sin \alpha = 0$

Styčnick  $a$

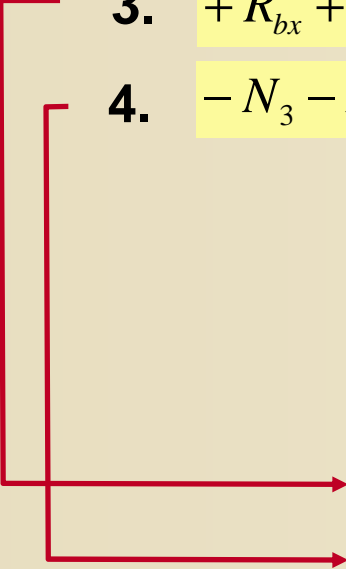
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

# Sestavení soustavy lineárních rovnic

3.  $+R_{bx} + N_6 \cdot \cos \alpha = 0$

4.  $-N_3 - N_6 \cdot \sin \alpha = 0$

Styčnick  $b$


$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

# Sestavení soustavy lineárních rovnic

5.  $-N_1 + N_2 = 0$

6.  $+F_1 + N_5 = 0 \rightarrow N_5 = -F_1$

Styčnick  $c$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -F_1 \end{Bmatrix}$$

# Sestavení soustavy lineárních rovnic

7.  $-N_4 \cdot \cos \alpha - N_6 \cdot \cos \alpha + N_7 \cdot \cos \alpha = 0$

8.  $-N_4 \cdot \sin \alpha - N_5 + N_6 \cdot \sin \alpha - N_7 \cdot \sin \alpha = 0$

Styčnick  $d$

$$\begin{bmatrix}
 -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos \alpha & 0 & -\cos \alpha & +\cos \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & -1 & +\sin \alpha & -\sin \alpha
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 R_{ax} \\
 R_{az} \\
 R_{bx} \\
 N_1 \\
 N_2 \\
 N_3 \\
 N_4 \\
 N_5 \\
 N_6 \\
 N_7
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -F_1 \\
 0 \\
 0
 \end{Bmatrix}$$

# Sestavení soustavy lineárních rovnic

9.  $-N_2 - N_7 \cdot \cos \alpha = 0$

10.  $+F_2 + N_7 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow +N_7 \cdot \sin \alpha = -F_2$

Styčnick  $e$

$$\begin{bmatrix}
 -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos \alpha & 0 & -\cos \alpha & +\cos \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & -1 & +\sin \alpha & -\sin \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \alpha
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{Bmatrix}
 R_{ax} \\
 R_{az} \\
 R_{bx} \\
 N_1 \\
 N_2 \\
 N_3 \\
 N_4 \\
 N_5 \\
 N_6 \\
 N_7
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -F_1 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -F_2
 \end{Bmatrix}$$

# Sestavení soustavy lineárních rovnic

Maticový zápis soustavy:  $[A]\{x\} = \{F\}$

**Vektor neznámých kořenů**  
(vnitřní síly a reakce)  $\{x\}$

**Matrice levých stran**  
(geometrie konstrukce, determinant nesmí být roven 0)

$[A]$

**Vektor pravých stran**  
(uzlová zatížení konstrukce)  $\{F\}$

$$\begin{bmatrix}
 -1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & +\sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\cos \alpha & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -\sin \alpha & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos \alpha & 0 & -\cos \alpha & +\cos \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & -1 & +\sin \alpha & -\sin \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos \alpha \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \alpha
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 R_{ax} \\
 R_{az} \\
 R_{bx} \\
 N_1 \\
 N_2 \\
 N_3 \\
 N_4 \\
 N_5 \\
 N_6 \\
 N_7
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -F_1 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 -F_2
 \end{Bmatrix}$$

# Řešení soustavy lineárních rovnic

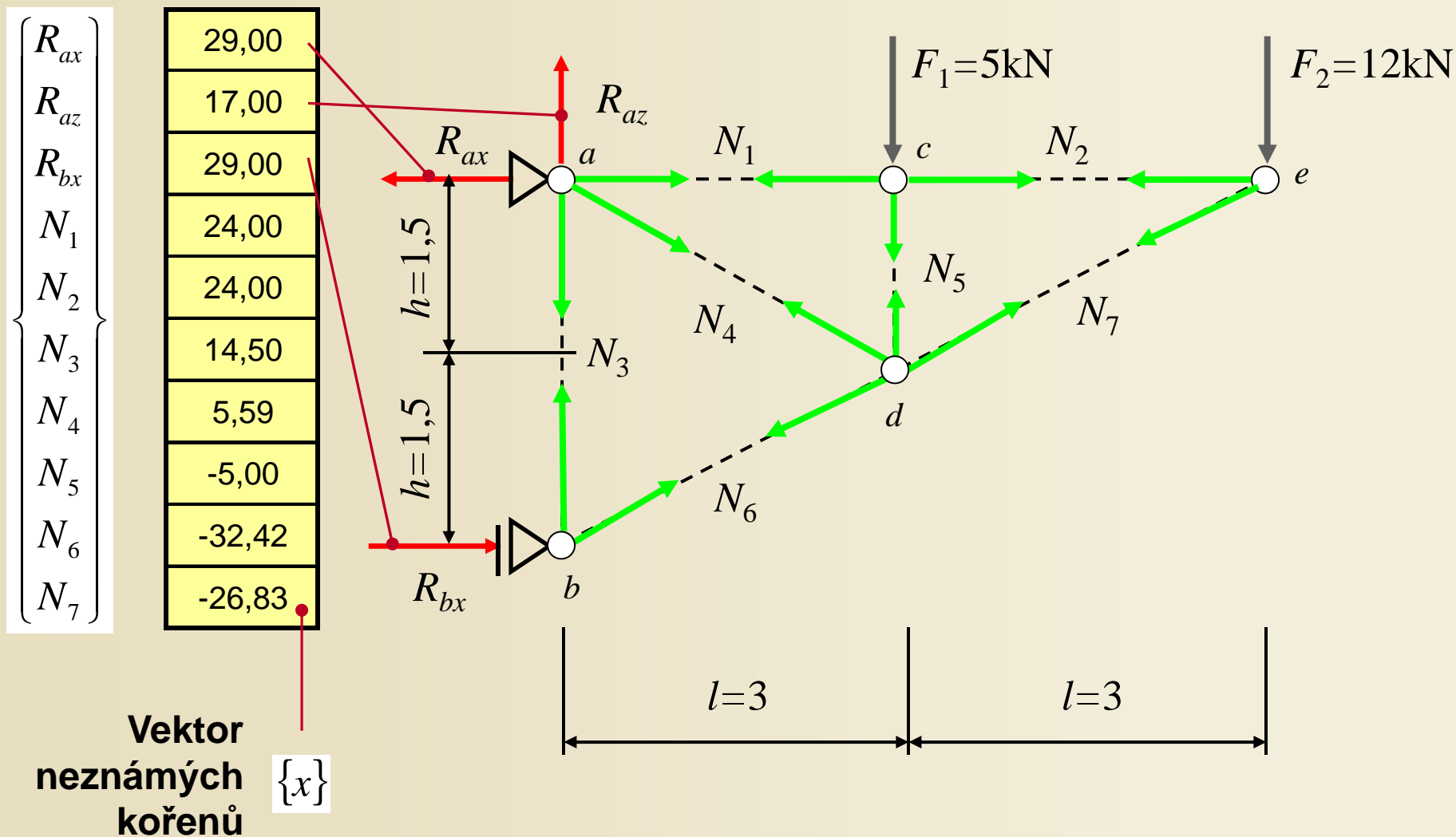
**Matice levých stran**  $[A]$   
 (geometrie konstrukce,  
 determinant nesmí být roven 0)

**Vektor pravých stran**  $\{F\}$   
 (uzlová zatížení konstrukce)

**Vektor neznámých kořenů**  $\{x\}$   
 (vnitřní síly a reakce)

1.	-1	0	0	1	0	0	0,8944	0	0	0	29,00	0
2.	0	-1	0	0	0	1	0,4472	0	0	0	17,00	0
3.	0	0	1	0	0	0	0	0	0,8944	0	29,00	0
4.	0	0	0	0	0	-1	0	0	-0,4472	0	24,00	0
5.	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	24,00	0
6.	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	14,50	-5
7.	0	0	0	0	0	0	-0,8944	0	-0,8944	0,8944	5,59	0
8.	0	0	0	0	0	0	-0,4472	-1	0,4472	-0,4472	-5,00	0
9.	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-32,42	0
10.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4472	-26,83	-12

# Rozbor výsledků – reakce v podporách



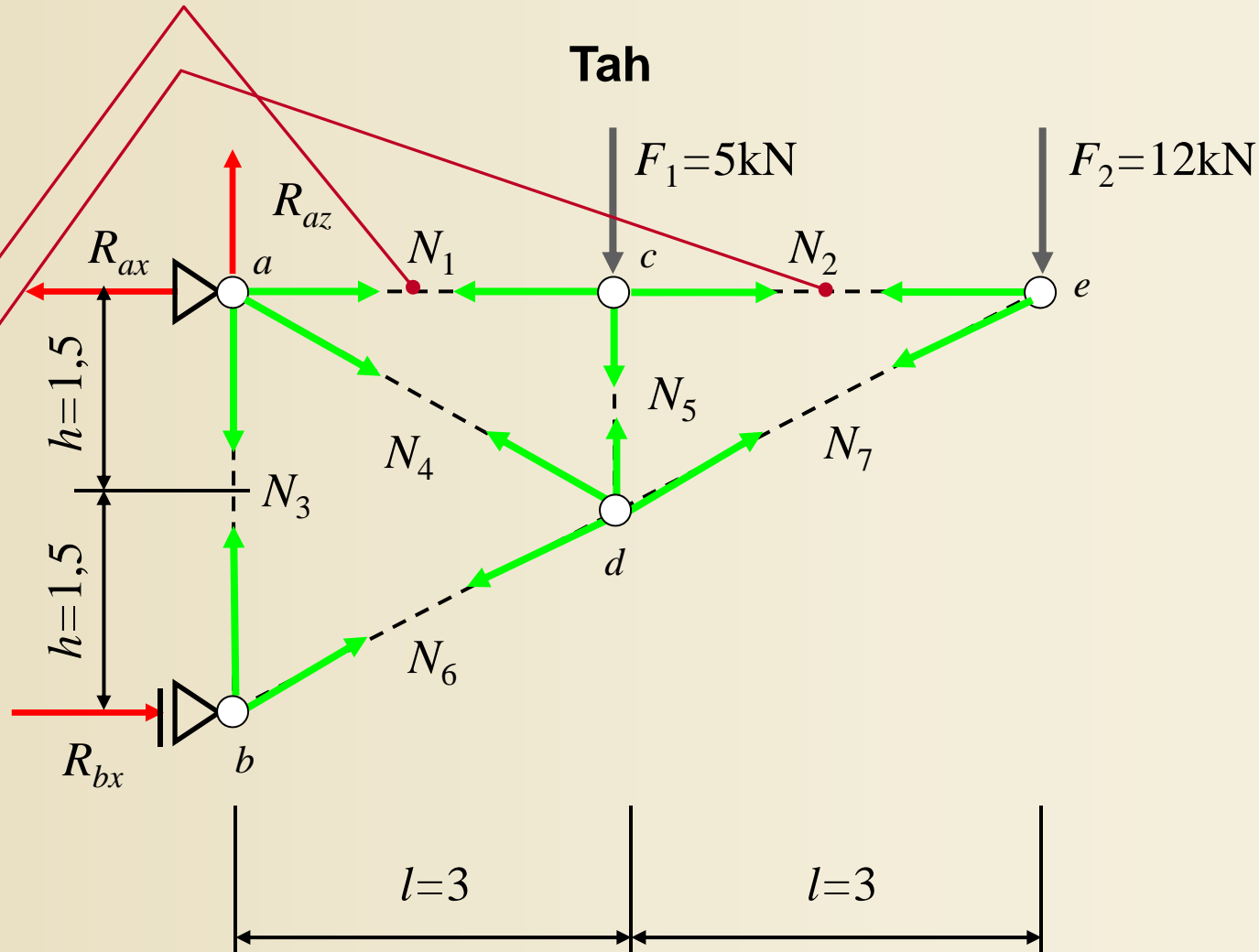


# Rozbor výsledků – vnitřní síly v horním pásu

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \end{array} \right\}$$

29,00
17,00
29,00
24,00
24,00
14,50
5,59
-5,00
-32,42
-26,83

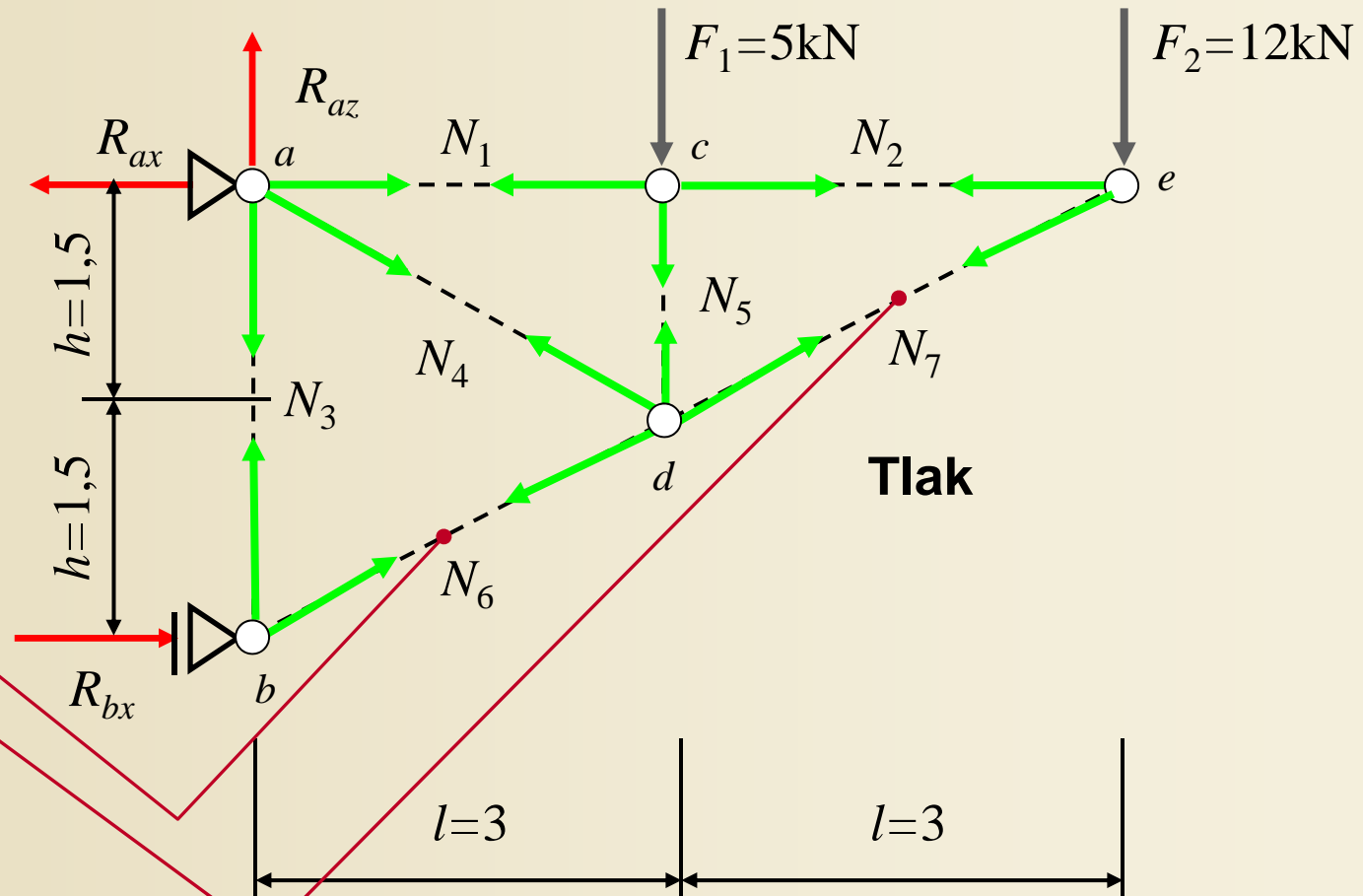
Vektor  
neznámých  
kořenů  $\{x\}$



# Rozbor výsledků – vnitřní síly v dolním pásu

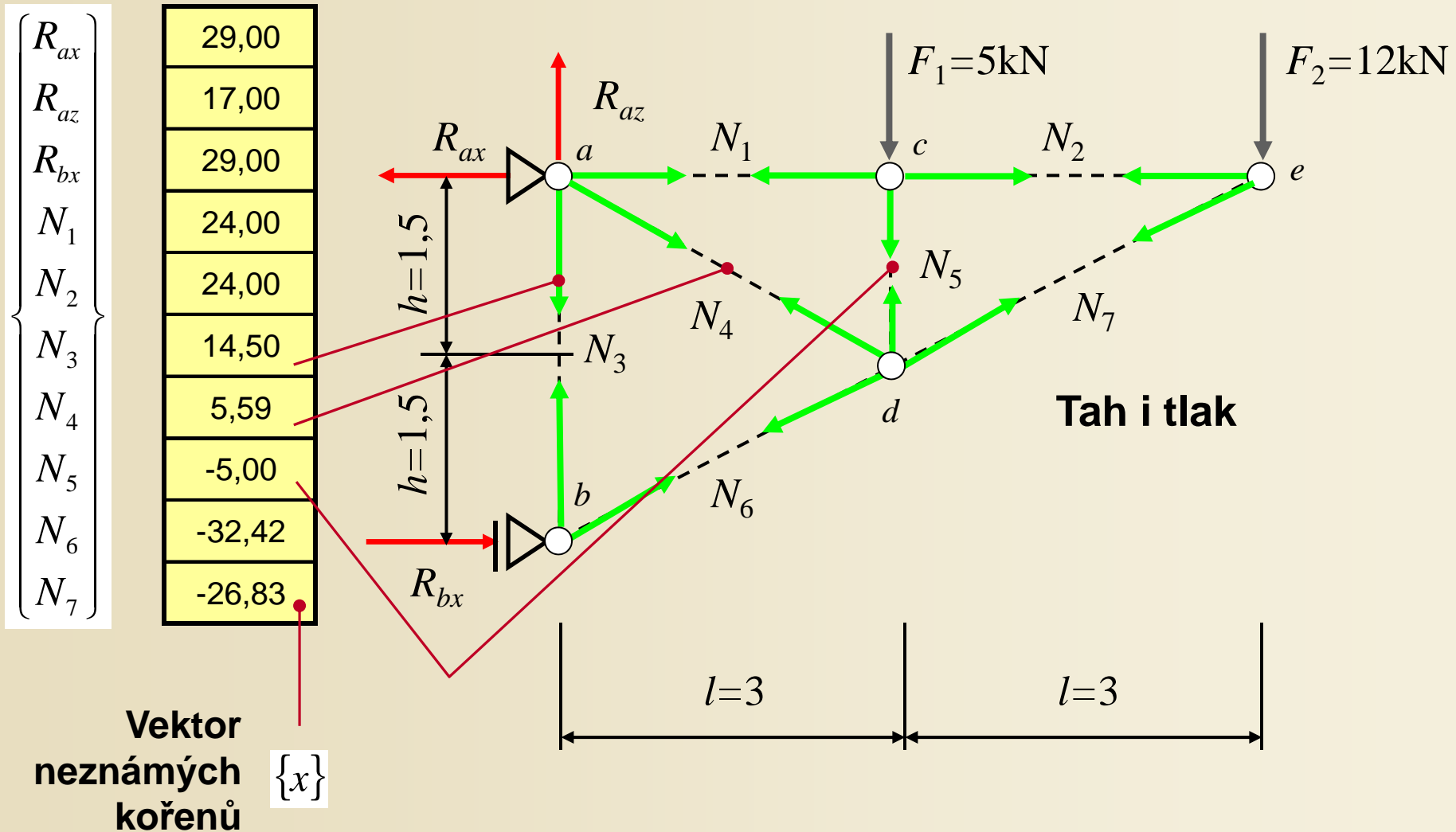
$$\left\{ \begin{array}{l} R_{ax} \\ R_{az} \\ R_{bx} \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \end{array} \right\}$$

