



Přednáška z předmětu: Speciální numerické metody

Téma č.3: Stabilita tlačných prutů s využitím principu virtuálních prací

doc. Ing. Martin Krejsa, Ph.D.

Obsah

1. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

Obsah

1	Stabilita tlačných prutů s využitím principu virtuálních prací	3
1.1	Teoretické pozadí výpočtu	4
1.2	Aplikace stabilitního řešení tlačných prutů s využitím principu virtuálních prací	9
1.2.1	Příklady na procvičení	9
	Literatura	38



Obsah

2. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno



Kapitola 1

Stabilita tlačných prutů s využitím principu virtuálních prací

Cíle

Kapitola je zaměřena na:

- seznámení s numerickým řešením stability štíhlých tlačných prutů,
- teoretického pozadí jednoho ze způsobů určení vzpěrné únosnosti štíhlých tlačných prutů,
- prohloubení znalostí zaměřených na iterační výpočty s využitím zakončovací

Obsah

3. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

podmínky a cyklu typu `while`.

Jeden ze způsobů numerického řešení stability štíhlých tlačných prutů je založen na teorii II. řádu a principu virtuálních prací jednotkových sil.

1.1. Teoretické pozadí výpočtu

Při výpočtu vzpěrné únosnosti štíhlých tlačných prutů lze určit posunutí obecného bodu i kolmo k ose prutu pro ohybovou tuhost $E \cdot I_{\min} = \text{konst.}$ podle vztahu:

$$w_i = \int_0^l \frac{M_F \cdot \overline{M}}{E \cdot I_{\min}} dx = \frac{1}{E \cdot I_{\min}} \cdot \int_0^l M_F \cdot \overline{M} dx = \frac{\Delta x}{E \cdot I_{\min}} \cdot \sum_{i=1}^n (M_{F_i} \cdot M_{i,j}), \quad (1.1)$$

kde M_F je ohybový moment od skutečného zatížení na zdeformovaném prutu s uvažováním bočního vychýlení podle teorie II. řádu, \overline{M} je ohybový moment od jednotkového virtuálního zatížení, $M_{i,j}$ je ohybový moment v bodě i od jednotkové virtuální síly působící v bodě j , n počet diferencí v prutu o šířce $\Delta x = \frac{l}{n}$. Při výpočtu obou veličin M_{F_i} i $M_{i,j}$ je nutné respektovat vazby prutu v podporách (oboustranné nebo jednostranné vetknutí prutu, kloubové uložení prutu). Jednotlivá posunutí w_i jsou pro případ tlačného vetknutého sloupu, který je rozdělen na n diferencí, schématicky ukázána na obrázku 1.1.

Ohybový moment $M_{i,j}$, který v bodě i vyjadřuje účinek jednotkové virtuální síly působící v bodě j , je pro tlačný vetknutý sloup z obrázku 1.1 schématicky znázorněn na obrázku 1.2.

Znalost posunutí w_i umožňuje určit ohybový moment M_{F_i} . Vzhledem ke skutečnosti, že celý výpočet probíhá iteračně, je nutné v 1. iteračním cyklu vyvolat počáteční impuls a posunutí w_i vhodně zvolit. V dalších iteračních cyklech se tato přetvoření budou zpřesňovat



Obsah

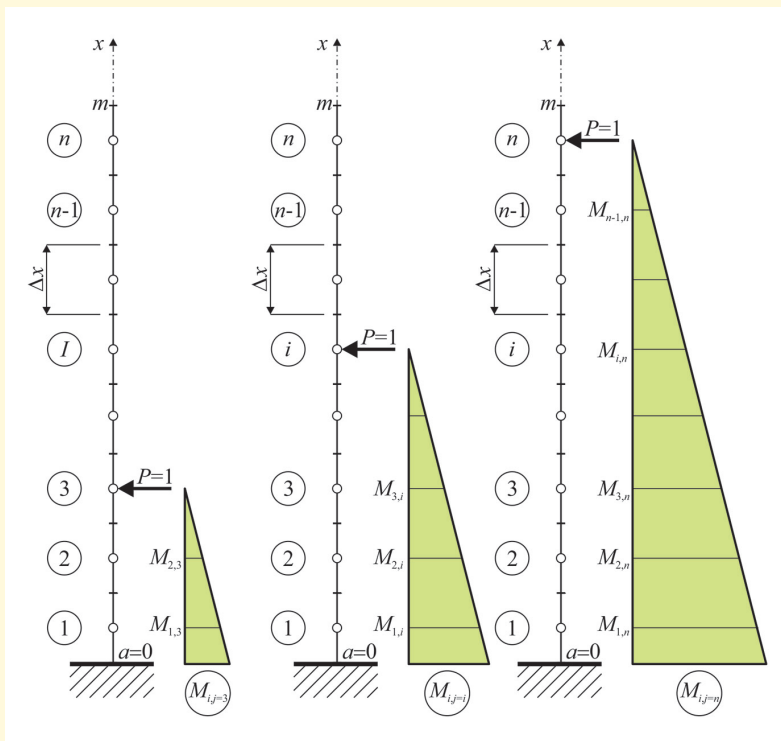
4. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno



