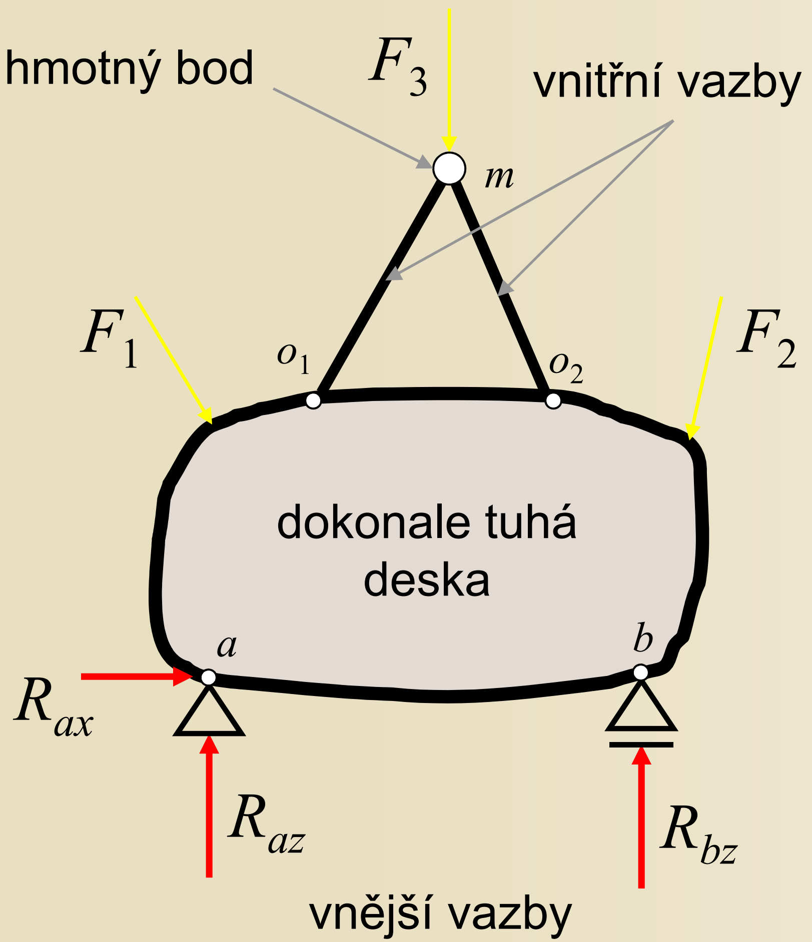
Téma 2
Přímková a rovinná soustava sil

- Přímková soustava sil
- Rovinný svazek sil
- Statický moment síly k bodu a dvojice sil v rovině
- Obecná rovinná soustava sil
- Rovinná soustava rovnoběžných sil

Katedra stavební mechaniky
Fakulta stavební, VŠB - Technická univerzita Ostrava

Soustavy sil



<u>Téma č. **1**</u>

Na nosnou konstrukci působí zvenčí:

a) **zatížení** (např. nápravové tlaky vozidel, skladované zboží, tíha stavební konstrukce) - vstupní údaj pro řešení konstrukce

b) **reakce ve vnějších vazbách** - předmět výpočtu

Vnější síly - <u>zatížení</u> (primární) a <u>reakce ve vnějších vazbách</u> (sekundární), tvoří **soustavu sil**

Řešení soustav sil (tzv. geometrie sil) - <u>téma č. **2**</u> (přímkové a rovinné) a <u>č. **9**</u> (prostorové).

Přímková soustava sil

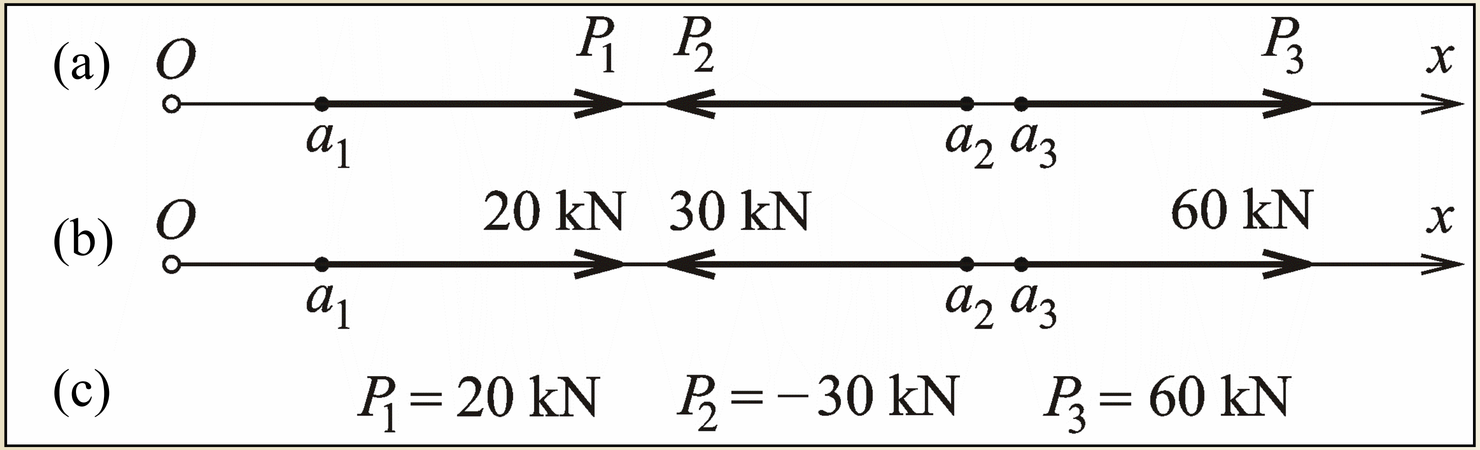
Dvě nebo více sil působí na tuhé těleso v témž paprsku.

Síla v přímkové úloze určena pouze 2 údaji
(x_a, P – kladná při shodě smyslu síly se smyslem osy).

Kluzné vektory – nezáleží na polohách působišť jednotlivých sil, při výpočtu reakcí

Vázané vektory – pevně určená působiště jednotlivých sil, při výpočtu vnitřních sil

Grafické znázornění a popis sil



Znázornění a popis přímkové soustavy sil
Obr. 2.1. / str. 9

Přímková soustava sil

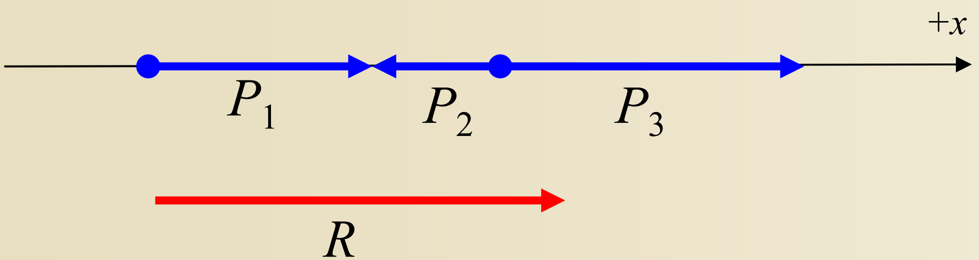
Úloha 1: Stanovení **výslednice** soustavy sil R („resultanta“)

Výslednice - síla, která má na těleso stejný účinek jako celá soustava sil, s danou soustavou je ekvivalentní. U přímkové soustavy leží na stejném paprsku soustavy a je rovna:

$$R = \sum_{i=1}^{n} P_i$$

Znaménko výslednice udává smysl, nelze určit působiště – kluzný vektor.

Například :



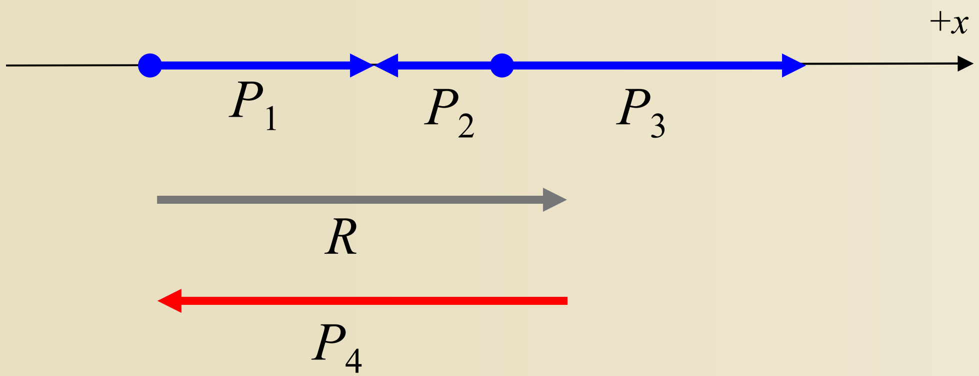
$$R = P_1 - P_2 + P_3 = \Sigma P_i$$

Přímková soustava sil

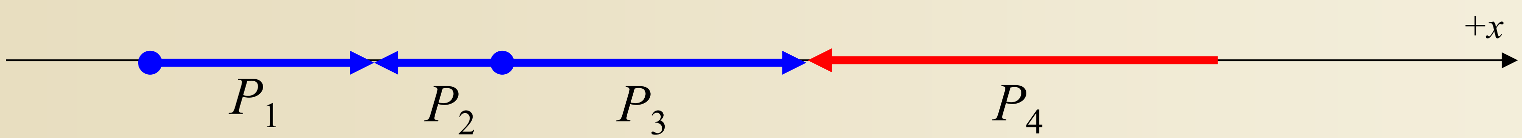
Úloha 2: Zjištění, zda soustava <u>je</u> či <u>není</u> v **rovnováze**

Rovnovážná soustava sil - výslednice je nulová. Nerovnovážnou soustavu sil lze uvést do rovnováhy silou velikosti R, ale opačného smyslu.

Například :



$$R = P_1 - P_2 + P_3 = \Sigma P_i$$



$$P_1 - P_2 + P_3 - P_4 = 0$$

Rovinný svazek sil

Dvě nebo více sil působí v rovině se stejným působištěm v různých směrech.

Axiom o rovnoběžníku sil: Výslednice *R* dvou sil o společném působišti je jednoznačně určena úhlopříčkou rovnoběžníku sil (a).

Kosinová věta: druhá mocnina strany trojúhelníka je rovna součtu druhých mocnin zbývajících stran zmenšenému o dvojnásobný součin těchto stran a kosinu úhlu jimi sevřeného.

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2.P_1.P_2.\cos(180^\circ - \varphi)} =$$

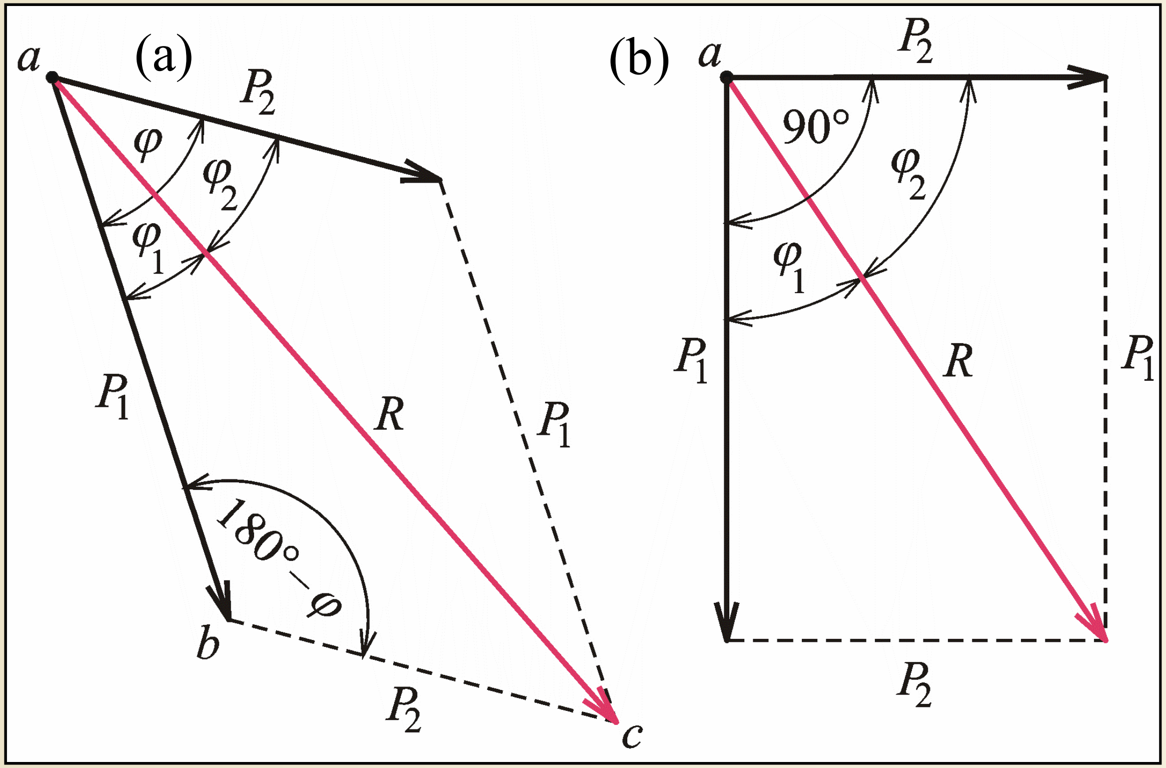
$$= \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2.P_1.P_2.\cos\varphi}$$

Sinová věta: poměr dvou stran trojúhelníka se rovná poměru sinů protilehlých úhlů.

$$\sin\varphi_1 = \frac{P_2}{R}.\sin\varphi \qquad \sin\varphi_2 = \frac{P_1}{R}.\sin\varphi$$

Často případ (b): $R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}$

$$\cos\varphi_1 = \frac{P_1}{R} \qquad \sin\varphi_1 = \frac{P_2}{R} \qquad \cos\varphi_2 = \frac{P_2}{R} \qquad \sin\varphi_2 = \frac{P_1}{R}$$



Rovnoběžník sil
Obr. 2.2. / str. 10

… Skládání sil

Rovinný svazek sil

Síla u rovinného svazku sil je určena pouze 2 údaji (působiště je dáno):

a) prostřednictvím složek P_{iz}, P_{ix} – velikost, směr i smysl síly z rovnoběžníku sil

$$P_i = \sqrt{P_{ix}^2 + P_{iz}^2}$$

$$\sin\gamma_i = \cos\alpha_i = \frac{P_{ix}}{P_i} \qquad \cos\gamma_i = \sin\alpha_i = \frac{P_{iz}}{P_i}$$

α_i a γ_i … **směrové úhly**

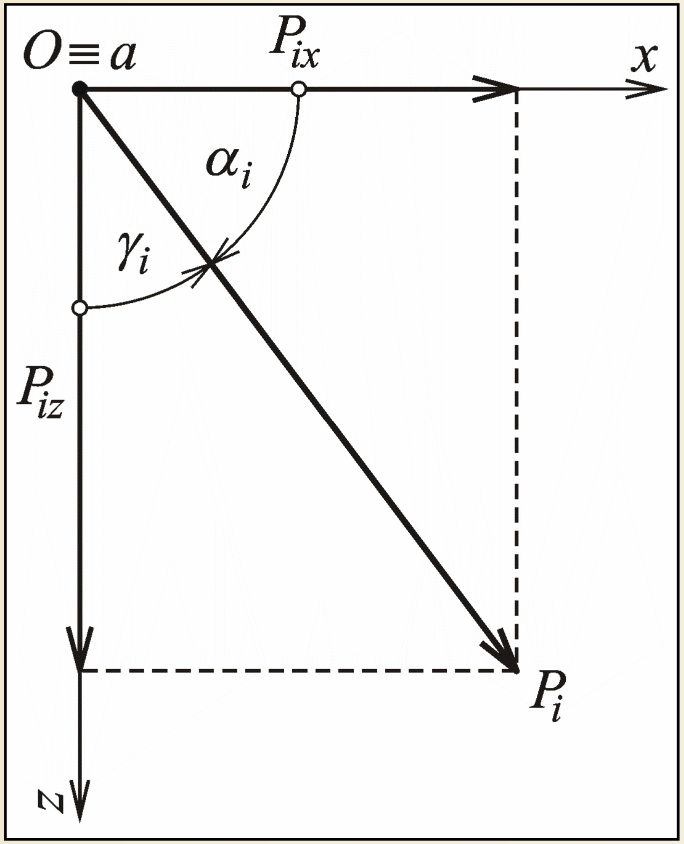
platí: $\alpha_i + \gamma_i = 90^\circ$ $\quad \cos^2\alpha_i + \cos^2\gamma_i = 1$

Pro výpočet stačí ... γ_i

b) kladnou velikostí P_i a směrovým úhlem γ_i

$$P_{ix} = P_i.\sin\gamma_i \qquad P_{iz} = P_i.\cos\gamma_i$$

Rozklad síly na osové složky



Zadání síly rovinného svazku
Obr. 2.3. / str. 11

Výslednice rovinného svazku sil

Například :

Postup určení výslednice R rovinného svazku n sil:

a) určit složky P_{iz}, P_{ix} každé ze sil P_i

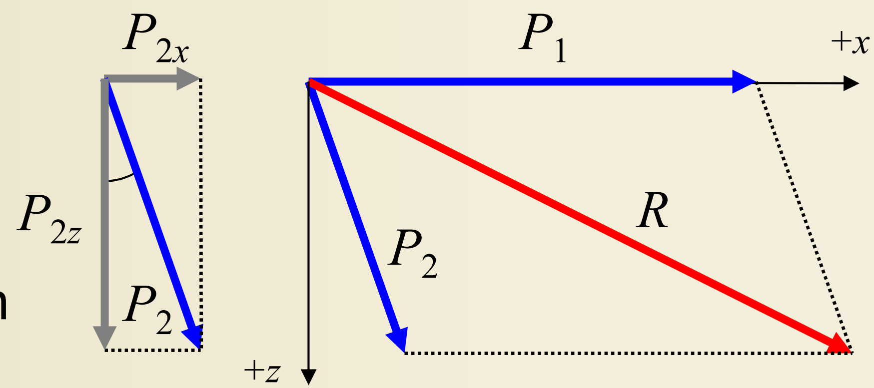
$$P_{ix} = P_i.\sin\gamma_i \qquad P_{iz} = P_i.\cos\gamma_i$$