29,00
17,00
29,00
24,00
24,00
14,50
5,59
-5,00
-32,42
-26,83



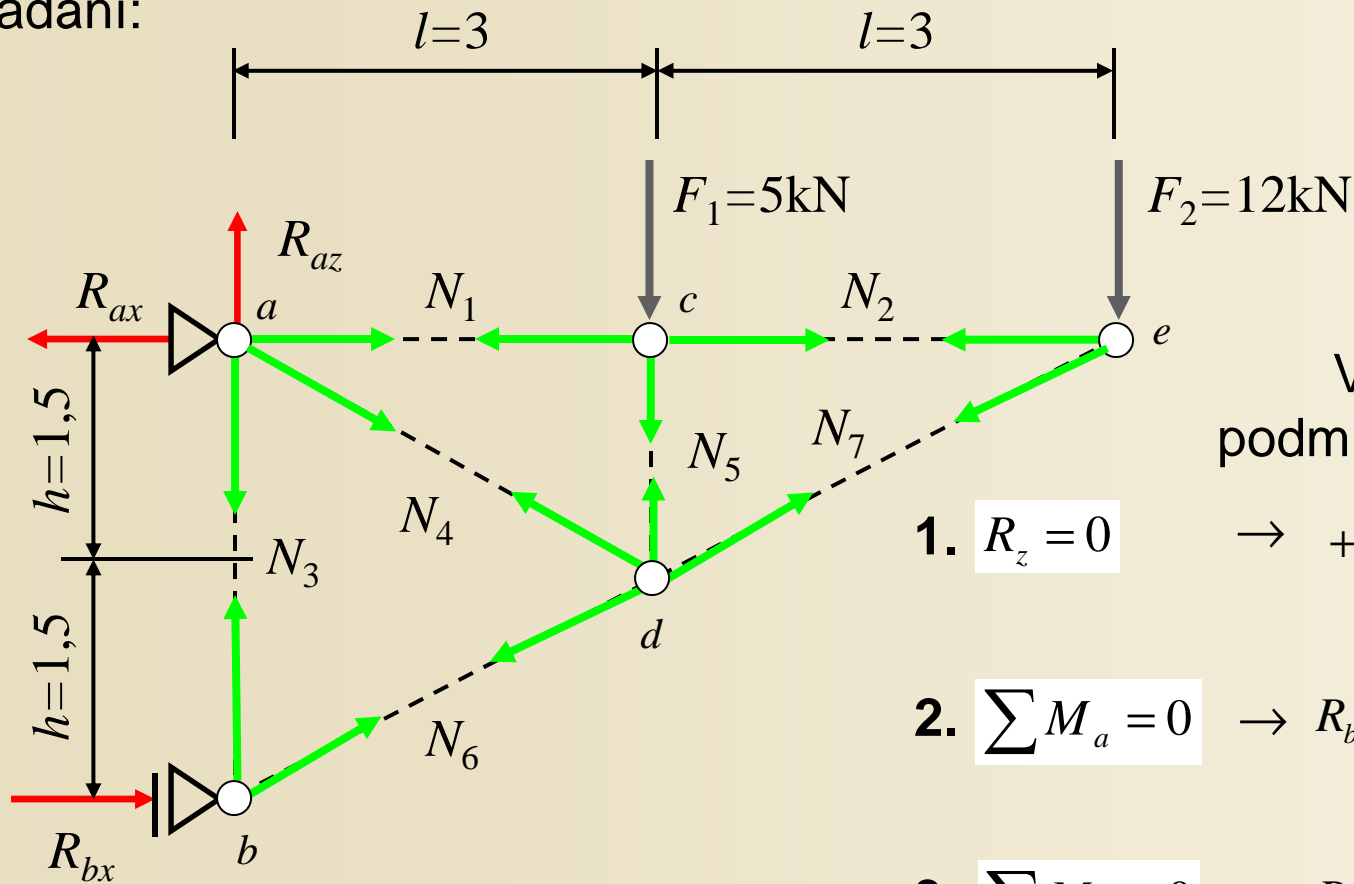
Vektor  
neznámých  
kořenů  $\{x\}$

# Rozbor výsledků – vnitřní síly ve stojinách a diagonále



# Zjednodušená styčnicková metoda - reakce

Zadání:

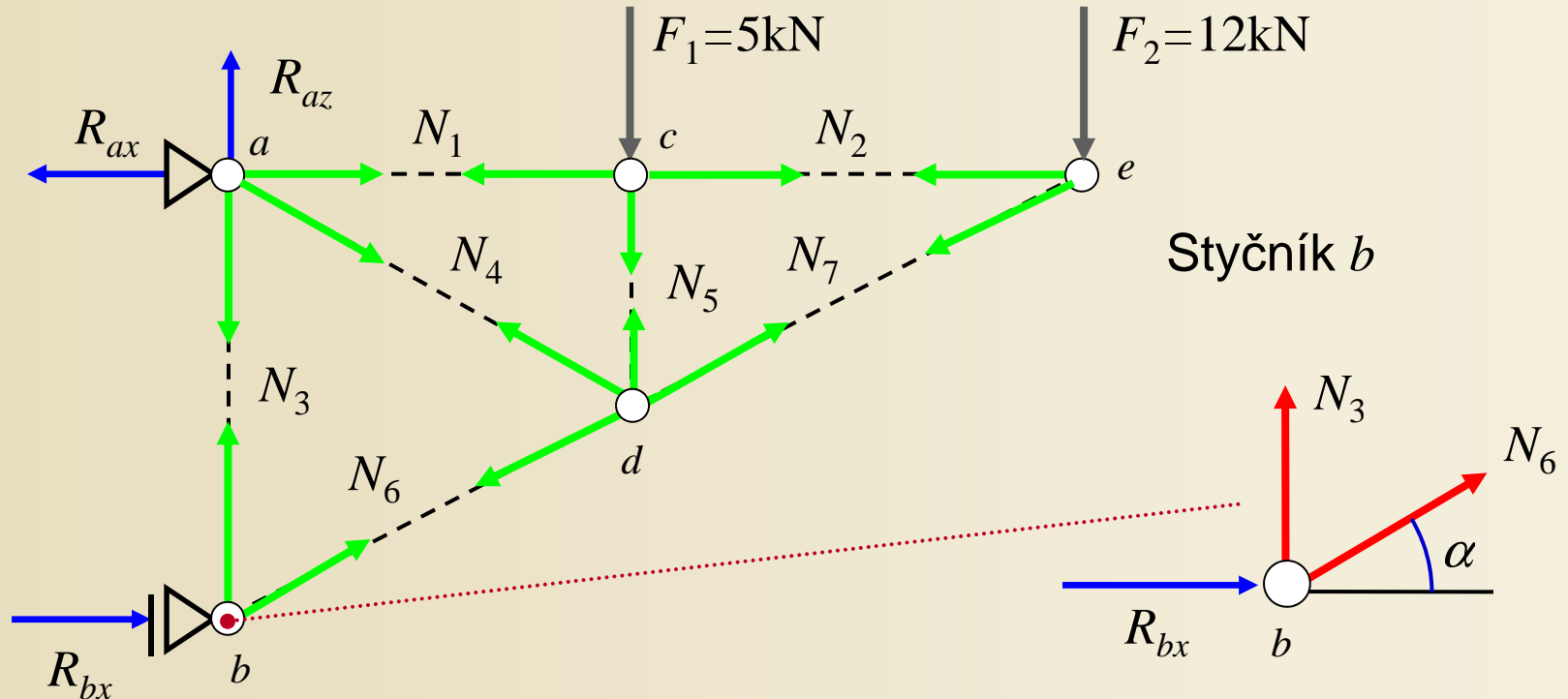


Výpočet reakcí z podmínek rovnováhy:

1.  $R_z = 0 \rightarrow +F_1 + F_2 - R_{az} = 0$   
 $R_{az} = 17\text{kN}(\uparrow)$
2.  $\sum M_a = 0 \rightarrow R_{bx} \cdot 2h - F_1 \cdot l - F_2 \cdot 2l = 0$   
 $R_{bx} = 29\text{kN}(\rightarrow)$
3.  $\sum M_b = 0 \rightarrow R_{ax} \cdot 2h - F_1 \cdot l - F_2 \cdot 2l = 0$   
 $R_{ax} = 29\text{kN}(\leftarrow)$
4.  $R_x = 0 \rightarrow$  Kontrola

# Zjednodušená styčnicková metoda – vnitřní síly

Volba styčnicku spojujícího 2 pruty ( $b$  nebo  $e$ ) - jsou pouze 2 neznámé

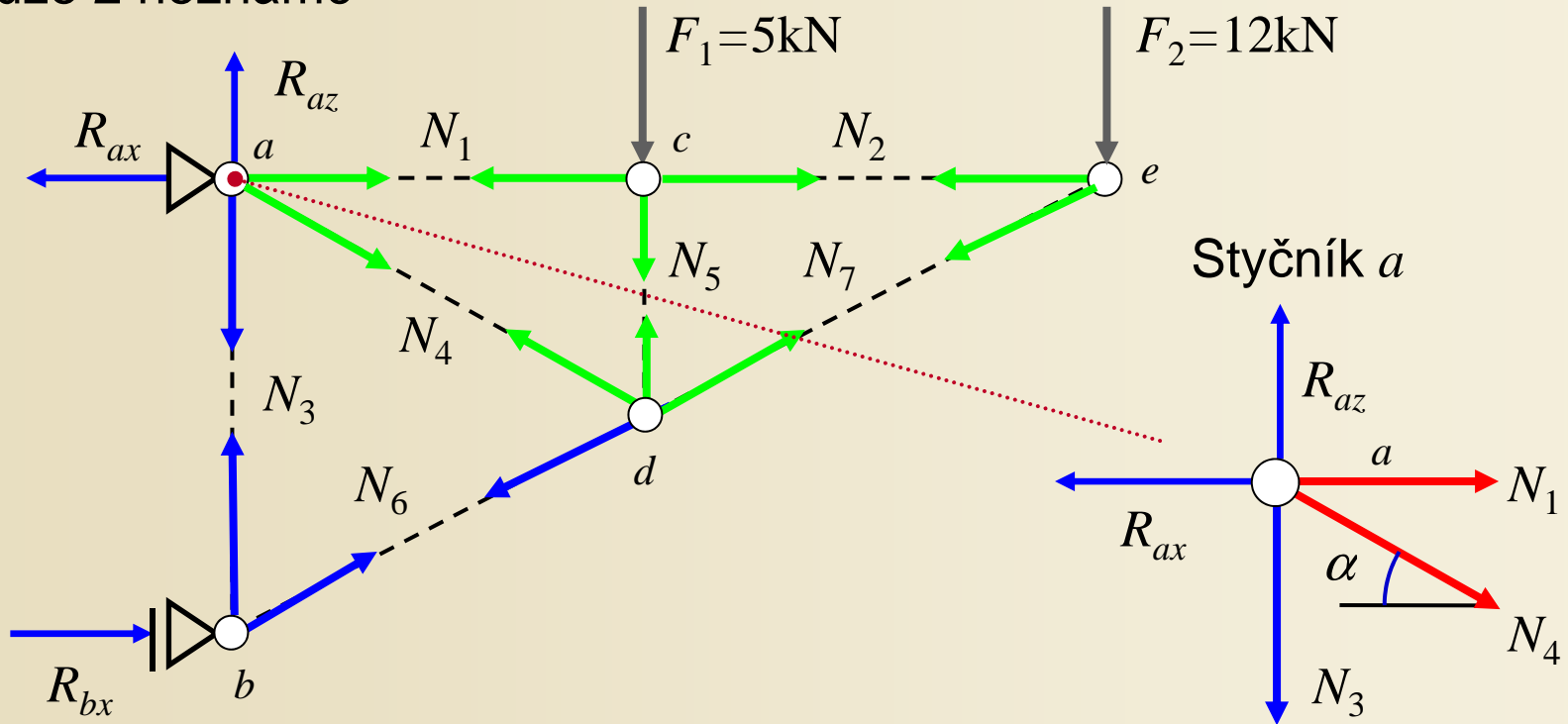


Podmínky rovnováhy ve styčnicku  $b$

- $R_x = 0 \rightarrow +R_{bx} + N_6 \cdot \cos \alpha = 0 \rightarrow N_6 = -\frac{R_{bx}}{\cos \alpha} = -32,4230\text{kN}(\text{tlak})$
- $R_z = 0 \rightarrow -N_3 - N_6 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow N_3 = -N_6 \cdot \sin \alpha = 14,5\text{kN}(\text{tah})$

# Zjednodušená styčníková metoda – vnitřní síly

Volba dalšího styčníku tak, aby další 2 sestavené rovnice obsahovaly pouze 2 neznámé

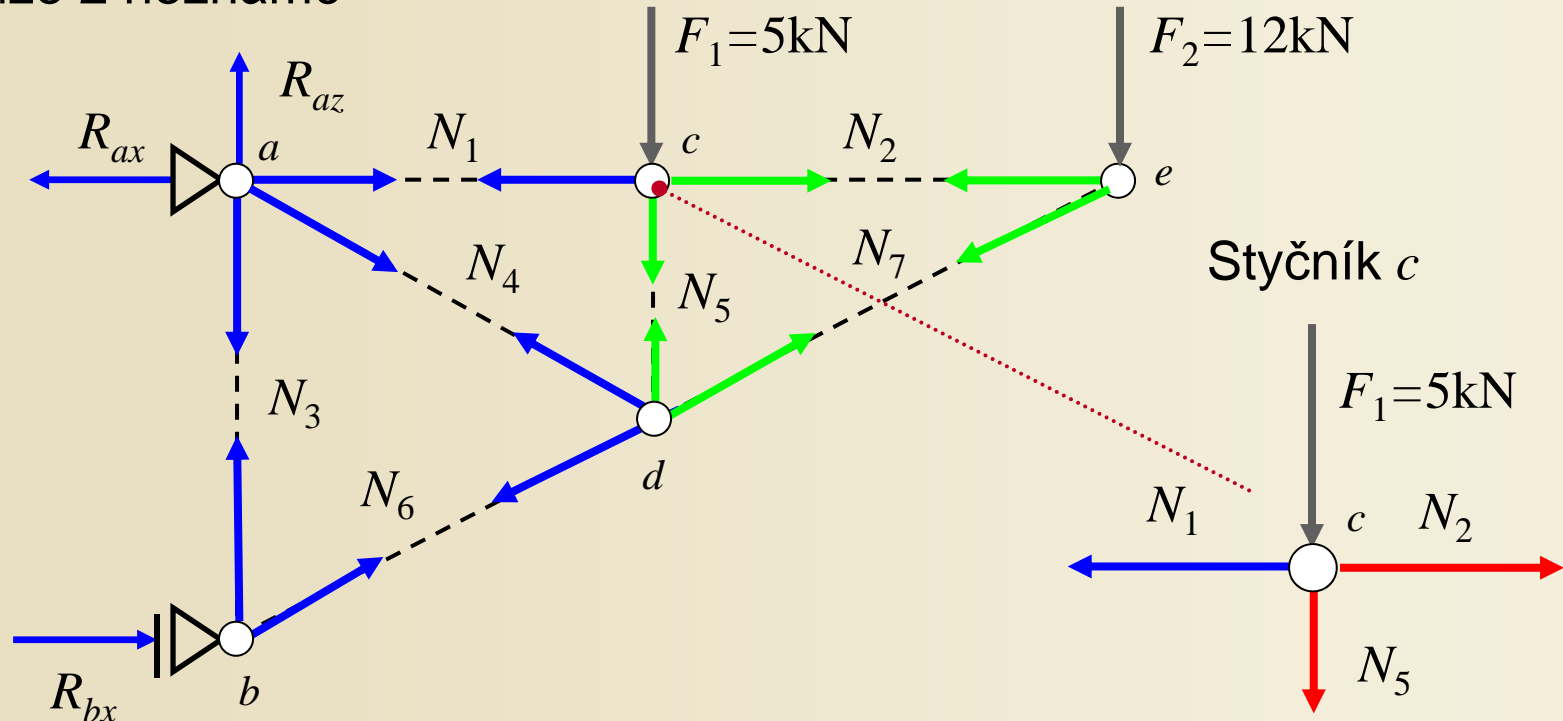


Podmínky rovnováhy ve styčníku  $a$

1.  $R_z = 0 \rightarrow -R_{az} + N_3 + N_4 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow N_4 = \frac{R_{az} - N_3}{\sin \alpha} = 5,5902 \text{ kN (tah)}$
2.  $R_x = 0 \rightarrow -R_{ax} + N_1 + N_4 \cdot \cos \alpha = 0 \rightarrow N_1 = R_{ax} - N_4 \cdot \cos \alpha = 24 \text{ kN (tah)}$

# Zjednodušená styčnicková metoda – vnitřní síly

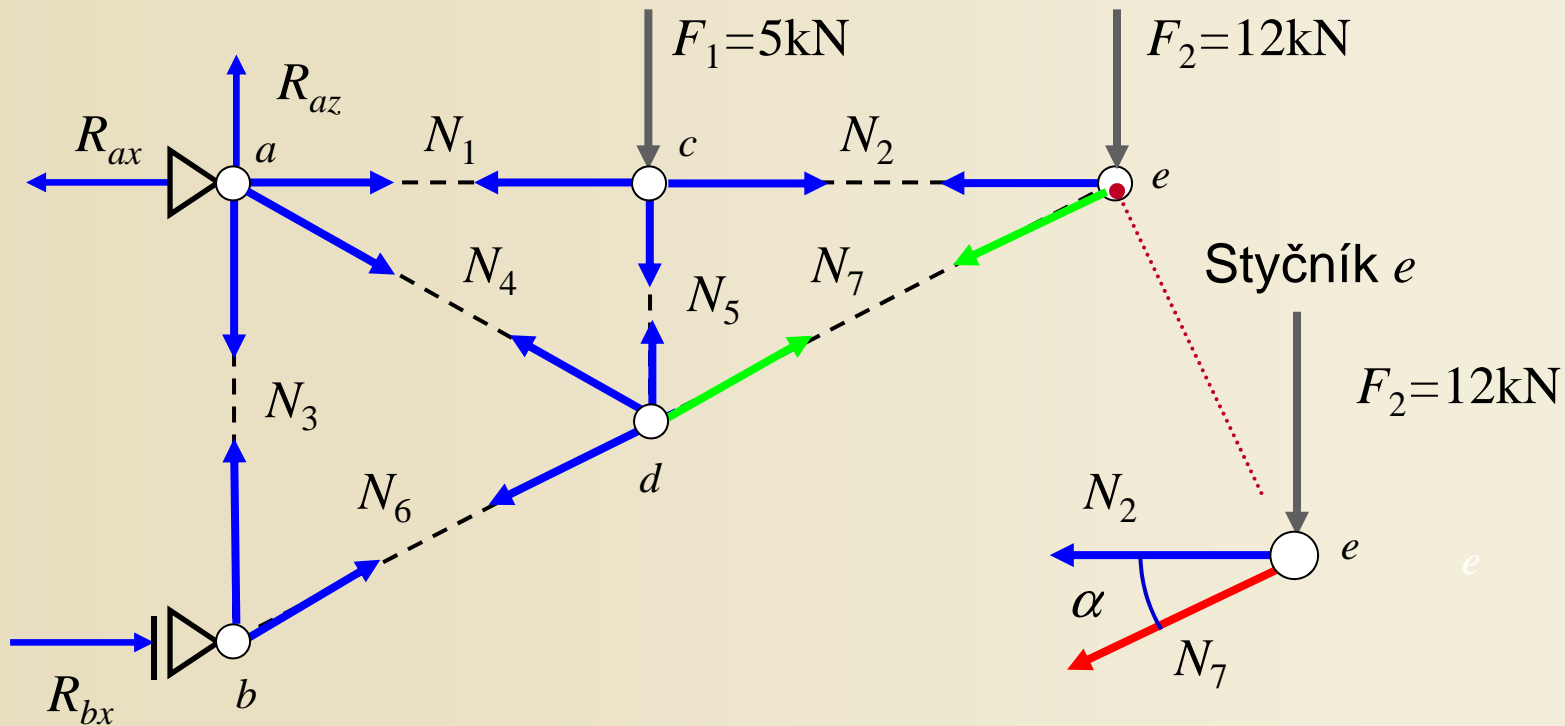
Volba dalšího styčnicku tak, aby další 2 sestavené rovnice obsahovaly pouze 2 neznámé