Obr. 1.2 Výpočet ohybového momentu $M_{i,j}$ od jednotkové virtuální síly působící v bodě j tlačného vetknutého sloupu z obrázku 1.1



Obsah

6. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

a celá úloha by měla konvergovat k ustálenému stavu zdeformované konstrukce a výsledné tlakové síle F tzv. kritického břemene na základě vztahu:

$$F^k = F^{k-1} \cdot \frac{w_m^{k-1}}{w_m^k}, \quad (1.2)$$

kde k je číslo iteračního cyklu a w_m maximální posunutí prutu v příčném směru. Pro případ tlačeného vetknutého sloupu z obrázku 1.1 je tato deformace vztažena k volnému konci sloupu v bodě m a lze ji určit např. s pomocí podobnosti trojúhelníků a lineární interpolace (viz obrázek 1.3):

$$\frac{w_n - w_{n-1}}{\Delta x} = \frac{1,5 \cdot (w_n - w_{n-1})}{1,5 \cdot \Delta x}, \quad (1.3)$$

$$w_m = 1,5 \cdot (w_n - w_{n-1}) + w_{n-1} = 1,5 \cdot w_n - 0,5 \cdot w_{n-1}. \quad (1.4)$$

Iterační cyklus se ukončí po dosažení předepsané tolerance nepřesnosti ε na základě ukončovacích podmínek např. ve tvaru:

$$|F^k - F^{k-1}| \leq \varepsilon. \quad (1.5)$$

Výpočet lze provést také u tlačených prutů s proměnlivou hodnotou ohybové tuhosti $E \cdot I_{\min} \approx (E \cdot I_{\min})_i \neq \text{konst.}$, přičemž vztah (1.1) je nutno upravit následujícím způsobem:

$$w_i = \int_0^l \frac{M_F \cdot \bar{M}}{(E \cdot I_{\min})_i} dx = \Delta x \cdot \sum_{i=1}^n \frac{M_{F_i} \cdot M_{i,j}}{(E \cdot I_{\min})_i}, \quad (1.6)$$



Obsah

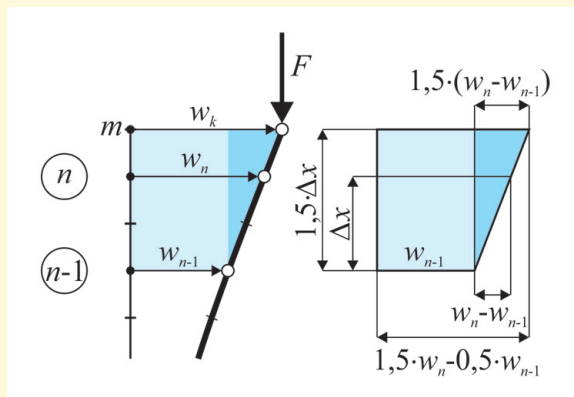
7. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno



Obr. 1.3 Výpočet přetvoření volného konce u tlačeného vetknutého sloupu z obrázku 1.1 pomocí lineární interpolace

Stabilita štíhlého tlačeného prutu může být ovlivněna kromě osové síly také příčným silovým zatížením, tj. kolmo k ose prutu, excentricitou působení osové síly nebo imperfekcemi. Většinu těchto vlivů lze zahrnout do výpočtu prostřednictvím ohybového momentu M_F .



Obsah

8. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

1.2. Aplikace stabilitního řešení tlačných prutů s využitím principu virtuálních prací

Algoritmus numerického řešení stability štíhlých tlačných prutů lze sestavit na základě definovaných vztahů (1.1) až (1.6). Bližší seznámení s jeho funkčností lze uskutečnit s pomocí následujících řešeních příkladů.

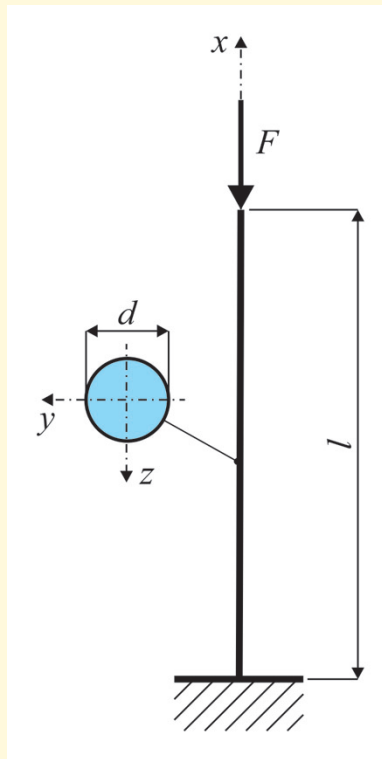
1.2.1. Příklady na procvičení

Příklad 1.1. Stanovte numerickým řešením únosnost ve vzpěru tlačného vetknutého sloupu - viz schéma na obrázku 1.4, se vstupními údaji: délka $L = 6$ m, $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Pa, průřez plný kruhový s průměrem $d = 10$ cm. Počet diferencí volte $n = 6, 20, 50, 100, 200, 1000$ a výsledek srovnajte s přesným analytickým řešením podle Eulera. Počáteční zatížení $F = 100$ kN a povolená tolerance nepřesnosti $\varepsilon = 0,001$.

