Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
Fakulta stavební

Přednáška z předmětu: Speciální numerické metody

Téma č.2: Geometricky nelineární řešení příhradových konstrukcí

doc. Ing. Martin Krejsa, Ph.D.

Obsah

Kapitola 1

Geometricky nelineární řešení příhradových konstrukcí

Cíle

Kapitola je zaměřena na:

- seznámení s geometricky nelineárním řešením prutových konstrukcí,
- teoretického pozadí jednoho ze způsobů geometricky nelineárního řešení příhradových nosníků,
- prohloubení znalostí aplikace obecné deformační metody.

Jeden ze způsobů geometricky nelineárního výpočtu příhradových nosníků podle teorie II. řádu je založen na iteračním výpočtu s linearizací jednotlivých kroků iterace. Při lineárním výpočtu se na příhradovou konstrukci nechá působit zatížení, čímž vznikne protažení nebo stlačení jednotlivých prutů. Konstrukce se zdeformuje a nastane nerovnováha mezi výpočteným stavem a původním tvarem. Tato nerovnováha se odstraní dalším výpočtem.

1.1. Teoretické pozadí výpočtu

Při výpočtu rovinných i prostorových příhradových nosníků podle teorie II. řádu se osové síly určí iteračním způsobem s využitím vztahu, který vychází z Hookova zákona:

$$N_i = \frac{E_i \cdot A_i}{L_i} \cdot (L_{N,i} - L_i) \ , \tag{1.1}$$

kde i je číslo příslušného prutu, E je modul pružnosti v tahu a prostém tlaku, A je plocha průřezu, L je původní délka prutu, určená např. ze zadané geometrie konstrukce (souřadnic uzlů), a L_N je délka prutu určená v příslušném iteračním cyklu podle teorie II. řádu. Člen $\frac{E \cdot A}{L}$ se nazývá tahová tuhost a pro fyzikálně lineární výpočty je konstantní.

Pro názornost a jednoduchost je následující výklad zaměřen pouze na rovinnou úlohu, přičemž úloha prostorová se bude lišit pouze třetím rozměrem.

Délka L_N se pro rovinný příhradový nosník může např. určit ze vztahu:

$$L_N = \sqrt{\{d\}^T \{d\}} \ . \tag{1.2}$$

Vektor $\{d\}$ je přitom definován:

$$\{d\}^T = \{\Delta y_1 + \Delta u_{y_1}, \Delta y_2 + \Delta u_{y_2}\} \ , \tag{1.3}$$

kde Δy_1 a Δy_2 jsou rozdíly souřadnic počátečního a koncového uzlu prutu, Δu_{y_1} a Δu_{y_2} pak rozdíly složek deformací uzlů ve směru dané osy.

1.2. Aplikace výpočtu podle teorie II. řádu

Popsaný iterační geometricky nelineární výpočetní postup podle (1.1) se skládá z jednotlivých kroků iterace, které jsou založeny na lineárním výpočtu příhradové konstrukce obecnou deformační metodou.

1.2.1. Lineární výpočet rovinné příhradové konstrukce

Neboť je řešení příhradových nosníků obecnou deformační metodou náplní předmětu Statika stavebních konstrukcí II, popis řešení se zaměří pouze na nejdůležitější vztahy a principy.

Lokální deformační vektor prutu s koncovými body a, b má jen dva nenulové prvky:

$$r^*_{ab} = \{u^*_a, u^*_b\}^T \ , \tag{1.4}$$

stejně jako lokální vektor koncových sil:

$$R^*_{ab} = \{X^*_a, X^*_b\}^T \ . \tag{1.5}$$

V rovinných příhradových konstrukcích má globální deformační vektor prutu čtyři prvky:

$$r_{ab} = \{u_a, w_a, u_b, w_b\}^T \ , \tag{1.6}$$

podobně jako globální vektor koncových sil:

$$R_{ab} = \{X_a, Z_a, X_b, Z_b\}^T \ . \tag{1.7}$$

Pro prut rovinné příhradové konstrukce je lokální matice tuhosti typu 2×2:

$$k^*_{ab} = \frac{E \cdot A_{ab}}{l_{ab}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} . \tag{1.8}$$

Pro lokální vektor koncových sil pak platí:

$$R^*_{ab} = \left\{ \begin{array}{c} X^*_a \\ X^*_b \end{array} \right\} = k^*_{ab} \cdot r^*_{ab} = k^*_{ab} \cdot \left\{ \begin{array}{c} u^*_a \\ u^*_b \end{array} \right\} = \frac{E \cdot A_{ab}}{l_{ab}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{array}{c} u^*_a \\ u^*_b \end{array} \right\} . \tag{1.9}$$

Transformační matice T_{ab} vyjadřuje geometrickou závislost lokálních parametrů deformace na globálních. Pro prut rovinné príhradové konstrukce ji lze zapsat ve tvaru:

$$T^*_{ab} = \left\{ \begin{array}{cccc} \cos\gamma_{ab} & \sin\gamma_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\gamma_{ab} & \sin\gamma_{ab} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{cccc} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{array} \right\} . \tag{1.10}$$