Podmínky rovnováhy ve styčnicku  $c$

- $R_x = 0 \rightarrow -N_1 + N_2 = 0 \rightarrow N_2 = N_1 = 24\text{kN}(\text{tah})$
- $R_z = 0 \rightarrow +F_1 + N_5 = 0 \rightarrow N_5 = -5\text{kN}(\text{tlak})$

# Zjednodušená styčnicková metoda – vnitřní síly



Podmínky rovnováhy ve styčnicku  $e$

$$1. \quad R_x = 0 \rightarrow -N_2 - N_7 \cdot \cos \alpha = 0 \rightarrow$$

$$N_7 = -\frac{N_2}{\cos \alpha} = -26,8328\text{kN}(\text{tlak})$$

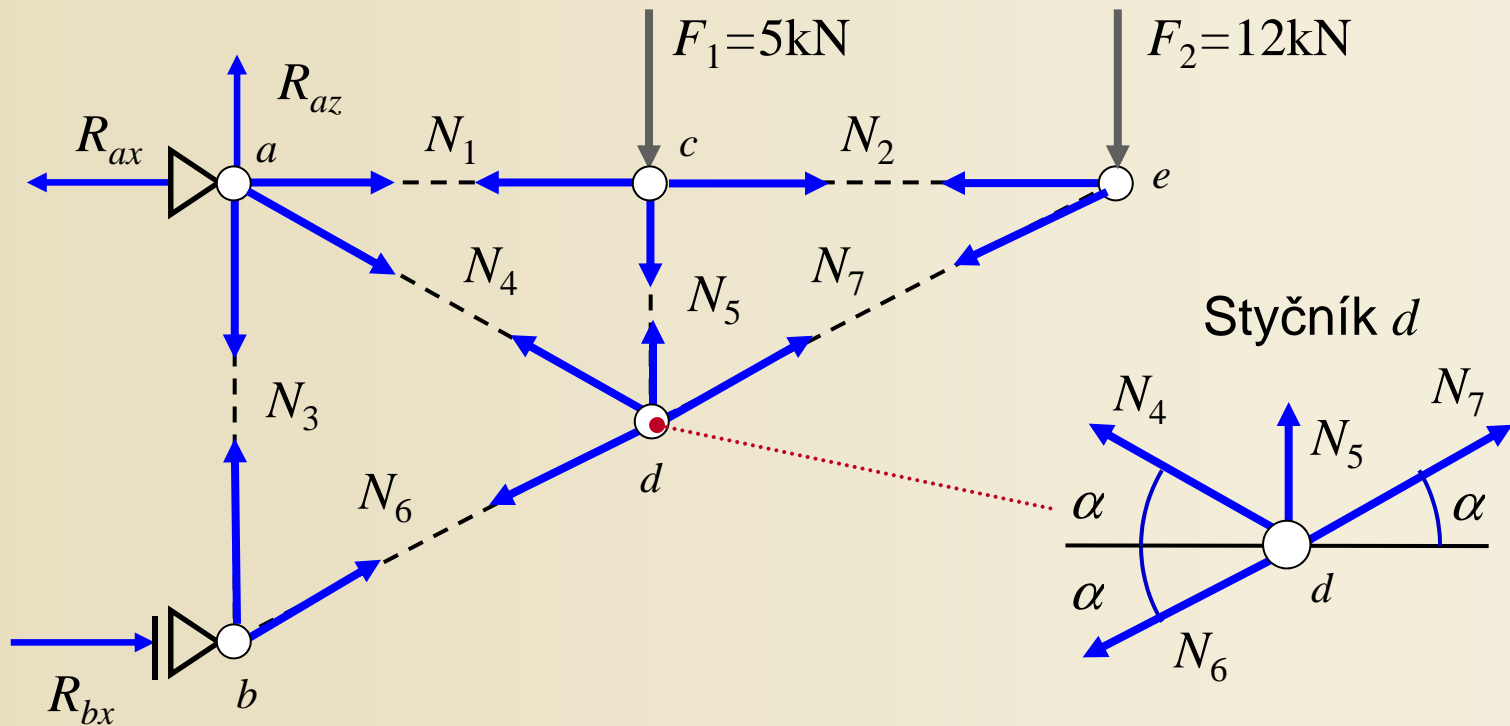
$$2. \quad R_z = 0 \rightarrow +F_2 + N_7 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow$$

$$N_7 = -\frac{F_2}{\sin \alpha} = -26,8328\text{kN}(\text{tlak})$$

Kontrola



# Zjednodušená styčnicková metoda – vnitřní síly



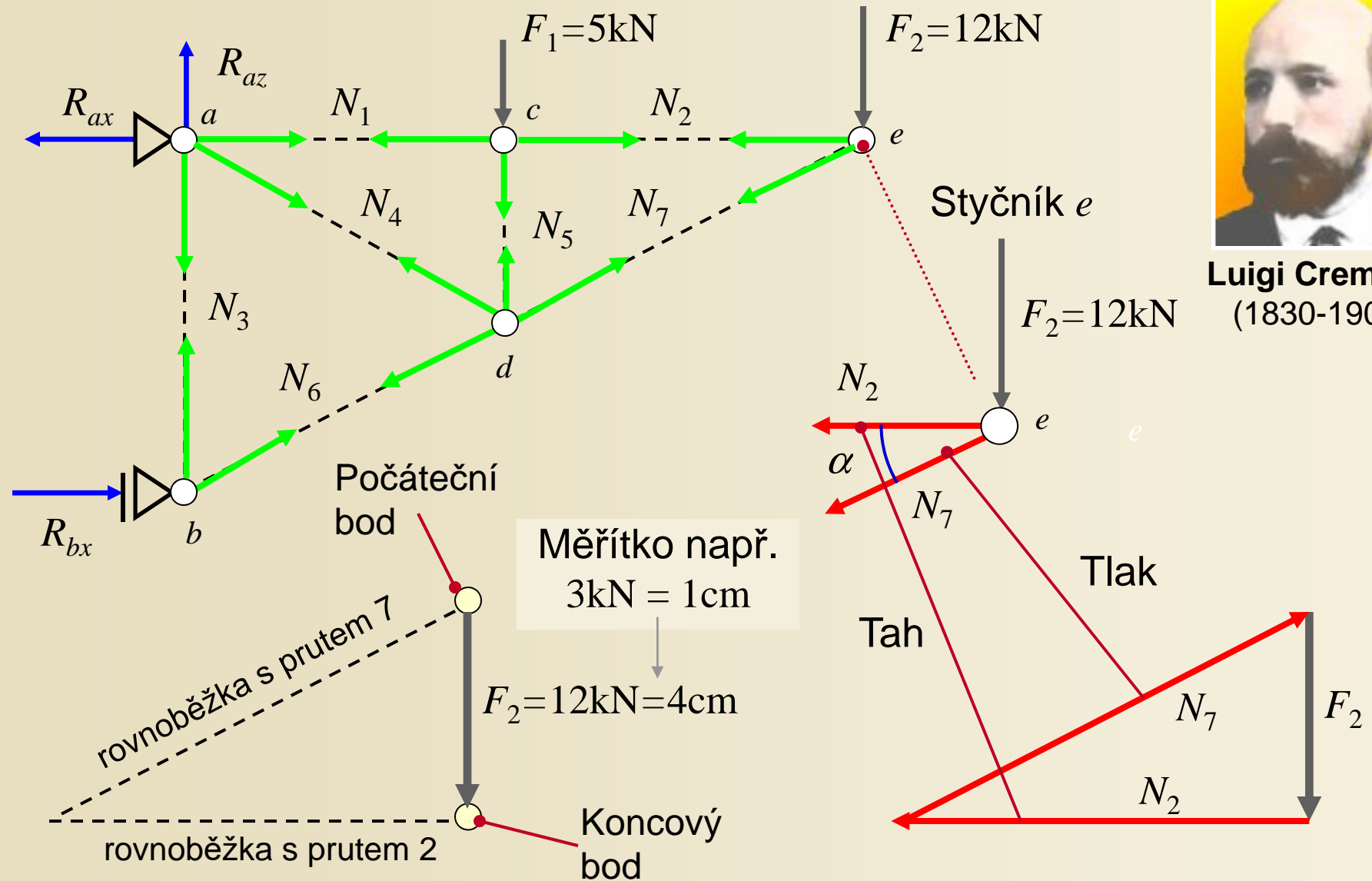
Podmínky rovnováhy ve styčnicku  $d$

1.  $R_x = 0 \rightarrow -N_4 \cdot \cos \alpha - N_6 \cdot \cos \alpha + N_7 \cdot \cos \alpha = 0$       Kontrola
2.  $R_z = 0 \rightarrow -N_4 \cdot \sin \alpha - N_5 + N_6 \cdot \sin \alpha - N_7 \cdot \sin \alpha = 0$       Kontrola

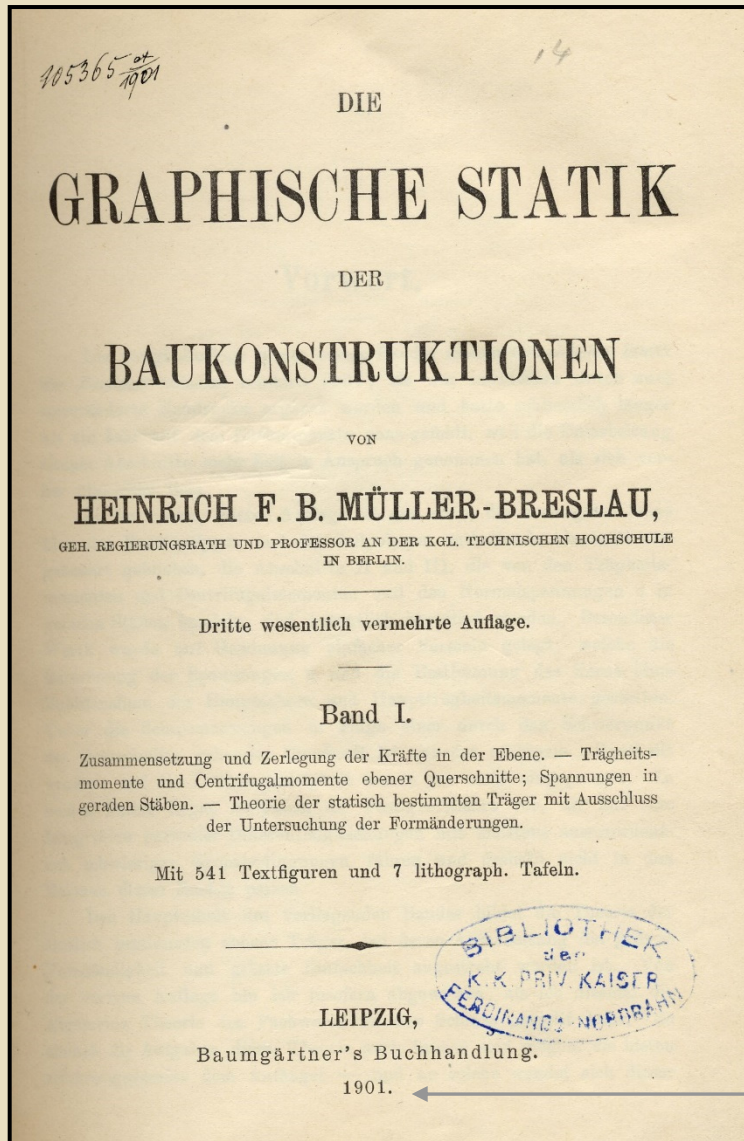
# Grafické řešení – Cremonovy obrazce



**Luigi Cremona**  
(1830-1903)



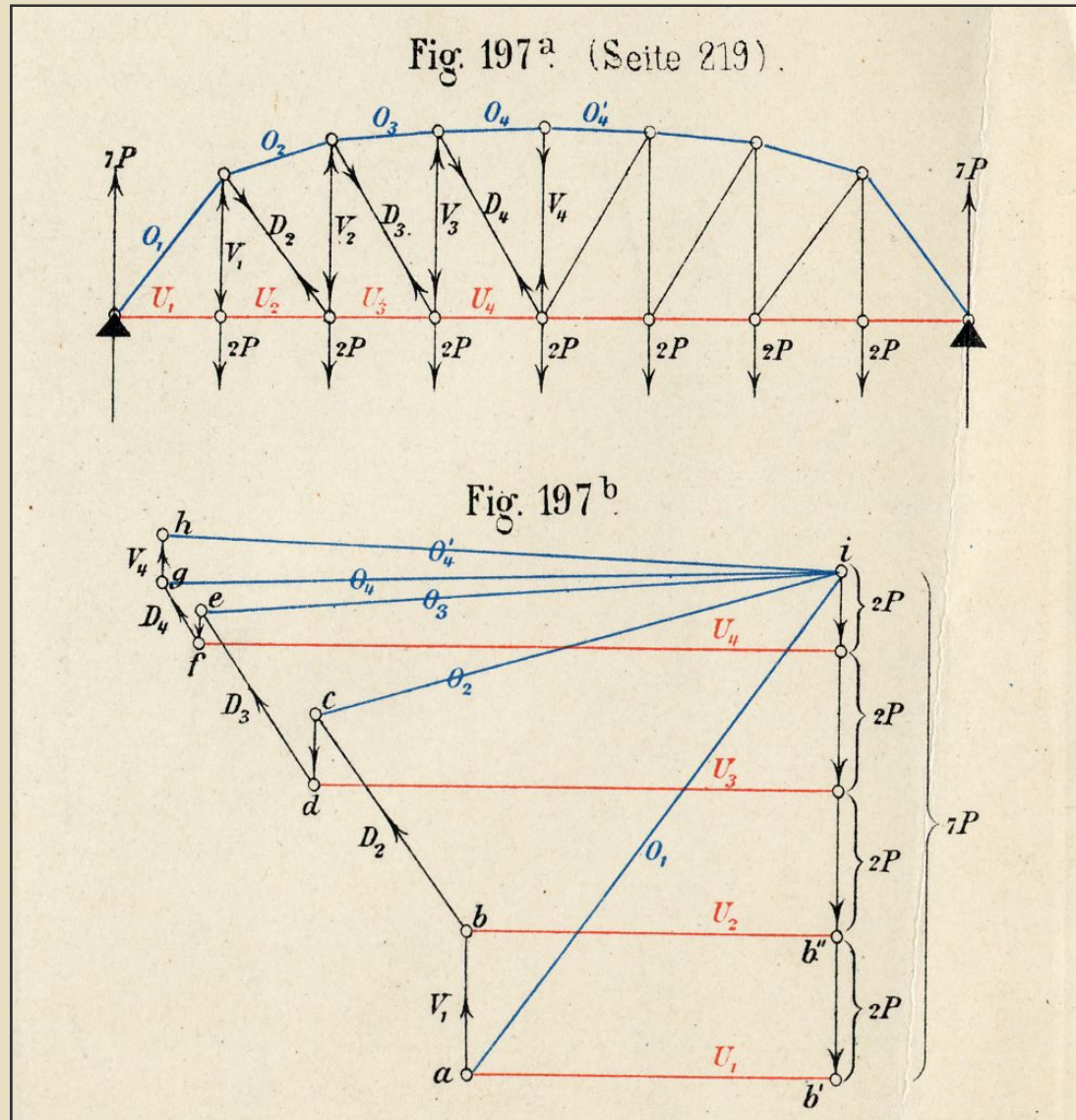
# Ukázky dobových výpočtů grafickým řešením



**Heinrich Müller-Breslau**  
(1851-1925)

**Rok 1901**

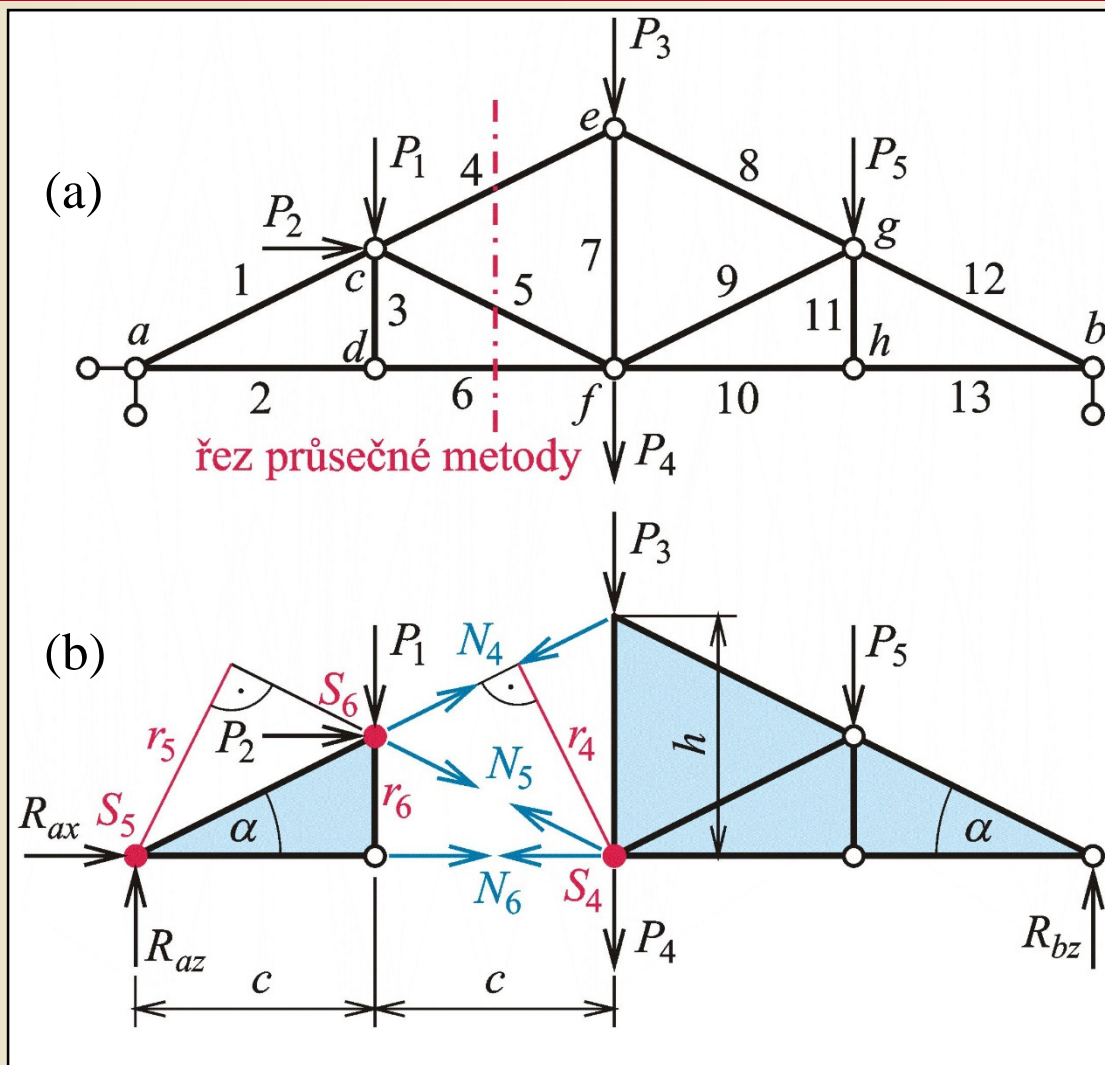
# Ukázky dobových výpočtů grafickým řešením



# Průsečná metoda

## Princip:

Myšleným řezem lze nosník rozdělit na dvě části tak, že se přerouší 3 pruty neprotínající se v témže bodě. Pro každou část lze sestavit 3 podmínky rovnováhy, ve kterých figuruje zatížení, složky reakcí vnějších vazeb a interakce v přerušovaných prutech.

