

## Téma 5 Lomený a zakřivený nosník

- Rovinně lomený nosník v rovinné úloze
- Rovinně lomený nosník v příčné úloze
- Prostorově lomený nosník
- Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze



Katedra stavební mechaniky  
Fakulta stavební, VŠB - Technická univerzita Ostrava

---

---

---

---

---

---

---

---

---

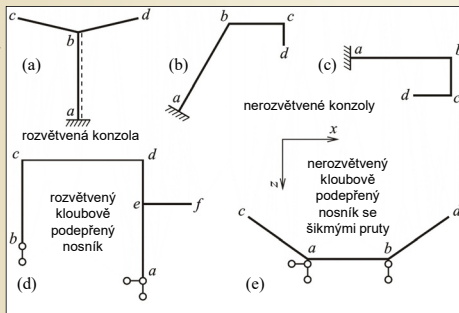
---

### Rovinně lomený nosník v rovinné úloze

- $n_r = 3$
- hlavní rovina  $xz$
- uzly  $a..f$

Orientace prutů – **levý** a **pravý** uzel dle uspořádané dvojice písmen

Výpočet složek reakcí dle podmínek rovnováhy.



Příklady různých tvarů a způsobů podepření rovinně lomených nosníků v rovinné úloze  
Obr. 8.1. / str. 124

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

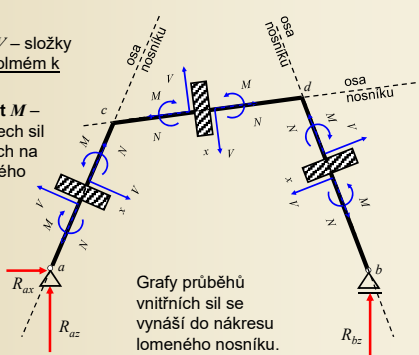
### Rovinně lomený nosník v rovinné úloze

Výpočet vnitřních sil:

a) **Posouvající síla  $V$**  – složky všech sil ve směru kolmém k ose prutu

b) **Ohybový moment  $M$**  – statické momenty všech sil a momentů působících na zvolenou část lomeného nosníku