Pro převod z globálních parametrů deformace prutu rovinné příhradové konstrukce na lokální pak platí:

$$r^*_{ab} = \left\{ \begin{array}{c} u^*_a \\ u^*_b \end{array} \right\} = T_{ab} \cdot r_{ab} = \left\{ \begin{array}{cccc} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{array} \right\} \cdot \left\{ \begin{array}{c} u_a \\ w_a \\ u_b \\ w_b \end{array} \right\} . \tag{1.11}$$

Obsah
6. strana ze 35
Zavřít dokument
Konec
Celá obrazovka/Okno

Naopak pro převod z lokálních parametrů deformace prutu rovinné příhradové konstrukce na globální lze použít vztah:

$$r_{ab} = \begin{Bmatrix} u_a \\ w_a \\ u_b \\ w_b \end{Bmatrix} = T_{ab}^T \cdot r_{ab}^* = \begin{Bmatrix} c & 0 \\ s & 0 \\ 0 & c \\ 0 & s \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_a^* \\ u_b^* \end{Bmatrix} . \tag{1.12}$$

Obdobně lze definovat transformační vztahy pro výpočet vektorů koncových sil prutu rovinné příhradové konstrukce R_{ab}^* v lokálním a R_{ab} v globálním souřadnicovém systému:

$$R_{ab}^* = \begin{Bmatrix} X_a^* \\ X_b^* \end{Bmatrix} = T_{ab} \cdot R_{ab} = \begin{Bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_a \\ Z_a \\ X_b \\ Z_b \end{Bmatrix} \tag{1.13}$$

a

$$R_{ab} = \begin{Bmatrix} X_a \\ Z_a \\ X_b \\ Z_b \end{Bmatrix} = T_{ab}^T \cdot R_{ab}^* = \begin{Bmatrix} c & 0 \\ s & 0 \\ 0 & c \\ 0 & s \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_a^* \\ X_b^* \end{Bmatrix} . \tag{1.14}$$

Nutno připomenout, že platí $X_a^* = -X_b^*$.

Na základě vztahů (1.9), (1.11) a (1.14) lze odvodit:

$$R_{ab} = T_{ab}^T \cdot R_{ab}^* = T_{ab}^T \cdot k_{ab}^* \cdot r_{ab}^* = T_{ab}^T \cdot k_{ab}^* \cdot T_{ab} \cdot r_{ab} = k_{ab} \cdot r_{ab} . \tag{1.15}$$

Pro globální matici tuhosti prutu rovinné příhradové konstrukce tedy platí:

$$k_{ab} = T_{ab}^{T} \cdot k_{ab}^{*} \cdot T_{ab} \,. \tag{1.16}$$

Matice k_{ab} každého prutu rovinné příhradové konstrukce pak přispívá k matici tuhosti $\mathbf{K}$ celé soustavy:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{S} \,, \tag{1.17}$$

kde $\mathbf{r}$ je vektor uzlových přetvoření celé soustavy v globálním souřadnicovém systému a $\mathbf{S}$ je vektor uzlových zatížení v globálním souřadnicovém systému.

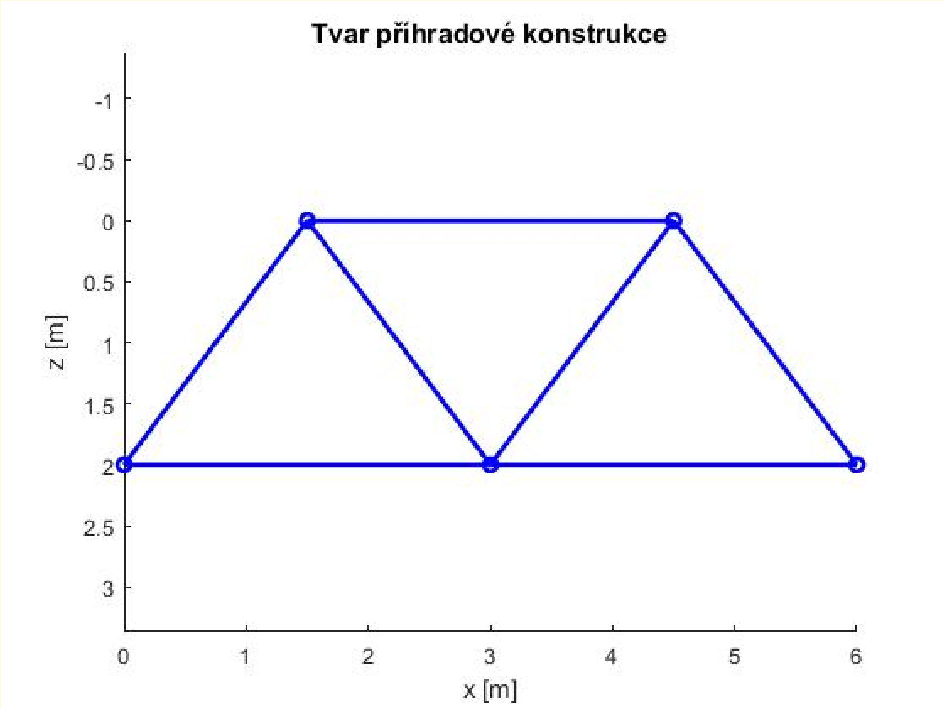
Aby tuto soustavu bylo možné vyřešit a získat tak pro každý prut vektory r_{ab} ve vztahu (1.6), je nutné zohlednit vnější vazby konstrukce - okrajové podmínky. Jeden ze způsobů řešení je vynulování příslušného řádku a sloupce soustavy včetně pravé strany, které odpovídají zadané fixaci konstrukce v příslušném styčníku a směru, a vložit na diagonálu celkové matice tuhosti $\mathbf{K}$ hodnotu 1. Pak již lze soustavu lineárních rovnic úspěšně vyřešit a pomocí vztahů (1.11) a (1.9) určit i vnitřní síly na každém z prutů.

