



ZÁKLADY STAVEBNÍ MECHANIKY

Výpočet vnitřních sil přímého nosníku v příčné úloze u nejjednodušších zatěžovacích stavů konzoly a prostého nosníku

Příklad 1:

Výpočet reakcí
 $R_{bz} = F(\uparrow)$
 $M_{by} = F \cdot l(\curvearrowright)$

Posouvající síla
 $V_{(x)}^L = \text{konst.} = -F$
 $V_{(a)} = V_{(x=0)} = -F$
 $V_{(b)} = V_{(x=l)} = -F$

Ohybový moment
 $M_{(x)}^L = -F \cdot x$
 $M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0$
 $M_{(b)} = M_{(x=l)} = -F \cdot l$

Příklad 4:

Výpočet reakcí
 $R_{bz} = Q = \frac{q \cdot l}{2}(\uparrow)$
 $M_{by} = Q \cdot \frac{l}{3} = \frac{q \cdot l^2}{6}(\curvearrowright)$

Posouvající síla
 $V_{(x)}^L = -\frac{q \cdot x^2}{2} = -\frac{q \cdot x \cdot x}{2}$
 $V_{(a)} = V_{(x=0)} = 0$
 $V_{(b)} = V_{(x=l)} = -\frac{q \cdot l^2}{2} = -R_{bz}$
 $V_{(x=l/2)} = -\frac{q \cdot l^2}{8}$

Ohybový moment
 $M_{(x)}^L = -\frac{q \cdot x^3}{6} = -\frac{q \cdot x^2 \cdot x}{6}$
 $M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0$
 $M_{(b)} = M_{(x=l)} = -\frac{q \cdot l^3}{6} = -M_{by}$
 $M_{(x=l/2)} = -\frac{q \cdot l^3}{162}$ $M_{(x=2/3 \cdot l)} = -\frac{4}{81} \cdot q \cdot l^3$

Příklad 7:

Výpočet reakcí
 $R_{az} = F(\uparrow)$ $R_{bz} = F(\uparrow)$

Posouvající síla
 $x \in \langle 0, c \rangle$ $V_{(x)}^L = R_{az}$ $V_{(a)} = R_{az}$
 $x \in \langle c, c+d \rangle$ $V_{(x)}^L = R_{az} - F = 0$
 $x \in \langle c+d, l \rangle$ $V_{(x)}^L = R_{az} - 2 \cdot F = -R_{bz}$ $V_{(b)} = -R_{bz}$

Ohybový moment
 $x \in \langle 0, c \rangle$ $M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x$ $M_{(a)} = 0$
 $x \in \langle c, c+d \rangle$ $M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x - F \cdot (x-c) = F \cdot c$
 $x \in \langle c+d, l \rangle$ $M_{(x)}^L = R_{az} \cdot (l-x)$ $M_{(b)} = 0$

Příklad 10:

Výpočet reakcí
 $R_{az} = \frac{Q}{2} = \frac{q \cdot l}{2}(\uparrow)$ $R_{bz} = \frac{Q}{2} = \frac{q \cdot l}{2}(\uparrow)$

Posouvající síla
 $V_{(x)}^L = R_{az} - q \cdot x = q \cdot \left(\frac{l}{2} - x\right)$
 $V_{(a)} = V_{(x=0)} = \frac{q \cdot l}{2}$
 $V_{(b)} = V_{(x=l)} = -\frac{q \cdot l}{2} = -R_{bz}$
 $q \cdot \left(\frac{l}{2} - x\right) = 0 \rightarrow x_{\text{max}} = \frac{l}{2}$

Ohybový moment
 $M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = \frac{q}{2} \cdot (l \cdot x - x^2)$
 $M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0$
 $M_{(b)} = M_{(x=l)} = 0$
 $M_{(x=l/2)} = M_{(x_{\text{max}})} = \frac{q \cdot l^2}{8}$

Příklad 2:

Výpočet reakcí
 $R_{bz} = 0$
 $M_{by} = M(\curvearrowright)$

Posouvající síla
 $V_{(x)}^L = 0$
 $V_{(a)} = V_{(x=0)} = l$
 $V_{(b)} = V_{(x=l)} = 0$

Ohybový moment
 $M_{(x)}^L = -M$
 $M_{(a)} = M_{(x=0)} = -M$
 $M_{(b)} = M_{(x=l)} = -M$

Příklad 5:

Výpočet reakcí
 $R_{bz} = Q = \frac{q \cdot l}{2}(\uparrow)$ $M_{by} = Q \cdot \frac{2}{3} \cdot l = \frac{q \cdot l^2}{3}(\curvearrowright)$

Posouvající síla
 $V_{(x)}^L = -R_{bz} + \frac{q \cdot x^2}{2} = -\frac{q \cdot l}{2} + \frac{q \cdot x^2}{2}$
 $V_{(a)} = V_{(x=0)} = 0$ $V_{(x=l/2)} = -\frac{3}{8} \cdot q \cdot l$
 $V_{(b)} = V_{(x=l)} = -\frac{q \cdot l}{2} = -R_{bz}$

Ohybový moment
 $M_{(x)}^L = +R_{bz} \cdot (l-x) - M_{by} \cdot \frac{q \cdot (l-x)^2}{2} = \frac{q \cdot x^2}{2} \cdot (l-x) - \frac{q \cdot x^3}{6}$
 $M_{(a)} = 0$ $M_{(b)} = \frac{q \cdot l^3}{3} = -M_{by}$
 $M_{(x=l/3)} = -\frac{4}{81} \cdot q \cdot l^3$ $M_{(x=2/3 \cdot l)} = -\frac{14}{81} \cdot q \cdot l^3$

Příklad 8:

Výpočet reakcí
 $R_{az} = \frac{F \cdot d}{l}(\uparrow)$ $R_{bz} = \frac{F \cdot c}{l}(\downarrow)$

Posouvající síla
 $x \in \langle 0, c \rangle$ $V_{(x)}^L = R_{az}$ $V_{(a)} = R_{az}$
 $x \in \langle c, c+d \rangle$ $V_{(x)}^L = R_{az} - F = F \cdot \left(\frac{d}{l} - 1\right)$
 $x \in \langle c+d, l \rangle$ $V_{(x)}^L = R_{az}$ $V_{(b)} = R_{az}$

Ohybový moment
 $x \in \langle 0, c \rangle$ $M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x$ $M_{(a)} = 0$
 $x \in \langle c, c+d \rangle$ $M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x - F \cdot (x-c) = \frac{F \cdot c \cdot d}{l}$
 $x \in \langle c+d, l \rangle$ $M_{(x)}^L = -R_{bz} \cdot (l-x)$ $M_{(b)} = 0$

Příklad 11:

Výpočet reakcí:
 $R_{az} = \frac{Q}{3} = \frac{q \cdot l}{6}(\uparrow)$ $R_{bz} = \frac{2}{3} \cdot Q = \frac{q \cdot l}{3}(\uparrow)$

Posouvající síla
 $V_{(x)}^L = R_{az} - q \cdot x = \frac{q \cdot l}{6} - q \cdot x = \frac{q}{6} \cdot (l - 3 \cdot x^2)$
 $V_{(a)} = V_{(x=0)} = \frac{q \cdot l}{6}$
 $V_{(x=l/2)} = \frac{q \cdot l}{24}$ $V_{(b)} = V_{(x=l)} = -\frac{q \cdot l}{3} = -R_{bz}$
 $\frac{q}{6} \cdot (l^2 - 3 \cdot x^2) = 0 \rightarrow x_{\text{max}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot l = 0,577350 \cdot l$

Ohybový moment
 $M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x - \frac{q \cdot x^3}{3} = \frac{q \cdot x}{6} \cdot (l - x^2)$
 $M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0$
 $M_{(x=l/3)} = \frac{4}{81} \cdot q \cdot l^3$ $M_{(x=2/3 \cdot l)} = \frac{5}{81} \cdot q \cdot l^3$
 $M_{(x_{\text{max}})} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot q \cdot l^3$

Příklad 3:

Výpočet reakcí
 $R_{bz} = Q = q \cdot l(\uparrow)$
 $M_{by} = Q \cdot \frac{l}{2} = \frac{q \cdot l^2}{2}(\curvearrowright)$

Posouvající síla
 $V_{(x)}^L = -q \cdot x$
 $V_{(a)} = V_{(x=0)} = 0$
 $V_{(b)} = V_{(x=l)} = -q \cdot l = -R_{bz}$

Ohybový moment
 $M_{(x)}^L = -q \cdot x \cdot \frac{x}{2} = -\frac{q \cdot x^2}{2}$
 $M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0$
 $M_{(b)} = M_{(x=l)} = -\frac{q \cdot l^2}{2} = -M_{by}$
 $M_{(x=l/2)} = -\frac{q \cdot l^2}{8}$

Příklad 3:

Výpočet reakcí
 $R_{az} = \frac{F \cdot d}{l}(\uparrow)$ $R_{bz} = \frac{F \cdot c}{l}(\uparrow)$

Posouvající síla
 $x \in \langle 0, c \rangle$ $V_{(x)}^L = R_{az}$ $V_{(a)} = V_{(x=0)} = R_{az}$
 $x \in \langle c, l \rangle$ $V_{(x)}^L = R_{az} - F$
 $V_{(b)} = V_{(x=l)} = R_{az} - F = -R_{bz}$

Ohybový moment
 $x \in \langle 0, c \rangle$ $M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x$ $M_{(a)} = M_{(x=0)} = 0$
 $M_{(l)} = M_{(x=c)} = R_{az} \cdot c$
 $x \in \langle c, l \rangle$ $M_{(x)}^L = R_{az} \cdot x - F \cdot (x-c)$
 $M_{(b)} = M_{(x=l)} = 0$ $M_{(l)} = M_{(x=c)} = R_{bz} \cdot d$
 $M_{(x)}^L = R_{bz} \cdot (l-x)$

Příklad 9:

Výpočet reakcí
 $R_{az} = \frac{M}{l}(\downarrow)$ $R_{bz} = \frac{M}{l}(\uparrow)$

Posouvající síla
 $V_{(x)}^L = \text{konst.} = -R_{az} = -\frac{M}{l}$
 $V_{(a)} = V_{(x=0)} = -\frac{M}{l}$
 $V_{(b)} = V_{(x=l)} = -\frac{M}{l}$

Ohybový moment
 $x \in \langle 0, c \rangle$ $M_{(x)}^L = -R_{az} \cdot x = -\frac{M \cdot x}{l}$
 $x \in \langle c, l \rangle$ $M_{(x)}^L = -R_{az} \cdot x + M = \frac{M}{l} \cdot (l-x)$
 $M_{(x=c)} = -\frac{M \cdot c}{l}$ $M_{(x=c)} = \frac{M \cdot d}{l}$

Příklad 12:

Výpočet reakcí
 $R_{az} = \frac{M}{l} = m(\downarrow)$
 $R_{bz} = \frac{M}{l} = m(\uparrow)$

Posouvající síla
 $V_{(x)}^L = \text{konst.} = -R_{az} = -m$
 $V_{(a)} = V_{(x=0)} = -m$
 $V_{(b)} = V_{(x=l)} = -m$

Ohybový moment
 $M_{(x)}^L = -R_{az} \cdot x + m \cdot x = -m \cdot x + m \cdot x = 0$