c) **Normálová síla  $N$**  – složky všech sil ve směru osy prutu




---

---

---

---

---

---

---

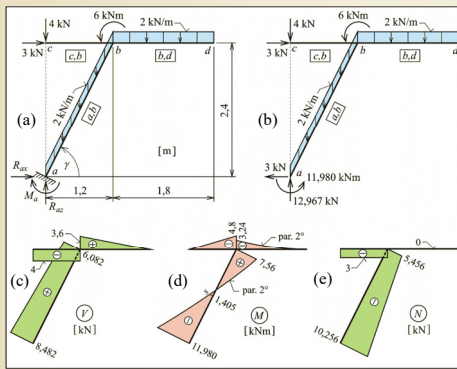
---

---

---

### Příklad 5.1

**Zadání:**  
výpočet všech tří složek reakcí lomené konzoly a průběhy vnitřních sil



Zadání a řešení příkladu 5.1  
Obr. 8.2. / str. 126

Rovinně lomený nosník v rovinné úloze

4 / 55

---

---

---

---

---

---

---

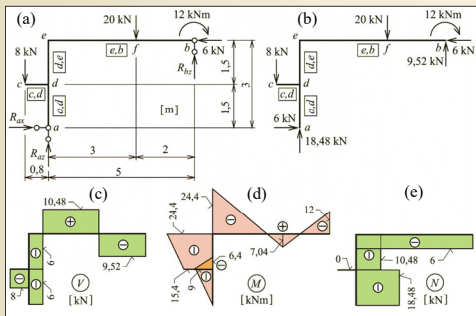
---

---

---

### Příklad 5.2

**Zadání:**  
výpočet všech tří složek reakcí kloubové podepřené rovinně lomeného nosníku a průběhy vnitřních sil



Zadání a řešení příkladu 5.2  
Obr. 8.3. / str. 128

Rovinně lomený nosník v rovinné úloze

5 / 55

---

---

---

---

---

---

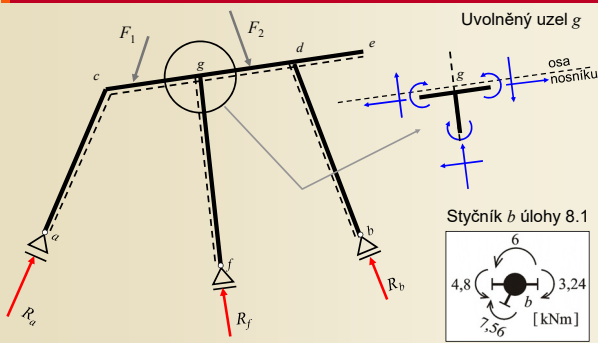
---

---

---

---

### Kontrola rovnováhy styčnicků



Momentová rovnováha styčnicku  
Obr. 8.4. / str. 129

Rovinně lomený nosník v rovinné úloze

6 / 55

---

---

---

---

---

---

---

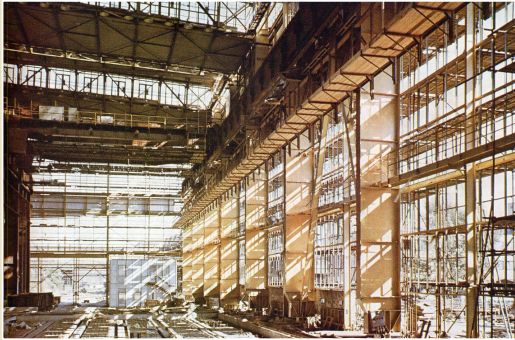
---

---

---



### Ukázky lomených nosníků v rovinné úložce



Dvojhalí, půdorys 30 a 24 m, jeřáby o nosnosti 80 a 50 t, poddolované území, Ostrava - Vítkovice  
Rovinné lomený nosník v rovinné úložce 10 / 55

---

---

---

---

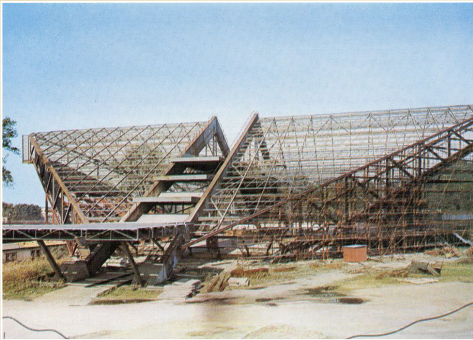
---

---

---

---

### Ukázky lomených nosníků v rovinné úložce



Víceúčelová hala, čtvercový půdorys o straně 82,26 m, výška 31,06 m, hlavní nosný prvek střechy tvoří 2 rámy tvaru A, rozpětí 118,12 m, vzdálenost 10,2 m, průřez truhlíkový 3,65 m x 0,8 m, F-M  
Rovinné lomený nosník v rovinné úložce 11 / 55

---

---

---

---

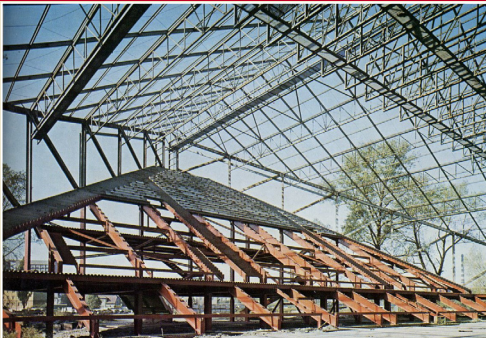
---

---

---

---

### Ukázky lomených nosníků v rovinné úložce



Víceúčelová hala, čtvercový půdorys o straně 82,26 m, výška 31,06 m, hlavní nosný prvek střechy tvoří 2 rámy tvaru A, rozpětí 118,12 m, vzdálenost 10,2 m, průřez truhlíkový 3,65 m x 0,8 m, F-M  
Rovinné lomený nosník v rovinné úložce 12 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

### Ukázky lomených nosníků v rovině úloze



Posluchárny Vysoké školy báňské – Technická univerzita Ostrava

Rovinně lomený nosník v rovině úloze

13 / 55

---

---

---

---

---

---

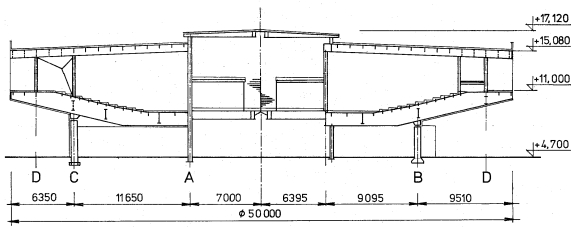
---

---

---

---

### Ukázky lomených nosníků v rovině úloze



Posluchárny Vysoké školy báňské – Technická univerzita Ostrava, průměr budovy 50 m, 15 radiálně umístěných plnostěnných svařovaných nosníků ve středu vetknuty do prstence uzavřeného průřezu