Řešení. Výpočet lze provést s využitím následujícího skriptu (detailní popis zadání je proveden s využitím komentářů za znakem % přímo ve zdrojovém textu):

```
% Příklad 1 - vetknutý sloup
% (součinitel vzpěrné délky Beta=2)
clc; clear; format short;
% Délka sloupu [m]
L=6;
% Modul pružnosti v tahu a v tlaku E [Pa]
```

[Obsah](#)[9. strana ze 38](#)[Zavřít dokument](#)[Konec](#)[Celá obrazovka/Okno](#)



Obr. 1.4 Schéma tlačného vetknutého sloupu s kruhovým průřezem z příkladu 1.1



Obsah

10. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

```
E=2.1e11;
% Průměr kruhového průřezu d [m]
d=0.1;
% Moment setrvačnosti kruhového průřezu
I=pi/64*d^4;
% Výpočet kritického břemene podle Eulera
Fcr=pi^2*E*I/(4*L^2);
% Počet dílků/diferencí
n=6;
% Maximální dovolený počet iterací
it_max=1000;
% Počáteční zatížení [N]
F=1e5; F_old=0;
% Povolená tolerance nepřesnosti
Eps=1e-3;
% Šířka difference
dx=L/n;
% Souřadnice středu diferencí
x(1)=dx/2;
for i=2:n
    x(i)=x(i-1)+dx;
end
% Souřadnice s největší výchylkou - volný konec sloupu
xm=x(n)+dx/2;
% Počáteční výchylka - desetina x(i)
for i=1:n
```

[Obsah](#)[11. strana ze 38](#)[Zavřít dokument](#)[Konec](#)[Celá obrazovka/Okno](#)

```

w(i)=x(i)/10;
end
wm=xm/10;
xm_old=xm;
% Určení M(i,j) od jednotkového bočního zatížení
for i=1:n
    for j=1:n
        if j>i
            M(i,j)=x(j)-x(i);
        else
            M(i,j)=0;
        end
    end
end
end
% Číslo iteračního cyklu
num_it=0;
% Výpis tiskové hlavičky
disp(sprintf('\n'))
disp('*****')
disp('* Výpočet kritického břemene pro tlačný vetknutý sloup *')
disp('*****')
disp(' ')
disp(sprintf('Fcr podle Eulera = %12.7f kN',Fcr*1e-3));
disp(' ')
disp(' číslo          F          |F-Fcr|      |F-Fcr|      |F-F_old|')

```



Obsah

12. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

```

disp('iterace      [kN]      [kN]      [%]      [kN]')
disp('-----')
disp(sprintf(' %5d %14.7f %12.4e %8.3f      - ',num_it,F*1e-3,...
      abs(F-Fcr)*1e-3,(F-Fcr)/Fcr*1e2))
while ((abs(F-F_old)>Eps)&(num_it<it_max)) % Iterační cyklus
    num_it=num_it+1;
    % Záloha vypočtené hodnoty F a wm
    F_old=F;
    wm_old=wm;
    % Ohybový moment od síly F
    for i=1:n
        MF(i)=F*(wm-w(i));
    end
    % Určení horizontální výchylky v daném iteračním cyklu
    for i=1:n
        w(i)=0;
        for j=1:n
            w(i)=w(i)+MF(j)*M(j,i);
        end
        w(i)=w(i)*dx/(E*I);
    end
    % Určení horizontální výchylky na volném konci sloupu
    % s využitím lineární interpolace
    wm=1.5*w(n)-0.5*w(n-1);
    % Určení výsledné kritické síly v daném iteračním cyklu

```



Obsah

13. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

```
F=F*wm_old/wm;  
% Výpis mezivýsledků  
disp(sprintf(' %5d %14.7f %12.4e %8.3f %11.3e',num_it,F*1e-3,...  
    abs(F-Fcr)*1e-3, (F-Fcr)/Fcr*1e2,abs(F-F_old)*1e-3))  
end
```

[Obsah](#)[14. strana ze 38](#)[Zavřít dokument](#)[Konec](#)[Celá obrazovka/Okno](#)

Výsledky iteračního výpočtu vzpěrné únosnosti tlačeného vetknutého sloupu včetně srovnání s přesným analytickým řešením jsou pro výpočet s počtem diferencí $n = 6$ přehledně zobrazeny v následující tabulce:

 * Výpočet kritického břemene pro tlačený vetknutý sloup *

F_{cr} podle Eulera = 70.6523232 kN

číslo iterace	F [kN]	F-F _{cr} [kN]	F-F _{cr} [%]	F-F _{old} [kN]
0	100.0000000	2.9348e+01	41.538	-
1	86.8071654	1.6155e+01	22.865	1.319e+01
2	71.4551868	8.0286e-01	1.136	1.535e+01
3	70.7237270	7.1404e-02	0.101	7.315e-01
4	70.6484214	3.9018e-03	-0.006	7.531e-02
5	70.6402249	1.2098e-02	-0.017	8.196e-03
6	70.6393141	1.3009e-02	-0.018	9.108e-04
7	70.6392121	1.3111e-02	-0.019	1.020e-04
8	70.6392006	1.3123e-02	-0.019	1.145e-05
9	70.6391993	1.3124e-02	-0.019	1.287e-06
10	70.6391992	1.3124e-02	-0.019	1.448e-07