Pak už zbývá jen dopočítat reakce pomocí silových podmínek rovnováhy v uzlech s vnější vazbou. Pomocí vztahu (1.15) lze určit koncové vnitřní síly na každém prutu v řešeném styčníku a s využitím vektoru uzlových zatížení $\mathbf{S}$ pak lze stanovit i hodnotu reakcí.

1.2.2. Aplikace řešení lineárního výpočtu rovinné příhradové konstrukce

Příklad 1.1. Určete lineárním výpočtem s využitím obecné deformační metody posunutí styčníků, vnitřní síly a reakce rovinného příhradového nosníku z obrázku 1.1, který je zadán s využitím následujícího skriptu (detailní popis zadání je proveden s využitím komentářů za znakem % přímo v tomto skriptu):

```
clear;
clc;
format short;
% Matice souřadnic x a z jednotlivých uzlů
uzly=[1.5 0; 4.5 0; 0 2; 3 2; 6 2];
% Matice vstupních údajů prutů - číslo počátečního uzlu,
% číslo koncového uzlu a číslo řádku matice prurmat
% s průřezovými a materiálovými charakteristikami
pruty=[1 2 1; 3 1 2; 1 4 2; 4 2 2; 2 5 2; 3 4 1; 4 5 1];
% Matice průřezových a materiálových charakteristik - A, E
prurmat=[0.0015 2e11; 0.00125 2e11];
% Matice vazeb - číslo uzlu, u, w - 0 znamená, že není vazba,
% 1 znamená, že je vazba
vazby=[3 1 1; 5 0 1];
% Matice uzlových zatížení - číslo uzlu, Fx, Fz
uzelzat=[1 3e3 0; 2 0 20e3];
```



Obr. 1.1 Tvar řešené příhradové konstrukce z příkladu 1.1.

Obsah
10. strana ze 35
Zavřít dokument
Konec
Celá obrazovka/Okno

Řešení. Zpracování vstupních údajů a příprava na výpočet probíhá prostřednictvím skriptu s názvem `prihrada2D_1.m`:

```
% Zpracování vstupních údajů a příprava na výpočet
pocprutu=size(pruty,1);     % Zjištění počtu prutů
pocuzlu=size(uzly,1);       % Zjištění počtu uzlů
pocvazeb=size(vazby,1);     % Zjištění počtu vazeb
pocuzelzat=size(uzelzat,1); % Zjištění počtu uzlových zatížení
% Výpočet geometrie prutů
for i=1:1:pocprutu
  % Délka prutu
  geom(i,1)=sqrt((uzly(pruty(i,2),1)-uzly(pruty(i,1),1))^2+...
      (uzly(pruty(i,2),2)-uzly(pruty(i,1),2))^2);
  % Cosinus směrového úhlu prutu
  geom(i,2)=(uzly(pruty(i,2),1)-uzly(pruty(i,1),1))/geom(i,1);
  % Sinus směrového úhlu prutu
  geom(i,3)=(uzly(pruty(i,2),2)-uzly(pruty(i,1),2))/geom(i,1);
end
clear i;
```