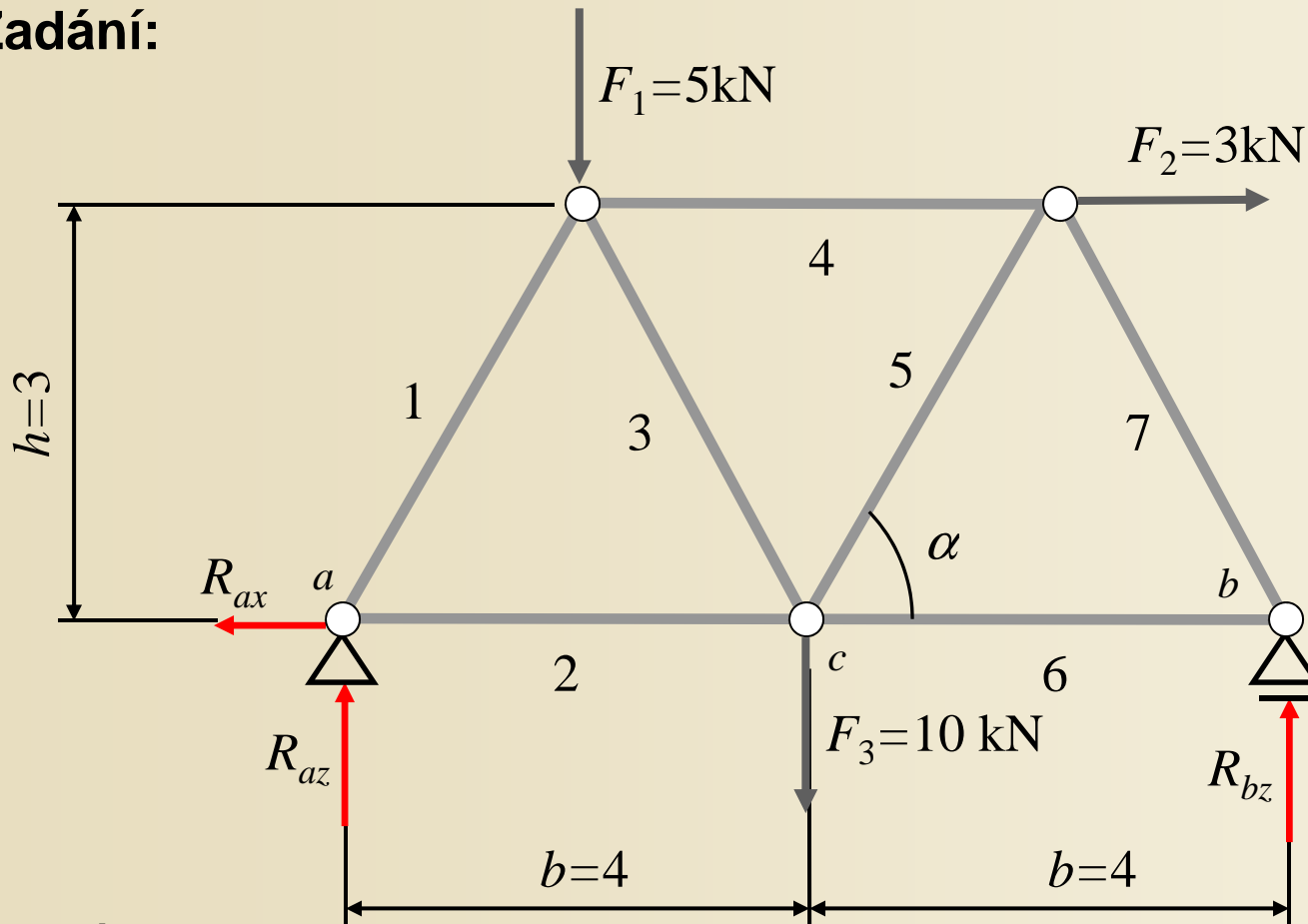


Průsečná metoda

Obr. 10.8. / str. 165

# Průsečná metoda - příklad

Zadání:



Geometrie  
konstrukce

$$l_1 = l_3 = l_5 = l_7 = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{13}$$

$$\cos \alpha = \frac{b/2}{l_5} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{l_5} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

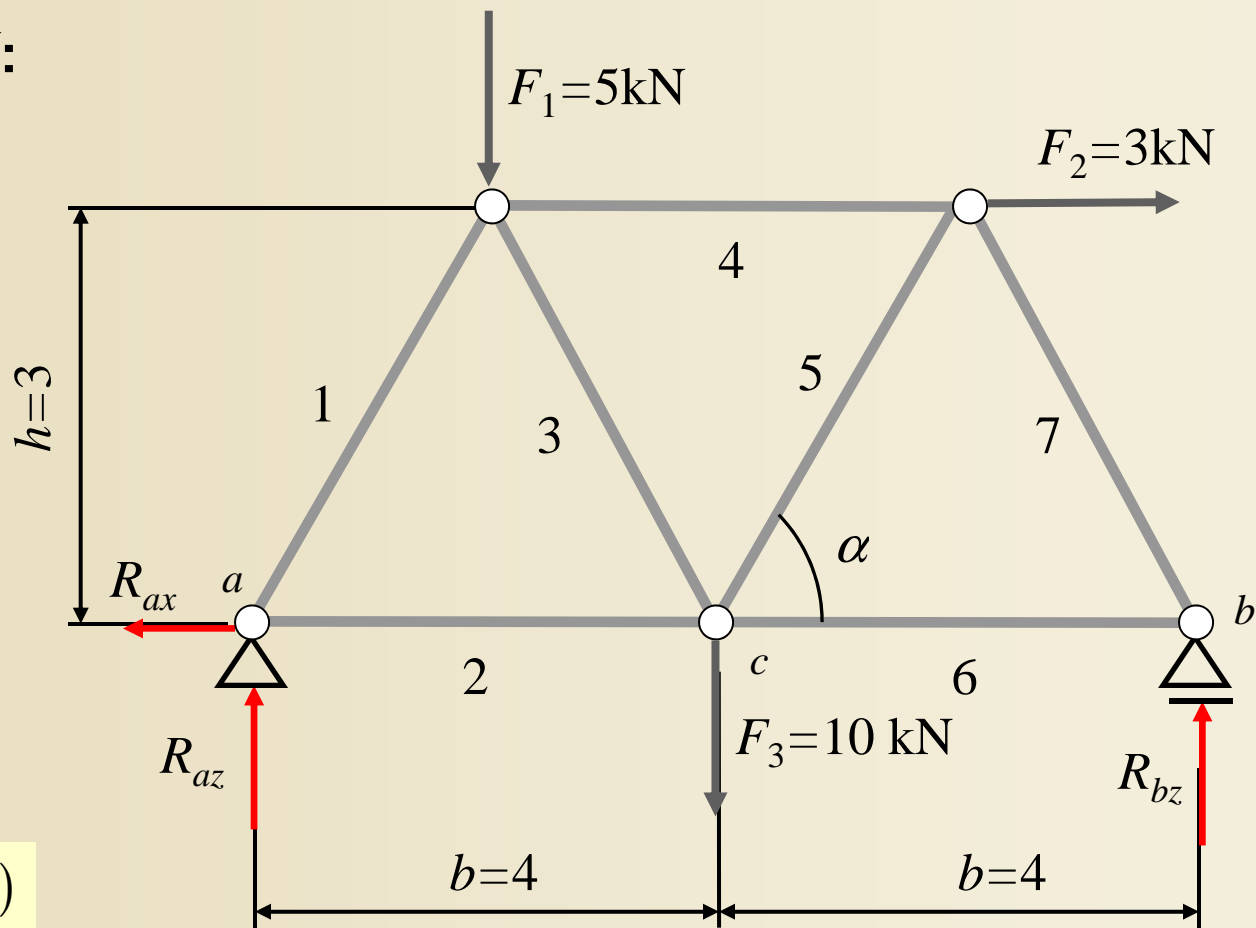
Analýza:

$$2 \cdot s = p + a_1 + 2 \cdot a_2 = 10$$

Statically určité konstrukce

# Průsečná metoda - reakce

Výpočet reakcí:



1.  $R_x = 0$

$R_{ax} = F_2 = 3\text{kN}(\leftarrow)$

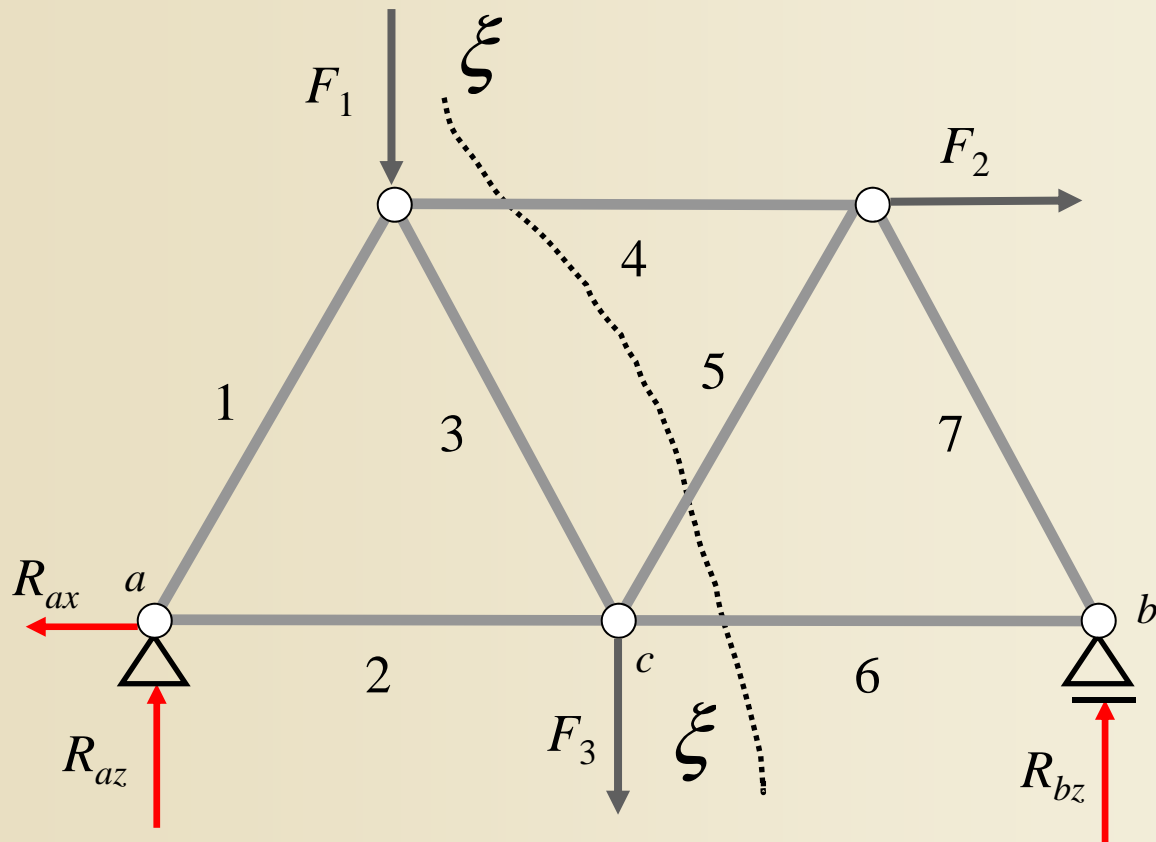
2.  $\sum M_a = 0$   $R_{bz} = \frac{1}{2 \cdot b} \cdot [F_1 \cdot \frac{b}{2} + F_2 \cdot h + F_3 \cdot b] = \frac{59}{8} = 7,375\text{kN}(\uparrow)$

3.  $\sum M_b = 0$   $R_{az} = \frac{1}{2 \cdot b} \cdot [F_1 \cdot \frac{3}{2} \cdot b - F_2 \cdot h + F_3 \cdot b] = \frac{61}{8} = 7,625\text{kN}(\uparrow)$

4.  $R_z = 0$

Kontrola

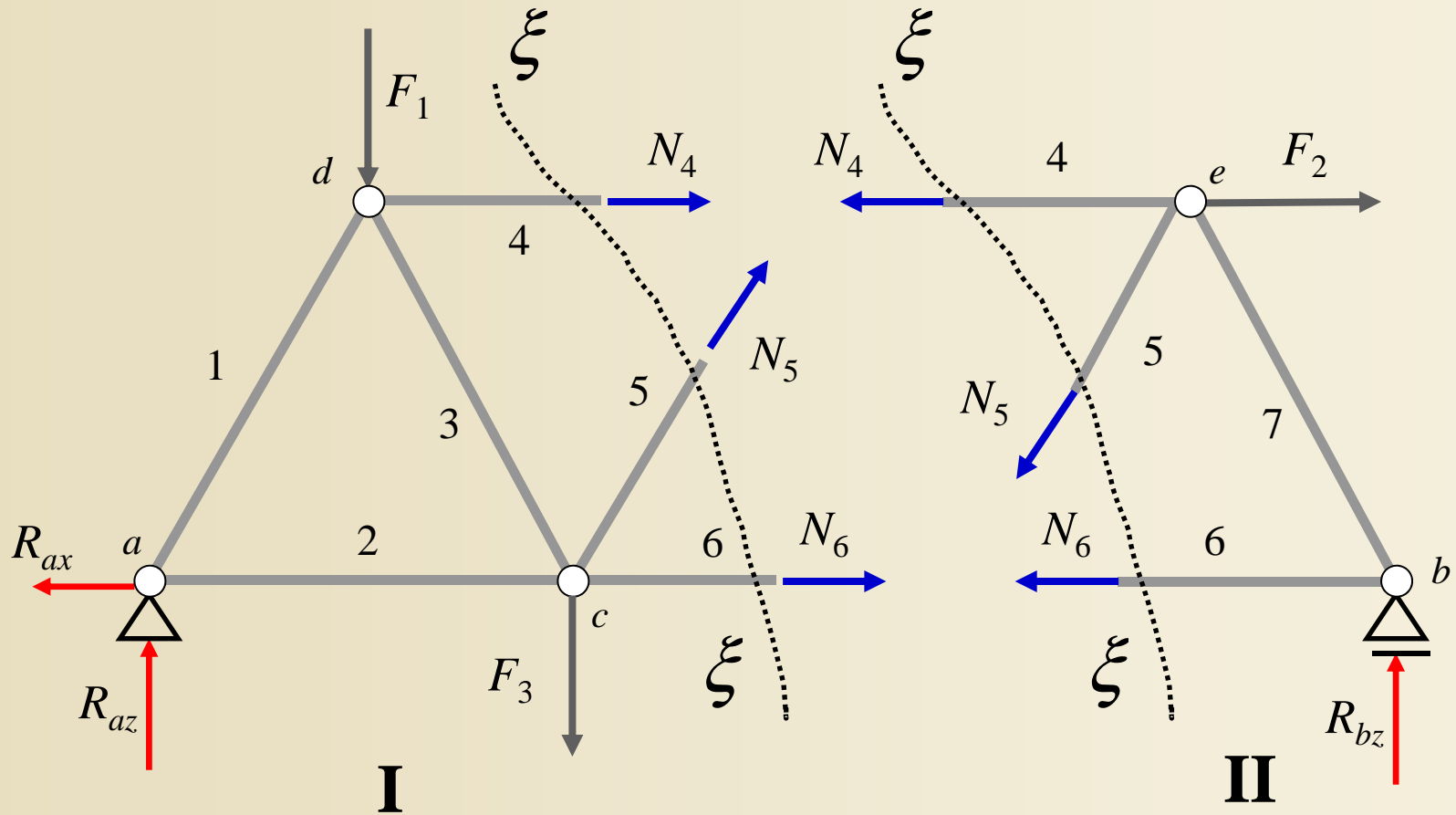
# Průsečná metoda - princip



Prutovou soustavou je veden řez  $\xi - \xi$ , který rozdělí soustavu na dvě části: I a II

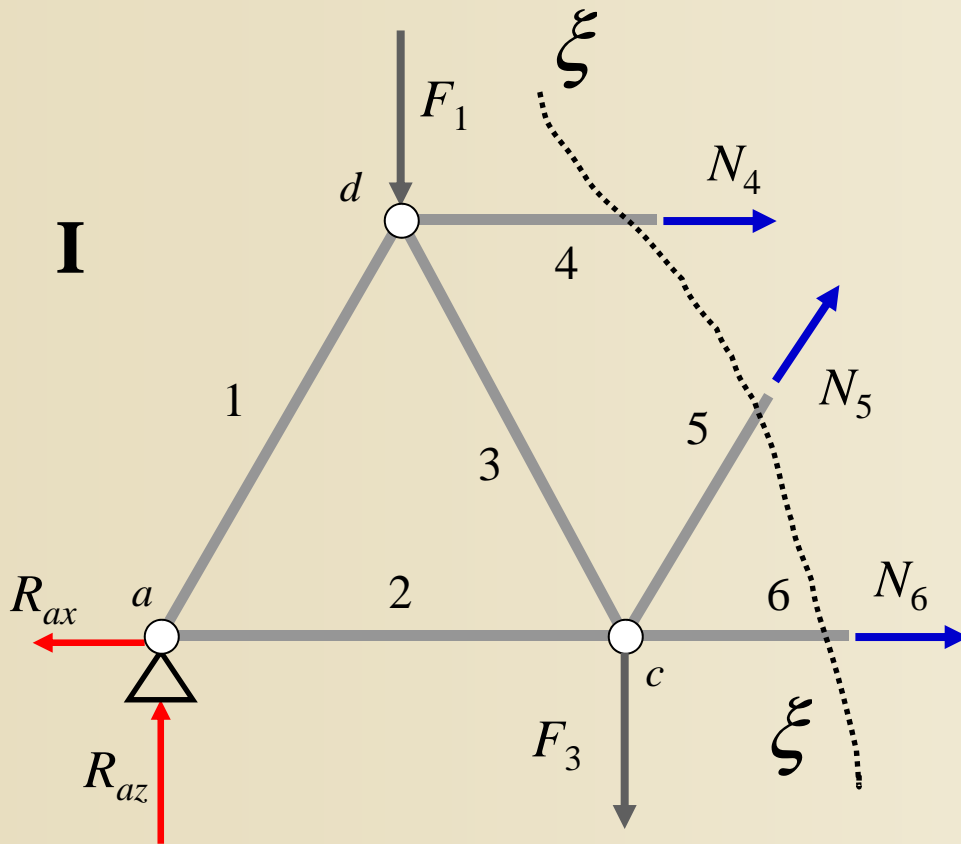


# Průsečná metoda – princip



Obě části: I a II tvoří obecné rovinné rovnovážné soustavy sil, pro které lze napsat tři statické podmínky rovnováhy.