Rovinně lomený nosník v rovině úloze

14 / 55

---

---

---

---

---

---

---

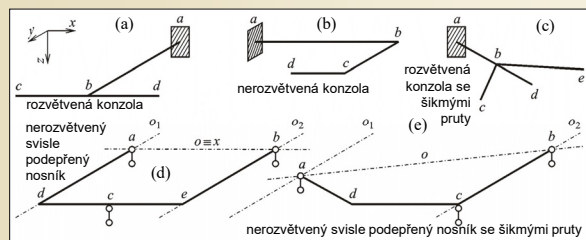
---

---

---

### Rovinně lomený nosník v příčné úloze

- $n_v = 3$  Orientace prutů – levý a pravý uzel dle uspořádané dvojice písmen
- hlavní rovina  $xy$
- uzly  $a..e$  Výpočet složek reakcí dle podmínek rovnováhy.



Příklady různých tvarů a způsobů podepření rovinně lomených nosníků v příčné úloze

Nenulové složky vnitřních sil:  $V, M, T$

Obr. 8.5. / str. 130

Rovinně lomený nosník v příčné úloze

15 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## Ukázka zakřiveného nosníku v příčné úloze



Balkónové nosníky nosné konstrukce základní školy, Brumov – Bylnice, projekt OKM

Rovinně lomený nosník v příčné úloze

19 / 55

---

---

---

---

---

---

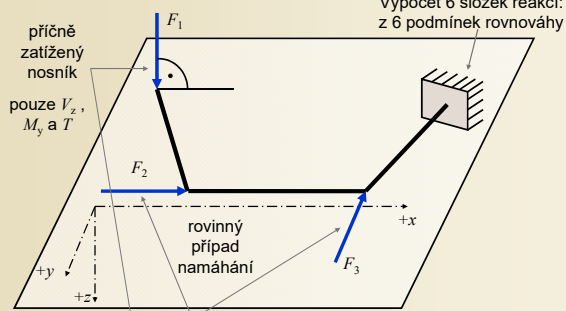
---

---

---

---

## Rovinně lomený nosník v příčné úloze



Výpočet 6 složek reakcí: z 6 podmínek rovnováhy

Zatížení i složky reakcí lze rozložit do roviny střednice a do roviny kolmé

Rovinně lomený nosník v příčné úloze

20 / 55

---

---

---

---

---

---

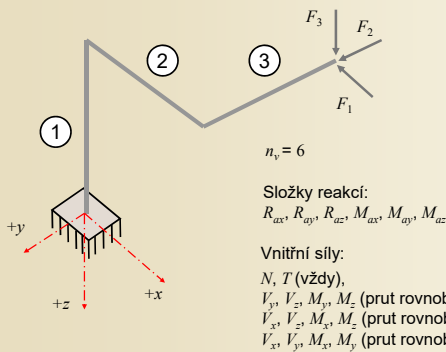
---

---

---

---

## Prostorově lomený nosník



$$n_v = 6$$

Složky reakcí:  
 $R_{ax}, R_{ay}, R_{az}, M_{ax}, M_{ay}, M_{az}$

Vnitřní síly:

- $N, T$  (vždy),
- $V_y, V_z, M_y, M_z$  (prut rovnoběžný s osou  $x$ )
- $V_x, V_z, M_x, M_z$  (prut rovnoběžný s osou  $y$ )
- $V_x, V_y, M_x, M_y$  (prut rovnoběžný s osou  $z$ )

Prostorově lomený nosník

21 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 5.5

**Zadání:**  
výpočet všech šesti složek reakcí  
prostorově lomeného nosníku a průběhy  
vnitřních sil

**Vnitřní síly:**  
 $N, T$  (vždy),  
 $V_y, V_z, M_y, M_z$  (prut rovnoběžný s osou  $x$ )  
 $\bar{V}_y, \bar{V}_z, \bar{M}_y, \bar{M}_z$  (prut rovnoběžný s osou  $y$ )  
 $\bar{V}_x, \bar{V}_z, \bar{M}_x, \bar{M}_y$  (prut rovnoběžný s osou  $z$ )