Zdrojový text aplikace je obsažen ve skriptu s názvem prihrada2D_2.m a má následující obsah:

```
% vynulování globální matice tuhosti a zetěžovacího vektoru
for i=1:1:pocuzlu*2
  for j=1:1:pocuzlu*2
    mat_tuh(i,j)=0;
  end
  zat_vektor(i)=0;
end
% Sestavení soustavy lineárních rovnic
for i=1:1:pocprutu
  % Transformační matice
  T=[geom(i,2) geom(i,3) 0 0; 0 0 geom(i,2) geom(i,3)];
  % Lokální matice tuhosti prutu
  mat_tuh_prutu=prurmat(pruty(i,3),2)*prurmat(pruty(i,3),1)/...
      geom(i,1)*[1 -1; -1 1];
  % Transformace matice tuhosti prutu
  % z lokálního do globálního souřadnicového systému
  mat_tuh_prutu_glob=T'*mat_tuh_prutu*T;
  % Přičtení matice tuhosti prutu
  % do globální matice tuhosti celé soustavy
  for j=1:1:2
    for k=1:1:2
          mat_tuh((pruty(i,1)-1)*2+j,(pruty(i,1)-1)*2+k)=...
```

```
          mat_tuh((pruty(i,1)-1)*2+j,(pruty(i,1)-1)*2+k)+...
          mat_tuh_prutu_glob(j,k);
      mat_tuh((pruty(i,2)-1)*2+j,(pruty(i,1)-1)*2+k)=...
          mat_tuh((pruty(i,2)-1)*2+j,(pruty(i,1)-1)*2+k)+...
          mat_tuh_prutu_glob(j+2,k);
      mat_tuh((pruty(i,1)-1)*2+j,(pruty(i,2)-1)*2+k)=...
          mat_tuh((pruty(i,1)-1)*2+j,(pruty(i,2)-1)*2+k)+...
          mat_tuh_prutu_glob(j,k+2);
      mat_tuh((pruty(i,2)-1)*2+j,(pruty(i,2)-1)*2+k)=...
          mat_tuh((pruty(i,2)-1)*2+j,(pruty(i,2)-1)*2+k)+...
          mat_tuh_prutu_glob(j+2,k+2);
    end
  end
end % Konec cyklu pro skládání soustavy lineárních rovnic

if ~pocuzelzat==0
% Přičtení vektoru uzlového zatížení
% do zatěžovacího vektoru celé soustavy
  for i=1:1:pocuzelzat
    for j=1:1:2
      zat_vektor((uzelzat(i,1)-1)*2+j)=...
          zat_vektor((uzelzat(i,1)-1)*2+j)+uzelzat(i,1+j);
    end
  end
end
% Respektování vazeb
```

```
for i=1:1:pocvazeb
  % V uzlu je vazba proti voodorovnému posunutí
  if vazby(i,2)==1
     for j=1:1:pocuzlu*2
       % Vynulování sloupce
       mat_tuh((vazby(i,1)-1)*2+1,j)=0;
       % Vynulování řádku
       mat_tuh(j,(vazby(i,1)-1)*2+1)=0;
     end
     % Na diagonálu přiřadit 1
     mat_tuh((vazby(i,1)-1)*2+1,(vazby(i,1)-1)*2+1)=1;
     % Vynulování zatěžovacího vektoru
     zat_vektor((vazby(i,1)-1)*2+1)=0;
  end
  % V uzlu je vazba proti svislému posunutí
  if vazby(i,3)==1
     for j=1:1:pocuzlu*2
       % Vynulování sloupce
       mat_tuh((vazby(i,1)-1)*2+2,j)=0;
       % Vynulování řádku
       mat_tuh(j,(vazby(i,1)-1)*2+2)=0;
     end
     % Na diagonálu přiřadit 1
     mat_tuh((vazby(i,1)-1)*2+2,(vazby(i,1)-1)*2+2)=1;
     % Vynulování zatěžovacího vektoru
```

```
     zat_vektor((vazby(i,1)-1)*2+2)=0;
  end
end

% Řešení soustavy lineárních rovnic
r=mat_tuh\zat_vektor';

% Vynulování vektoru pro sčítání koncových sil na prutech
for i=1:1:pocuzlu*2
  soucet_sil(i)=0;
end
% Globální a lokální vektory sil a deformací jednotlivých prutů
for i=1:1:pocprutu
  for j=1:1:2
      vektor_def_glob(j)=r((pruty(i,1)-1)*2+j);
      vektor_def_glob(j+2)=r((pruty(i,2)-1)*2+j);
  end
  % Transformační matice
  T=[geom(i,2) geom(i,3) 0 0; 0 0 geom(i,2) geom(i,3)];
  % Lokální matice tuhosti prutu
  mat_tuh_prutu=prurmat(pruty(i,3),2)*prurmat(pruty(i,3),1)/...
      geom(i,1)*[1 -1; -1 1];
  % Transformace matice tuhosti prutu
  % z lokálního do globálního souřadnicového systému
  mat_tuh_prutu_glob=T'*mat_tuh_prutu*T;
```

```
  % Globální koncové síly jednotlivých prutů
  konc_sily_glob=mat_tuh_prutu_glob*vektor_def_glob';
  % Přičtení globálních koncových sil jednotlivých prutů do celkového
  % součtu sil ve styčníku
  for j=1:1:2
    soucet_sil((pruty(i,1)-1)*2+j)=...
        soucet_sil((pruty(i,1)-1)*2+j)+konc_sily_glob(j);
    soucet_sil((pruty(i,2)-1)*2+j)=...
        soucet_sil((pruty(i,2)-1)*2+j)+konc_sily_glob(j+2);
  end
  % Lokální vektory deformací jednotlivých prutů
  vek_def_lok=T*vektor_def_glob';
  % Lokální vektory koncových sil jednotlivých prutů
  vek_sil_lok(i,1:2)=mat_tuh_prutu*vek_def_lok;
end
% Výpočet reakcí
for i=1:1:pocuzlu*2
  reakce(i)=soucet_sil(i);
end
if ~pocuzelzat==0
  % Odečtení vektoru uzlového zatížení od součtu koncových sil prutů
  % v globáním souřadnicovém systému
  for i=1:1:pocuzelzat
    for j=1:1:2
      reakce((uzelzat(i,1)-1)*2+j)=...
```

```
          reakce((uzelzat(i,1)-1)*2+j)-uzelzat(i,1+j);
    end
  end
end
clear T i j k konc_sily_glob mat_tuh mat_tuh_prutu;
clear mat_tuh_prutu_glob soucet_sil vek_def_lok;
clear vektor_def_glob zat_vektor;
```