# Průsečná metoda – levá část



Část I

Neznámé  $N_4$ ,  $N_5$  a  $N_6$

1.  $R_x = 0$

$$N_4 + N_5 \cdot \cos \alpha + N_6 - R_{ax} = 0$$

2.  $R_z = 0$

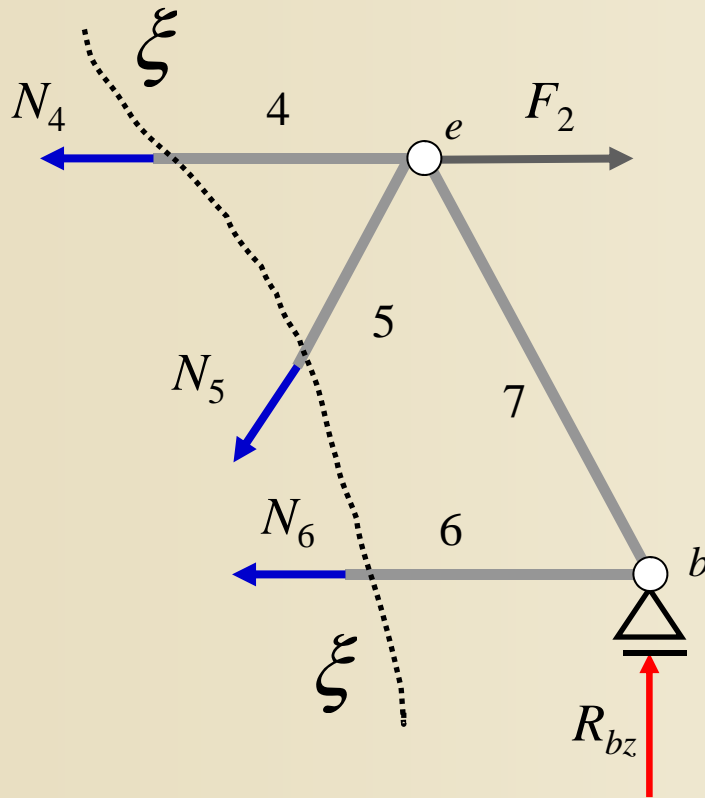
$$-N_5 \cdot \sin \alpha - R_{az} + F_1 + F_3 = 0$$

3.  $\sum M_a = 0$

$$-F_1 \cdot \frac{b}{2} - F_3 \cdot b - N_4 \cdot h + N_5 \cdot \sin \alpha \cdot b = 0$$

# Průsečná metoda – pravá část

II



Část II

Neznámé  $N_4$ ,  $N_5$  a  $N_6$

1.  $R_x = 0$

$$-N_4 - N_5 \cdot \cos \alpha - N_6 + F_2 = 0$$

2.  $R_z = 0$

$$+ N_5 \cdot \sin \alpha - R_{bz} = 0$$

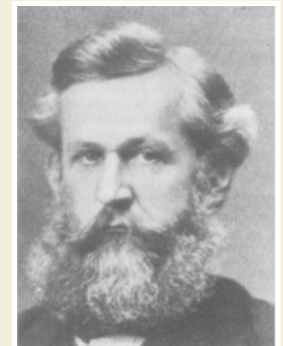
3.  $\sum M_b = 0$

$$- F_2 \cdot h + N_4 \cdot h + N_5 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{b}{2} = 0$$

# Výhody a nevýhody průsečné metody

## Výhody průsečné metody:

- Každou neznámou osovou sílu vnitřního prutu kloubové prutové konstrukce lze určit přímo z jedné rovnice.
- K výpočtu osově síly prutu soustavy není nutno znát osově síly jiných prutů



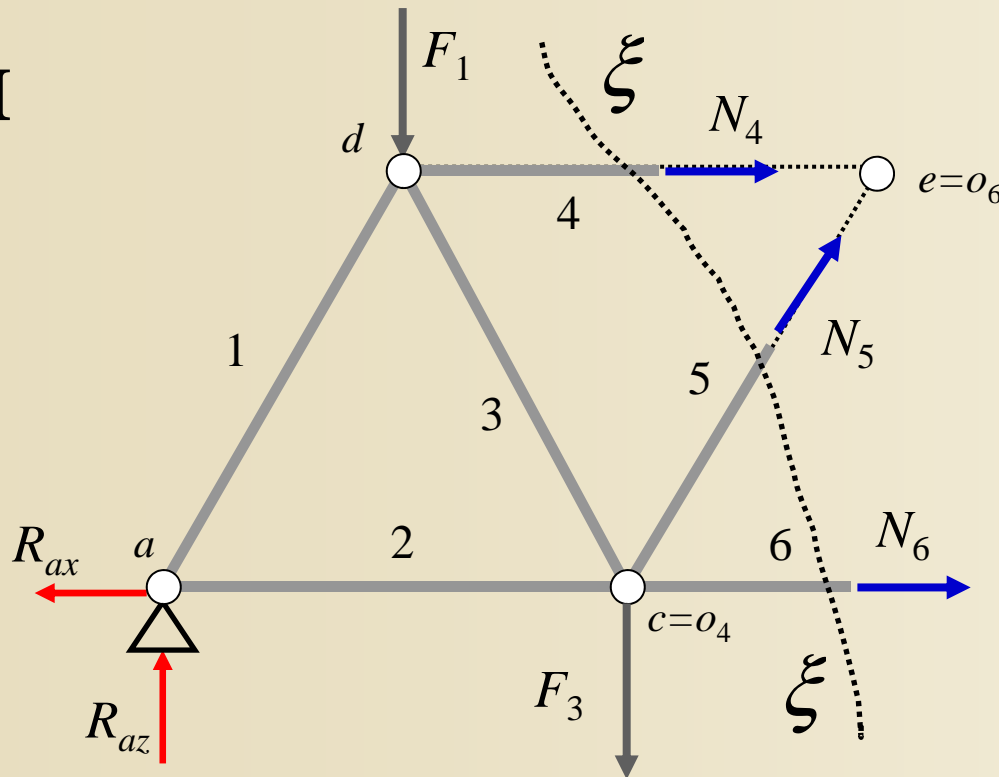
**August Ritter**  
(1826-1908)

## Nevýhody průsečné metody:

- Při obecném geometrickém tvaru a zatížení konstrukce představují 3 podmínky rovnováhy soustavu 3 rovnic o 3 neznámých
- Nevýhodu lze odstranit použitím **Ritterovy úpravy průsečné metody**

# Ritterova úprava průsečné metody – levá část

I



Část I

Neznámé  $N_4$ ,  $N_5$  a  $N_6$

$$1. \sum M_{o_4} = 0 \quad -N_4 \cdot h + F_1 \cdot \frac{b}{2} - R_{az} \cdot b = 0 \quad \rightarrow \quad N_4 = \frac{F_1 \cdot \frac{b}{2} - R_{az} \cdot b}{h} = -\frac{20,5}{3} = -6,8\bar{3}\text{kN}(\text{tlak})$$

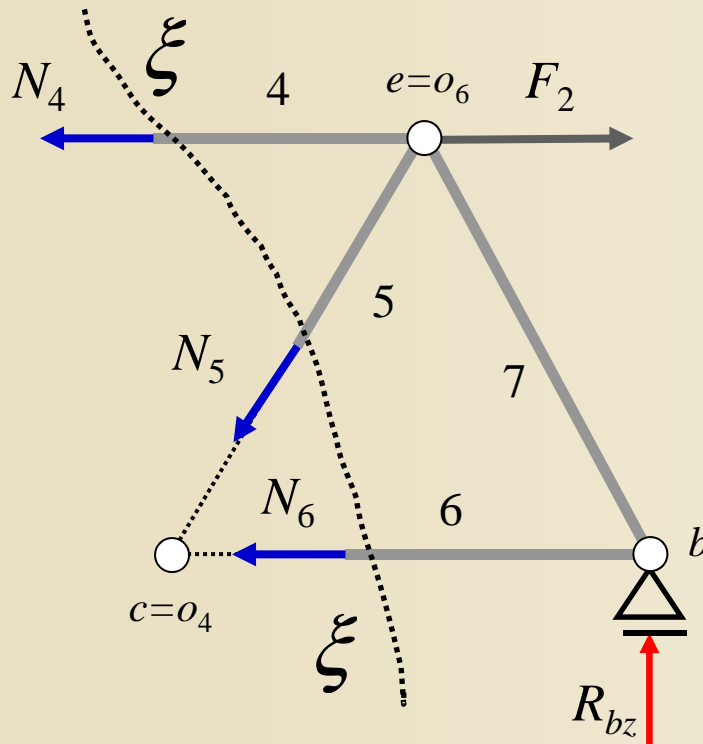
$$2. \sum M_{o_6} = 0 \quad N_6 \cdot h + F_1 \cdot b + F_3 \cdot \frac{b}{2} - R_{az} \cdot \frac{3}{2} \cdot b - R_{ax} \cdot h = 0 \quad \rightarrow \quad N_6 = \frac{14,75}{3} = 4,91\bar{6}\text{kN}(\text{tah})$$

$$3. R_z = 0 \quad -R_{az} + F_1 + F_3 - N_5 \cdot \sin \alpha = 0 \quad \rightarrow \quad N_5 = \frac{7,375}{\frac{3\sqrt{13}}{13}} = 8,8636\text{kN}(\text{tah})$$

$o_5$  leží v  $\infty$

# Ritterova úprava průsečné metody – pravá část

II



Část II

Neznámé  $N_4$ ,  $N_5$  a  $N_6$

1.  $\sum M_{o_4} = 0$

$$N_4 \cdot h - F_2 \cdot h + R_{bz} \cdot b = 0 \rightarrow N_4 = \frac{F_2 \cdot h - R_{bz} \cdot b}{h} = -\frac{20,5}{3} = -6,8\bar{3} \text{ kN (tlak)}$$

2.  $\sum M_{o_6} = 0$

$$-N_6 \cdot h + R_{bz} \cdot \frac{b}{2} = 0 \rightarrow N_6 = \frac{R_{bz} \cdot \frac{b}{2}}{h} = \frac{14,75}{3} = 4,91\bar{6} \text{ kN (tah)}$$

3.  $R_z = 0$

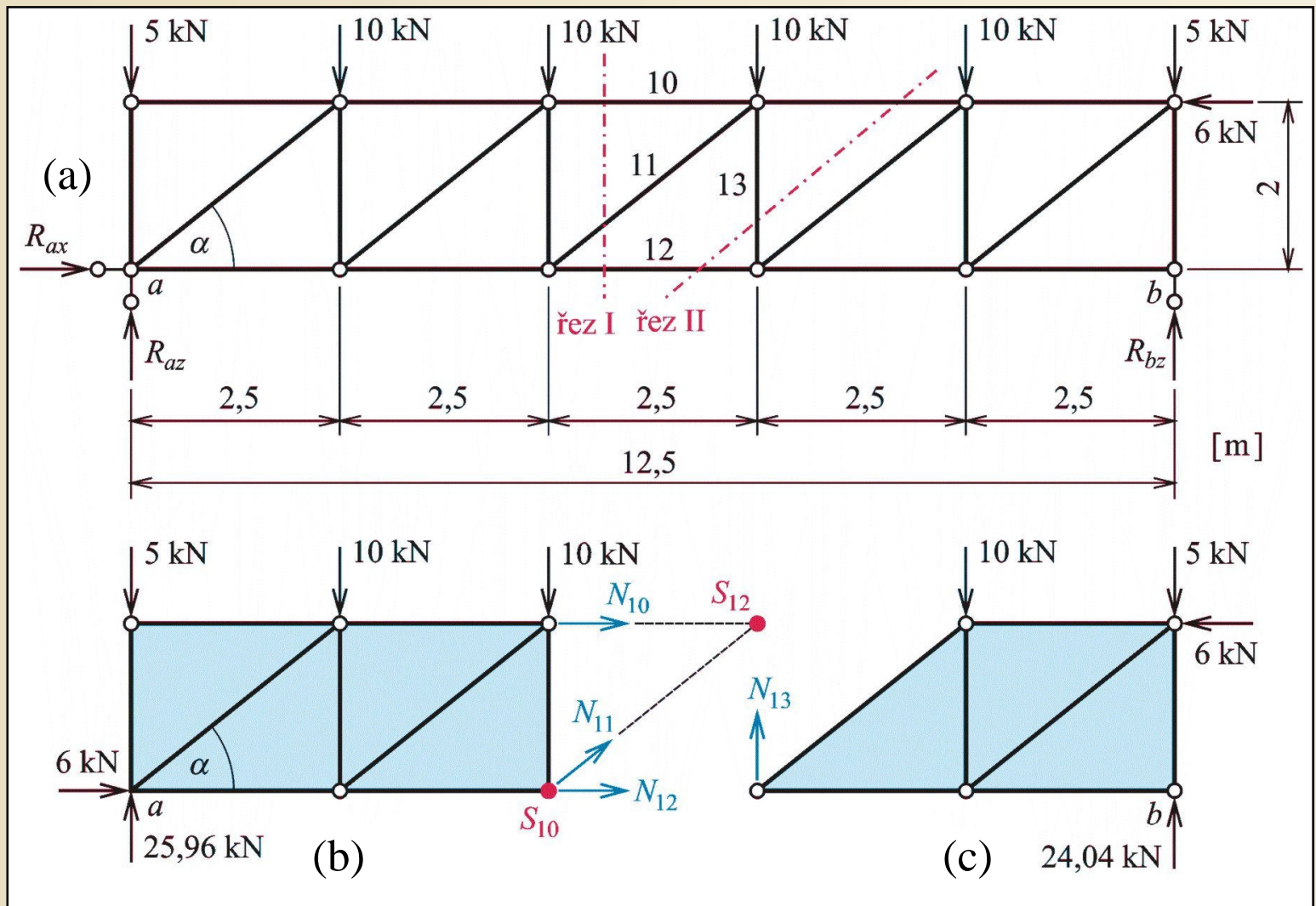
$$-R_{bz} + N_5 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow N_5 = \frac{R_{bz}}{\sin \alpha} = \frac{7,375}{\frac{3\sqrt{13}}{13}} = 8,8636 \text{ kN (tah)}$$

$o_5$  leží v  $\infty$

# Příklad 7.3

## Zadání:

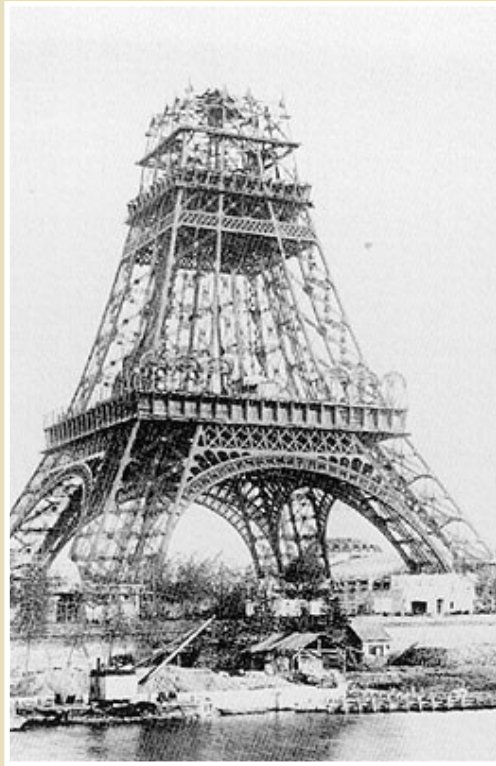
Průsečnou metodou v úpravě Ritterově určit osové síly v prutech 10, 11, 12 a 13.