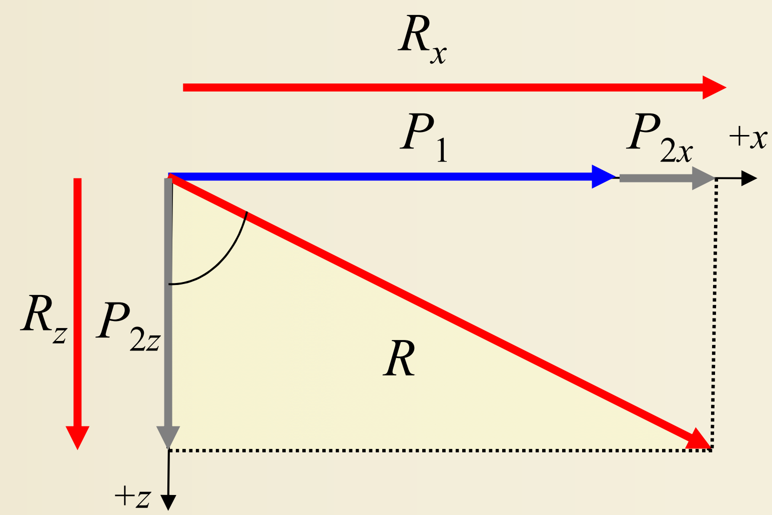
b) vypočítat výslednice obou přímkových soustav sil v souřadnicových osách

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} P_{ix} \qquad R_z = \sum_{i=1}^{n} P_{iz}$$

c) určit velikost a směrový úhel výslednice R rovinného svazku sil

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2} \qquad \sin\gamma_R = \frac{R_x}{R} \qquad \cos\gamma_R = \frac{R_z}{R}$$





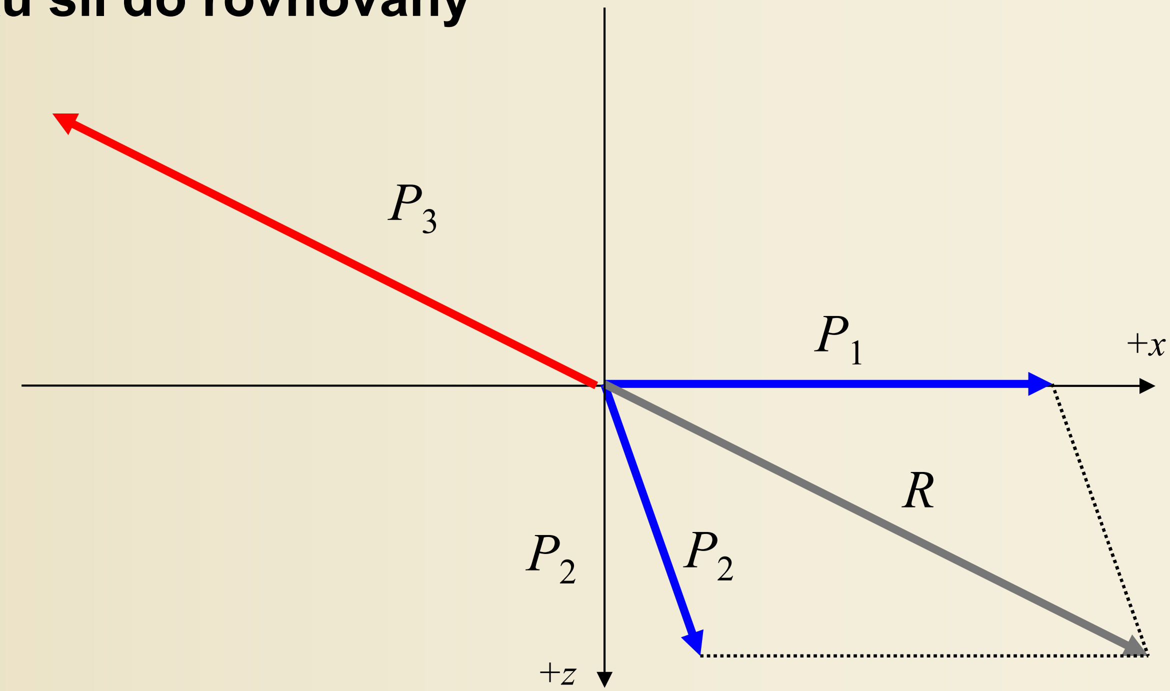
Rovnováha rovinného svazku sil

Podmínky rovnováhy rovinného svazku sil

$R = 0 \quad \rightarrow \quad R_x = \sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0 \qquad R_z = \sum_{i=1}^{n} P_{iz} = 0$

Uvedení rovinného svazku sil do rovnováhy

Například :



Příklad 2.1

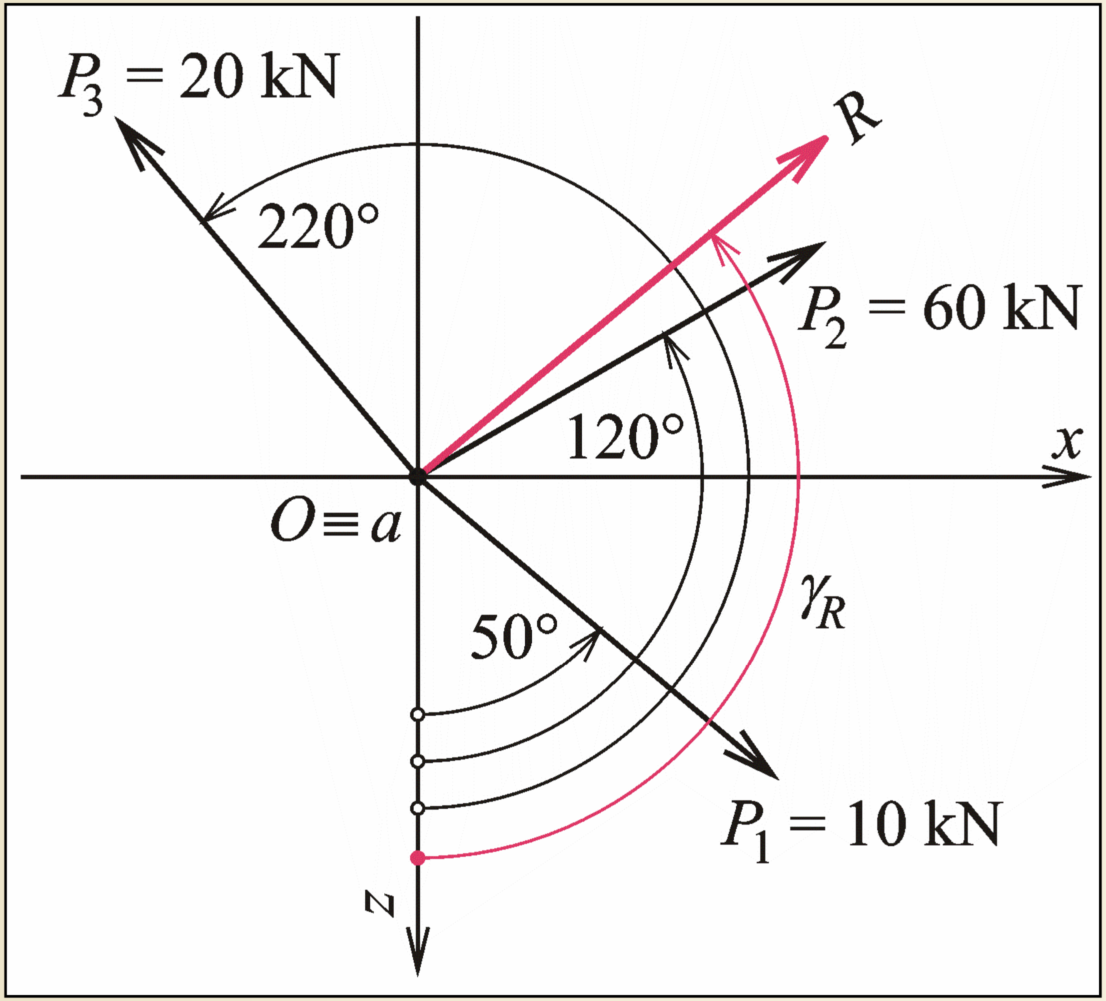
Řešení:

$P_{ix} = P_i . \sin \gamma_i$ $\quad$ $P_{iz} = P_i . \cos \gamma_i$

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} P_{ix} \qquad R_z = \sum_{i=1}^{n} P_{iz}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2}$$

$$\sin \gamma_R = \frac{R_x}{R} \qquad \cos \gamma_R = \frac{R_y}{R}$$



Zadání a výsledek příkladu 2.1
Obr. 2.4. / str. 11

Příklad 2.1

Tabulkové řešení

i	P_i [kN]	γ_i [°]	$\cos\gamma_i$	$\sin\gamma_i$	P_{ix} [kN]	P_{iz} [kN]
1	10	50	0,6428	0,7660	7,660	6,428
2	60	120	-0,5000	0,8660	51,962	-30,000
3	20	220	-0,7660	-0,6428	-12,856	-15,321
				Σ	46,766	-38,893

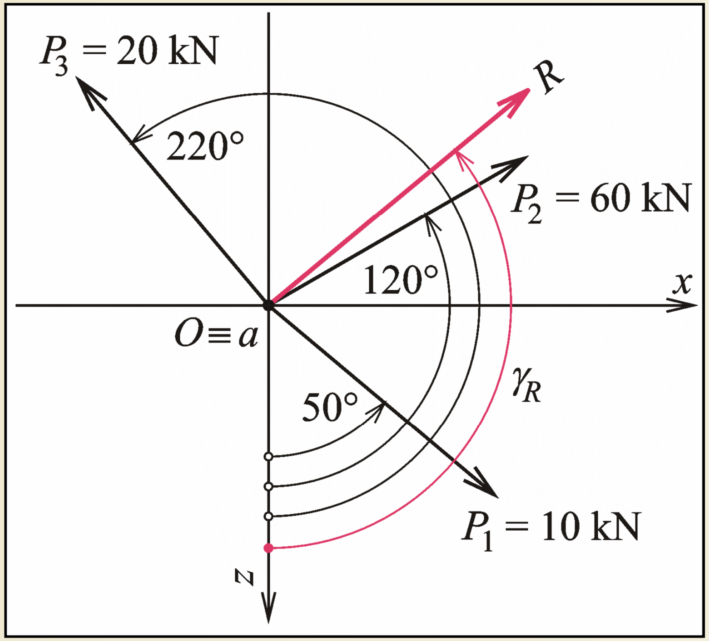
Výsledek:

$$R = \sqrt{(46{,}766)^2 + (-38{,}893)^2} = 60{,}826\,\text{kN}$$

$$\sin\gamma_R = \frac{46{,}766}{60{,}826} = 0{,}7688$$

$$\cos\gamma_R = \frac{-38{,}893}{60{,}826} = -0{,}6394$$

$$\gamma_R = 129{,}75^\circ$$



Příklad 2.2

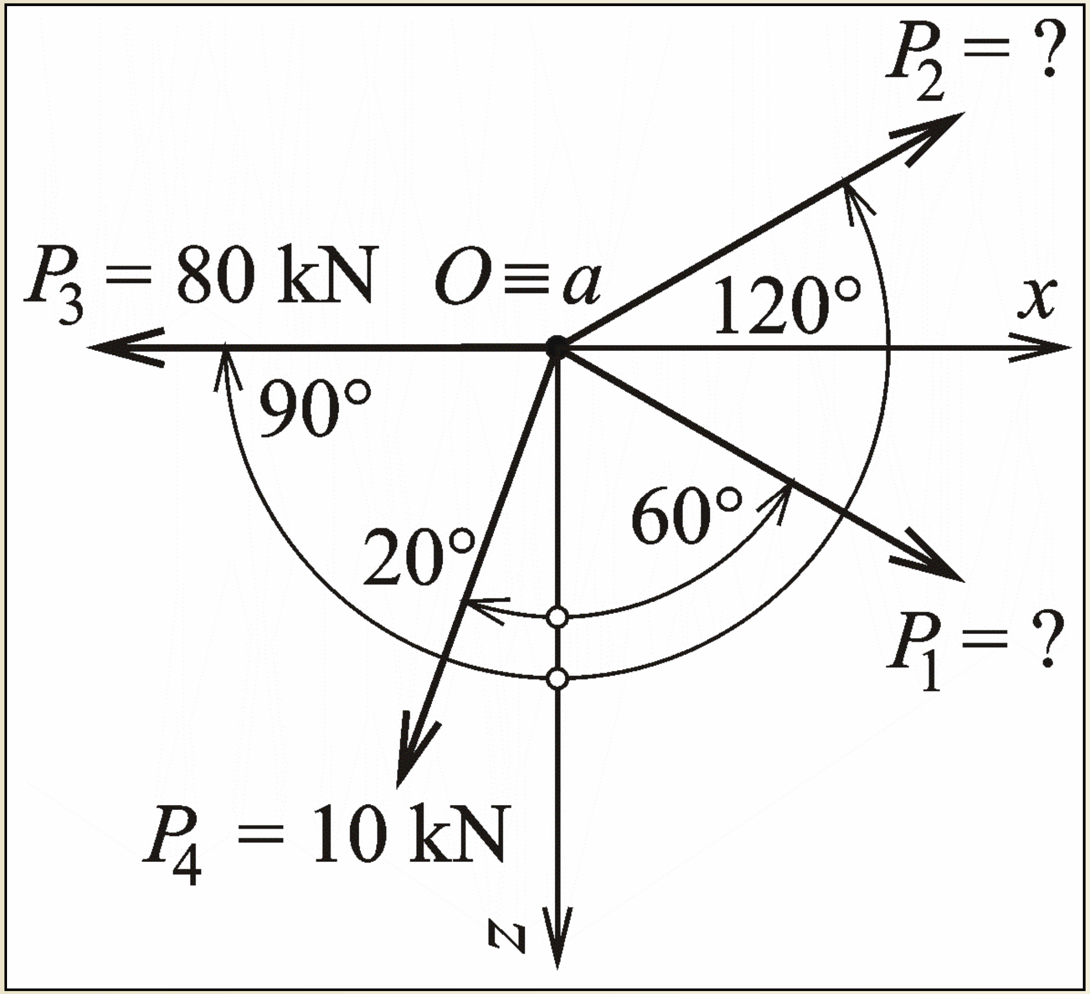
Zadání
Vypočítat P_1, P_2 tak, aby rovinný svazek sil byl v rovnováze

Řešení:
Dvě neznámé P_1, P_2

Dvě rovnice – podmínky rovnováhy rovinného svazku sil

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0$$

$$R_z = \sum_{i=1}^{n} P_{iz} = 0$$



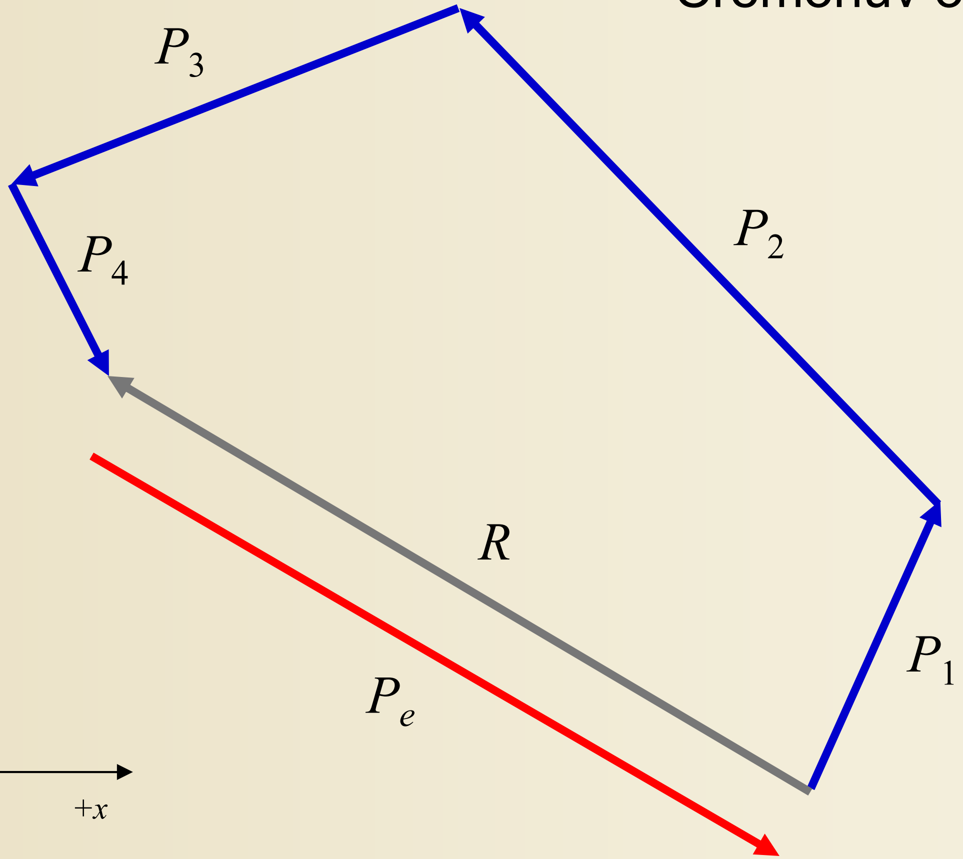
Zadání příkladu 2.2
Obr. 2.5. / str. 12

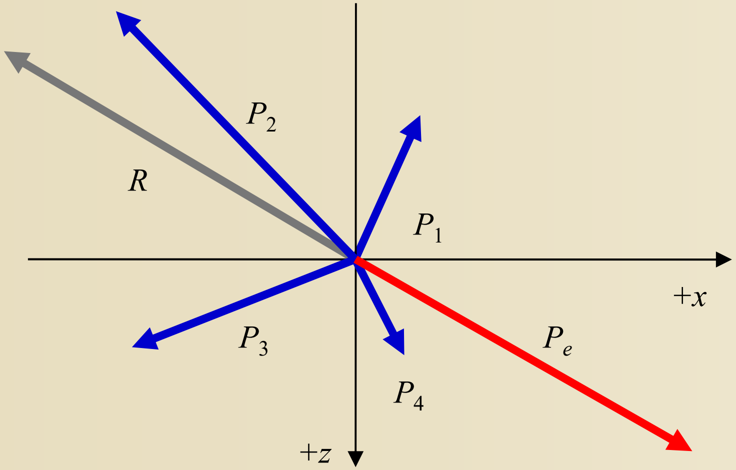
Poznámka: záporný výsledek – smysl vypočítané síly je opačný než byl předpokládán při sestavování podmínek rovnováhy

Grafické řešení rovinného svazku

Luigi Cremona
(1830-1903)

Cremonův obrazec





Například :