Celý lineární výpočet obecnou deformační metodou pak lze provést s využitím skriptu `prihrada2D.m`, který obsahuje instrukce:

```
% Zpracování vstupních údajů a příprava na výpočet
prihrada2D_1;
% Výpis vstupních veličin
vypis_vstup;
% Geometricky lineární výpočet
prihrada2D_2;
% Výpis výstupních veličin
vypis_vystup;
```

Výpočet pak lze doplnit o přehledný výpis vstupních, resp. výstupních údajů. Obsah skriptu označeného jako `vypis_vstup.m` umožňuje vypsat veškeré vstupní údaje výpočtu zadané příhradové konstrukce:

```
% Výpis vstupních veličin
clc;
disp(sprintf('\n'))
disp('***********************************************************')
disp('*    Souřadnice uzlů v globálním souřadnicovém systému    *')
disp('***********************************************************')
disp(' ')
disp('číslo      x        z ')
disp(' uzlu     [m]      [m]')
disp('-----------------------')
for i=1:1:pocuzlu
  disp(sprintf('%5d %8.3f %8.3f',i,uzly(i,1),uzly(i,2)))
end
disp(sprintf('\n'))
disp('***********************************************************')
disp('*                     Vlastnosti prutů                    *')
disp('***********************************************************')
disp(' ')
disp('číslo číslo číslo    l     cos     sin      A         E')
disp('prutu uzlu1 uzlu2   [m]    [-]     [-]    [m2]      [GPa]')
disp('-----------------------------------------------------------')
```

Obsah
18. strana ze 35
Zavřít dokument
Konec
Celá obrazovka/Okno

```
for i=1:1:pocprutu
  disp(sprintf('%5d %5d %5d %6.3f %7.4f %7.4f %9.2e %6.1e',i,...
      pruty(i,1),pruty(i,2),geom(i,1),geom(i,2),geom(i,3),...
      prurmat(pruty(i,3),1),prurmat(pruty(i,3),2)*1e-9))
end
disp(sprintf('\n'))
disp('*************************************************************')
disp('*                      Vnější vazby                          *')
disp('*************************************************************')
disp(' ')
disp('číslo')
disp(' uzlu   ux   uz')
disp('---------------')
for i=1:1:pocvazeb
  ret='';
  for j=2:1:3
    if vazby(i,j)==1
        ret=strcat(ret,'  fix');
    else
        ret=strcat(ret,'    -');
    end
  end;
  ret=strcat(sprintf('%5d ',vazby(i,1)),ret);
  disp(ret);
end
if pocuzelzat>0
```

```
  disp(sprintf('\n'))
  disp('***********************************************************')
  disp('*                     Uzlová zatížení                     *')
  disp('***********************************************************')
  disp(' ')
  disp('číslo       Fx        Fz ')
  disp(' uzlu      [kN]      [kN]')
  disp('-----------------------------------')
  for i=1:1:pocuzelzat
    disp(sprintf('%5d %9.3f %9.3f',uzelzat(i,1),uzelzat(i,2)*1e-3,...
        uzelzat(i,3)*1e-3));
  end
end
clear i j ret;
```

Obsah
20. strana ze 35
Zavřít dokument
Konec
Celá obrazovka/Okno

Výpis vstupních údaju zadané úlohy s rešenou príhradovou konstrukcí z príkladu 1.1 muže s využitím skriptu `vypis_vstup.m` vypadat následovne:

```
***********************************************************
*    Souřadnice uzlů v globálním souřadnicovém systému    *
***********************************************************
číslo      x        z
 uzlu     [m]      [m]
-----------------------
    1    1.500    0.000
    2    4.500    0.000
    3    0.000    2.000
    4    3.000    2.000
    5    6.000    2.000

***********************************************************
*                    Vlastnosti prutů                     *
***********************************************************
číslo číslo číslo    l      cos      sin      A         E
prutu uzlu1 uzlu2   [m]     [-]      [-]     [m2]     [GPa]
-----------------------------------------------------------
    1     1     2  3.000  1.0000   0.0000  1.50e-03 2.0e+02
    2     3     1  2.500  0.6000  -0.8000  1.25e-03 2.0e+02
    3     1     4  2.500  0.6000   0.8000  1.25e-03 2.0e+02
    4     4     2  2.500  0.6000  -0.8000  1.25e-03 2.0e+02
```