Obsah

15. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

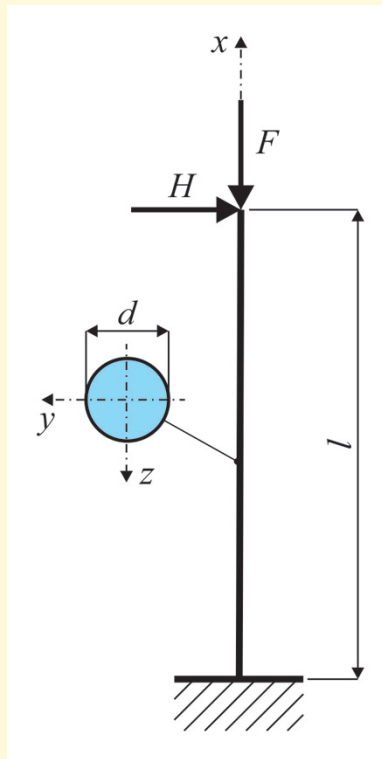
Celá obrazovka/Okno

Příklad 1.2. Provedte numerický výpočet vzpěrné únosnosti tlačeneho vetknutého sloupu z příkladu 1.1, který je navíc zatížen horizontální silou $H = 5 \text{ kN}$ na volném konci sloupu - viz schéma na obrázku 1.5.

Řešení. Výpočet lze provést s využitím následujícího skriptu (detailní popis zadání je proveden s využitím komentářů za znakem % přímo ve zdrojovém textu):

```
% Příklad 2 - vetknutý sloup
% s bočním zatížením na volném konci sloupu
% (součinitel vzpěrné délky Beta=2)
clc; clear; format short;
% Délka sloupu [m]
L=6;
% Modul pružnosti v tahu a v tlaku E [Pa]
E=2.1e11;
% Průměr kruhového průřezu d [m]
d=0.1;
% Moment setrvačnosti kruhového průřezu
I=pi/64*d^4;
% Výpočet kritického břemene podle Eulera
Fcr=pi^2*E*I/(4*L^2);
% Počet dílků/diferencí
n=6;
% Maximální dovolený počet iterací
it_max=1000;
% Boční zatížení H [N]
H=5*1e3;
```

[Obsah](#)[16. strana ze 38](#)[Zavřít dokument](#)[Konec](#)[Celá obrazovka/Okno](#)



Obr. 1.5 Schéma tlačného vetknutého sloupu s kruhovým prierezem z príkladu 1.2



Obsah

17. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

```
% Počáteční zatížení [N]
F=100*1e3; F_old=0;
% Povolená tolerance nepřesnosti
Eps=1e-3;
% Šířka diference
dx=L/n;
% Souřadnice středu diferencí
x(1)=dx/2;
for i=2:n
    x(i)=x(i-1)+dx;
end
% Souřadnice s největší výchylkou - volný konec sloupu
xm=x(n)+dx/2;
% Počáteční výchylka - desetina x(i)
for i=1:n
    w(i)=x(i)/10;
end
wm=xm/10;
wm_old=wm;
% Určení M(i,j) od jednotkového bočního zatížení
for i=1:n
    for j=1:n
        if j>i
            M(i,j)=x(j)-x(i);
        else
```

[Obsah](#)[18. strana ze 38](#)[Zavřít dokument](#)[Konec](#)[Celá obrazovka/Okno](#)

```

        M(i,j)=0;
    end
end
end
% Číslo iteračního cyklu
num_it=0;
% Vypis tiskové hlavičky
disp(sprintf('\n'))
disp('*****')
disp('* Výpočet kritického břemene pro tlačný vetknutý sloup *')
disp('*          s bočním zatížením na volném konci sloupu          *')
disp('*****')
disp(' ')
disp(sprintf('Fcr podle Eulera bez bočního zatížení = %12.7f kN',...
    Fcr*1e-3));
disp(' ')
disp(' číslo          F          |F-Fcr|          |F-Fcr|          |F-F_old|')
disp(' iterace          [kN]          [kN]          [%]          [kN]')
disp('-----')
disp(sprintf(' %5d %14.7f %12.4e %8.3f          - ',num_it,F*1e-3,...
    abs(F-Fcr)*1e-3,(F-Fcr)/Fcr*1e2))
while ((abs(F-F_old)>Eps)&(num_it<it_max))
    num_it=num_it+1;
    % Záloha vypočtené hodnoty F a wm
    F_old=F;