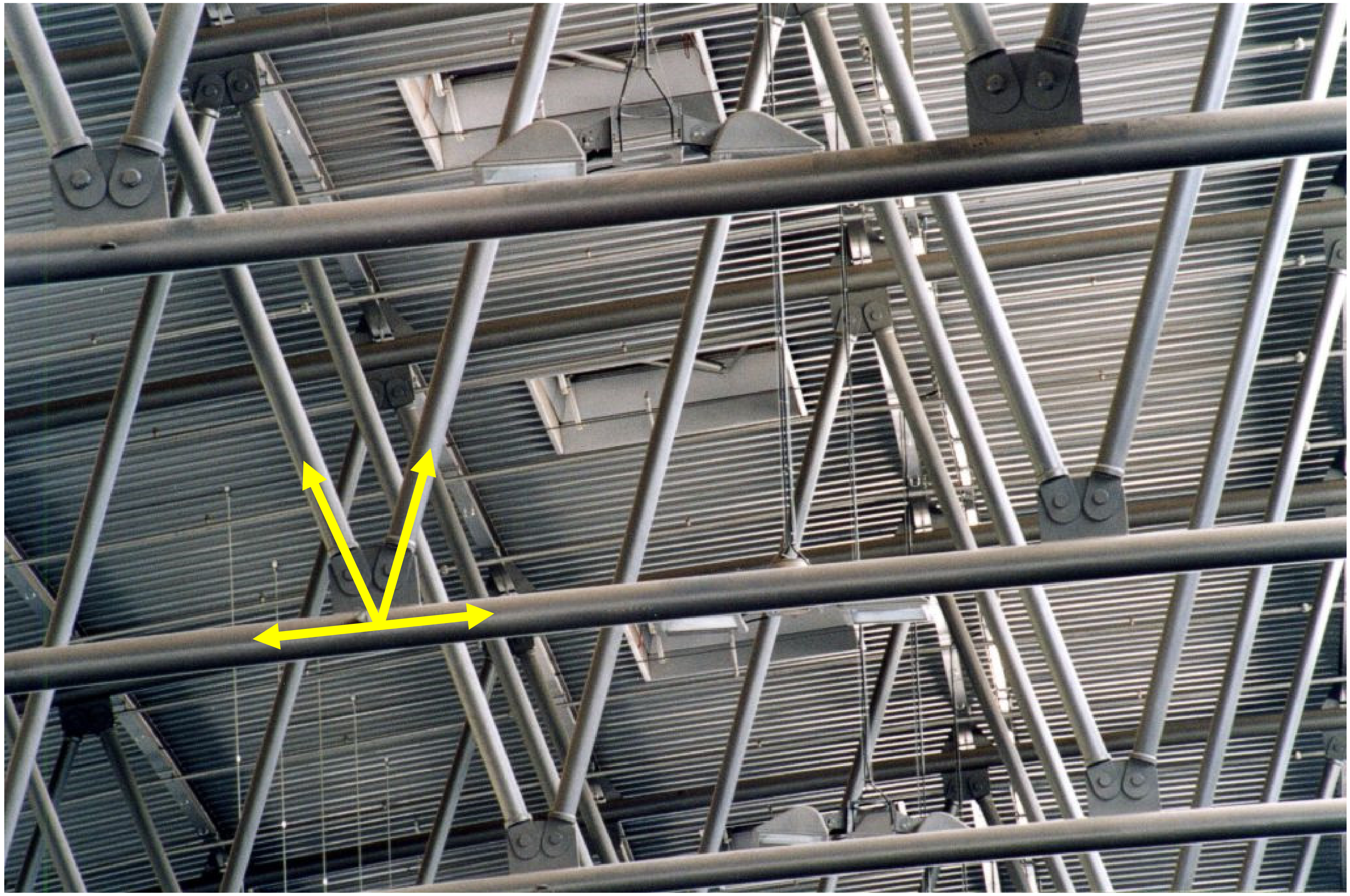
Využití poznatků o rovinném svazku

Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště

Využití poznatků o rovinném svazku

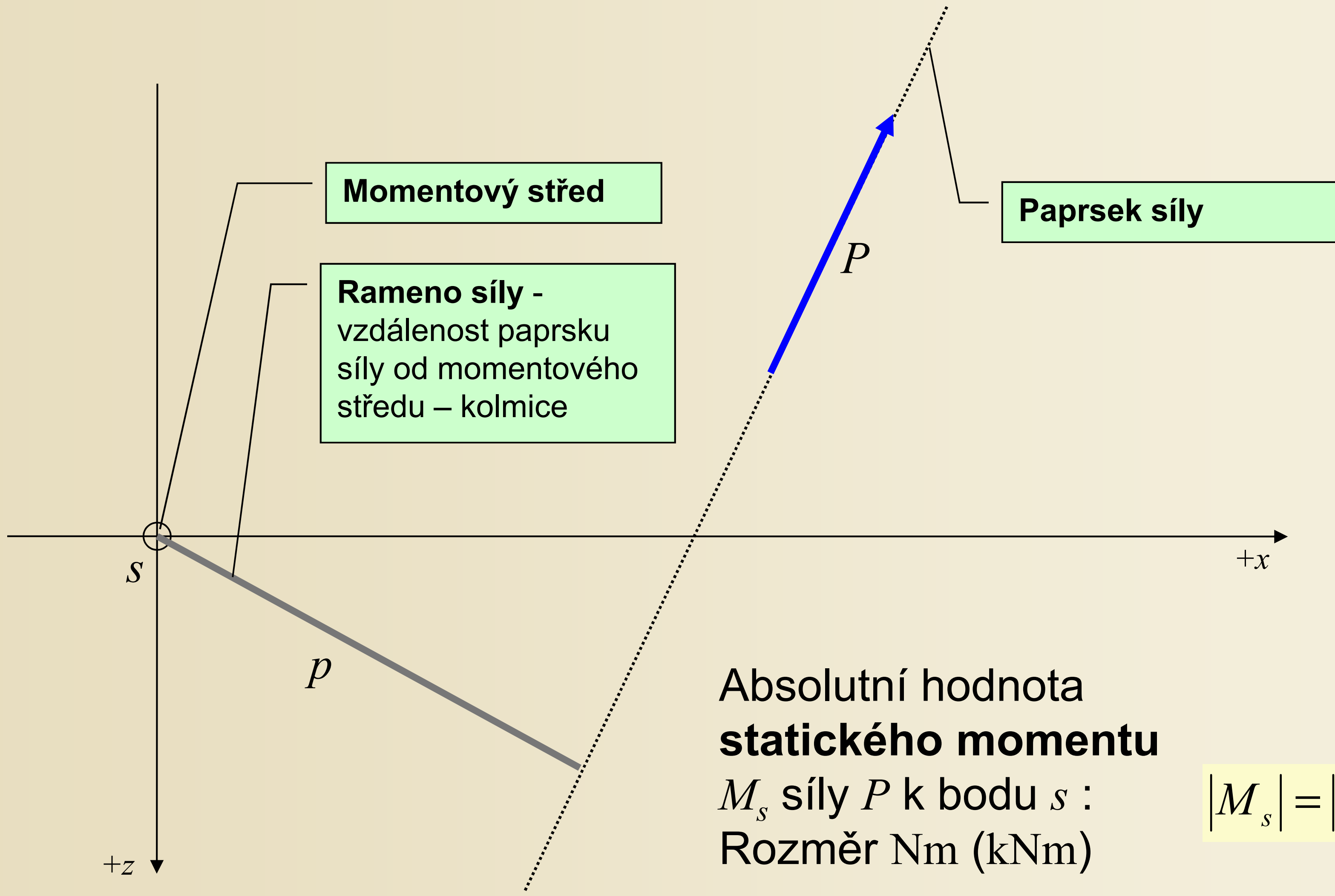
Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště

Využití poznatků o rovinném svazku



Příhradová konstrukce, Pavilon V z roku 2000, Brněnské výstaviště

Statický moment síly k bodu



Absolutní hodnota **statického momentu** M_s síly P k bodu s :
Rozměr Nm (kNm)

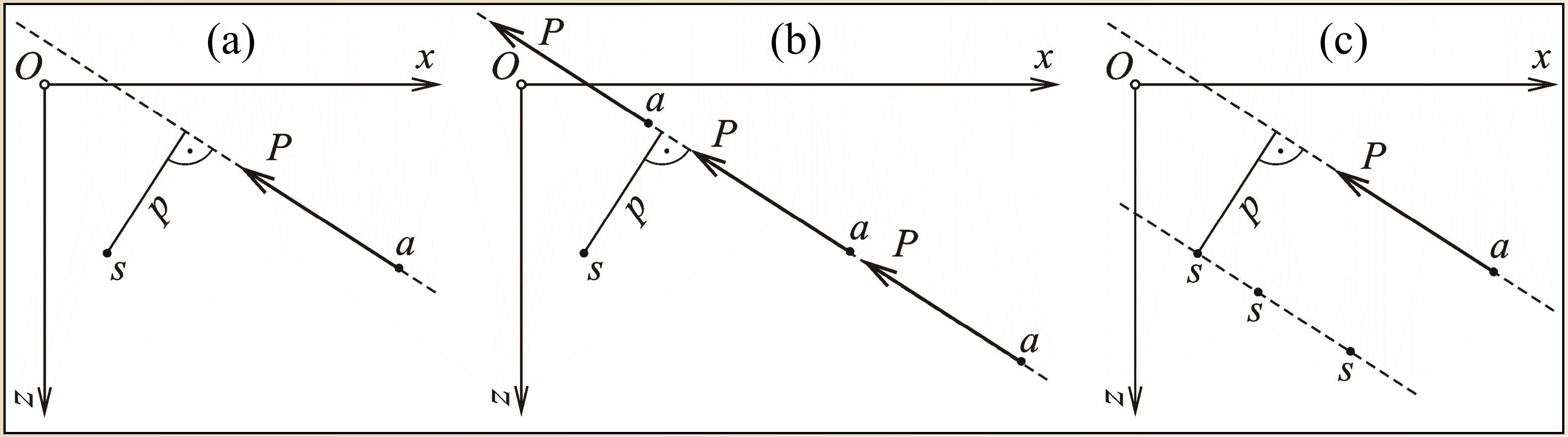
$$\left|M_s\right| = \left|P.p\right|$$

Statický moment síly k bodu

Platí:

a) statický moment k s se nemění, posouvá-li se síla po svém paprsku

b) posouvá-li se s po přímce rovnoběžné s paprskem síly, statický moment síly se k němu nemění

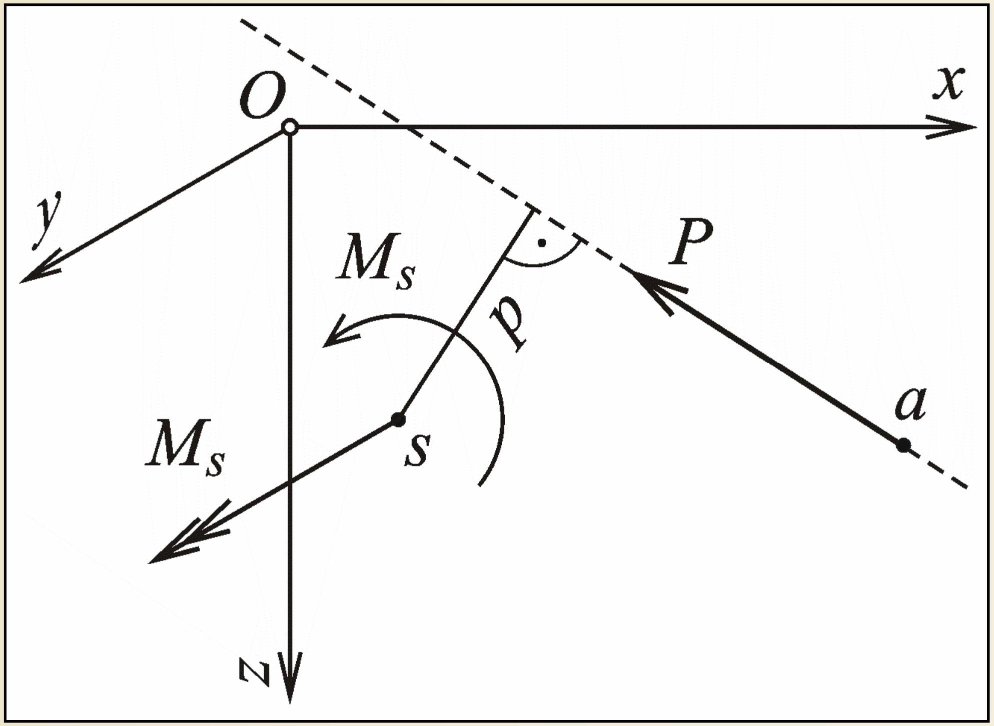


Statický moment síly k bodu
Obr. 2.6. / str. 13

Statický moment síly k bodu

Smysl otáčení statického momentu – **po** nebo **proti** smyslu chodu hodinových ručiček
Kladný smysl otáčení statického momentu – **proti** smyslu chodu ručiček při pohledu proti kladnému směru třetí osy (na rovinu xz proti y – „zepředu“)

Zakreslení:
a) kružnicovým obloučkem se středem v s a šipkou ve smyslu otáčení
b) vektorovou úsečkou v s kolmo k rovině momentu s dvojitou šipkou – při pohledu **proti** šipce moment otáčí **proti** smyslu chodu ručiček (**proti-proti**)



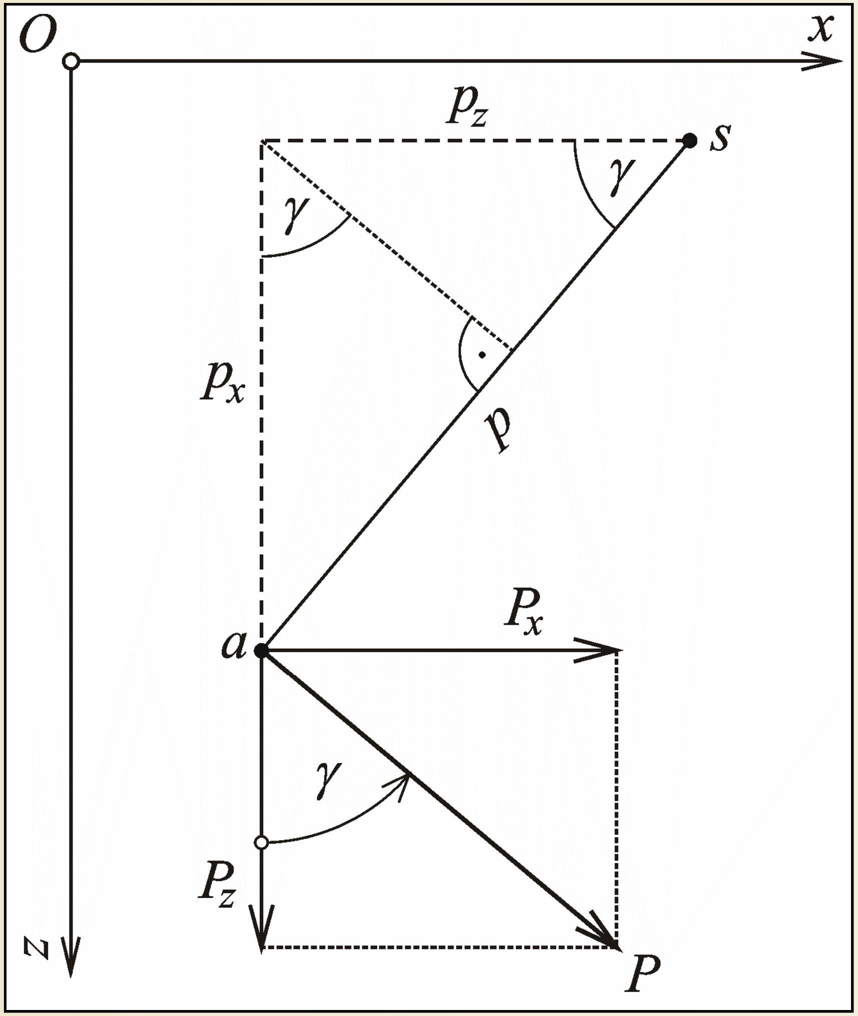
Znázornění statického momentu
Obr. 2.7. / str. 13

Statický moment síly k bodu

Statický moment síly k zadanému momentovému středu je roven algebraickému součtu statických momentů jejich osových složek k témuž momentovému středu.

$$M_s = M_{sx} + M_{sz} = P_x . p_x + P_z . p_z =$$
$$= P.(p_x . \sin\gamma + p_z . \cos\gamma) = P.p$$

Součet statických momentů všech sil rovinného svazku k zadanému momentovému středu je roven statickému momentu výslednice svazku k témuž momentovému středu.