Obsah
21. strana ze 35
Zavřít dokument
Konec
Celá obrazovka/Okno

```
   5     2     5  2.500  0.6000  0.8000  1.25e-03 2.0e+02
   6     3     4  3.000  1.0000  0.0000  1.50e-03 2.0e+02
   7     4     5  3.000  1.0000  0.0000  1.50e-03 2.0e+02

***********************************************************
*                      Vnější vazby                       *
***********************************************************
číslo
 uzlu   ux   uz
---------------
   3  fix  fix
   5    -  fix

***********************************************************
*                     Uzlová zatížení                     *
***********************************************************
číslo       Fx         Fz
 uzlu      [kN]       [kN]
-----------------------------------
   1     3.000      0.000
   2     0.000     20.000
```

Skript pojmenovaný `vypis_vystup.m` pak slouží pro výpis výsledných deformací, vnitřních sil a reakcí řešené příhradové konstrukce:

```
disp(sprintf('\n'))
disp('***********************************************************')
disp('*    Deformace uzlů v globálním souřadnicovém systému     *')
disp('***********************************************************')
disp(' ')
disp('číslo       ux        uz')
disp(' uzlu      [mm]      [mm]')
disp('-------------------------')
for i=1:1:pocuzlu
  disp(sprintf('%5d %9.3f %9.3f',i,r((i-1)*2+1)*1e3,...
      r((i-1)*2+2)*1e3))
end
disp(sprintf('\n'))
disp('***********************************************************')
disp('*             Koncové vnitřní síly v prutech              *')
disp('*            v lokálním souřadnicovém systému             *')
disp('***********************************************************')
disp(' ')
disp('číslo číslo        N  číslo        N ')
disp('prutu uzlu1      [kN] uzlu2      [kN]')
disp('-------------------------------------')
for i=1:1:pocprutu
```

```
  disp(sprintf('%5d %5d %9.3f %5d %9.3f',i,pruty(i,1),...
      vek_sil_lok(i,1)*1e-3,pruty(i,2),vek_sil_lok(i,2)*1e-3));
end
disp(sprintf('\n'))
disp('***********************************************************')
disp('*                         Reakce                          *')
disp('***********************************************************')
disp(' ')
disp('číslo        Rx         Rz ')
disp(' uzlu       [kN]       [kN]')
disp('---------------------------')
for i=1:1:pocuzlu
  for j=1:1:pocvazeb
    if vazby(j,1)==i
      disp(sprintf('%5d %10.3f %10.3f',i,reakce((i-1)*2+1)*1e-3,...
          reakce((i-1)*2+2)*1e-3));
    end
  end
end
clear i j;
```

Výpis výsledných veličin řešení zadané úlohy s příhradovou konstrukcí z příkladu 1.1 s využitím skriptu `vypis_vystup.m` je pak uveden v následující ukázce:

```
***********************************************************
*    Deformace uzlů v globálním souřadnicovém systému     *
***********************************************************
číslo       ux         uz
 uzlu      [mm]       [mm]
-------------------------
    1     0.141      0.168
    2     0.051      0.347
    3     0.000      0.000
    4     0.060      0.291
    5     0.180      0.000

***********************************************************
*             Koncové vnitřní síly v prutech              *
*            v lokálním souřadnicovém systému             *
***********************************************************
číslo číslo         N  číslo         N
prutu uzlu1      [kN] uzlu2      [kN]
-------------------------------------
    1     1     9.000     2    -9.000
    2     3     5.000     1    -5.000
    3     1    -5.000     4     5.000
```

```
    4     4     5.000     2    -5.000
    5     2    20.000     5   -20.000
    6     3    -6.000     4     6.000
    7     4   -12.000     5    12.000

***********************************************************
*                         Reakce                          *
***********************************************************
číslo        Rx          Rz
 uzlu       [kN]        [kN]
---------------------------
    3     -3.000      -4.000
    5      0.000     -16.000
```