Zadání a řešení příkladu 5.5  
Obr. 8.9. / str. 137

Prostorově lomený nosník 22 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Tvar a podepření rovinného zakřiveného nosníku v rovinné úložce

**Tvar střednice:**  
nejčastěji **oblouk kvadratické paraboly**, kružnice, paraboly  
 $4^\circ$ , řetězovky.

$$z(x) = k \cdot x^2 \quad k = \frac{z_a}{x_a^2} = \frac{z_b}{x_b^2}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{dz}{dx} = [k \cdot x^2] = 2k \cdot x$$

Složky reakcí z podmínek rovnováhy

Tvar a podepření rovinného zakřiveného nosníku v rovinné úložce  
Obr. 8.10. / str. 139

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úložce 23 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Zatížení rovinně zakřiveného nosníku v rovinné úložce

**Spojitá zatížení:** svislá a vodorovná na jednotku délky, délky  
vodorovné, svislého průmětu, kolmé, tečné ke střednici.

$$\bar{q} = q \cdot \cos \psi \quad \bar{p} = p \cdot \sin \psi \quad \bar{q} = q^* \cdot \cos \psi \quad \bar{p} = -q^* \cdot \sin \psi \quad \bar{p} = n \cdot \cos \psi \quad \bar{q} = n \cdot \sin \psi$$

Různé typy zatížení rovinně zakřiveného nosníku v rovinné úložce  
Obr. 8.11. / str. 140

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úložce 24 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



### Rovinně zakřivený nosník



Gateway Arch, rozpětí a vzepětí ocelového oblouku z roku 1966 192,5 m, Saint Louis, Missouri.  
Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze 25 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Rovinně zakřivený nosník



Gateway Arch, rozpětí a vzepětí ocelového oblouku z roku 1966 192,5 m, Saint Louis, Missouri.  
Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze 26 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Prostorově zakřivený nosník



Prostorově zakřivený nosník mostu Zubizuri Bridge, Bilbao, Španělsko  
Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze 27 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Prostorově zakřivený nosník



Prostorově zakřivený nosník mostu Zubizuri Bridge, Bilbao, Španělsko

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úložce

28 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

## Prostorově zakřivený nosník



Detail prostorově zakřiveného nosníku mostu Zubizuri Bridge, Bilbao, Španělsko

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úložce

29 / 55

---

---

---

---

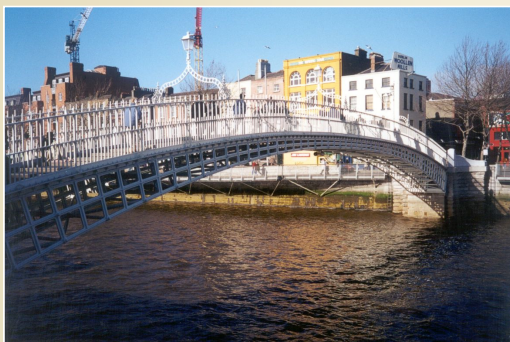
---

---

---

---

## Zakřivený rámový nosník



Zakřivený rámový nosník mostu Ha'penny Bridge, Dublin, Irsko

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úložce

30 / 55

---

---

---

---

---

---

---

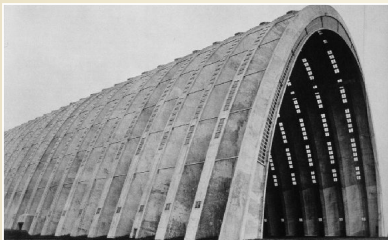
---

## Klenbová parabolická skořepina



**Eugene Freyssinet**  
(1879-1962)

Francouzský inženýr, průkopník v oblasti předpjatého železobetonu, tvůrce mnoha konstrukcí a mostů s využitím optimální geometrie nosného systému.



Hangáry pro říditelné vzducholoďe v Orly, Paříž, Francie, žebrovaná válcová klenbová železobetonová skořepina s parabolickým tvarem, rozpětí 75 m, výstavba 1921-23, zničeno 1944.

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze

31 / 55

---

---

---

---

---

---

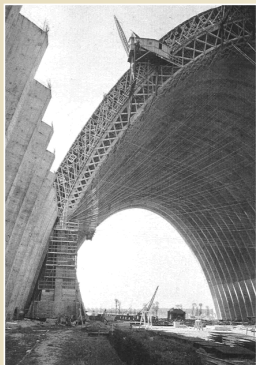
---

---

---

---

## Klenbová parabolická skořepina



Hangáry pro říditelné vzducholoďe v Orly, Paříž, Francie, žebrovaná válcová klenbová železobetonová skořepina s parabolickým tvarem, rozpětí 75 m, výstavba 1921-23, zničeno 1944.