Statické momenty síly a jejich složek

Obr. 2.8. / str. 14

Příklad 2.3

Zadáno: působiště a, síla P, momentový střed s

Předmětem výpočtu: statický moment síly P ke středu s

Řešení:

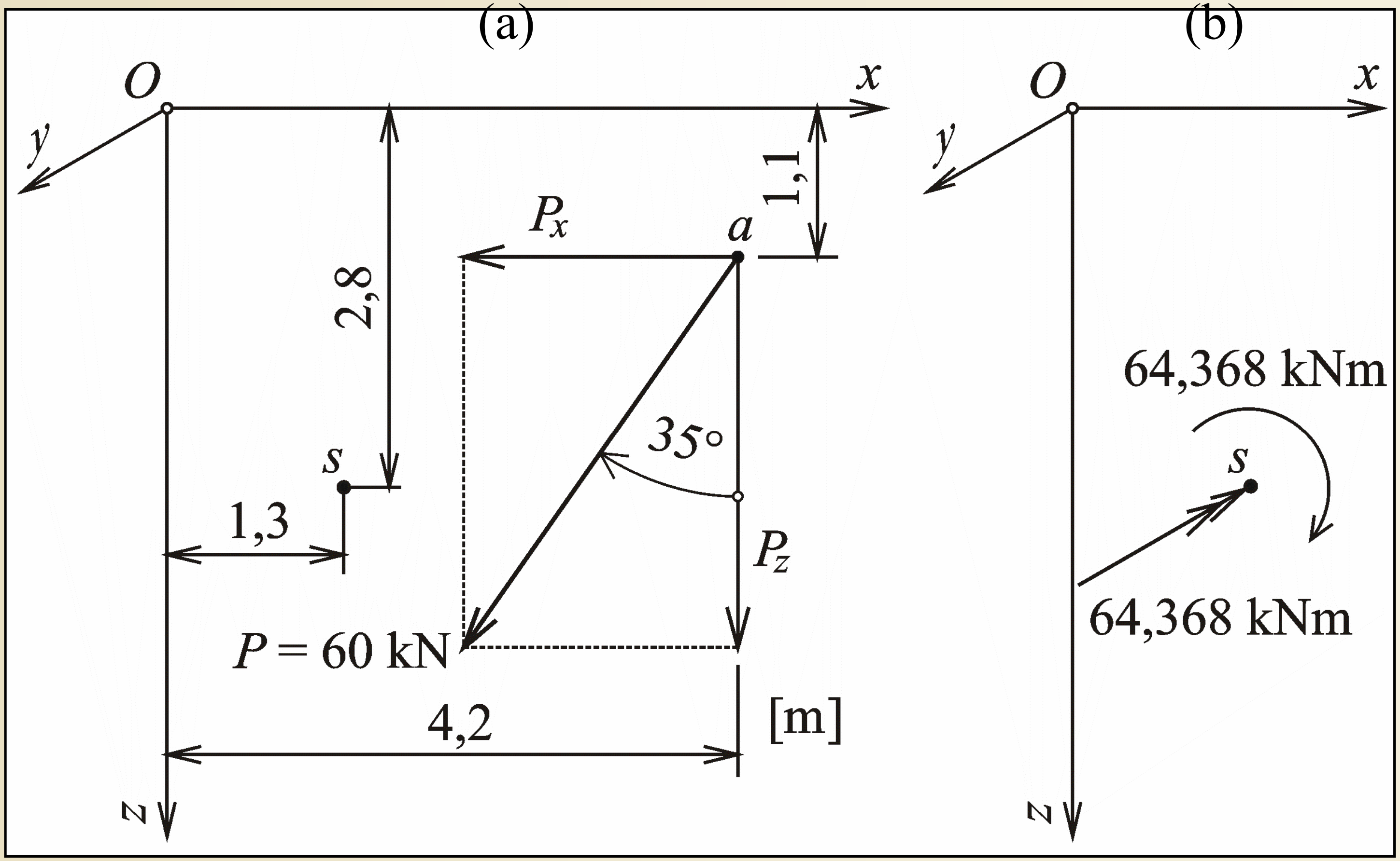
$$p_x = z_a - z_s$$

$$p_z = x_a - x_s$$

$$M_{sx} = +P_x . p_x$$

$$M_{sz} = -P_z . p_z$$

$$M_s = M_{sx} + M_{sz}$$

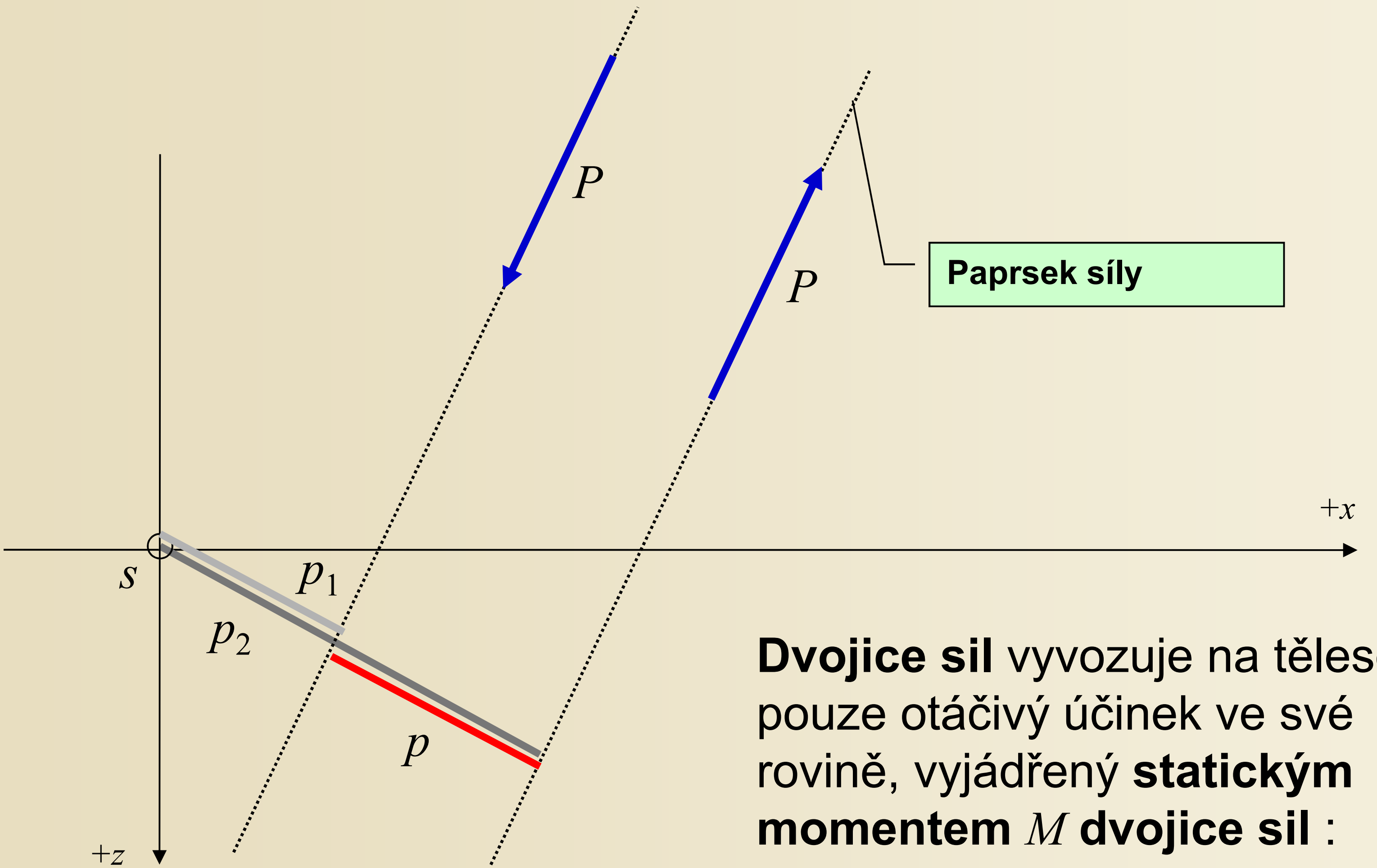


Zadání a výsledek příkladu 2.3

Obr. 2.9. / str. 14

Dvojice sil

Dvojice sil – dvě stejně velké rovnoběžné síly opačných smyslů.
Rameno dvojice sil – vzdálenost p paprsků obou sil.



Dvojice sil vyvozuje na těleso pouze otáčivý účinek ve své rovině, vyjádřený **statickým momentem** M **dvojice sil** :

$$|M| = |P.p|$$

Dvojice sil

Pro statický moment M dvojice sil platí:

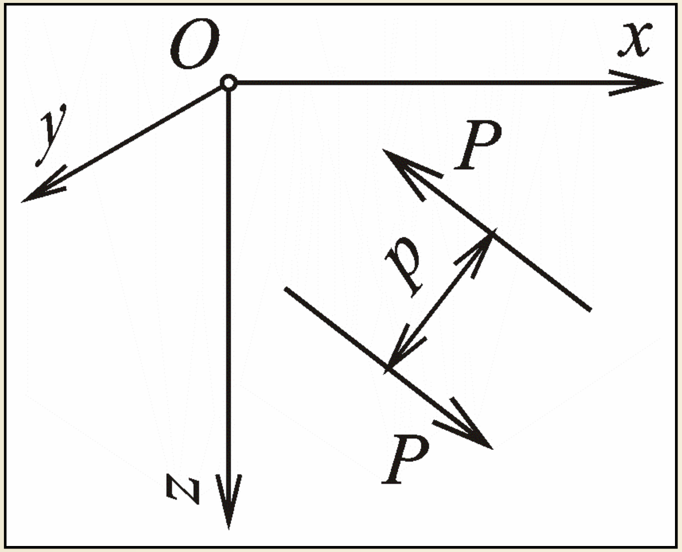
a) je stejný ke všem bodům (momentovým středům) tělesa

b) nezmění se, posune-li se dvojice sil do jiného místa nebo pootočí-li se oba paprsky (při zachování délky p)

c) nemění se při současném zmenšování p a zvětšování P, $P.p$ zůstává konstantní

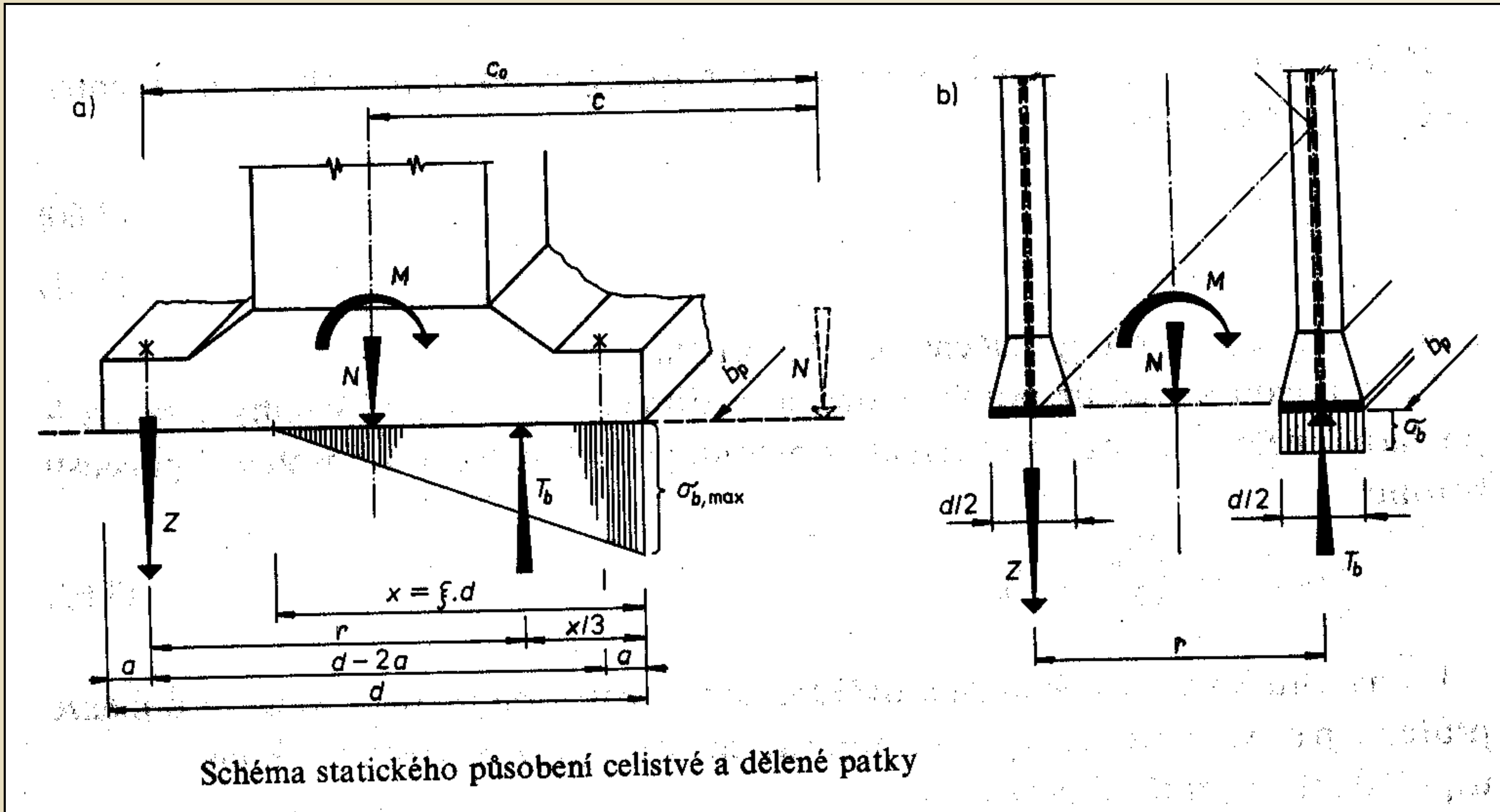
d) kladný smysl otáčení stejný jako u statického momentu síly

e) více dvojic – lze nahradit jedinou výslednou dvojicí sil, je-li nulová – rovnováha