```



Obsah

19. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

```
wm_old=wm;
% Ohybový moment od síly F
for i=1:n
    MF(i)=F*(wm-w(i))+H*(xm-x(i));
end
% Určení horizontální výchylky v daném iteračním cyklu
for i=1:n
    w(i)=0;
    for j=1:n
        w(i)=w(i)+MF(j)*M(j,i);
    end
    w(i)=w(i)*dx/(E*I);
end
% Určení horizontální výchylky na volném konci sloupu
% s využitím lineární interpolace
wm=1.5*w(n)-0.5*w(n-1);
% Určení výsledné kritické síly v daném iteračním cyklu
F=F*wm_old/wm;
% Výpis mezivýsledků
disp(sprintf(' %5d %14.7f %12.4e %8.3f %11.3e',num_it,F*1e-3,...
    abs(F-Fcr)*1e-3, (F-Fcr)/Fcr*1e2,abs(F-F_old)*1e-3))
end
```

[Obsah](#)[20. strana ze 38](#)[Zavřít dokument](#)[Konec](#)[Celá obrazovka/Okno](#)

Výsledky iteračního výpočtu vzpěrné únosnosti tlačného vetknutého sloupu jsou pro výpočet s počtem diferencí $n = 6$ přehledně zobrazeny v následující tabulce:

```
*****
*   Výpočet kritického břemene pro tlačný vetknutý sloup   *
*   s bočním zatížením na volném konci sloupu             *
*****
```

F_{cr} podle Eulera bez bočního zatížení = 70.6523232 kN

číslo iterace	F [kN]	F-F _{cr} [kN]	F-F _{cr} [%]	F-F _{old} [kN]
0	100.0000000	2.9348e+01	41.538	-
1	57.8714436	1.2781e+01	-18.090	4.213e+01
2	50.6209200	2.0031e+01	-28.352	7.251e+00
3	50.3595237	2.0293e+01	-28.722	2.614e-01
4	50.3396975	2.0313e+01	-28.750	1.983e-02
5	50.3381118	2.0314e+01	-28.752	1.586e-03
6	50.3379825	2.0314e+01	-28.753	1.293e-04
7	50.3379719	2.0314e+01	-28.753	1.061e-05
8	50.3379710	2.0314e+01	-28.753	8.734e-07



Obsah

21. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

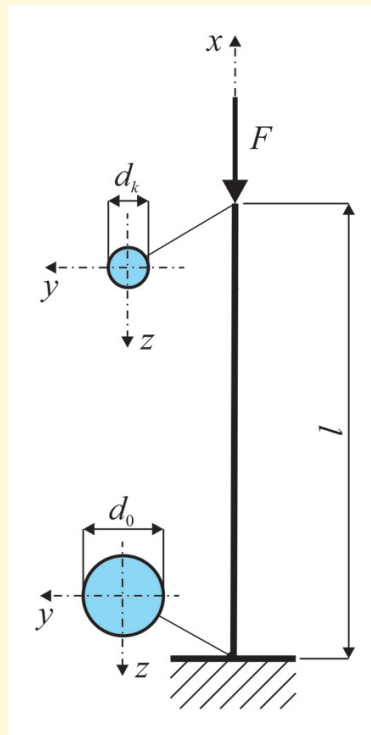
Celá obrazovka/Okno

Příklad 1.3. Provedte numerický výpočet vzpěrné únosnosti tlačeneho vetknutého sloupu z příkladu 1.1 s proměnlivým průřezem - viz schéma na obrázku 1.6, o průměru na volném konci sloupu $d_k = 5$ cm. Ve vetknutí je průměr sloupu opět $d_0 = 10$ cm. Změna průměru probíhá po výšce sloupu lineárně.

Řešení. Výpočet lze provést s využitím následujícího skriptu (detailní popis zadání je proveden s využitím komentářů za znakem % přímo ve zdrojovém textu):

```
% Příklad 3 - vetknutý sloup
% proměnlivá průřezová plocha
% (součinitel vzpěrné délky Beta=2)
clc; clear; format short;
% Délka sloupu [m]
L=6;
% Modul pružnosti v tahu a v tlaku E [Pa]
E=2.1e11;
% Průměr kruhového průřezu d ve vetknutí [m]
d0=0.1;
% Průměr kruhového průřezu d na volném konci [m]
dk=0.05;
% Počet dílků/diferencí
n=6;
% Maximální dovolený počet iterací
it_max=1000;
% Počáteční zatížení [N]
F=1e5; F_old=0;
```

[Obsah](#)[22. strana ze 38](#)[Zavřít dokument](#)[Konec](#)[Celá obrazovka/Okno](#)



Obr. 1.6 Schéma tlačeného vetknutého sloupu s proměnlivým kruhovým průřezem z příkladu 1.3



Obsah

23. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

```
% Povolená tolerance nepřesnosti
Eps=1e-3;
% Šířka difference
dx=L/n;
% Souřadnice středu diferencí
x(1)=dx/2;
for i=2:n
    x(i)=x(i-1)+dx;
end
% Moment setrvačnosti kruhového průřezu
% ve středu každého dílku
for i=1:n
    d=d0-(d0-dk)/L*x(i)
    I(i)=pi/64*d^4;
end
% Souřadnice s největší výchylkou - volný konec sloupu
xm=x(n)+dx/2;
% Počáteční výchylka - desetina x(i)
for i=1:n
    w(i)=x(i)/10;
end
wm=xm/10;
wm_old=wm;
% Určení M(i,j) od jednotkového bočního zatížení
for i=1:n
```