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze

32 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Rovinně zakřivený nosník



Výstavní pavilon A ve funkcionalistickém stylu z roku 1928 o ploše 12 500 m<sup>2</sup>, autor projektu železobetonové konstrukce arch. Emil Králík, výstaviště, Brno.

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze

33 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Rovinně zakřivený nosník



Výstavní pavilon A ve funkcionalistickém stylu z roku 1928 o ploše 12 500 m<sup>2</sup>, autor projektu železobetonové konstrukce arch. Emil Králík, výstaviště, Brno.

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úložce

34 / 55

---

---

---

---

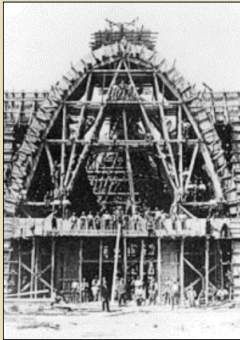
---

---

---

---

## Rovinně zakřivený nosník



Výstavní pavilon A ve funkcionalistickém stylu z roku 1928 o ploše 12 500 m<sup>2</sup>, autor projektu železobetonové konstrukce arch. Emil Králík, výstaviště, Brno.

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úložce

35 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

## Rovinně zakřivený nosník



Rovinně zakřivený nosník v rovinné úložce

36 / 55

---

---

---

---

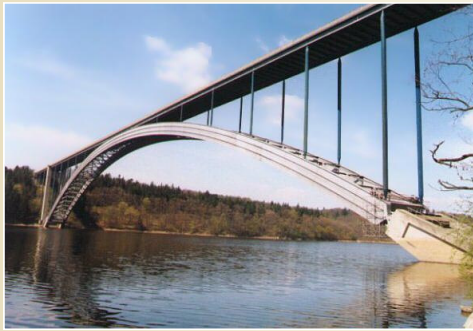
---

---

---

---

## Rovinně zakřivený nosník



Žďákovský obloukový most z roku 1965, délka 540 m, hlavní oblouk o rozpětí 330 m podpírá konstrukci mostovky ve výšce 50 m nad hladinou jezera Orlické přehrady.

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze

37 / 55

---

---

---

---

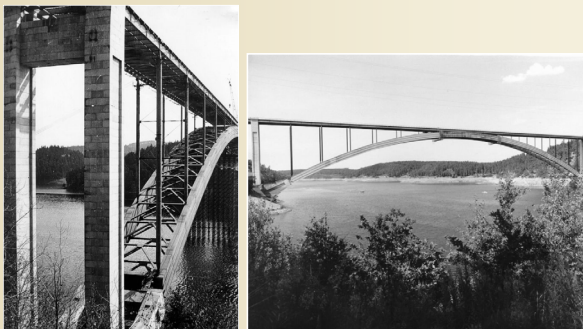
---

---

---

---

## Rovinně zakřivený nosník



Žďákovský obloukový most z roku 1965, délka 540 m, hlavní oblouk o rozpětí 330 m podpírá konstrukci mostovky ve výšce 50 m nad hladinou jezera Orlické přehrady.

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze

38 / 55

---

---

---

---

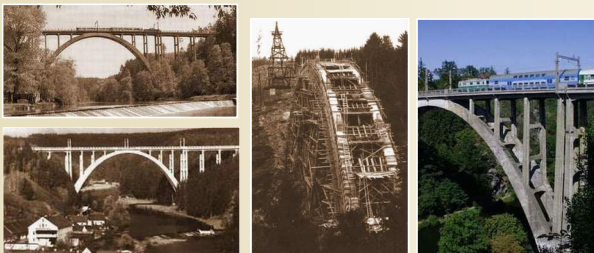
---

---

---

---

## Rovinně zakřivený nosník



Železobetonový obloukový most „Bechyňská duha“ z roku 1928 přes řeku Lužnici, 2 obloukové pásy obdélníkového průřezu, rozpětí oblouku 90 m, vzepětí 38 m, oblouky se směrem k vrcholu zužují z 8,25 na 6,0 m, celková délka mostu 224,8 m.