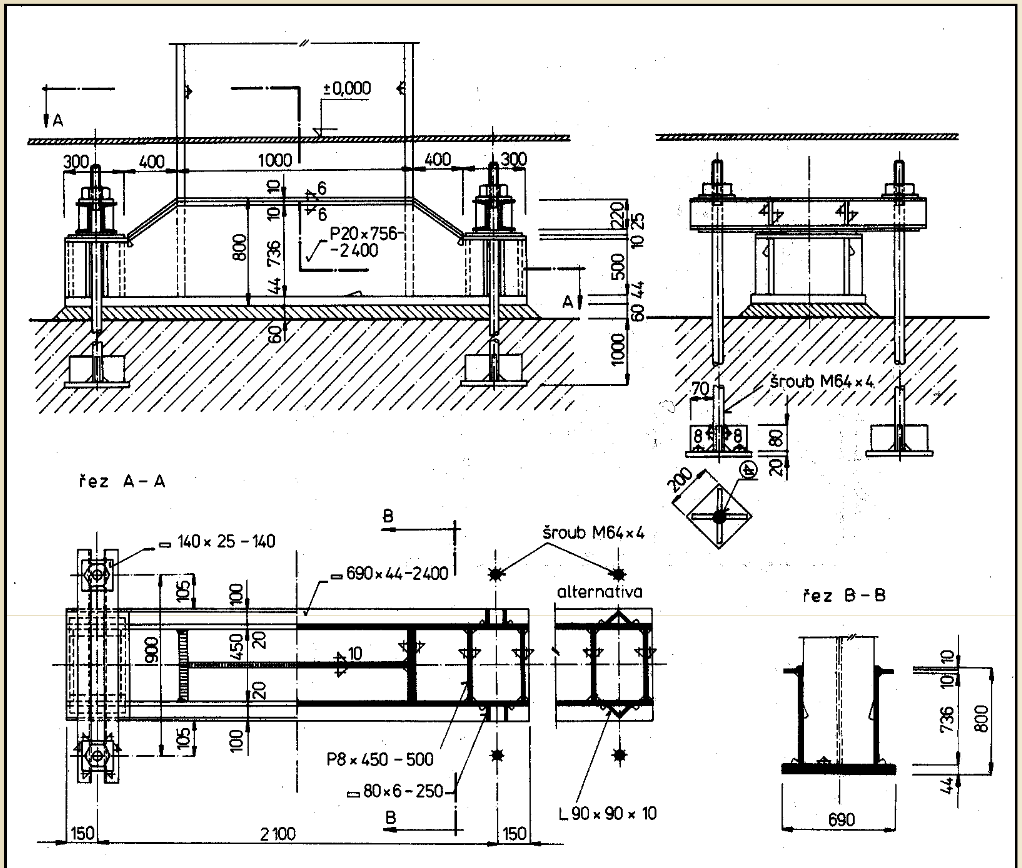
Dvojice sil
Obr. 2.10. / str. 15

Dvojice sil

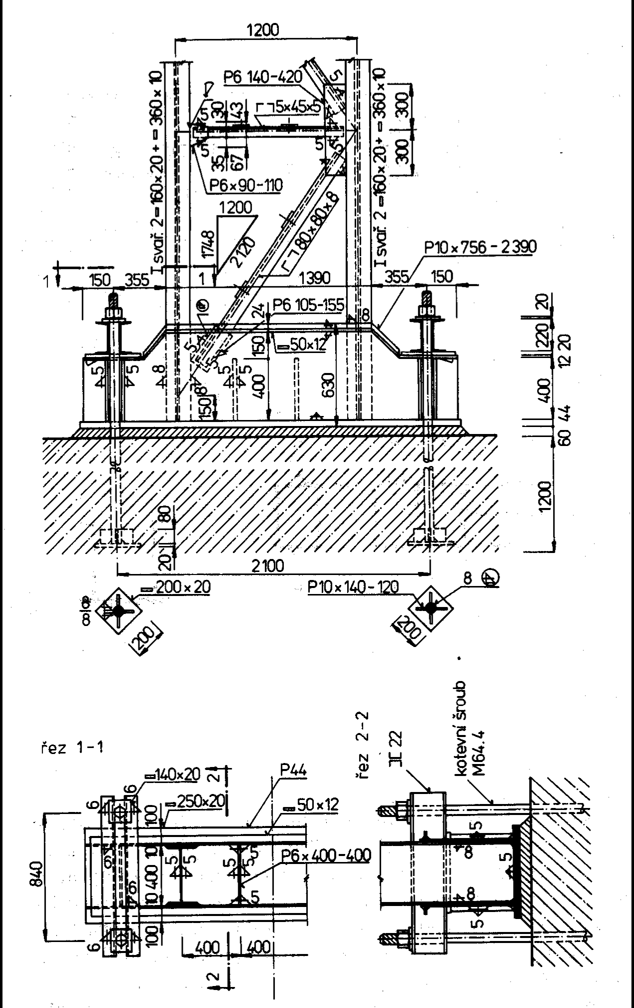


Patky ocelových sloupů – statické schéma

Dvojice sil



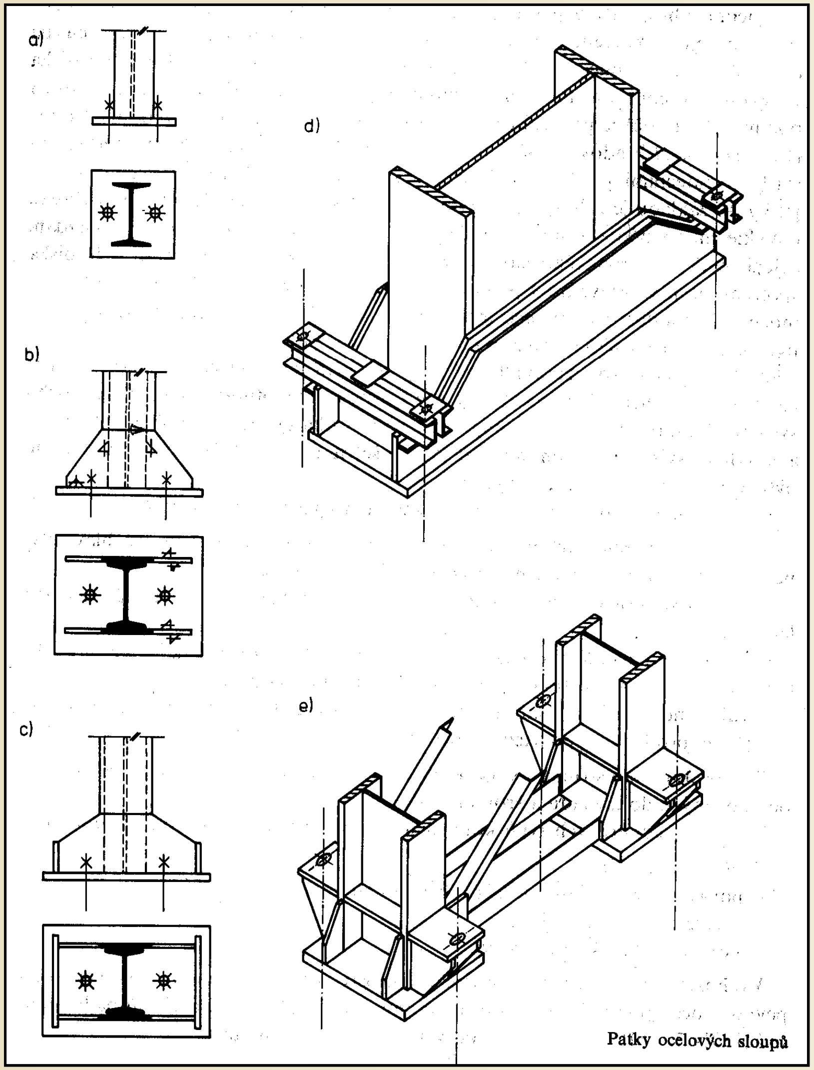
Konstrukce patky plnostěnného sloupu



Konstrukce patky příhradového sloupu

Patky ocelových sloupů – výrobní dokumentace

Dvojice sil



Patky ocelových sloupů – schéma

Společný účinek síly a dvojice sil

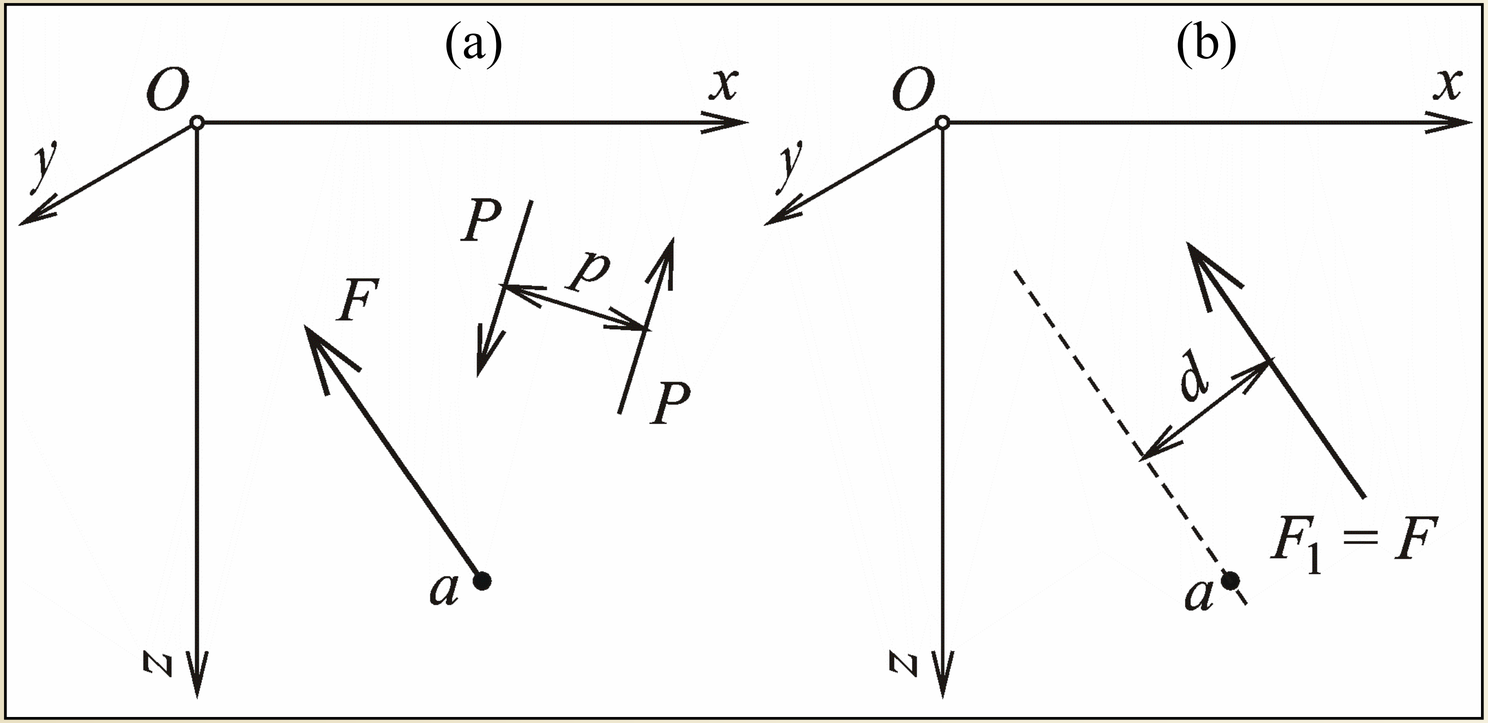
Účinek dvojice sil : $M = P.p$ Účinek síly F : $M_a = F.0 = 0$

Posune-li se F rovnoběžně o vzdálenost d : $M_a = F.d$

Požadavek : posunout F o vzdálenost d, aby $F.d = P.p$

Výsledek :

$$d = \frac{P.p}{F}$$



Společný účinek síly a dvojice

Obr. 2.11. / str. 16

Příklad 2.4

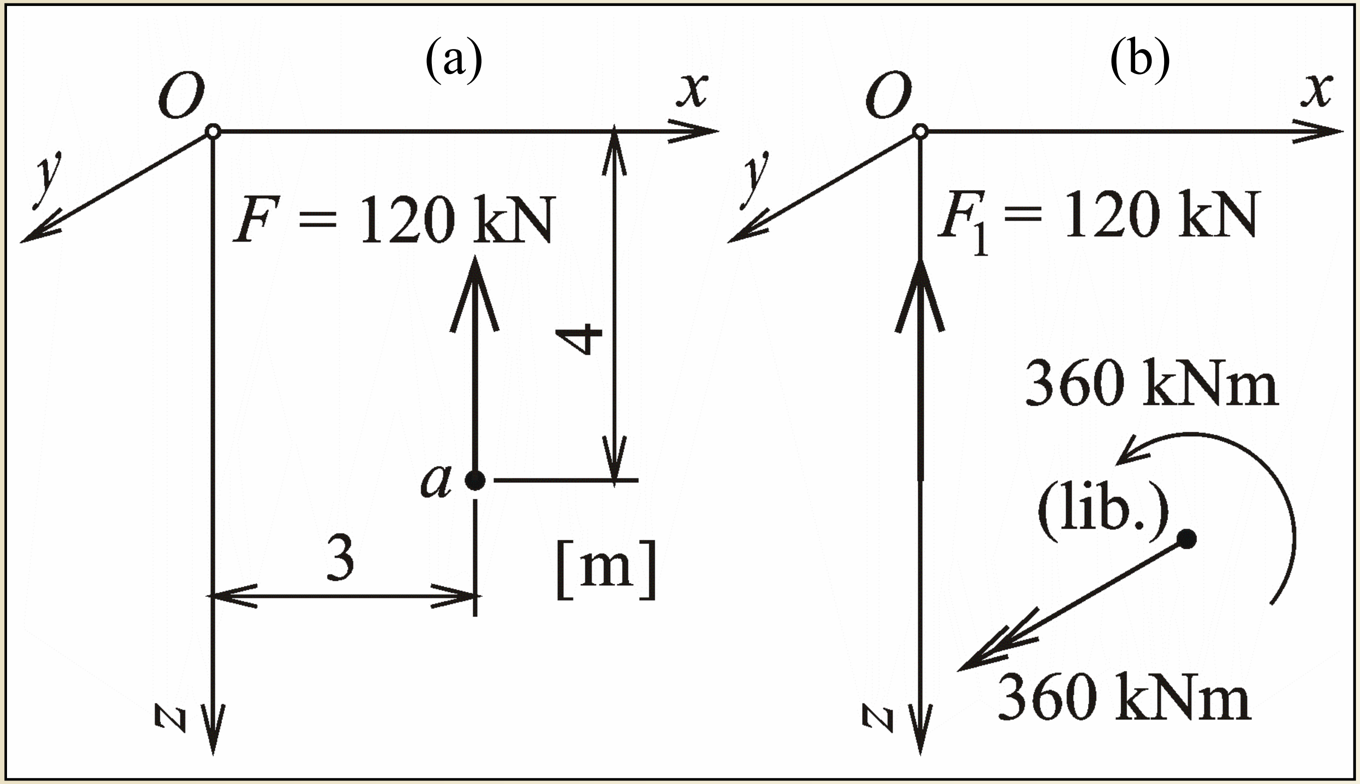
Zadáno: působiště a, síla F

Předmět výpočtu: takový statický moment M dvojice sil při posunutí F, aby otáčivý účinek zůstal nezměněn

Řešení:

$$M_a = -F.x_a$$

Přidaný statický moment M dvojice sil musí být stejně veliký, ale opačného smyslu, tj. **kladného**

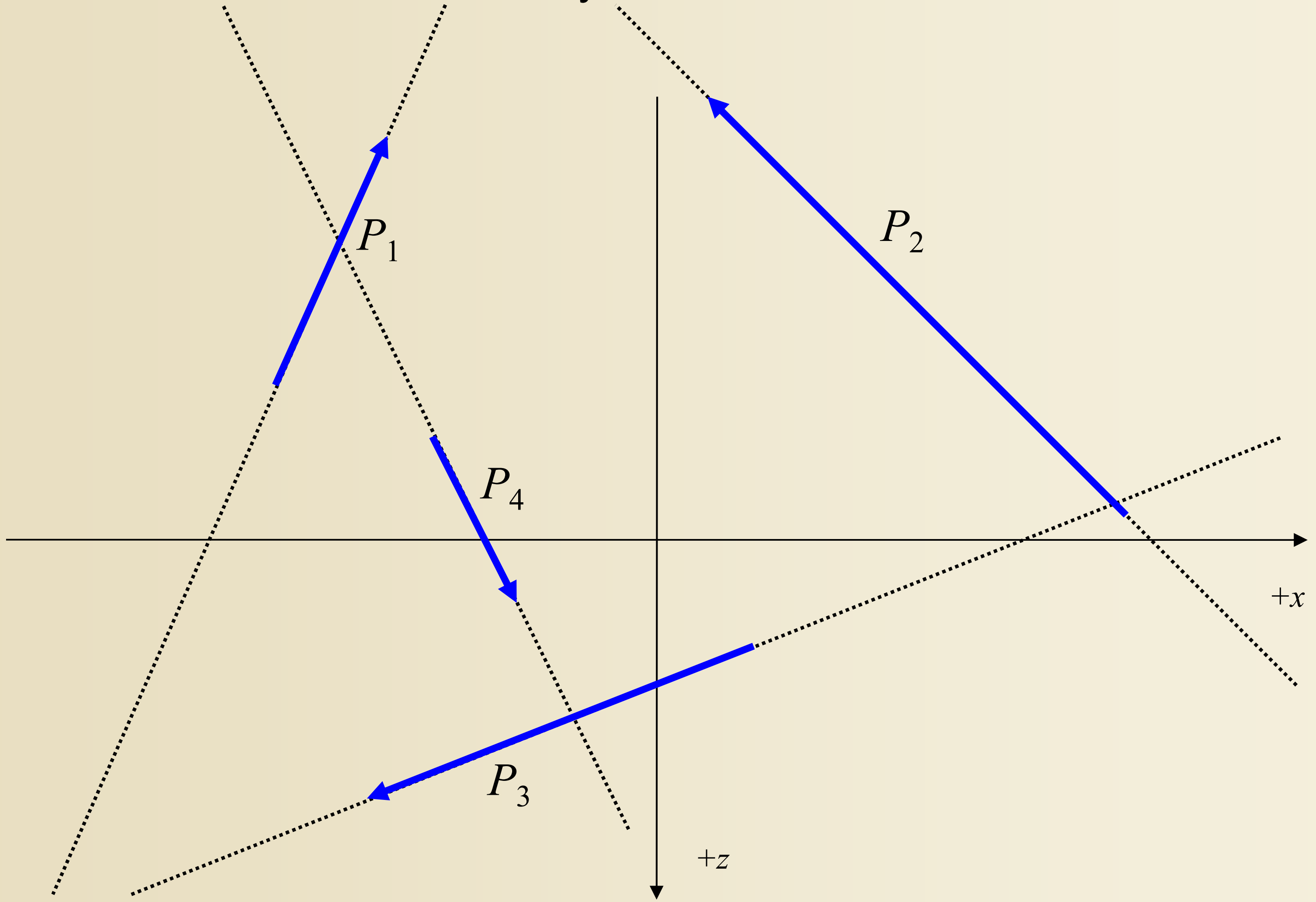


Zadání a výsledek příkladu 2.4

Obr. 2.12. / str. 16

Obecná rovinná soustava sil

Působí-li v téže rovině dvě nebo více (obecně n) sil P_i o různých působištích a různých velikostech, směrech a smyslech.



Obecná rovinná soustava sil

Působiště každé síly a je zadáno dvojicí souřadnic x_a a z_a , velikost, směr a smysl kterékoliv síly P_i může být zadán 2 způsoby:

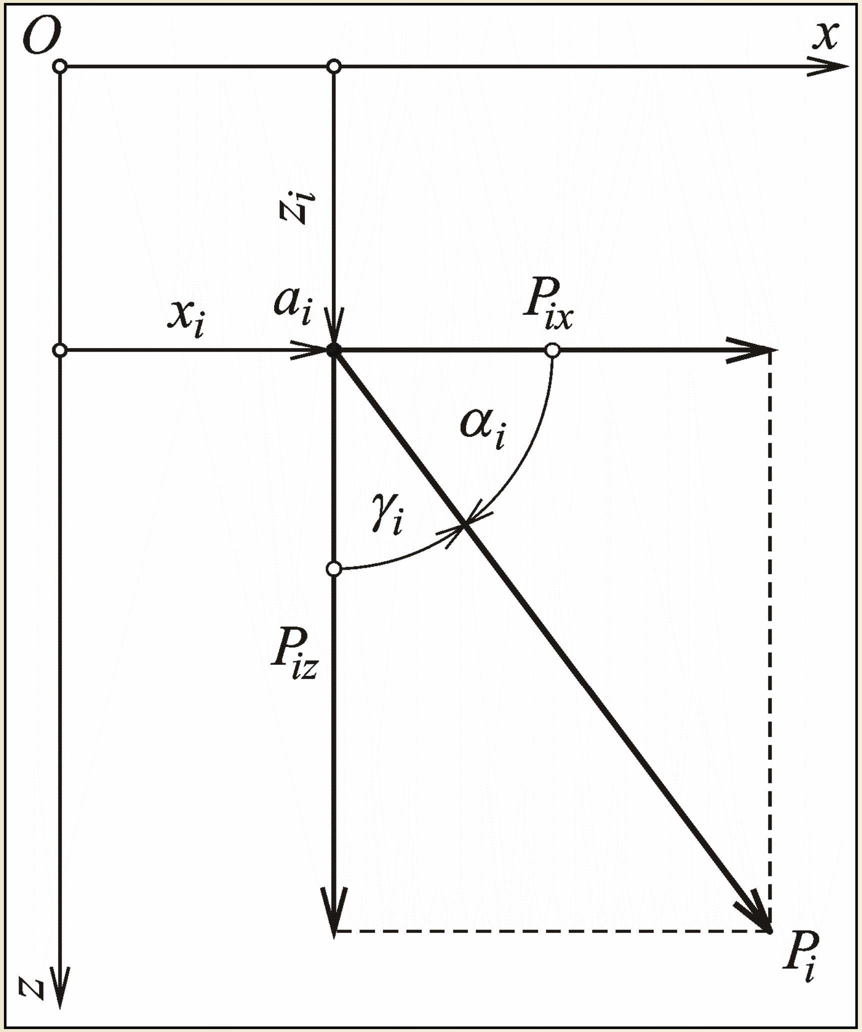
a) prostřednictvím složek P_{iz}, P_{ix} , velikost, směr i smysl síly z rovnoběžníku sil

$$P_i = \sqrt{P_{ix}^2 + P_{iz}^2}$$

$$\sin\gamma_i = \cos\alpha_i = \frac{P_{ix}}{P_i} \qquad \cos\gamma_i = \sin\alpha_i = \frac{P_{iz}}{P_i}$$

b) kladnou velikostí P_i a směrovým úhlem γ_i

$$P_{ix} = P_i.\sin\gamma_i \qquad P_{iz} = P_i.\cos\gamma_i$$



Zadání síly obecné rovinné soustavy

Obr. 2.13. / str. 16

Výsledný účinek obecné rovinné soustavy sil

Postup:

a) pro každou sílu P_i určit složky P_{ix} , P_{iz}

b) každou složku P_{ix} posunout rovnoběžně do osy x a do roviny soustavy přidat statický moment $M_{ix} = P_{ix}.z_i = P_i.z_i.\sin\gamma_i$

c) každou složku P_{iz} posunout rovnoběžně do osy z a do roviny soustavy přidat statický moment $M_{iz} = -P_{iz}.x_i = -P_i.x_i.\cos\gamma_i$

d) určit výslednice R_x , R_z obou přímkových soustav sil

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} P_{ix} \qquad R_z = \sum_{i=1}^{n} P_{iz}$$

e) vypočítat výslednici R a její směrový úhel γ_R

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2} \qquad \sin\gamma_R = \frac{R_x}{R} \qquad \cos\gamma_R = \frac{R_y}{R}$$

f) získat výsledný statický moment soustavy M_R

$$M_R = \sum_{i=1}^{n}\left(M_{ix} + M_{iz}\right) + \sum_{j=1}^{m} M_j$$

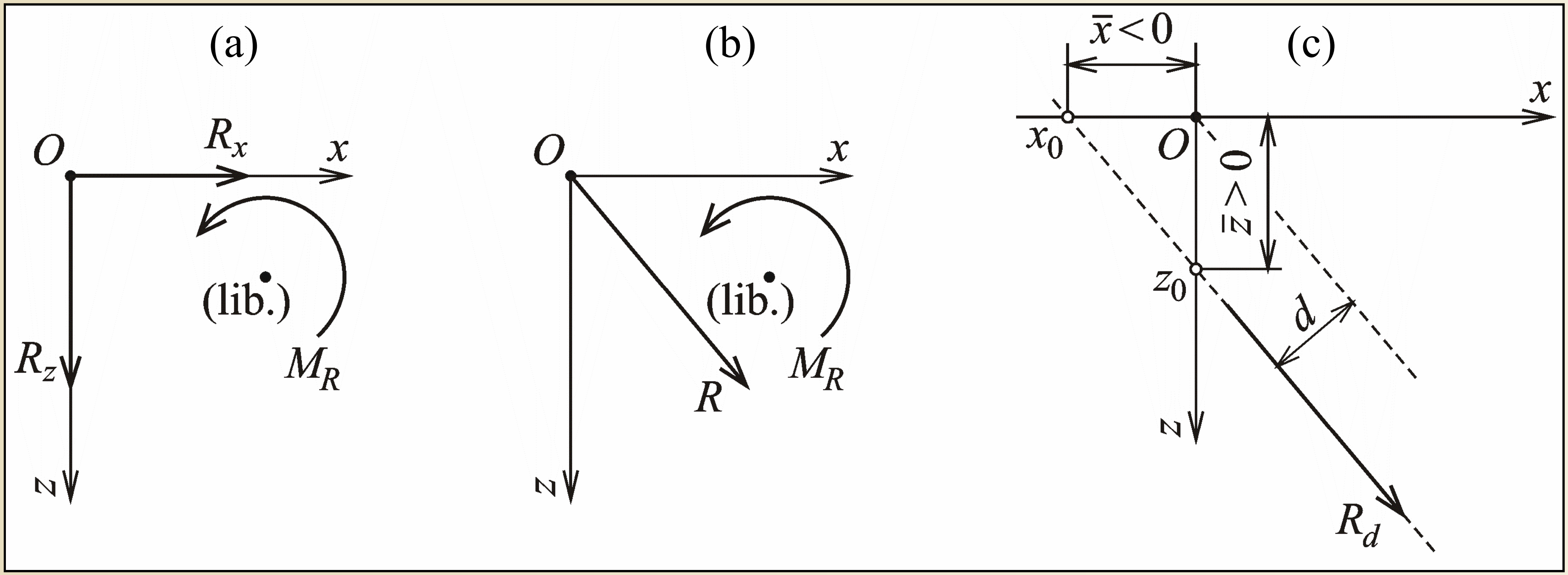
(M_j … případné zadané statické momenty dvojic sil)

Výsledný účinek obecné rovinné soustavy sil

Lze formulovat trojím způsobem:

a) osovými složkami výslednice R_x , R_z v souřadnicových osách a výsledným statickým momentem M_R

b) výslednicí R v počátku a výsledným statickým momentem M_R



Tři způsoby znázornění výsledného účinku obecné rovinné soustavy sil

Obr. 2.14. / str. 17

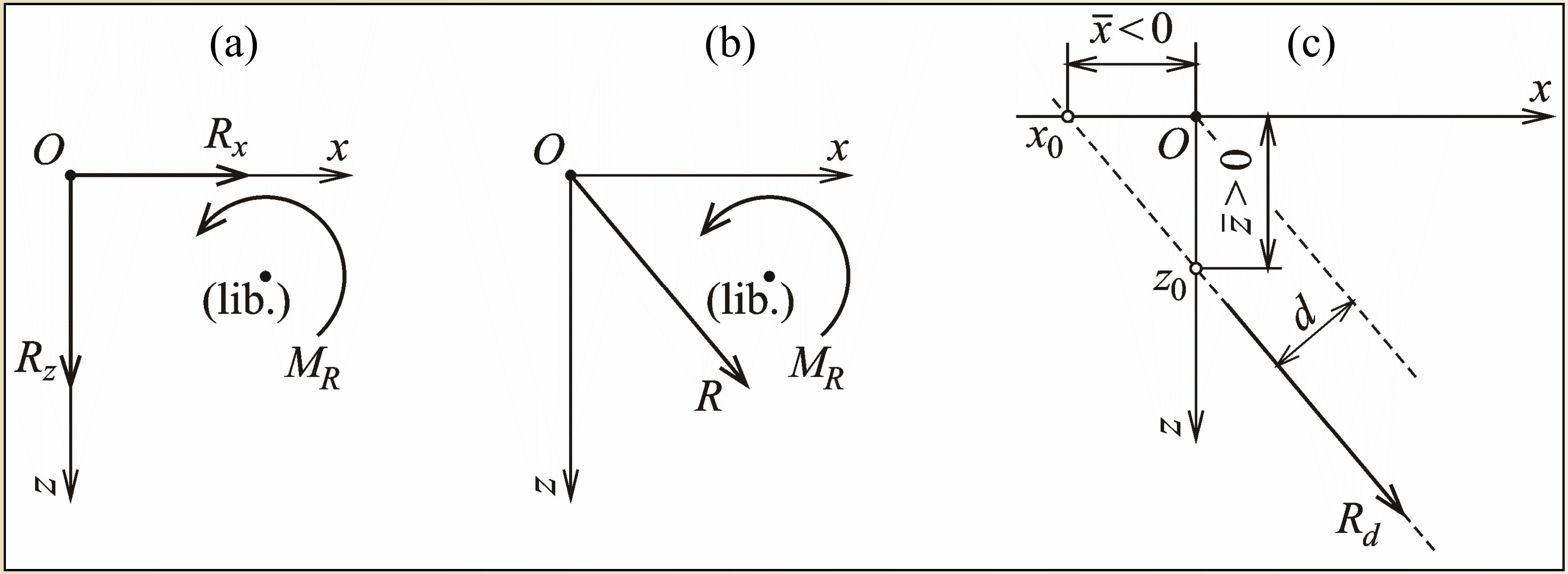
Lze formulovat trojím způsobem:

c) výslednicí R_d , posunutí o d tak, aby účinek $R.d$ byl stejný jako M_R

$$d = \frac{|M_R|}{R}$$

$$M_R + R_z.\bar{x} = 0 \rightarrow \bar{x} = -\frac{M_R}{R_z}$$

$$M_R - R_x.\bar{z} = 0 \rightarrow \bar{z} = \frac{M_R}{R_x}$$



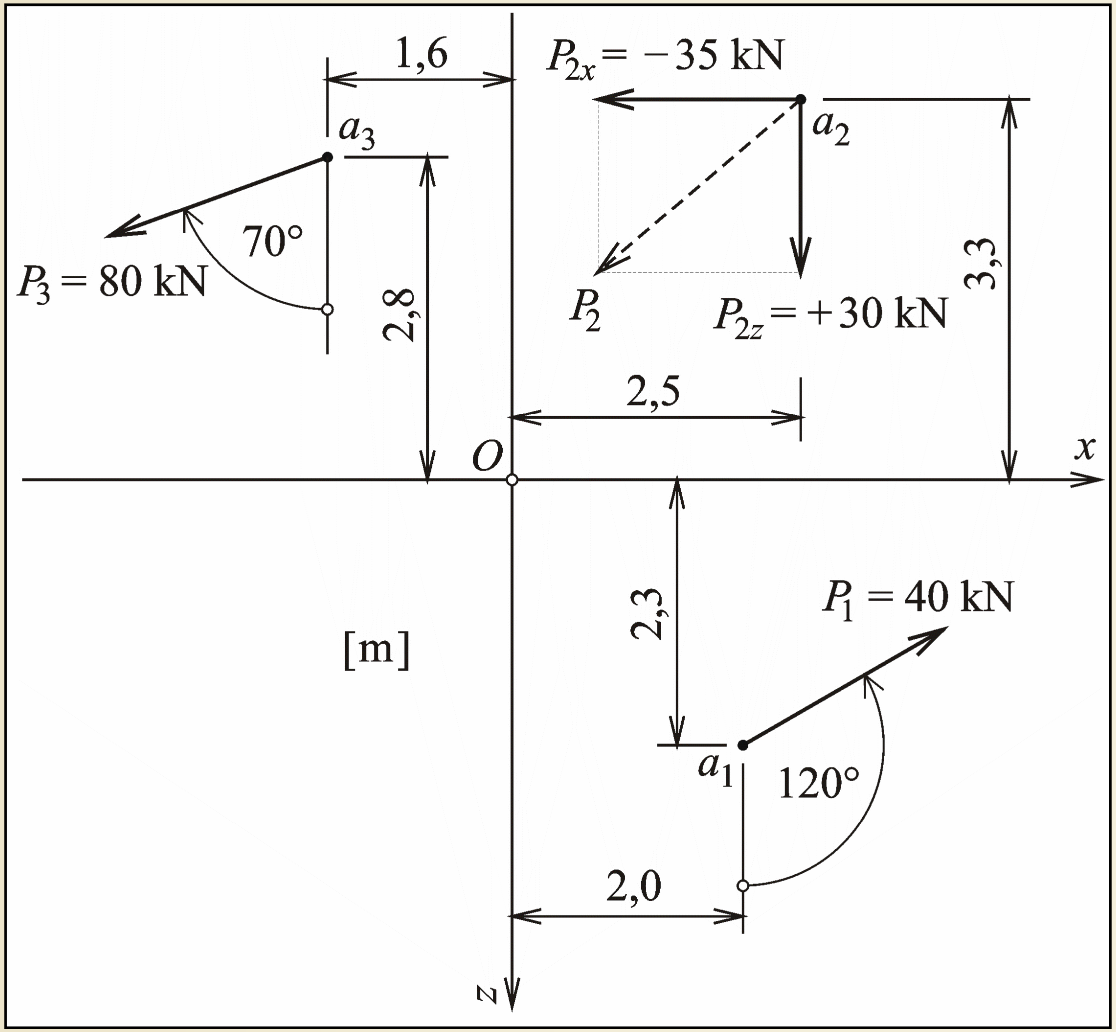
Tři způsoby znázornění výsledného účinku obecné rovinné soustavy sil

Obr. 2.14. / str. 17

Příklad 2.5

Zadáno: působiště a_i , síly P_i

Předmět výpočtu: výsledný účinek soustavy sil

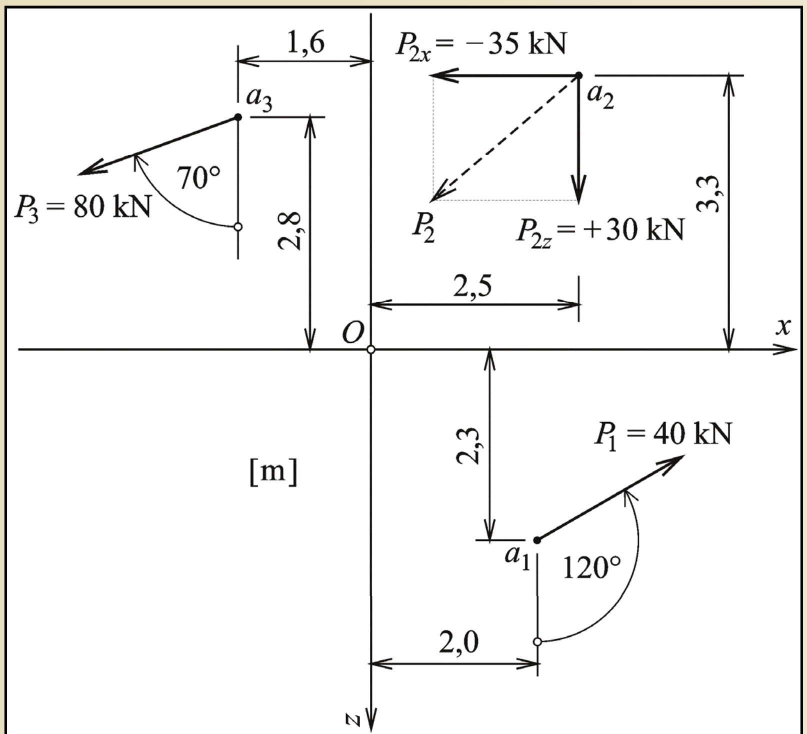


Zadání příkladu 2.5
Obr. 2.15. / str. 18

Příklad 2.5

Tabulkové řešení

i	x_i [m]	z_i [m]	P_i [kN]	γ_i [°]	cos γ_i	sin γ_i	P_{ix} [kN]	P_{iz} [kN]	M_{ix} [kNm]	M_{iz} [kNm]
1	2,0	2,3	40	120	-0,5000	0,8660	34,641	-20,000	79,674	40,000
2	2,5	-3,3					-35,000	30,000	115,500	-75,000
3	-1,6	-2,8	80	-70	0,3420	-0,9397	-75,175	27,362	210,491	43,779
						Σ	-75,534	37,362	405,665	8,779
								Σ	414,444	



Příklad 2.5 - výsledky

$$R=\sqrt{(-75{,}534)^2+(37{,}362)^2}=$$
$$=84{,}269\text{kN}$$

$$\sin\gamma_R=\frac{-75{,}534}{84{,}269}=-0{,}8963$$

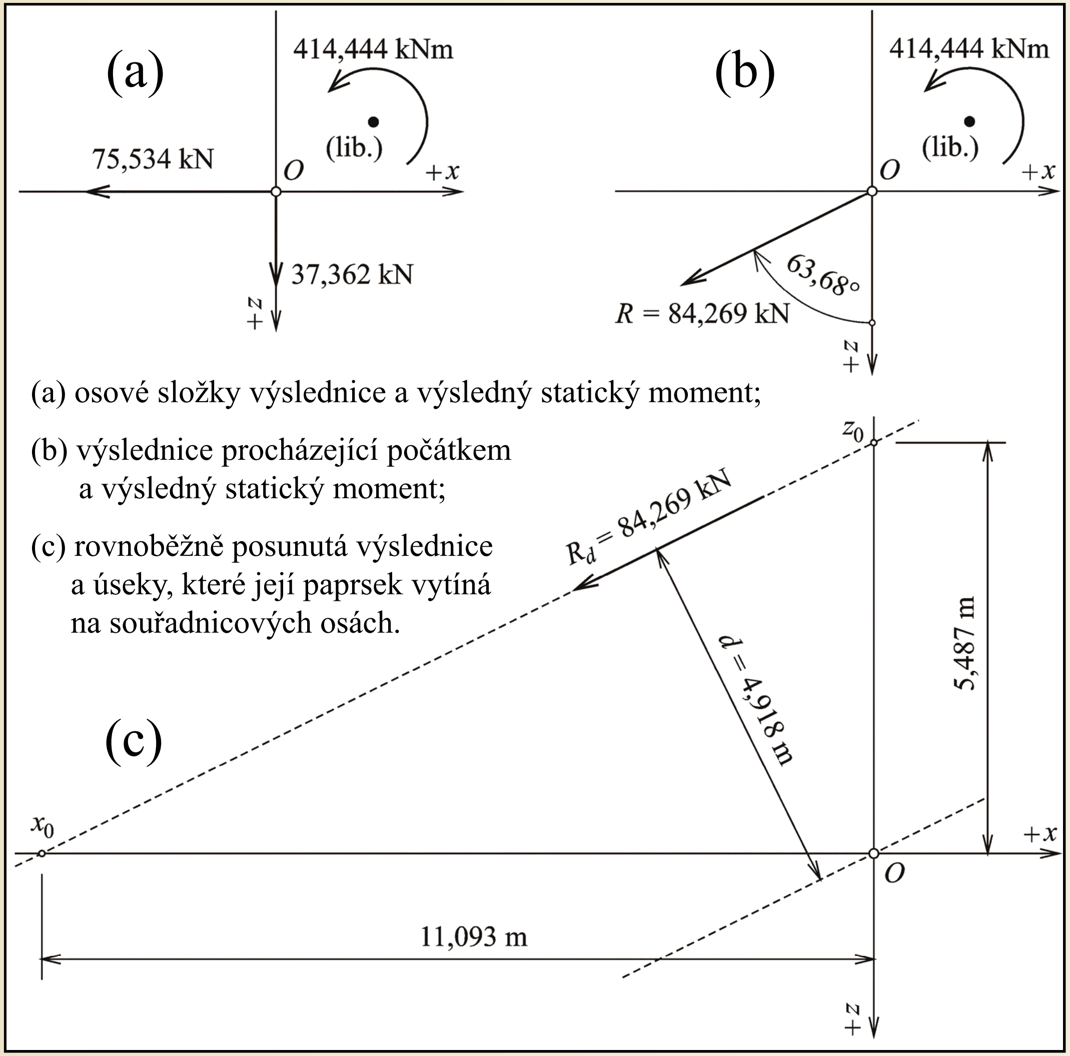
$$\cos\gamma_R=\frac{37{,}362}{84{,}269}=0{,}4434$$

$$\gamma_R=-63{,}68^\circ$$

$$d=\frac{|M_R|}{R}=\frac{414{,}444}{84{,}269}=4{,}918\text{m}$$

$$\bar{x}=-\frac{M_R}{R_z}=-\frac{414{,}444}{37{,}362}=-11{,}093\text{m}$$

$$\bar{z}=\frac{M_R}{R_x}=\frac{414{,}444}{-75{,}534}=-5{,}487\text{m}$$



(a) osové složky výslednice a výsledný statický moment;

(b) výslednice procházející počátkem a výsledný statický moment;

(c) rovnoběžně posunutá výslednice a úseky, které její paprsek vytíná na souřadnicových osách.

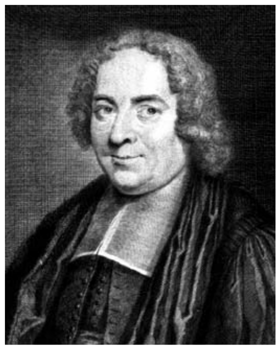
Výsledky příkladu 2.5

Obr. 2.16. / str. 19

Varignonova momentová věta

Zadáno: obecná rovinná soustava n sil P_i a m statických momentů dvojic sil M_j .

Vypočteno: výslednice R_d .



Pierre Varignon
(1654 - 1722)

Platí:

Statický moment výslednice obecné rovinné soustavy k libovolnému momentovému středu v rovině soustavy se rovná algebraickému součtu všech statických momentů sil soustavy k témuž momentovému středu a všech statických momentů dvojic sil. … **Varignonova věta**

Matematicky:

$$R_d . p_R = \sum_{i=1}^{n} P_i . p_i + \sum_{j=1}^{m} M_j$$

Podmínky rovnováhy obecné rovinné soustavy sil

V rovnováze tehdy, když je nulová R (R_x a R_z) a M_R.