[Obsah](#)

24. strana ze 38

[Zavřít dokument](#)[Konec](#)[Celá obrazovka/Okno](#)


```

for j=1:n
    if j>i
        M(i,j)=x(j)-x(i);
    else
        M(i,j)=0;
    end
end
end
% Číslo iteračního cyklu
num_it=0;
% Výpis tiskové hlavičky
disp(sprintf('\n'))
disp('*****')
disp('* Výpočet kritického břemene pro tlačený vetknutý sloup *')
disp('* s proměnlivým průřezem *')
disp('*****')
disp(' ')
disp(' číslo          F          |F-Fcr|')
disp(' iterace         [kN]         [kN]')
disp('-----')
disp(sprintf(' %5d %14.7f          - ',num_it,F*1e-3))
while ((abs(F-F_old)>Eps)&(num_it<it_max))
    num_it=num_it+1;
    % Záloha vypočtené hodnoty F a wm
    F_old=F;

```



Obsah

25. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

```
wm_old=wm;
% Ohybový moment od síly F
for i=1:n
    MF(i)=F*(wm-w(i));
end
% Určení horizontální výchylky v daném iteračním cyklu
for j=1:n
    w(j)=0;
    for i=1:n
        w(j)=w(j)+MF(i)*M(i,j)/I(i);
    end
    w(j)=w(j)*dx/E;
end
% Určení horizontální výchylky na volném konci sloupu
% s využitím lineární interpolace
wm=1.5*w(n)-0.5*w(n-1);
% Určení výsledné kritické síly v daném iteračním cyklu
F=F*wm_old/wm;
% Výpis mezivýsledků
disp(sprintf(' %5d %14.7f %12.4e',num_it,F*1e-3,abs(F-F_old)*1e-3))
end
```

[Obsah](#)

26. strana ze 38

[Zavřít dokument](#)[Konec](#)[Celá obrazovka/Okno](#)

Výsledky iteračního výpočtu vzpěrné únosnosti tlačného vetknutého sloupu proměnlivého průřezu jsou pro výpočet s počtem diferencí $n = 6$ přehledně zobrazeny v následující tabulce:

```
*****
*   Výpočet kritického břemene pro tlačný vetknutý sloup   *
*                   s proměnlivým průřezem                 *
*****
```

číslo iterace	F [kN]	F-F _{cr} [kN]
0	100.0000000	-
1	43.8128039	5.6187e+01
2	31.4553866	1.2357e+01
3	30.5247630	9.3062e-01
4	30.3965134	1.2825e-01
5	30.3771891	1.9324e-02
6	30.3741901	2.9991e-03
7	30.3737199	4.7023e-04
8	30.3736459	7.3998e-05
9	30.3736342	1.1660e-05
10	30.3736324	1.8383e-06
11	30.3736321	2.8987e-07



Obsah

27. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

Příklad 1.4. Stanovte numerickým řešením vzpěrnou únosnost prostě podepřeného tlačného prutu - viz schéma na obrázku 1.7, se vstupními údaji: délka $L = 6$ m, $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Pa, průřez plný kruhový s průměrem $d = 10$ cm. Počet diferencí volte $n = 6, 20, 50, 100, 200, 1000$ a výsledek srovnajte s přesným analytickým řešením podle Eulera. Počáteční zatížení $F = 100$ kN a povolená tolerance nepřesnosti $\varepsilon = 0,001$.

Řešení. Výpočet lze provést s využitím následujícího skriptu (detailní popis zadání je proveden s využitím komentářů za znakem % přímo ve zdrojovém textu):

```
% Příklad 4 - prostý nosník
% (součinitel vzpěrné délky Beta=1)
clc; clear; format short;
% Délka nosníku [m]
L=6;
% Modul pružnosti v tahu a v tlaku E [Pa]
E=2.1e11;
% Průměr kruhového průřezu d [m]
d=0.1;
% Moment setrvačnosti kruhového průřezu
I=pi/64*d^4;
% Výpočet kritického břemene podle Eulera
Fcr=pi^2*E*I/(L^2);
% Počet dílků/diferencí
n=6;
% Maximální dovolený počet iterací
it_max=1000;
```