1.2.3. Aplikace řešení iteračního geometricky nelineárního výpočtu rovinné příhradové konstrukce

Řešení. Následuje popis skriptu, který s využitím všech dříve popsaných výpočetních kroků umožňuje iteračně vyřešit zadanou příhradovou konstrukci podle teorie II. řádu:

```
% Záloha původních souřadnic uzlů
uzly_old=uzly;
% Zpracování vstupních údajů a příprava na výpočet
prihrada2D_1;
% Záloha původních délek prutů
delky_old=geom(:,1);
% Výpis vstupních veličin
vypis_vstup;
% Geometricky lineární výpočet
prihrada2D_2;
% Výpis výstupních veličin lineárního výpočtu
vypis_vystup;
% Záloha vypočtených vnitřních sil
N_old=-vek_sil_lok(:,1)';
N=N_old;
% Zpracování výsledků předchozího výpočtu
% a příprava na další nelineární výpočet
%
% Úprava souřadnic bodů
```

```
for i=1:1:pocuzlu
    uzly(i,1)=uzly_old(i,1)+r((i-1)*2+1);
    uzly(i,2)=uzly_old(i,2)+r((i-1)*2+2);
end
% Výpočet nové geometrie prutů
for i=1:1:pocprutu
  % Délka prutu
  geom(i,1)=sqrt((uzly(pruty(i,2),1)-uzly(pruty(i,1),1))^2+...
      (uzly(pruty(i,2),2)-uzly(pruty(i,1),2))^2);
  % Cosinus směrového úhlu prutu
  geom(i,2)=(uzly(pruty(i,2),1)-uzly(pruty(i,1),1))/geom(i,1);
  % Sinus směrového úhlu prutu
  geom(i,3)=(uzly(pruty(i,2),2)-uzly(pruty(i,1),2))/geom(i,1);
end
% Výpis výsledných veličin
num_it=1;
disp(sprintf('\n'))
disp('*****************************************************************')
disp('*          Upravené délky prutů a vnitřní síly          *')
disp(sprintf(...
    '*          Iterace č.: %5d                              *',...
    num_it));
disp('*****************************************************************')
disp(' ')
disp('číslo       L         N')
disp('prutu      [mm]      [kN]')
```

```
disp('-------------------------')
for i=1:1:pocprutu
  N_new(i)=prurmat(pruty(i,3),2)*prurmat(pruty(i,3),1)/...
      delky_old(i)*(geom(i,1)-delky_old(i));
  disp(sprintf('%5d %9.3f %9.3f',i,geom(i,1)*1e3,N_new(i)*1e-3))
end
while norm(N_old-N_new)>1e-10
  num_it=num_it+1;
  % Další výpočetní krok s upravenou geometrií
  prihrada2D_2;
  % Zpracování výsledků předchozího výpočtu
  % a příprava na další nelineární výpočet
  %
  % Úprava souřadnic bodů
  for i=1:1:pocuzlu
    uzly(i,1)=uzly_old(i,1)+r((i-1)*2+1);
    uzly(i,2)=uzly_old(i,2)+r((i-1)*2+2);
  end
  % Výpočet nové geometrie prutů
  for i=1:1:pocprutu
    % Délka prutu
    geom(i,1)=sqrt((uzly(pruty(i,2),1)-uzly(pruty(i,1),1))^2+...
        (uzly(pruty(i,2),2)-uzly(pruty(i,1),2))^2);
    % Cosinus směrového úhlu prutu
    geom(i,2)=(uzly(pruty(i,2),1)-uzly(pruty(i,1),1))/geom(i,1);
```

```
    % Sinus směrového úhlu prutu
    geom(i,3)=(uzly(pruty(i,2),2)-uzly(pruty(i,1),2))/geom(i,1);
  end
  % Výpis výsledných veličin
  disp(sprintf('\n'))
  disp('***********************************************************')
  disp('*           Upravené délky prutů a vnitřní síly           *')
  disp(sprintf(...
      '*           Iterace č.: %5d                             *',...
      num_it));
  disp('***********************************************************')
  disp(' ')
  disp('číslo        L         N')
  disp('prutu      [mm]      [kN]')
  disp('-------------------------')
  N_old=N_new;
  for i=1:1:pocprutu
    N_new(i)=prurmat(pruty(i,3),2)*prurmat(pruty(i,3),1)/...
        delky_old(i)*(geom(i,1)-delky_old(i));
    disp(sprintf('%5d %9.3f %9.3f',i,geom(i,1)*1e3,N_new(i)*1e-3))
  end
end

% Výpis výsledných veličin
disp(sprintf('\n'))
```

Obsah
30. strana ze 35
Zavřít dokument
Konec
Celá obrazovka/Okno

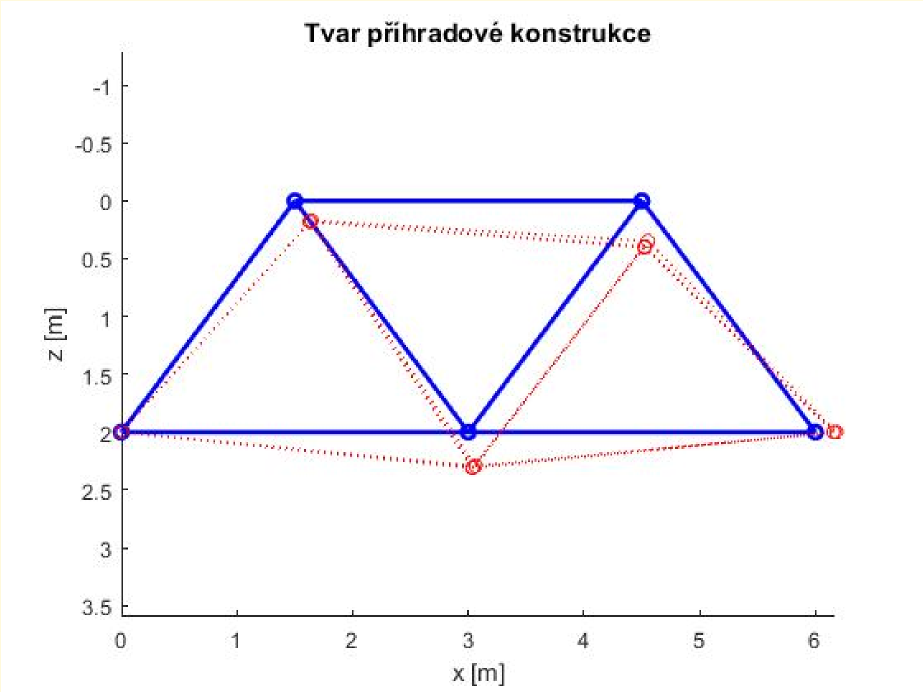
```
disp('*****************************************************')
disp('*   Srovnání výsledků lineárního a nelineárního výpočtu   *')
disp('*****************************************************')
disp(' ')
disp('číslo      Nlin    Nnelin    rozdíl')
disp('prutu      [kN]      [kN]      [%]')
disp('----------------------------------')
for i=1:1:pocprutu
  disp(sprintf('%5d %9.3f %9.3f %9.3f',i,N(i)*1e-3,N_new(i)*1e-3,...
      (abs(N_new(i))-abs(N(i)))/abs(N(i))*100))
end
uzly=uzly_old;
% Výpočet nové geometrie prutů
for i=1:1:pocprutu
  % Délka prutu
  geom(i,1)=sqrt((uzly(pruty(i,2),1)-uzly(pruty(i,1),1))^2+...
      (uzly(pruty(i,2),2)-uzly(pruty(i,1),2))^2);
  % Cosinus směrového úhlu prutu
  geom(i,2)=(uzly(pruty(i,2),1)-uzly(pruty(i,1),1))/geom(i,1);
  % Sinus směrového úhlu prutu
  geom(i,3)=(uzly(pruty(i,2),2)-uzly(pruty(i,1),2))/geom(i,1);
end
clear uzly_old delky_old N_old i r vek_sil_lok;
```

Příklad 1.2. Vyřešte rovinný příhradový nosník z příkladu 1.1 geometricky nelineárně podle teorie II. řádu. Sledujte rozdíl v hodnotách vypočtených vnitřních sil u lineárního a geometricky nelineárního výpočtu. V dalším výpočtu snižte tuhosti prutů řešené konstrukce (např. zmenšením hodnoty modulu pružnosti v tahu a prostém tlaku E o řád, dva a tři řády) a opět sledujte vliv na vypočtené vnitřní síly u lineárního a nelineárního výpočtu.

Řešení. Tvar původní příhradové konstrukce a postupná změnu tvaru při iteračním geometricky nelineárním výpočtu rovinné příhradové konstrukce z příkladu 1.1 se zadaným modulem pružnosti v tahu a prostém tlaku $E = 2 \cdot 10^2$ MPa je uveden na obrázku 1.2.

Během výpočtu této konstrukce se provede celkem 22 iteračních cyklů. Výsledné délky prutů a vnitřní síly nabývají následujících hodnot:

```
*****************************************************
*          Upravené délky prutů a vnitřní síly      *
*          Iterace č.:    22                        *
*****************************************************
číslo        L          N
prutu      [mm]       [kN]
-----------------------
    1   2900.721    -9.928
    2   2441.089    -5.891
    3   2550.331     5.033
    4   2418.897    -8.110
    5   2285.700   -21.430
    6   3049.638     4.964
    7   3137.345    13.735
```



Obr. 1.2 Tvar původní příhradové konstrukce a postupná změna tvaru při iteračním geometricky nelineárním výpočtu rovinné příhradové konstrukce z příkladu 1.1 se zadaným modulem pružnosti v tahu a prostém tlaku $E = 2 \cdot 10^2$ MPa.

Srovnání vnitřních sil rovinné příhradové konstrukce z příkladu 1.1 určených lineárním a geometricky nelineárním výpočtem se zadaným modulem pružnosti v tahu a prostém tlaku $E = 2 \cdot 10^2$ MPa obsahuje následující výpis:

```
***********************************************************
*   Srovnání výsledků lineárního a nelineárního výpočtu   *
***********************************************************
číslo      Nlin     Nnelin     rozdíl
prutu       [kN]       [kN]        [%]
-----------------------------------
    1     -9.000     -9.928     10.310
    2     -5.000     -5.891     17.822
    3      5.000      5.033      0.662
    4     -5.000     -8.110     62.206
    5    -20.000    -21.430      7.150
    6      6.000      4.964    -17.270
    7     12.000     13.735     14.454
```

Literatura

[1] MATLAB. Programový systém pro provádění matematických výpočtů. Komerční software, verze R2014b. [on-line]. <http://www.mathworks.com>. The MathWorks, únor 2015.

[2] Sigmon K. *MATLAB Primer CZ.* Elektronický manuál programového systému MATLAB. Druhé vydání. [on-line]. <https://artax.karlin.mff.cuni.cz/~beda/cz/matlab/primercz/matlab-primer.html>. Department of Mathematics, University of Florida, 1989, 1992. Z anglického originálu přeložil Petr Klášterecký.

Obsah

35. strana ze 35

Zavřít dokument

Konec

Celá obrazovka/Okno