3 podmínky rovnováhy (2 silové, 1 momentová):

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} P_{ix} = 0 \qquad R_z = \sum_{i=1}^{n} P_{iz} = 0 \qquad M_R = \sum_{i=1}^{n} \left(M_{ix} + M_{iz}\right) + \sum_{j=1}^{m} M_j = 0$$

Momentová podmínka musí platit k libovolnému momentovému středu s

$$M_s = \sum_{i=1}^{n} \left(P_{ix}.p_{six} + P_{iz}.p_{siz}\right) + \sum_{j=1}^{m} M_j = \sum_{i=1}^{n} \left[P_{ix}.(z_i - z_s) + P_{iz}.(x_s - x_i)\right] + \sum_{j=1}^{m} M_j = 0$$

V praktických aplikacích často nutno sestavit 2 momentové podmínky ke dvěma momentovým středům a , b . Ty se doplňují třetí podmínkou:

$$M_a = 0 \qquad M_b = 0$$

a) $R_x = 0$ pokud je spojnice a , b vodorovná

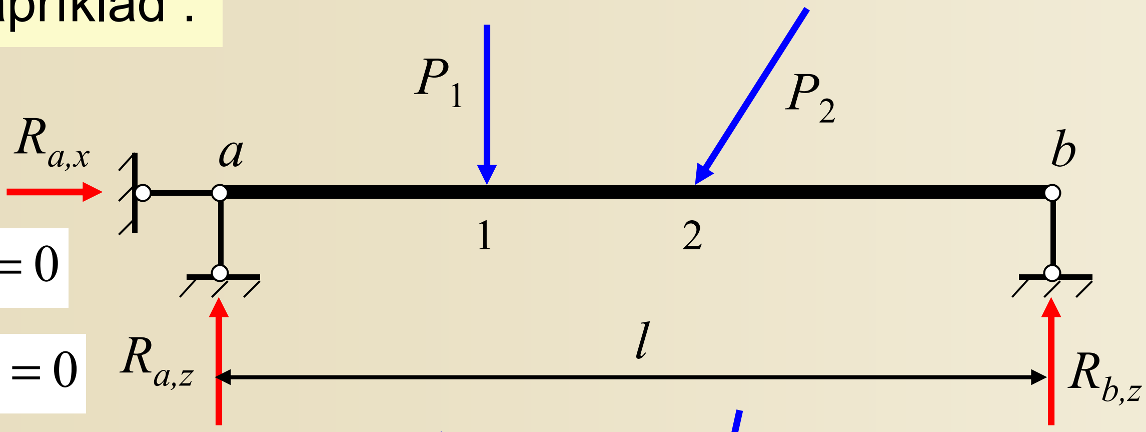
b) $R_z = 0$ pokud je spojnice a , b svislá

c) $R_x = 0$ nebo $R_z = 0$ nebo $R_{\overline{ab}} = 0$ pokud je spojnice a , b šikmá (nutno rozkládat)

Užívané jsou také 3 momentové podmínky ke třem libovolným momentovým středům, které nesmí ležet v jedné přímce $M_a = 0$ $M_b = 0$ $M_c = 0$

Podmínky rovnováhy obecné rovinné soustavy sil

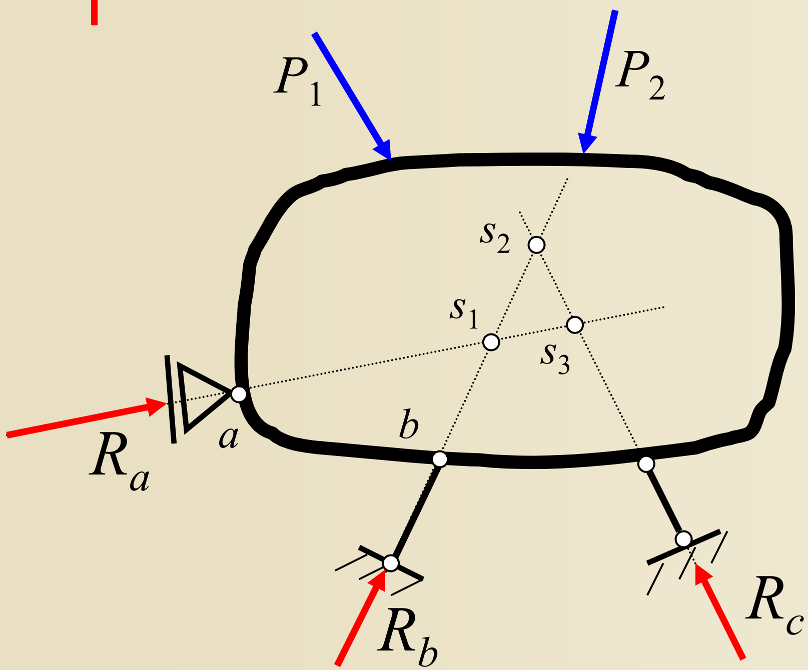
Například :



$R_x = 0$

$M_a = 0$

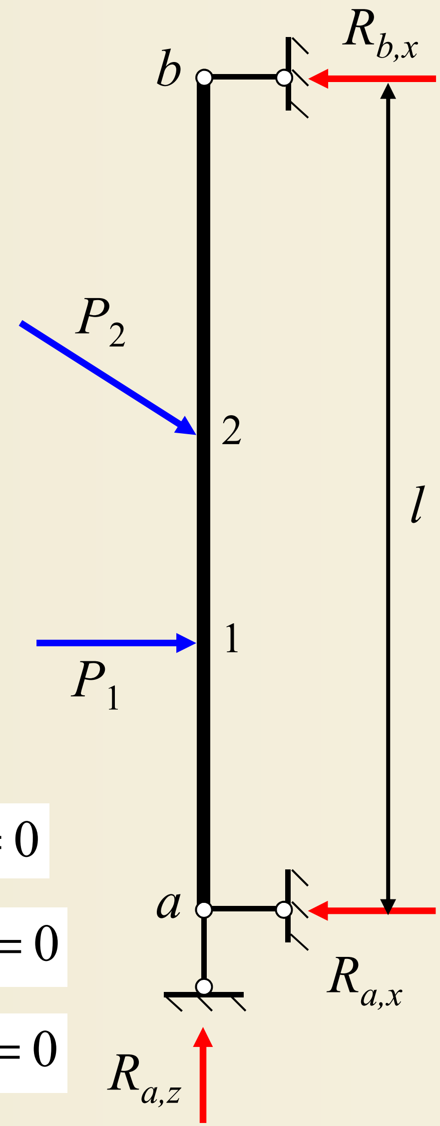
$M_b = 0$



$M_{s_1} = 0$

$M_{s_2} = 0$

$M_{s_3} = 0$



$R_z = 0$

$M_a = 0$

$M_b = 0$

Příklad 2.6

Zadáno
Působiště a směrové úhly sil, velikost síly P_4

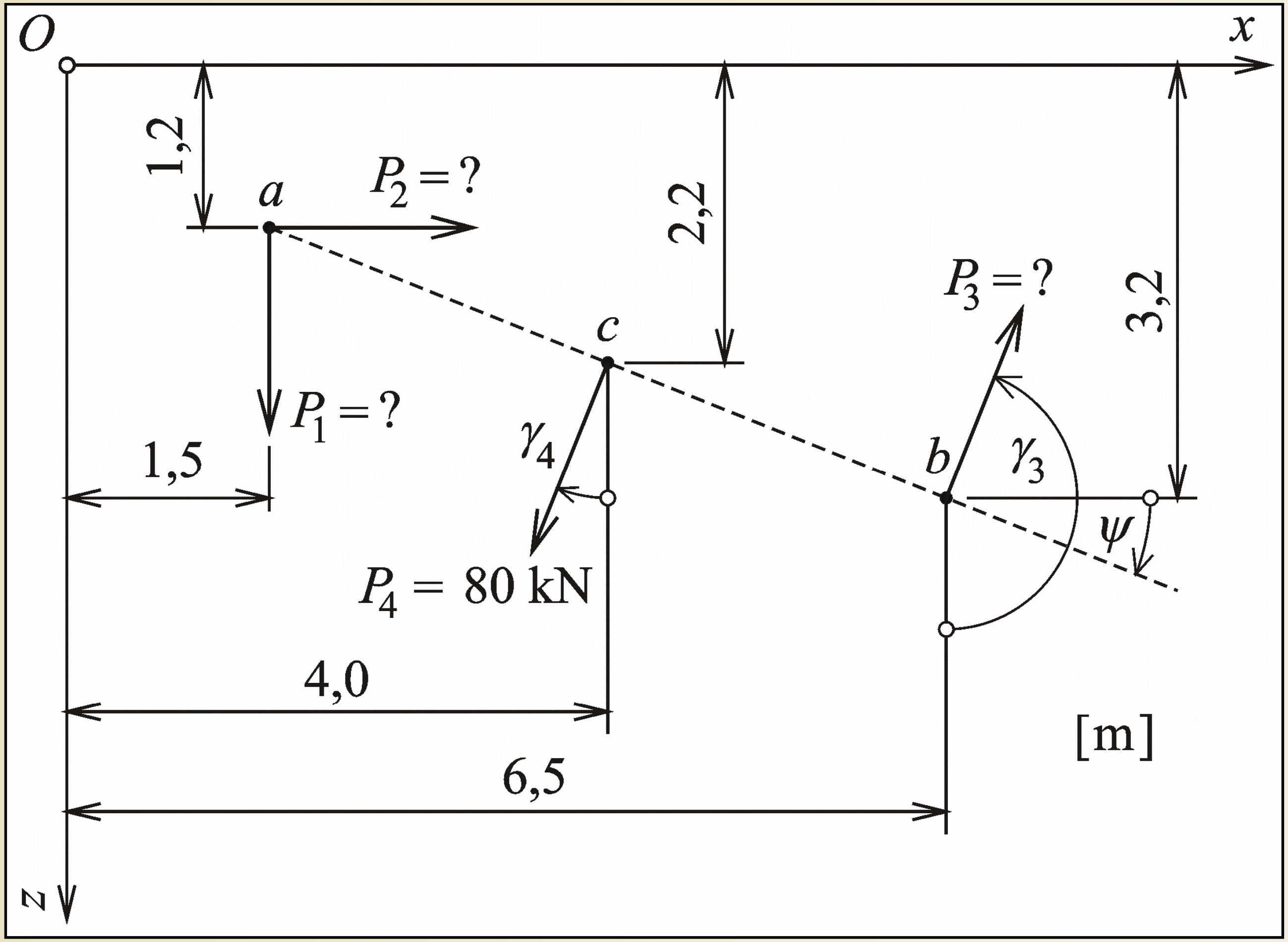
Předmět výpočtu a řešení
Velikosti sil P_1 , P_2 a P_3 , které zajistí soustavě sil rovnováhu s využitím těchto podmínek rovnováhy:

$\boxed{M_a = 0} \rightarrow P_3$

$\boxed{R_x = 0} \rightarrow P_2$

$\boxed{M_b = 0} \rightarrow P_1$

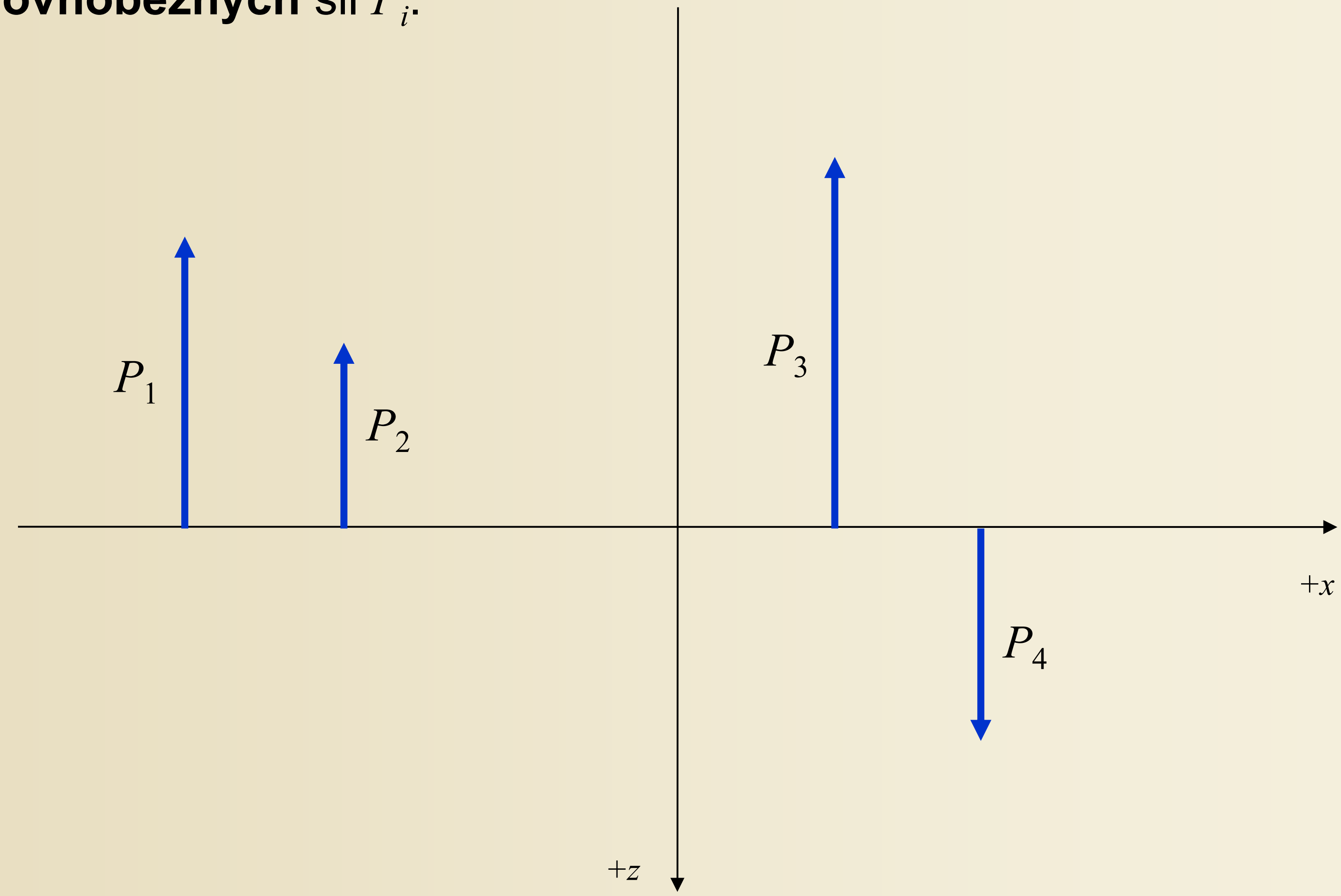
$\boxed{R_z = 0} \rightarrow$ **Kontrola**



Zadání příkladu 2.6
Obr. 2.17. / str. 21

Rovinná soustava rovnoběžných sil

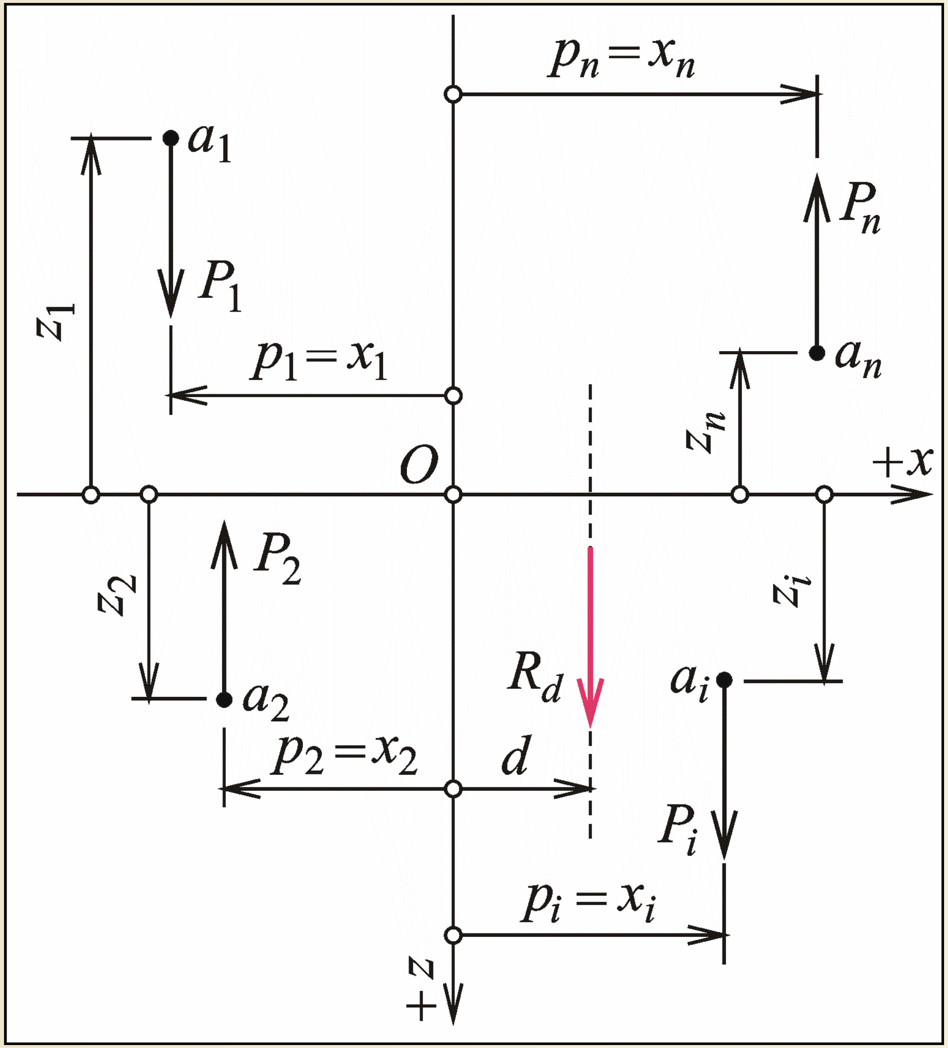
Působí-li v téže rovině dvě nebo více (obecně n) **rovnoběžných** sil P_i.



Rovinná soustava rovnoběžných sil

Působiště a každé síly P_i je zadáno dvojicí souřadnic x_a a z_a , (u volných vektorů stačí pouze 1 souřadnice)

Síla je zadána velikostí (kladnou nebo zápornou podle smyslu síly)



Rovinná soustava rovnoběžných sil

Obr. 2.18. / str. 22

Výsledný účinek rovinné soustavy rovnoběžných sil

a) velikost výslednice R

$$R = \sum_{i=1}^{n} P_i$$

kladná velikost = smysl výslednice se shoduje s kladným smyslem souřadnicové osy z

b) poloha paprsku výslednice R

$$M_R = -R.d = -\sum_{i=1}^{n} P_i . p_i$$

$$d = \frac{-M_R}{R} = \frac{1}{R} . \sum_{i=1}^{n} P_i . p_i$$

z Varignonovy momentové věty k momentovému středu (nejčastěji k počátku), d, p_i kladné ve smyslu kladné osy x, R má povahu volného vektoru ve svém paprsku

Výsledný účinek může být vyjádřen:

a) výslednicí $\boldsymbol{R}$, procházející momentovým středem a statickým momentem $\boldsymbol{M_R}$

b) výslednicí $\boldsymbol{R_d} = R$, která je posunuta do paprsku vzdálenosti $\boldsymbol{d}$ od počátku

Příklad 2.7

Zadáno
Působiště, směry a velikosti čtyř svislých sil

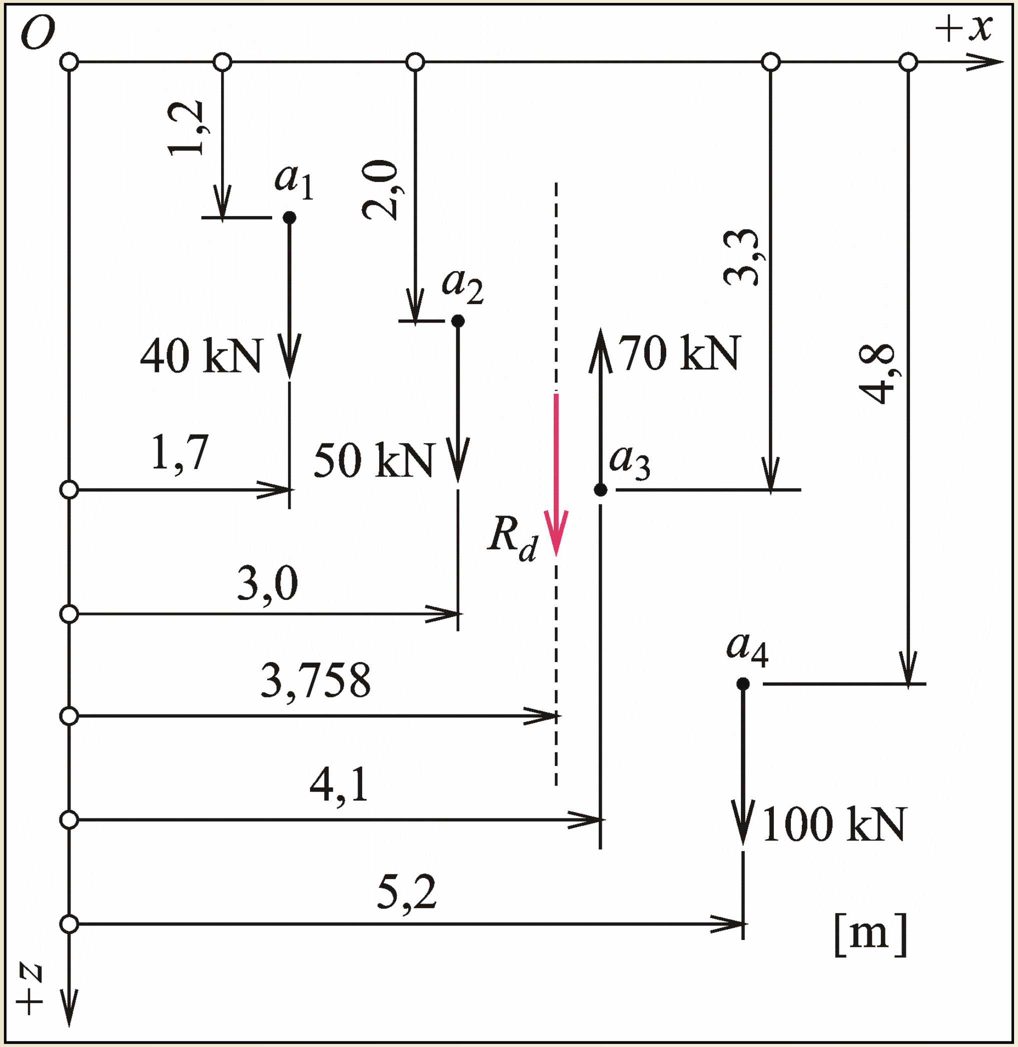
Předmět výpočtu
Velikost výslednice R a poloha jejího paprsku

Řešení

$$R = \sum_{i=1}^{n} P_i = 120\text{kN}$$

$$M_R = -R.d = -\sum_{i=1}^{n} P_i.p_i = -451\text{kNm}$$

$$d = \frac{|M_R|}{R} = 3{,}758\text{m}$$



Zadání a výsledek příkladu 2.7
Obr. 2.19. / str. 22

Podmínky rovnováhy rovinné soustavy rovnoběžných sil

V rovnováze tehdy, když je nulová R a M_R.

2 podmínky rovnováhy (1 silová, 1 momentová):

$$R = \sum_{i=1}^{n} P_i = 0 \qquad M_R = -M_R = \sum_{i=1}^{n} P_i . p_i = 0$$

Lze použít rovněž 2 momentové podmínky ke dvěma momentovým středům a , b , které neleží na přímce rovnoběžné s paprsky sil.

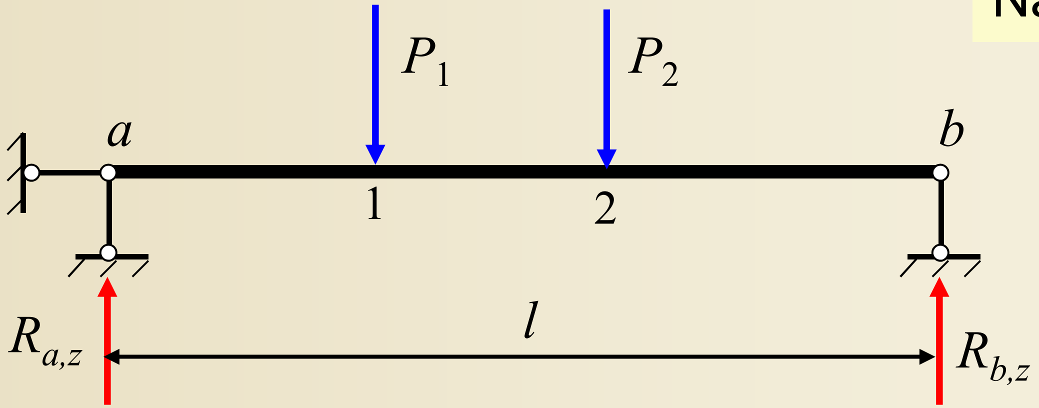
$$M_a = \sum_{i=1}^{n} P_i . p_{ai} = 0 \qquad M_b = \sum_{i=1}^{n} P_i . p_{bi} = 0$$

Například :

$M_a = 0 \rightarrow R_{b,z}$

$M_b = 0 \rightarrow R_{a,z}$

$R_z = 0 \rightarrow$ **Kontrola**



Příklad 2.8

Zadáno

Souřadnice x_i , velikosti sil P_2 a P_3 .

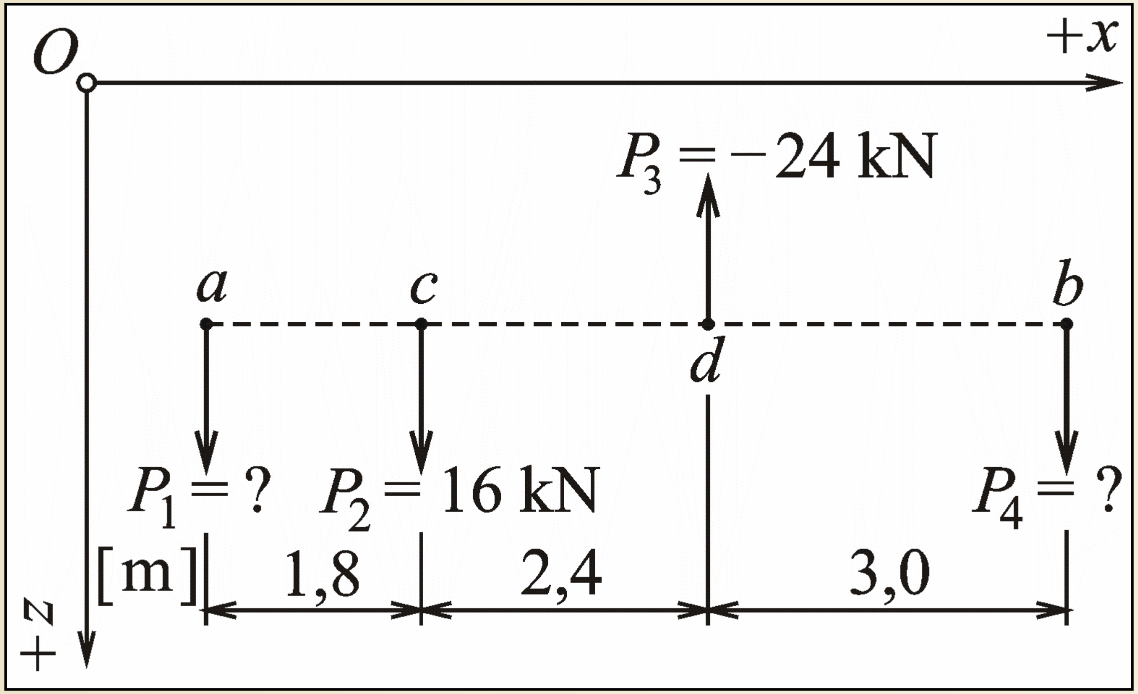
Předmět výpočtu a řešení

Velikosti sil P_1 a P_4 , které zajistí soustavě sil rovnováhu s využitím těchto podmínek rovnováhy:

$M_a = 0 \rightarrow P_4$

$M_b = 0 \rightarrow P_1$

$R_z = 0 \rightarrow$ **Kontrola**



Zadání příkladu 2.8

Obr. 2.20. / str. 23

Statický střed rovinné soustavy rovnoběžných sil

Předpoklad řešení:

a) $R \neq 0$

b) U působišť sil P_i nutno zadat obě souřadnice x_a a z_a .

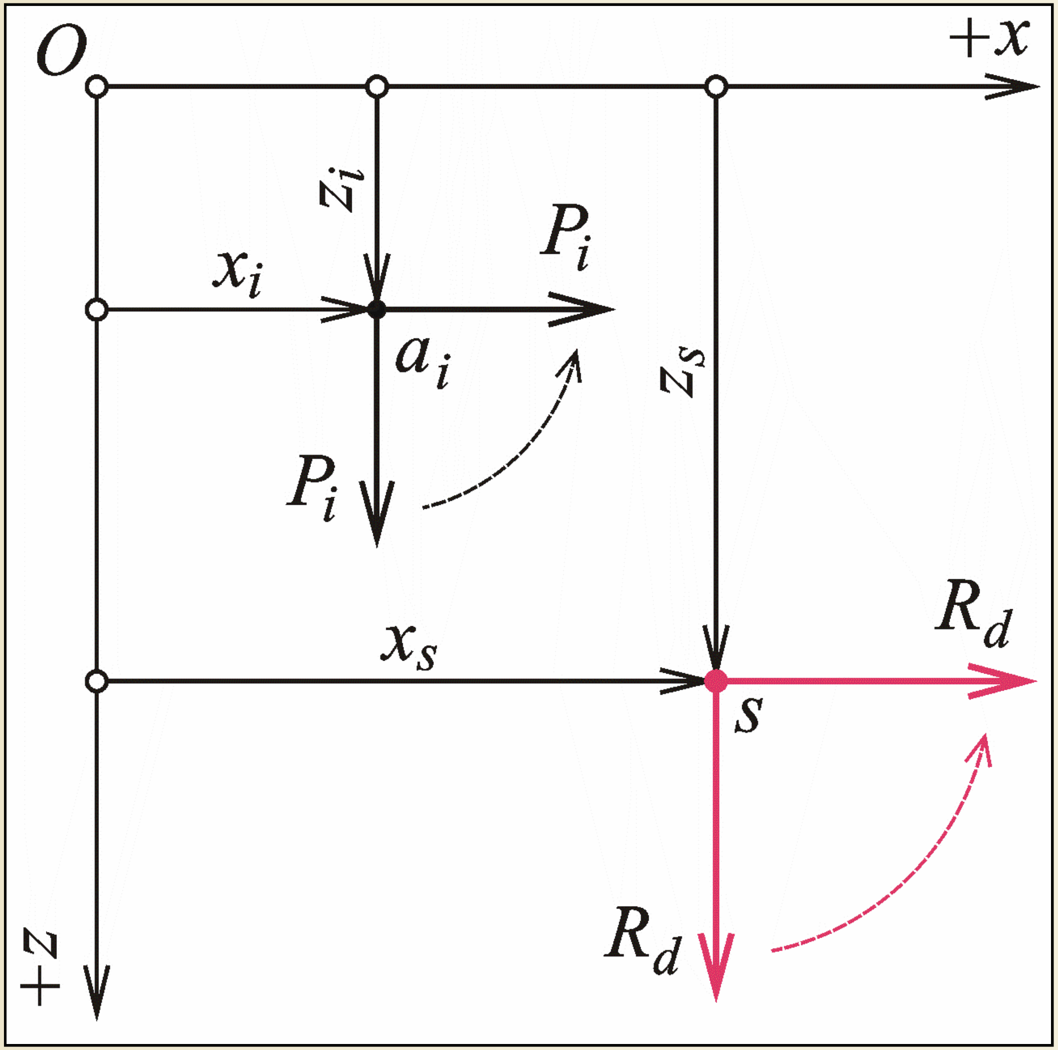
Postup:

a) Určit polohu svislého paprsku výslednice R_d od svislých sil (x_s)

b) Určit polohu vodorovného paprsku výslednice R_d od sil, které byly otočeny o 90° proti směru hodinových ručiček (z_s)

$$M_R = R.d = \sum_{i=1}^{n} P_i.z_i$$

$$d = z_s = \frac{M_R}{R} = \frac{1}{R}.\sum_{i=1}^{n} P_i.z_i$$

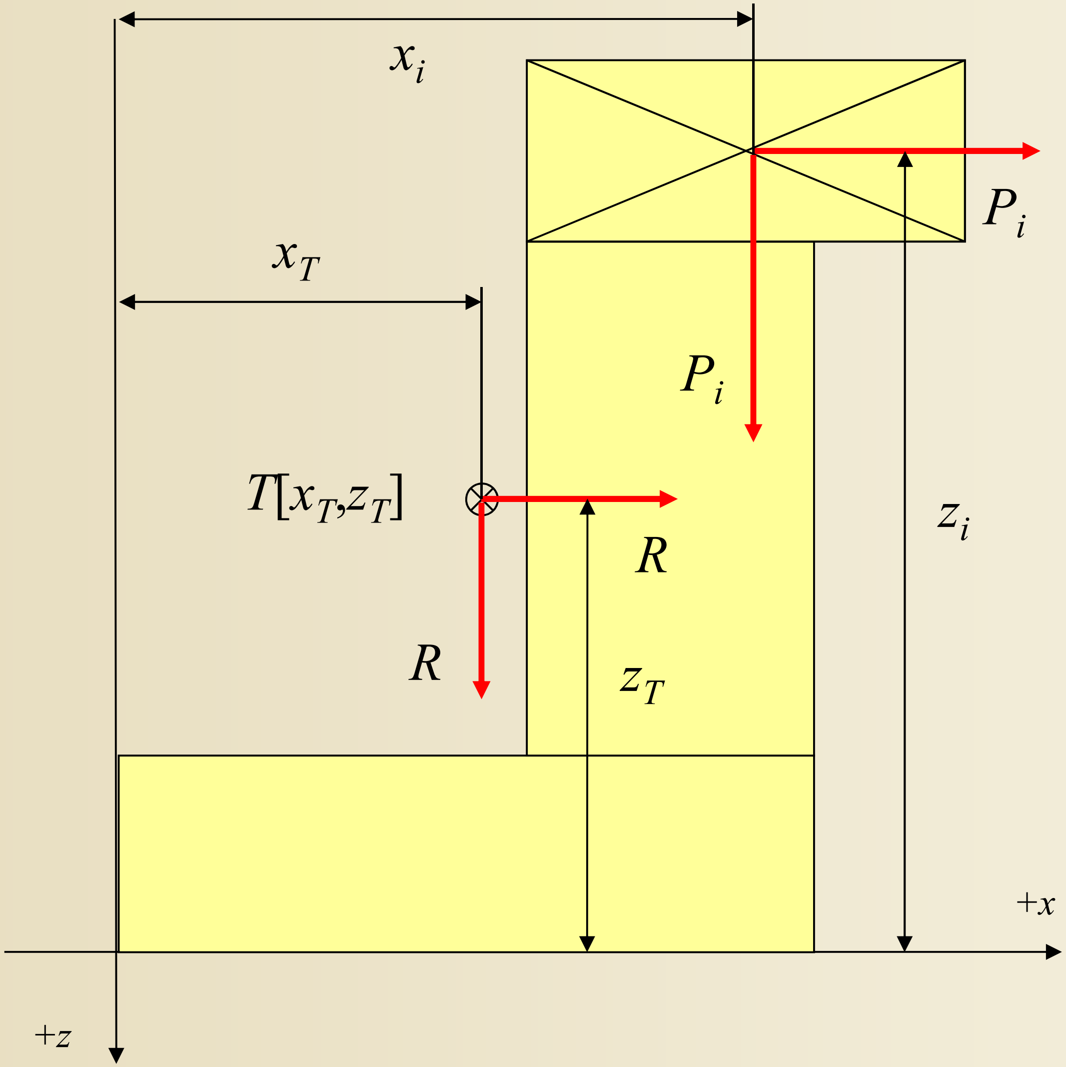


Statický střed v rovině
Obr. 2.21. / str. 24

Statický střed rovinné soustavy rovnoběžných sil

Využití: výpočet těžiště hmotných rovinných čar a hmotných rovinných obrazců - téma č. **8**

Například :



Okruhy problémů k ústní části zkoušky

1. Přímková soustava
2. Rovinný svazek sil
3. Statický moment síly k bodu v rovinné úloze
4. Dvojice sil
5. Obecná rovinná soustava sil
6. Varignonova momentová věta
7. Rovinná soustava rovnoběžných sil
8. Statický střed rovinné soustavy rovnoběžných sil