Obsah

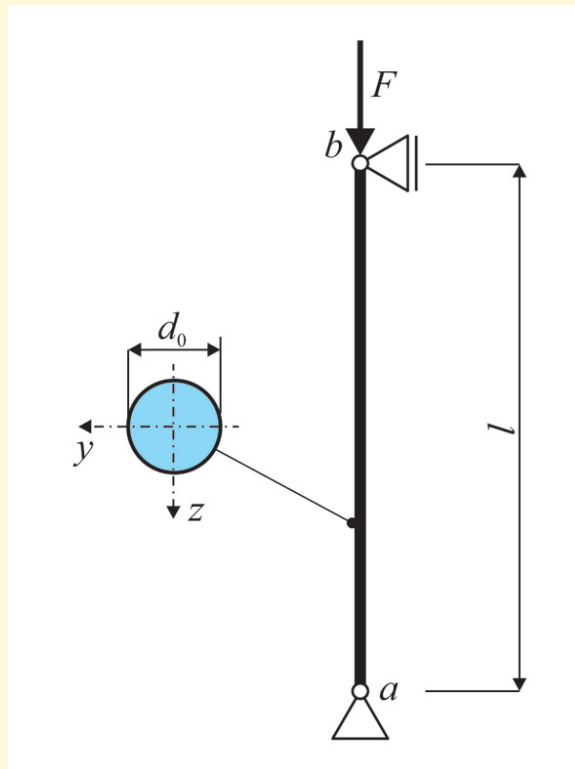
28. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno



Obr. 1.7 Schéma prostě podepřeného tlačného prutu z příkladu 1.4



Obsah

29. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

```
% Počáteční zatížení [N]
F=1e5; F_old=0;
% Povolená tolerance nepřesnosti
Eps=1e-3;
% Šířka diference
dx=L/n;
% Souřadnice středu diferencí
x(1)=dx/2;
for i=2:n
    x(i)=x(i-1)+dx;
end
% Souřadnice s největší výchylkou - L/2
if mod(n,2)==0 % je sudé
    xm=(x(n/2)+x(n/2+1))/2;
else % je liché
    xm=x((n+1)/2);
end
% Počáteční výchylka
for i=1:n
    w(i)=0;
end
if mod(n,2)==0 % je sudé
    w(n/2)=0.5;
    w(n/2+1)=0.5;
else % je liché
```

[Obsah](#)[30. strana ze 38](#)[Zavřít dokument](#)[Konec](#)[Celá obrazovka/Okno](#)

```
w((n+1)/2)=1;
end
% Určení horizontální výchylky uprostřed nosníku
% u sudého počtu dílků s využitím lineární interpolace
if mod(n,2)==0 % je sudé
    wm=1.5*w(n/2)-0.5*w((n/2)-1);
else % je liché
    wm=w((n+1)/2);
end
wm_old=wm;
% Určení M(i,j) od jednotkového bočního zatížení
for i=1:n
    for j=1:n
        M(i,j)=(L-x(j))/L*x(i);
        if x(i)>x(j)
            M(i,j)=M(i,j)-(x(i)-x(j));
        end
    end
end
% Číslo iteračního cyklu
num_it=0;
% Výpis tiskové hlavičky
disp(sprintf('\n'))
disp('*****')
disp('* Výpočet kritického břemene pro prostý nosník *')
```

[Obsah](#)

31. strana ze 38

[Zavřít dokument](#)[Konec](#)[Celá obrazovka/Okno](#)

```

disp('*****')
disp(' ')
disp(sprintf('Fcr podle Eulera = %12.7f kN',Fcr*1e-3));
disp(' ')
disp(' číslo          F          |F-Fcr|      |F-Fcr|      |F-F_old|')
disp(' iterace        [kN]        [kN]        [%]        [kN]')
disp('-----')
disp(sprintf(' %5d %14.7f %12.4e %8.3f          - ',num_it,F*1e-3,...
            abs(F-Fcr)*1e-3,(F-Fcr)/Fcr*1e2))
while ((abs(F-F_old)>Eps)&(num_it<it_max))
    num_it=num_it+1;
    % Záloha vypočtené hodnoty F a wm
    F_old=F;
    wm_old=wm;
    % Ohybový moment od síly F
    for i=1:n
        MF(i)=F*w(i);
    end
    % Určení horizontální výchylky v daném iteračním cyklu
    for i=1:n
        w(i)=0;
        for j=1:n
            w(i)=w(i)+MF(j)*M(j,i);
        end
        w(i)=w(i)*dx/(E*I);

```



Obsah

32. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno



```

end
% Určení horizontální výchylky uprostřed nosníku
% u sudého počtu dílků s využitím lineární interpolace
if mod(n,2)==0 % je sudé
    wm=1.5*w(n/2)-0.5*w((n/2)-1);
else % je liché
    wm=w((n+1)/2);
end
% Určení výsledné kritické síly v daném iteračním cyklu
F=F*wm_old/wm;
% Výpis mezivýsledků
disp(sprintf(' %5d %14.7f %12.4e %8.3f %11.3e', num_it, F*1e-3, ...
    abs(F-Fcr)*1e-3, (F-Fcr)/Fcr*1e2, abs(F-F_old)*1e-3))
end

```

Výsledky iteračního výpočtu vzpěrné únosnosti tlačeného prostě podepřeného prutu včetně srovnání s přesným analytickým řešením jsou pro výpočet s počtem diferencí $n = 6$ přehledně zobrazeny v následující tabulce:

```

*****
*      Výpočet kritického břemene pro prostý nosník      *
*****