Zadání a řešení příkladu 7.3

Obr. 10.9. / str. 166

# Eiffelova věž, Paříž



324 m vysoká ocelová věž z roku 1889, hloubka základů  
14 m, 9 547 t oceli, 2,5 mil. nýtů, půdorys 1,6 ha,  
1 792 schodů, 8 výtahů,  
projekt a stavba inženýr Gustav Eiffel (1832-1923)

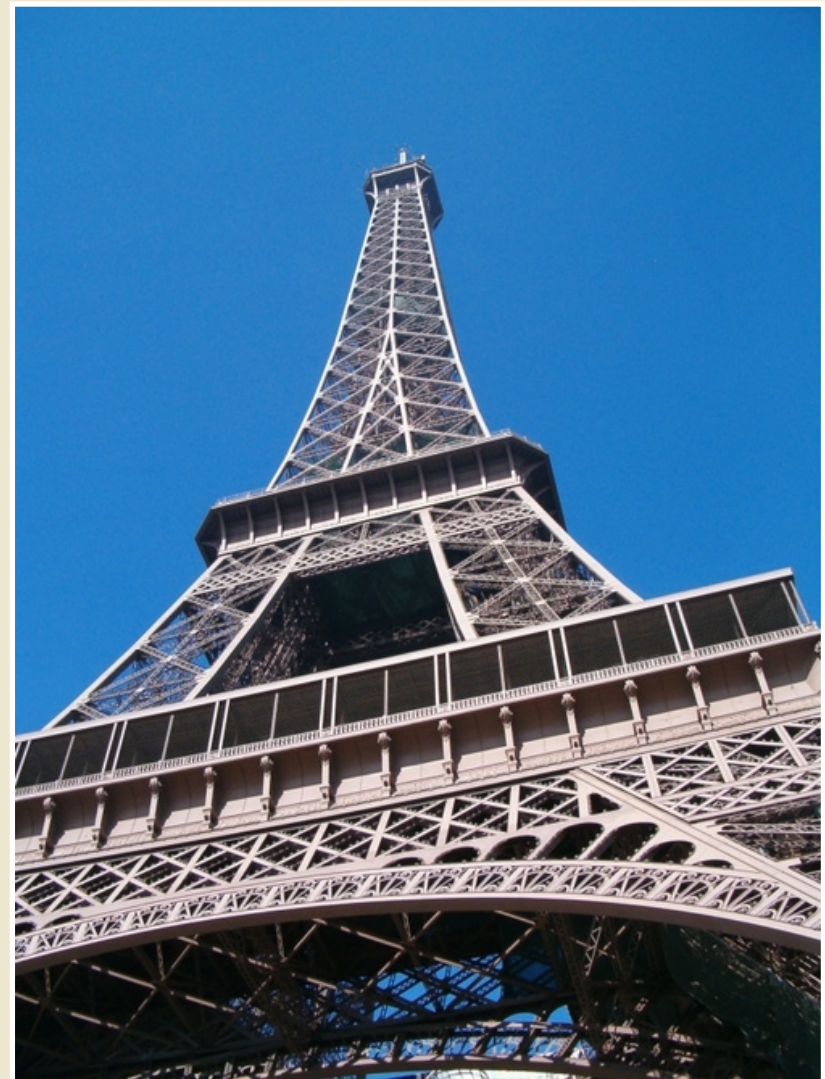


# Eiffelova věž, Paříž



Ocelová výšková konstrukce z roku 1889, výška 324 m, projekt a stavba inženýr Gustav Eiffel

# Eiffelova věž, Paříž



Ocelová výšková konstrukce z roku 1889, výška 324 m, projekt a stavba inženýr Gustav Eiffel

# Eiffelova věž, Paříž



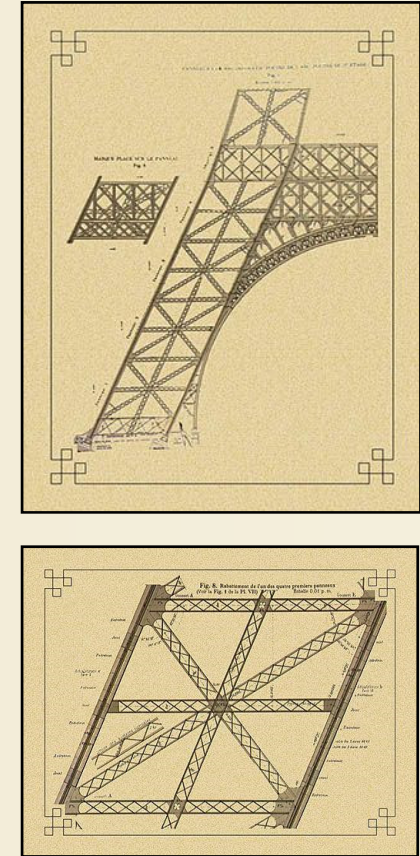
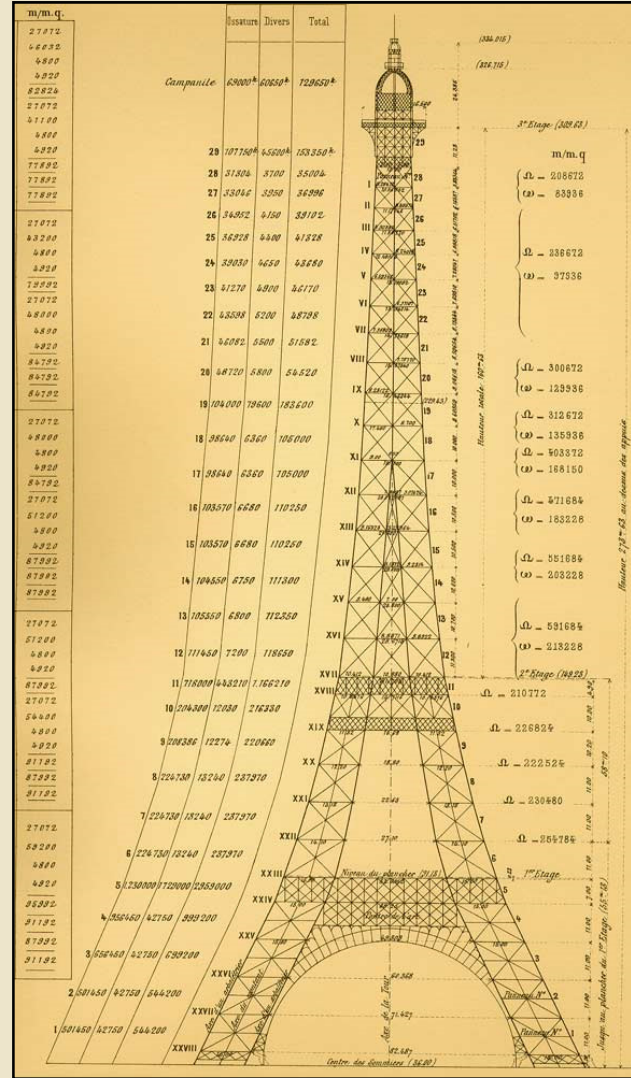
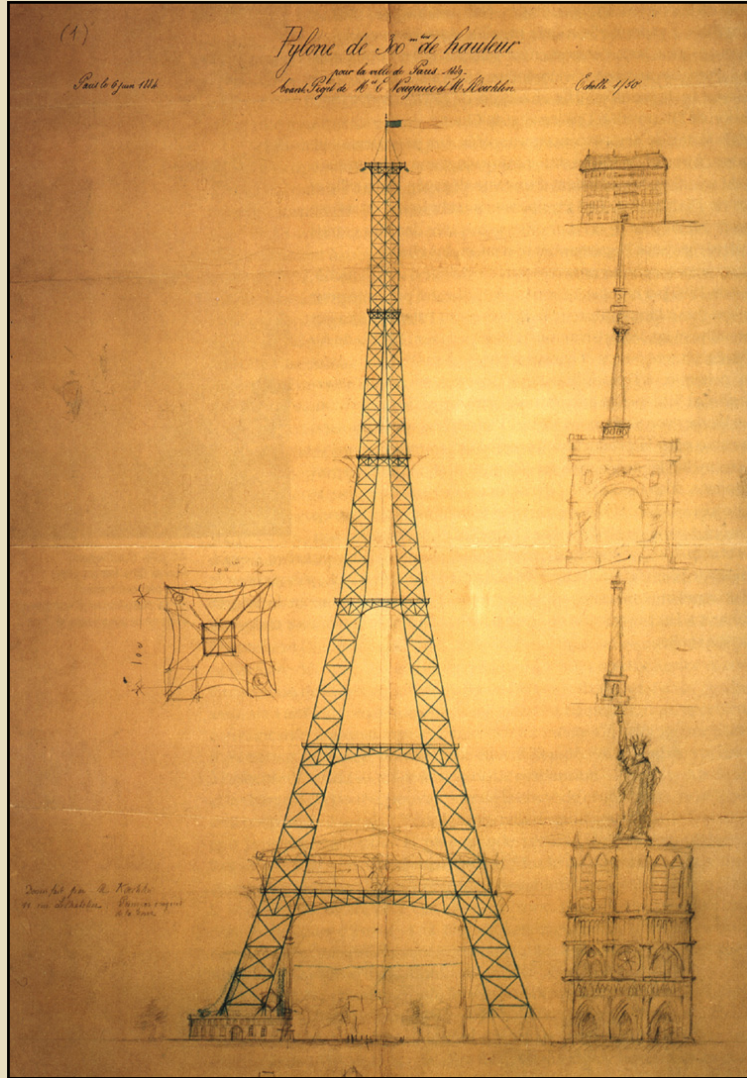
Ocelová výšková konstrukce z roku 1889, výška 324 m, projekt a stavba inženýr Gustav Eiffel

# Eiffelova věž, Paříž



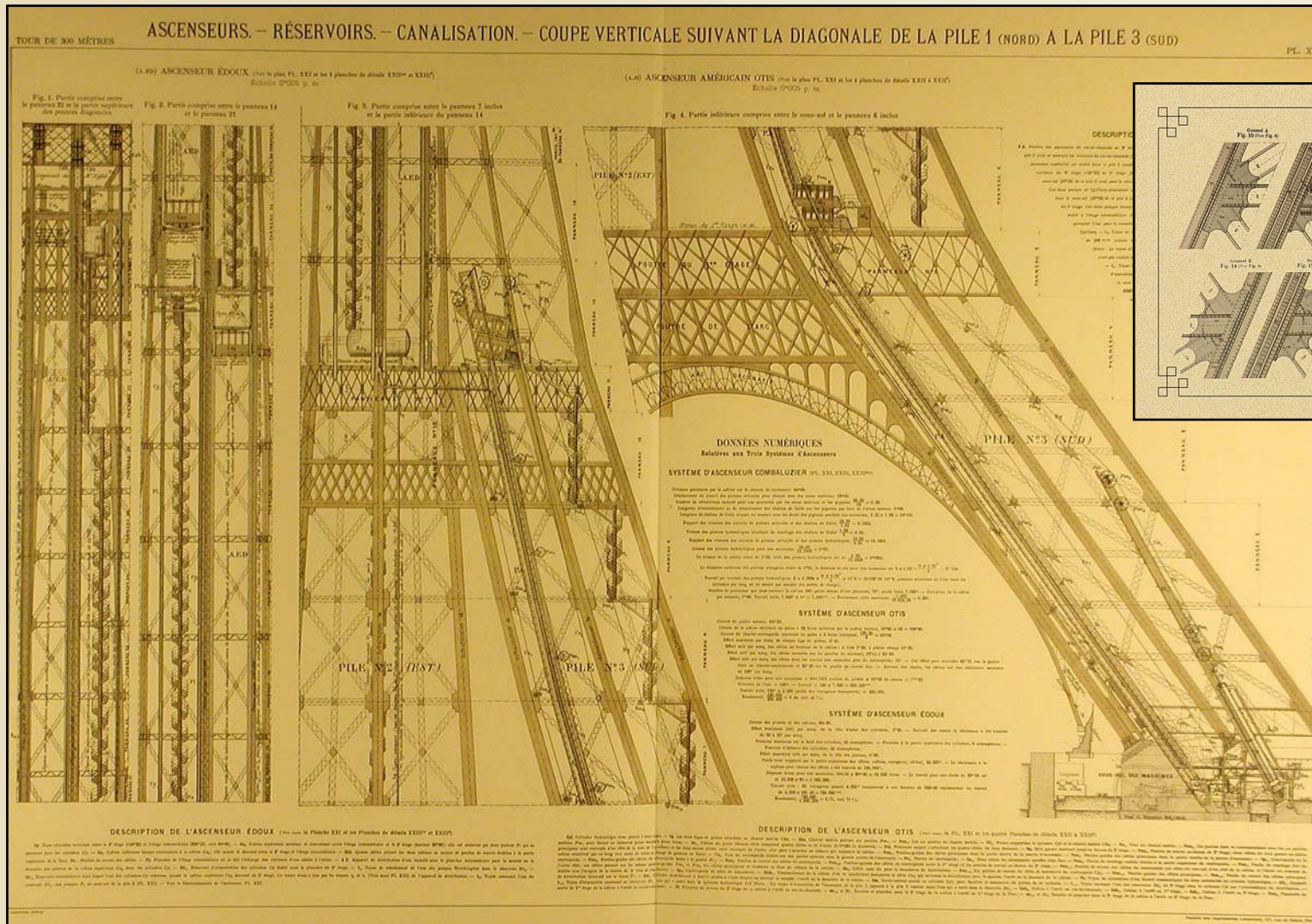
Ocelová výšková konstrukce z roku 1889, výška 324 m, projekt a stavba inženýr Gustav Eiffel

# Eifelova věž, Paříž



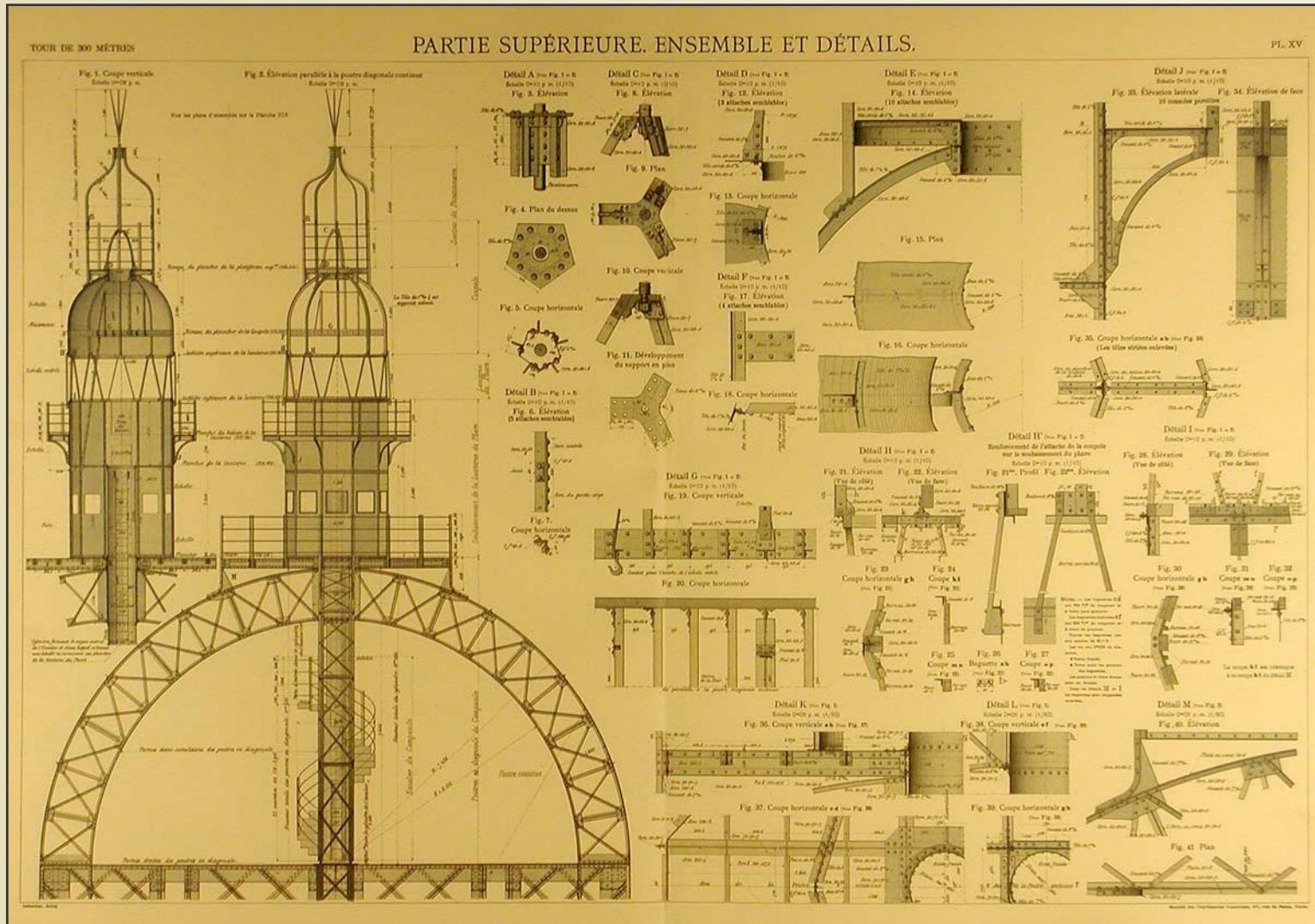
Původní projektová dokumentace Gustava Eiffela

# Eiffelova věž, Paříž



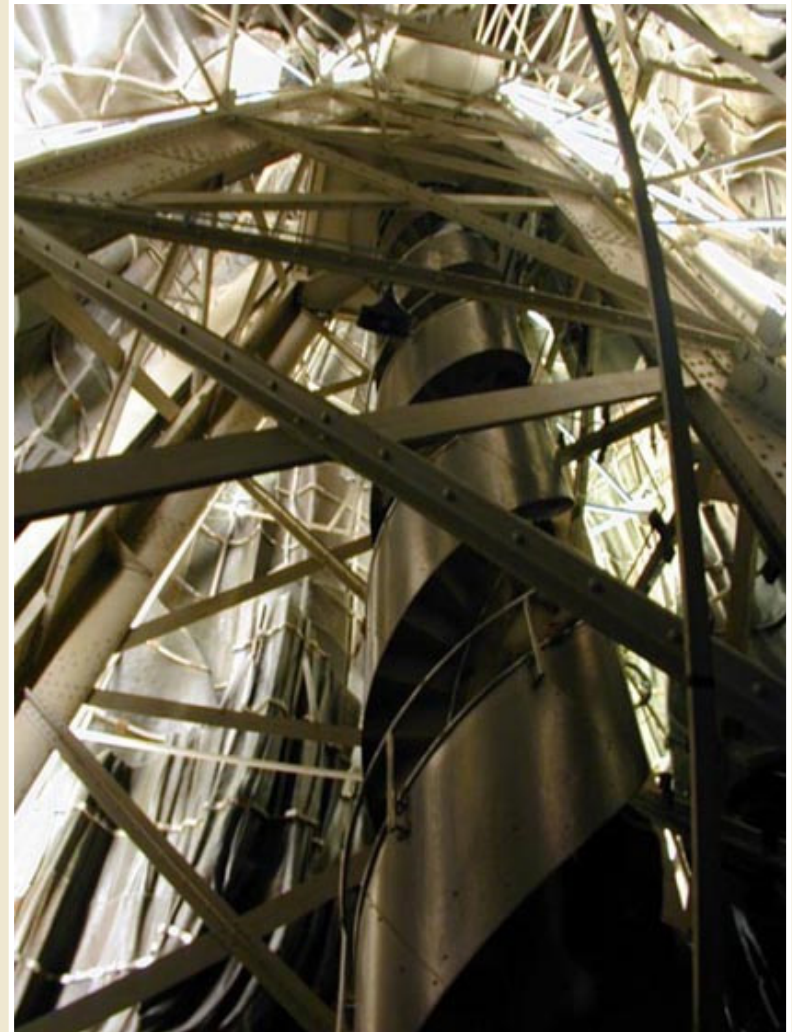
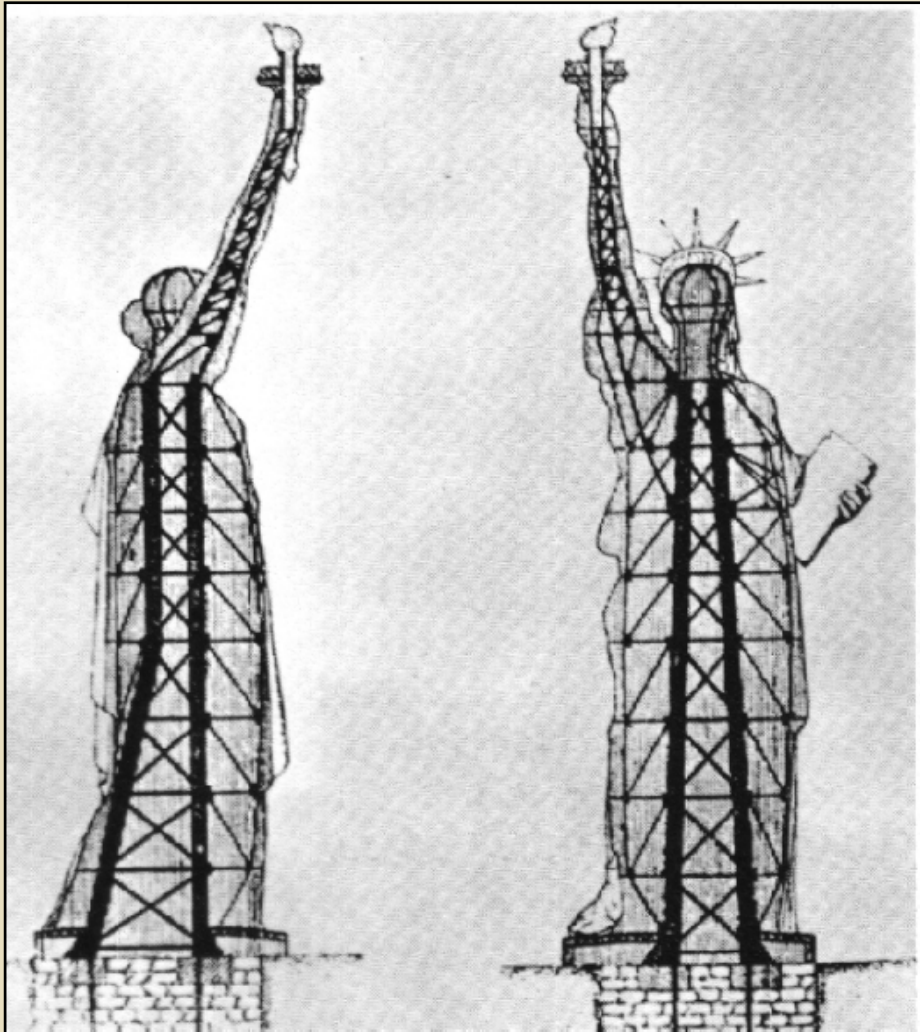
Původní projektová dokumentace Gustava Eiffela

# Eiffelova věž, Paříž



Původní projektová dokumentace Gustava Eiffela

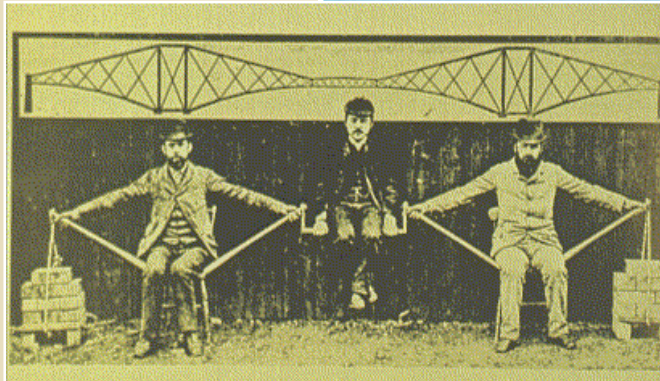
# Socha svobody, New York



Ocelová nosná konstrukce sochy z roku 1886, výška sochy 46 m, vrchol pochodně 93 m nad zemí, hmotnost 205 t, povrch tvoří jen 2,4 mm silná měděná vrstva

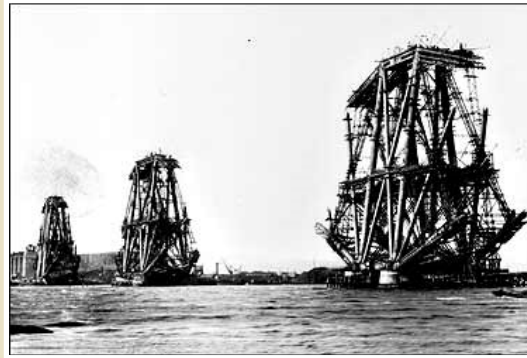


# Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.  
Patent německého inženýra H.Gerbera (průkopník výstavby ocelových mostů druhé poloviny  
19. století), projekt a stavba inženýři John Fowler a Benjamin Baker

# Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.

# Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.

# Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.

# Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.

# Firth of Forth, Edinburgh, Skotsko



2 466 m dlouhý most z roku 1890, rozpětí nejdelšího pole 521 m.

# Museum Guggenheim, Bilbao, Španělsko



Futurologická ocelová konstrukce z roku 1997, titanové opláštění, výška 50 m, 32 000 m<sup>2</sup> plochy, architekt Frank Gehry

# Museum Guggenheim, Bilbao, Španělsko



Futurologická ocelová konstrukce z roku 1997, titanové opláštění, výška 50 m, 32 000 m<sup>2</sup> plochy, architekt Frank Gehry



# Museum Guggenheim, Bilbao, Španělsko



Futurologická ocelová konstrukce z roku 1997, titanové opláštění, výška 50 m,  
32 000 m<sup>2</sup> plochy, architekt Frank Gehry

# Museum Guggenheim, Bilbao, Španělsko



Futurologická ocelová konstrukce z roku 1997, titanové opláštění, výška 50 m, 32 000 m<sup>2</sup> plochy, architekt Frank Gehry

# Museum Guggenheim, Bilbao, Španělsko



Futurologická ocelová konstrukce z roku 1997, titanové opláštění, výška 50 m, 32 000 m<sup>2</sup> plochy, architekt Frank Gehry

# Budapešť, Maďarsko



Ocelový příhradový most

# Dálničně-železniční most přes Dunaj v Bratislavě



Ocelový příhradový most rozpětí 460,8 m, 4 pole, modul příhrady 12,8 m.

# Dálničně-železniční most přes Dunaj v Bratislavě



Ocelový příhradový most rozpětí 460,8 m, 4 pole, modul příhrady 12,8 m.

# Brněnské výstaviště



Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště

# Brněnské výstaviště



Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště



# Brněnské výstaviště

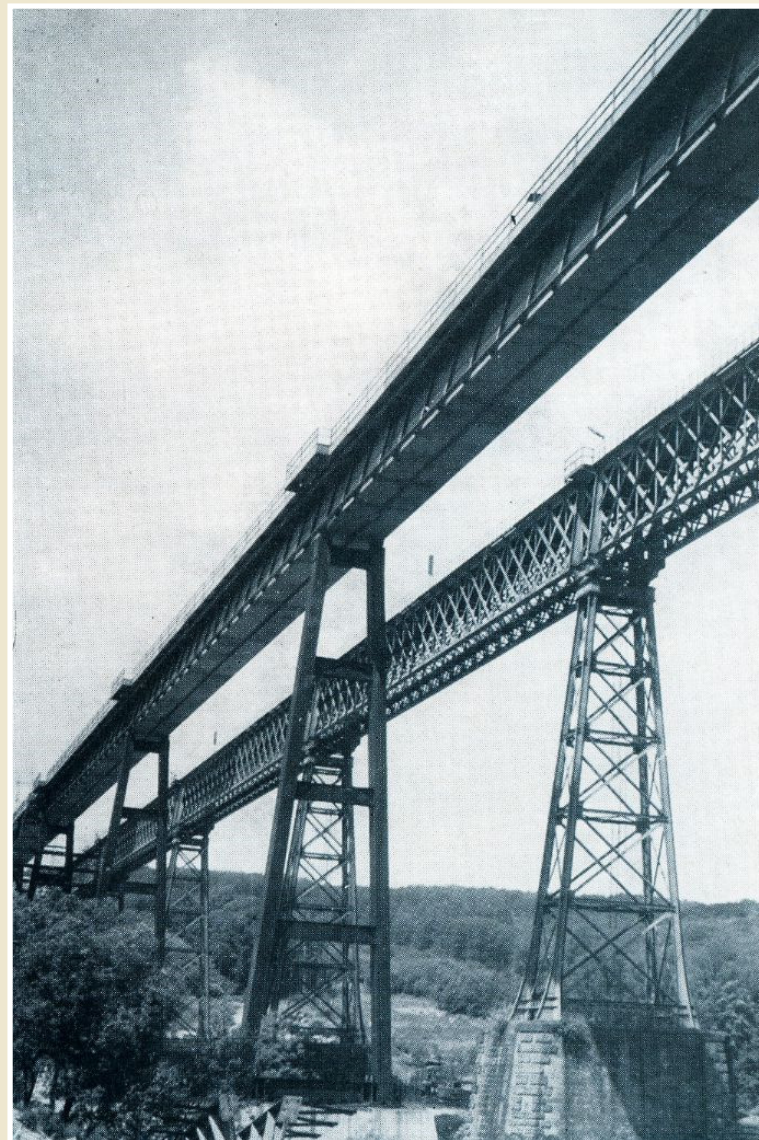


Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště

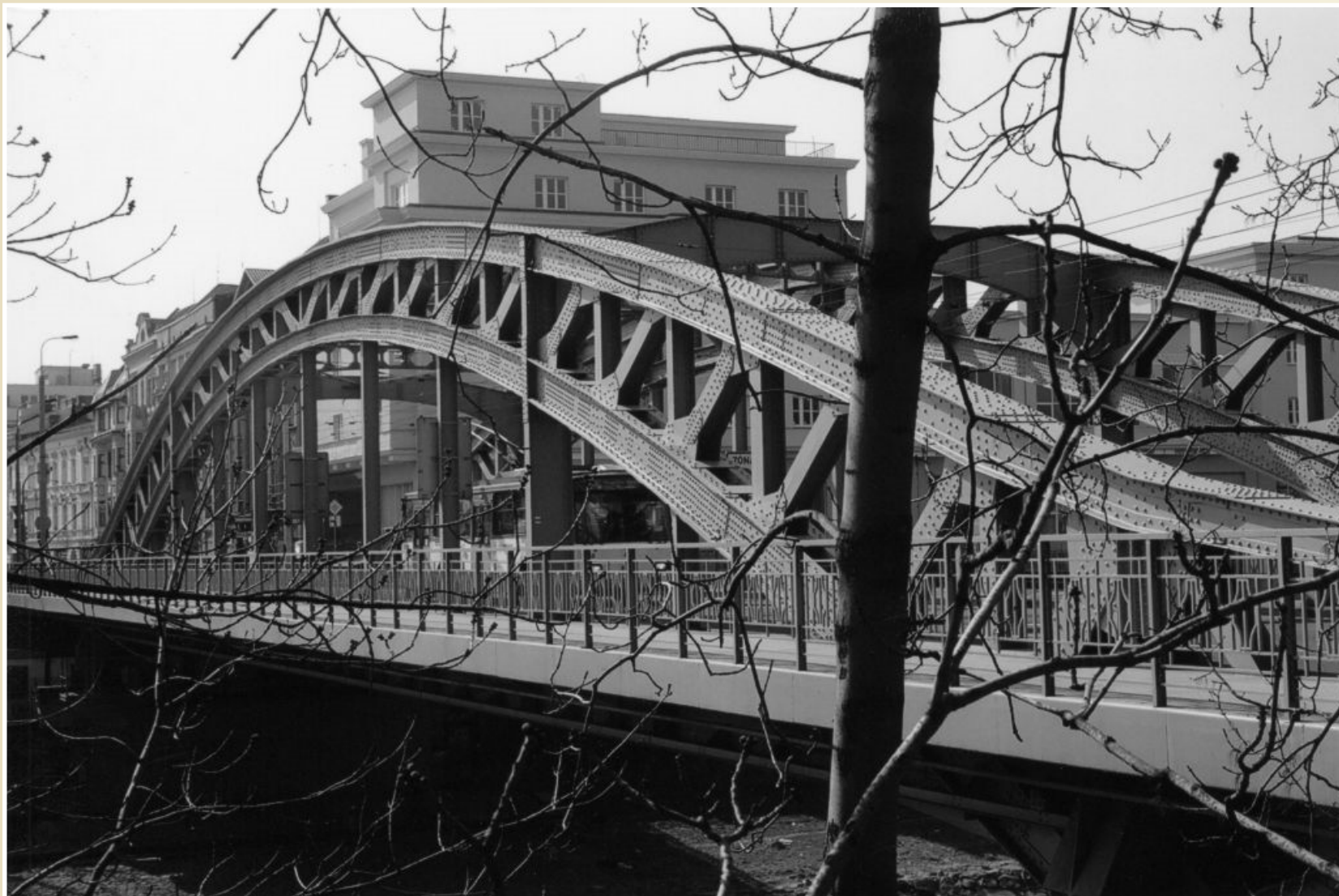
# Ivančický viadukt



Ocelové mosty z roku 1887 a 1976



# Most Miloše Sýkory, Ostrava



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzepětí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.

# Most Miloše Sýkory, Ostrava



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzepětí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.

# Most Miloše Sýkory, Ostrava



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzepětí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.

# Most Miloše Sýkory, Ostrava



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzepětí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.

# Most Ostrava - Petřkovice



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 50 m, vyrobeno 1929.

# Most Ostrava - Petřkovice



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 50 m, vyrobeno 1929.



# Most Ostrava - Petřkovice



Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 50 m, vyrobeno 1929.

# Železniční most, Polanecká spojka



Most přes řeku Odru z roku 1964, Polanecká spojka, Ostrava – Zábřeh

# Železniční most, Polanecká spojka



Most přes řeku Odru z roku 1964, Polanecká spojka, Ostrava – Zábřeh

# Železniční most, Polanecká spojka



Most přes řeku Odru z r.1964,  
Polanecká spojka, Ostrava – Zábřeh

# Železniční most, Polanecká spojka



Most přes železniční trať v Polance z roku 1964

# Železniční most, Polanecká spojka



Most přes železniční trať v Polance z roku 1964

# Železniční most, Polanecká spojka



Most přes železniční trať v Polance z roku 1964

# Železniční most, Polanecká spojka



Most přes železniční trať v Polance z roku 1964



# Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



# Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



# Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



# Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



# Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



# Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



# Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



# Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves





# Lávka pro pěší, Černá louka, Ostrava



Příhradová lávka přes řeku Ostravici

# Lávka pro pěší, Černá louka, Ostrava



Příhradová lávka přes řeku Ostravici

# Silniční most, Ostrava - Hrabová



Příhradový most přes řeku Ostravici

# Silniční most, Ostrava - Hrabová



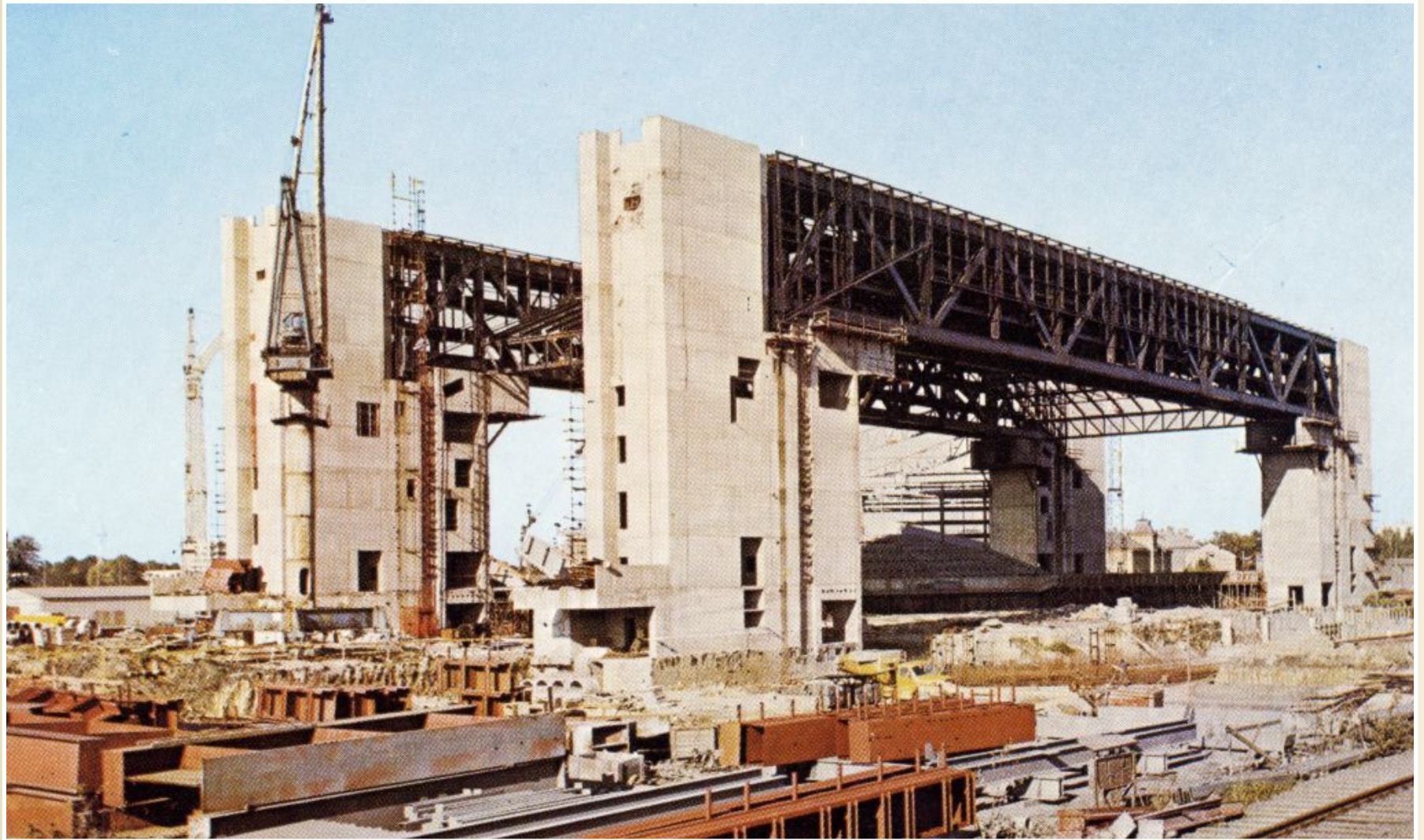
Příhradový most přes řeku Ostravici

# Silniční most, Ostrava - Hrabová



Příhradový most přes řeku Ostravici

# Ostravar Aréna, Ostrava - Vítkovice



Ocelová konstrukce z roku 1980, půdorys 125x109 m, výška 31 m

# Ostravar Aréna, Ostrava - Vítkovice



Ocelová konstrukce z roku 1980, půdorys 125x109 m, výška 31 m

# Aula, VŠB-TU, Ostrava



Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu



# Aula, VŠB-TU, Ostrava



Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu

# Aula, VŠB-TU, Ostrava



Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu

# Aula, VŠB-TU, Ostrava



Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu

# Aula, VŠB-TU, Ostrava



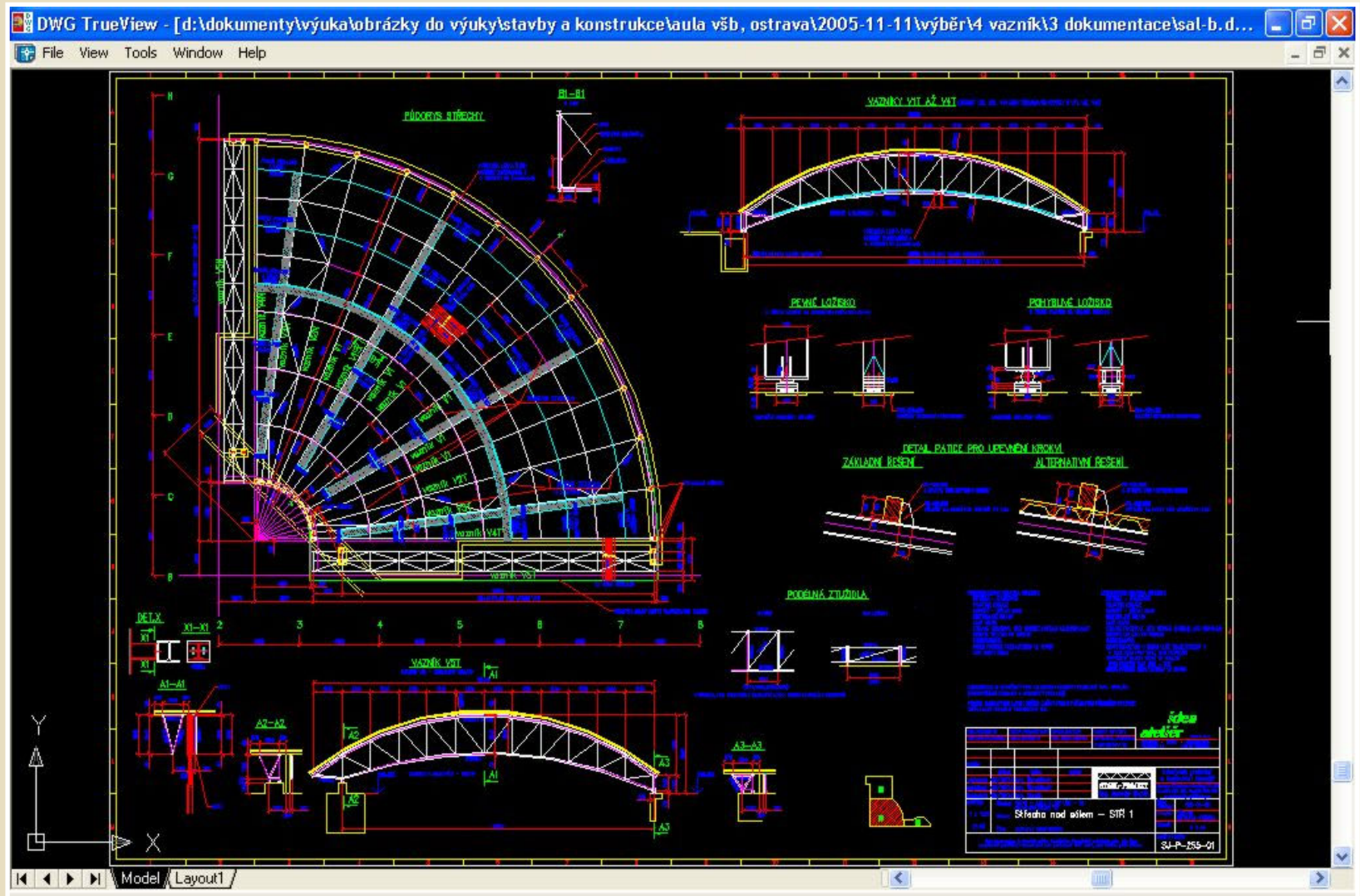
Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu

# Aula, VŠB-TU, Ostrava



Příhradová konstrukce zastřešení přednáškového sálu

# Aula, VŠB-TU, Ostrava



# Aula, VŠB-TU, Ostrava



Ocelový příhradový vazník



Dřevěný příhradový vazník konstrukce střechy





Dřevěný příhradový vazník konstrukce střechy



Soustava dřevěných příhradových vazníků konstrukce střechy



Soustava dřevěných příhradových vazníků konstrukce střechy



Soustava dřevěných příhradových vazníků konstrukce střechy

# Katolický kostel, Ostrava - Zábřeh



Rotačně symetrická příhradová konstrukce střechy

# Katolický kostel, Ostrava - Zábřeh



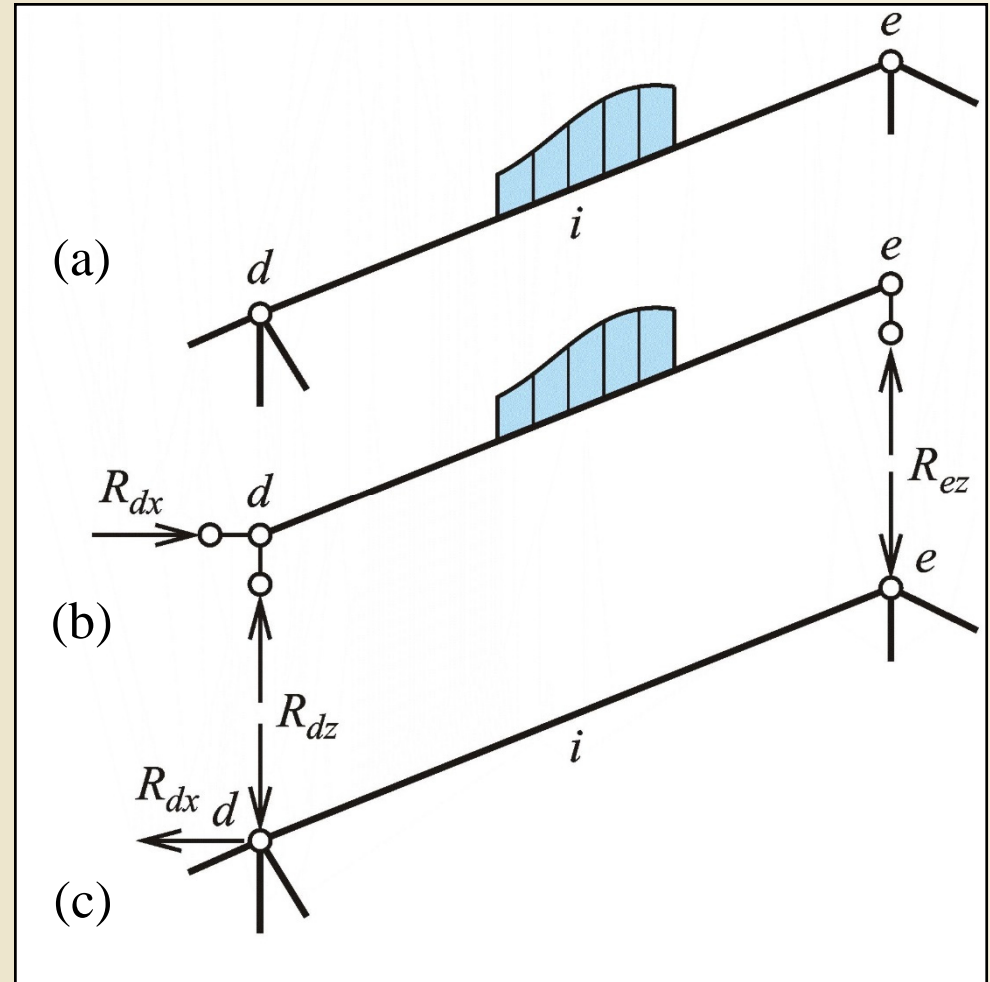
Detail rotačně symetrické příhradové konstrukce střechy

# Mimostyčnickové zatížení prutů

**Mimostyčnickové zatížení -**  
např. vlastní tíha prutu.

## Řešení:

Transformace  
mimostyčnickového zatížení na  
bodové síly působící na  
příhradový nosník ve styčnicích  
 $d$  a  $e$ .

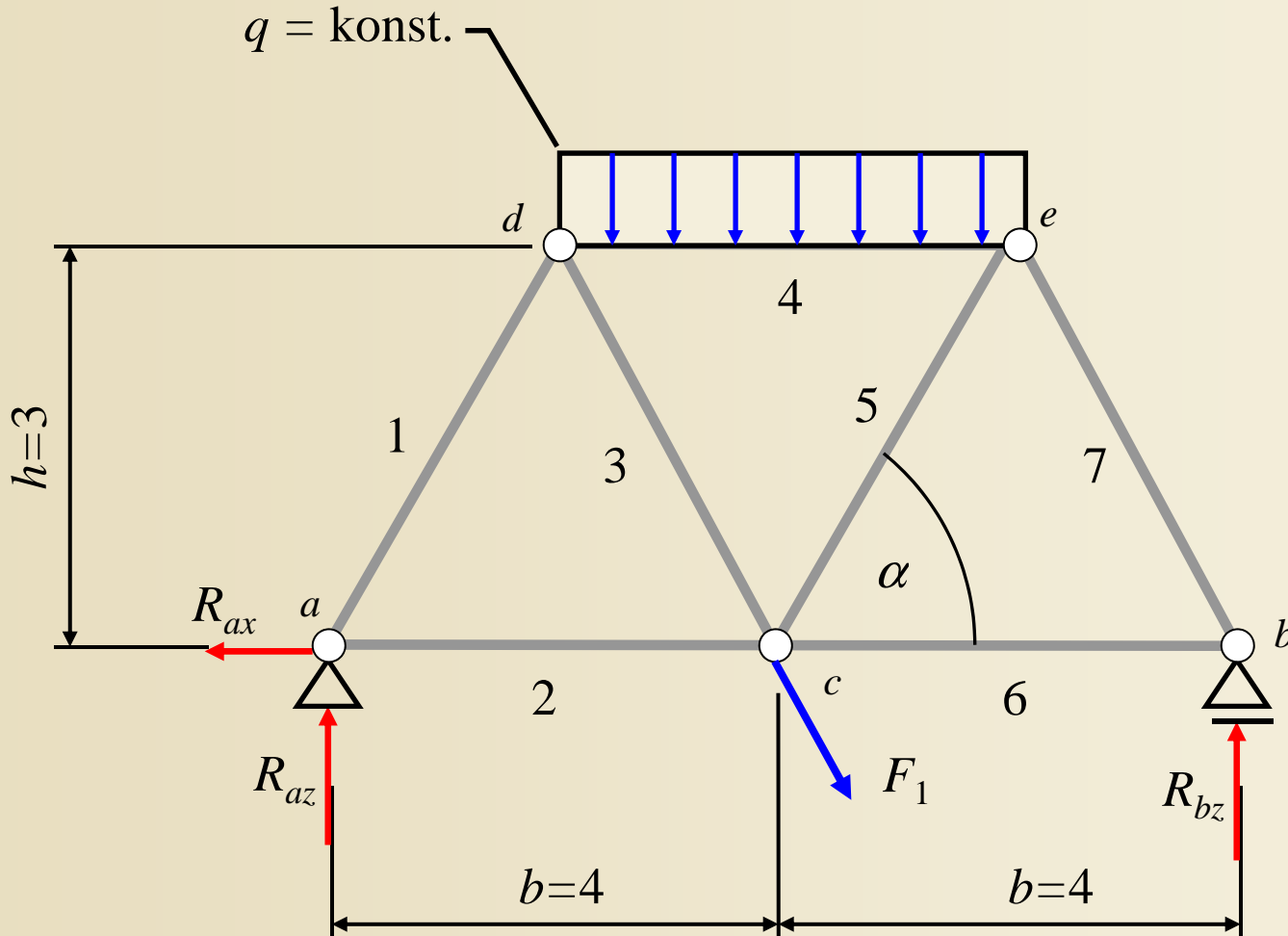


Transformace mimostyčnickového zatížení prutu na styčnickové

Obr. 10.10. / str. 167

# Mimostředníkové zatížení prutu 4

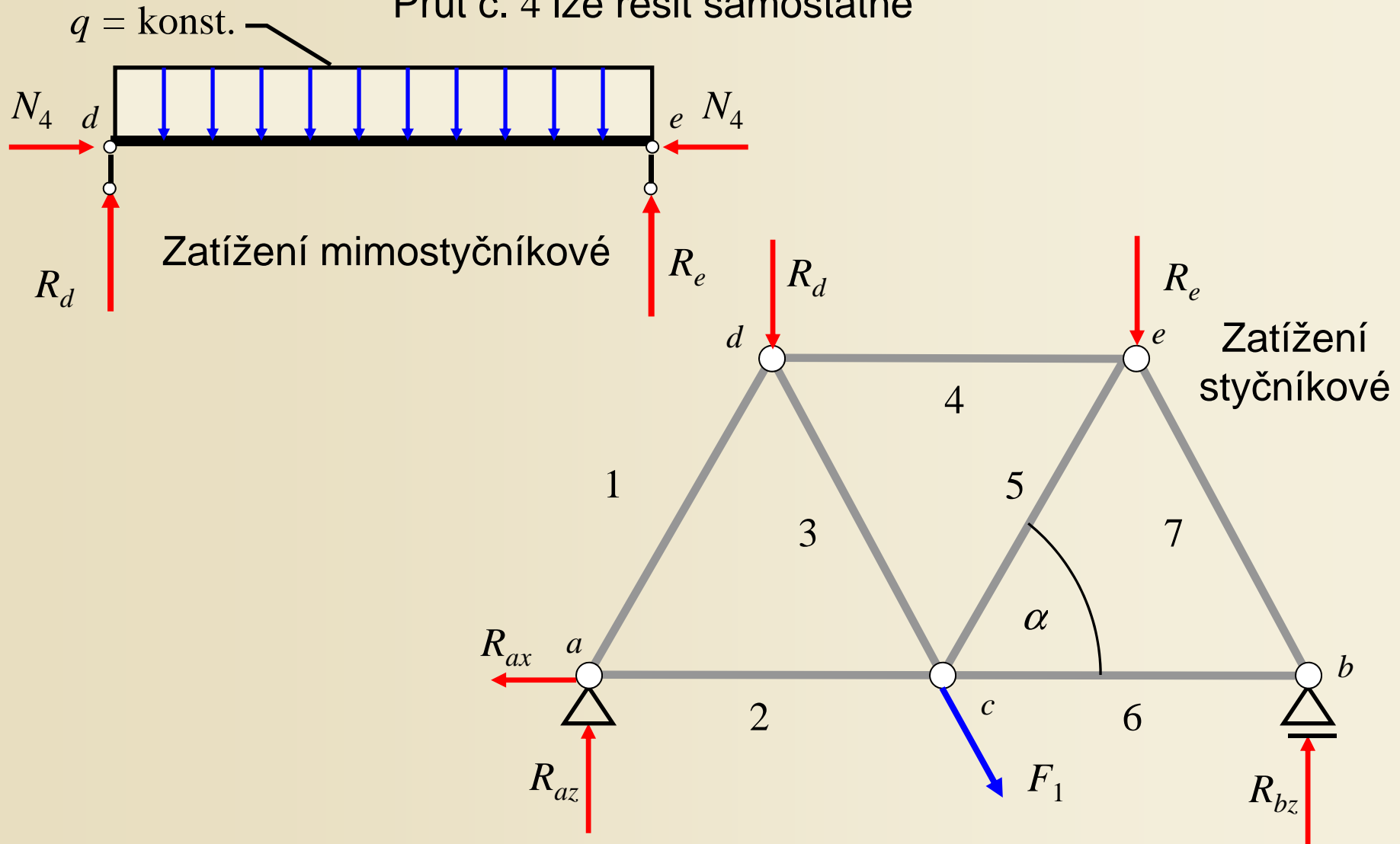
V prutu č. 4 vznikne v důsledku mimostředníkového zatížení rovněž  $V$  a  $M$ .



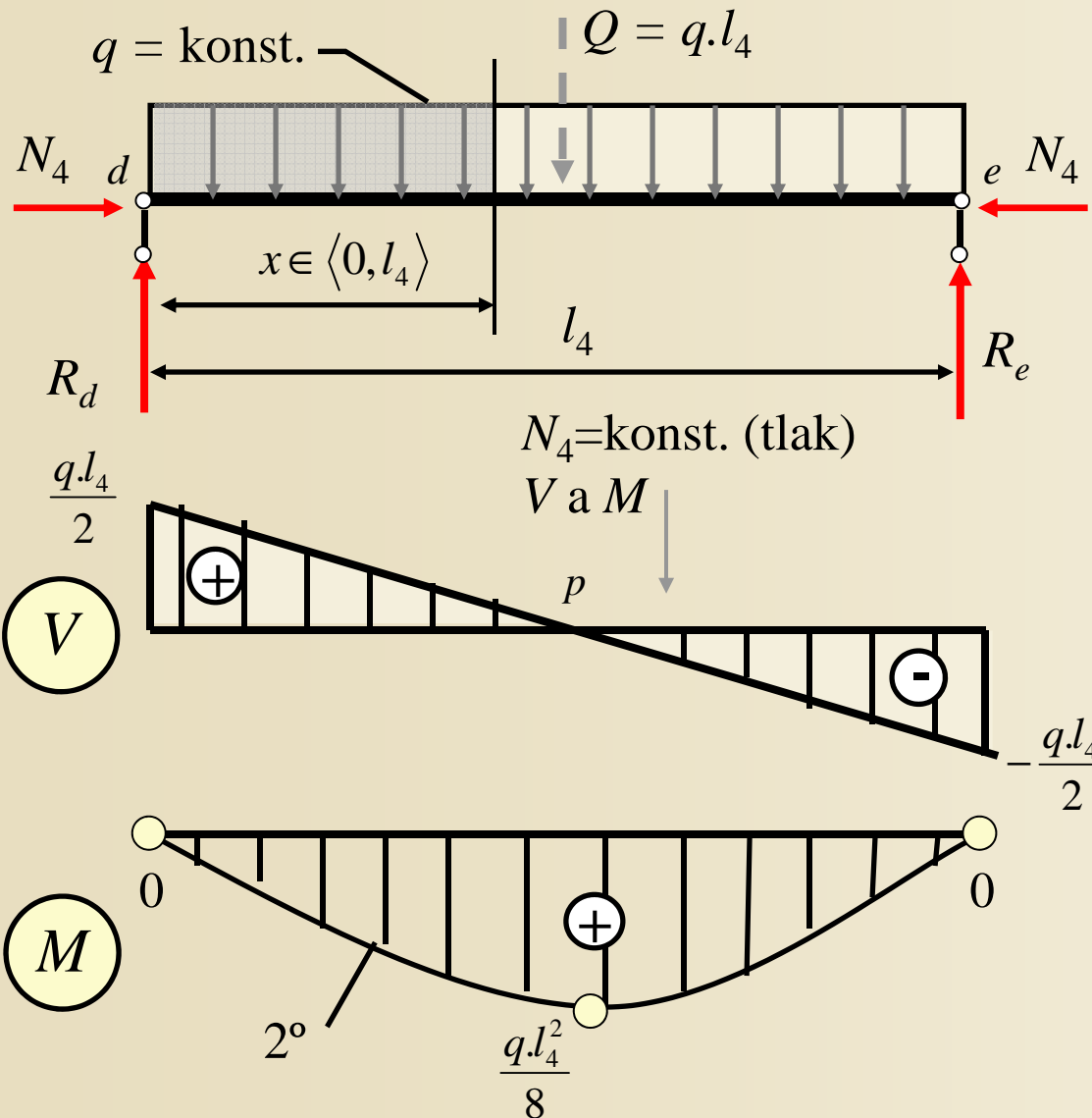


# Mimostyčnickové zatížení prutu 4

Prut č. 4 lze řešit samostatně



# Mimostyčnickové zatížení prutu 4



Výpočet reakcí

$$R_d = \frac{Q}{2} = \frac{q \cdot l_4}{2} (\uparrow) \quad R_e = \frac{Q}{2} = \frac{q \cdot l_4}{2} (\uparrow)$$

Posouvající síla

$$V_{(x)}^L = R_d - q \cdot x = q \cdot \left( \frac{l_4}{2} - x \right)$$

$$V_{(d)} = V_{(x=0)} = \frac{q \cdot l_4}{2}$$

$$V_{(e)} = V_{(x=l_4)} = -\frac{q \cdot l_4}{2} = -R_e$$

$$q \cdot \left( \frac{l_4}{2} - x \right) = 0 \rightarrow x_{\max} = \frac{l_4}{2}$$

Ohybový moment

$$M_{(x)}^L = R_d \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = \frac{q}{2} \cdot (l_4 \cdot x - x^2)$$

$$M_{(d)} = M_{(x=0)} = 0 \quad M_{(e)} = M_{(x=l)} = 0$$

$$M_{\left(x=\frac{l_4}{2}\right)} = M_{(x_{\max})} = \frac{q \cdot l_4^2}{8}$$

# Okruhy problémů k ústní části zkoušky

1. Podmínka statické určitosti rovinného kloubového příhradového nosníku
2. Výjimečný případ rovinného kloubového příhradového nosníku
3. Výpočet osových sil v prutech rovinného kloubového příhradového nosníku obecnou styčnickovou metodou
4. Výpočet osových sil v prutech rovinného kloubového příhradového nosníku zjednodušenou styčnickovou metodou
5. Výpočet osových sil v prutech rovinného kloubového příhradového nosníku průsečnou metodou
6. Výpočet osových sil v prutech rovinného kloubového příhradového nosníku průsečnou metodou v Ritterově úpravě
7. Výpočet vnitřních sil v prutech rovinného kloubového příhradového nosníku namáhaného mimostyčnickovým zatížením