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze

39 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

## Rovinně zakřivený nosník



Rovinně zakřivený vazník, Výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úložce

40 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Prostorově zakřivený nosník



Železobetonový předpjatý tramvajový most Brno – Pisárky, specifický svým zakřivením, stoupáním a nestějnou tloušťkou, šířky 9 m.

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úložce

41 / 55

---

---

---

---

---

---

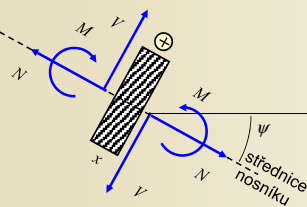
---

---

---

---

## Výpočet vnitřních sil v zadaném průřezu

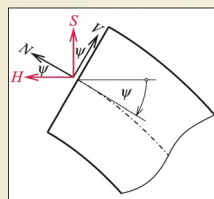
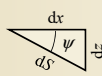


Sklon tečny ke střednici nosníku

$$z(x) = k \cdot x^2$$

$$k = \frac{z_a}{x_a^2} = \frac{z_b}{x_b^2}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{dz}{dx} = [k \cdot x^2]' = 2 \cdot k \cdot x$$



Pomocné vnitřní síly  
Obr. 8.12. / str. 141

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úložce

42 / 55

---

---

---

---

---

---

---

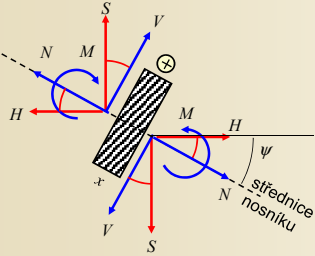
---

---

---

## Výpočet vnitřních sil v zadaném průřezu

Rozklad sil na složky rovnoběžné a kolmé k tečně



$$\operatorname{tg} \psi = 2k \cdot x$$

$$N = H \cdot \cos \psi + S \cdot \sin \psi$$

$$V = -H \cdot \sin \psi + S \cdot \cos \psi$$

$$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}$$

$$\sin \psi = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}$$

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze

43 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Diferenciální podmínky rovnováhy elementu

$$R_{\text{kolmo ke střednici}} = 0: (V + dV) \cdot \cos d\psi - V + (N + dN) \cdot \sin d\psi + q \cdot ds = 0 \rightarrow \frac{dV}{ds} = -\frac{N}{r} - q$$

$$R_{\text{směr tečny ke střednici}} = 0: (N + dN) \cdot \cos d\psi - N + (V + dV) \cdot \sin d\psi + n \cdot ds = 0 \rightarrow \frac{dN}{ds} = \frac{V}{r} - n$$

$$\Sigma M_{i,s} = 0:$$

$$(M + dM) - M - (V + dV) \cdot ds + m \cdot ds = 0$$

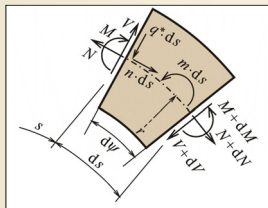
$$\rightarrow \frac{dM}{ds} = V - m$$

Extrémy vnitřních sil:

a) lokální extrém  $V \rightarrow N = 0$

b) lokální extrém  $N \rightarrow V = 0$

c) lokální extrém  $M \rightarrow V = 0$



Diferenciální podmínky rovnováhy elementu rovinně zakřiveného nosníku v rovinné úloze  
Obr. 8.13. / str. 141

Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze

44 / 55

---

---

---

---

---

---

---

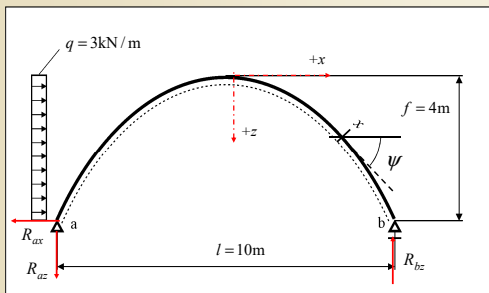
---

---

---

## Příklad rovinně zakřiveného nosníku

Zadání geometrie konstrukce a zatížení:



Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze

45 / 55

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---









## Okruhy problémů k ústní části zkoušky

1. Rovinně lomený nosník v rovinné úloze
2. Rovinně lomený nosník v příčné úloze
3. Kontrola rovnováhy styčnicku rovinně lomeného nosníku
4. Prostorově lomený nosník
5. Rovinně zakřivený nosník v rovinné úloze

---

---

---

---

---

---

---

---