```

Fcr podle Eulera = 282.6092927 kN

Obsah

33. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

číslo iterace	F [kN]	F-F _{cr} [kN]	F-F _{cr} [%]	F-F _{old} [kN]
0	100.0000000	1.8261e+02	-64.615	-
1	515.4175447	2.3281e+02	82.378	4.154e+02
2	309.2505268	2.6641e+01	9.427	2.062e+02
3	280.4993441	2.1099e+00	-0.747	2.875e+01
4	276.7721610	5.8371e+00	-2.065	3.727e+00
5	276.2855031	6.3238e+00	-2.238	4.867e-01
6	276.2212772	6.3880e+00	-2.260	6.423e-02
7	276.2127435	6.3965e+00	-2.263	8.534e-03
8	276.2116054	6.3977e+00	-2.264	1.138e-03
9	276.2114533	6.3978e+00	-2.264	1.521e-04
10	276.2114329	6.3979e+00	-2.264	2.035e-05
11	276.2114302	6.3979e+00	-2.264	2.725e-06
12	276.2114298	6.3979e+00	-2.264	3.649e-07



Obsah

34. strana ze 38

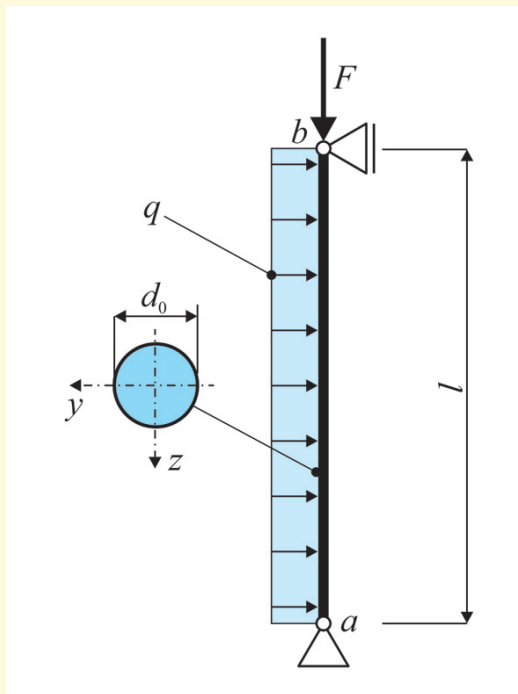


Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

Příklad 1.5. Proveďte numerický výpočet vzpěrné únosnosti tlačného prostě podepřeného prutu z příkladu 1.4 se spojitým bočním zatížením $q = 2 \text{ kN/m}$ - viz schéma na obrázku 1.8.



Obr. 1.8 Schéma prostě podepřeného tlačného prutu z příkladu 1.5 se spojitým bočním zatížením



Obsah

35. strana ze 38

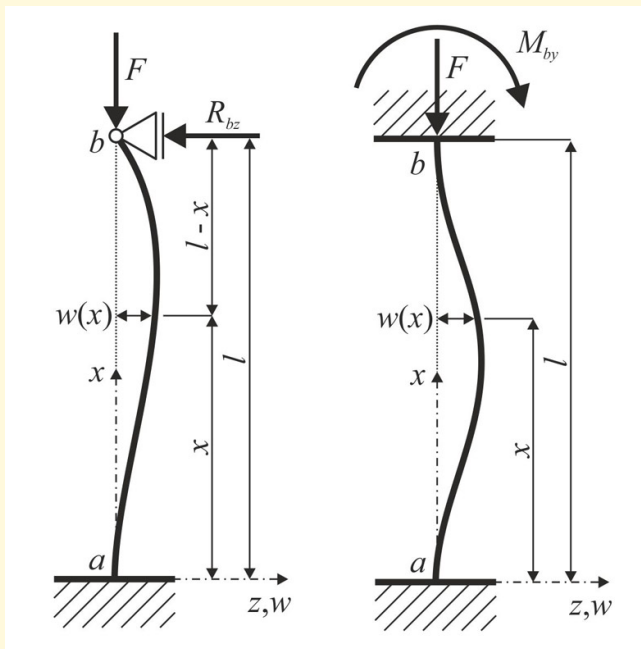


Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

Příklad 1.6. Proveďte numerický výpočet vzpěrné únosnosti také pro ostatní dva případy Eulerových tlačených prutů (prut jednostranně vetknutý s posuvnou kloubovou vazbou na druhém konci a oboustranně vetknutý tlačený prut) - viz schéma na obrázku 1.9.



Obr. 1.9 Schéma tlačeného prutu jednostranně vetknutého s posuvnou kloubovou vazbou na druhém konci a oboustranně vetknutého z příkladu 1.6



Obsah

36. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno

Literatura

- [1] MATLAB. Programový systém pro provádění matematických výpočtů. Komerční software, verze R2014b. [on-line]. <<http://www.mathworks.com>>. The MathWorks, únor 2015.
- [2] Sigmon K. *MATLAB Primer CZ*. Elektronický manuál programového systému MATLAB. Druhé vydání. [on-line]. <<https://artax.karlin.mff.cuni.cz/~beda/cz/matlab/primercz/matlab-primer.html>>. Department of Mathematics, University of Florida, 1989, 1992. Z anglického originálu přeložil Petr Klášterecký.



Obsah

37. strana ze 38



Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno