

Téma 7:

Metoda Latin Hypercube Sampling (LHS)

- Teoretické pozadí metody LHS
- Software Freet
- Řešené příklady

Pravděpodobnostní metody

Simulační metody

Prostá simulace Monte Carlo,

Stratifikované simulační techniky:

- Latin Hypercube Sampling – LHS,
- Stratified Sampling – SC.

Pokročilé simulační metody:

- Importance Sampling – IS,
- Adaptive Sampling – AS,
- Axis Orthogonal Importance Sampling,
- Directional Sampling – DS,
- Line Sampling – LS,
- Design Point Sampling,
- Subset Simulations,
- Descriptive Sampling,
- Slice Sampling.

Aproximační metody

- First (Second) Order Reliability Method - FORM (SORM),
- Response Surface Method – RSM,
- Perturbační techniky – např. Stochastic Finite Element Method (SFEM),
- Artificial Neural Network – ANN.

Numerické metody

(bez simulací a aproximací)

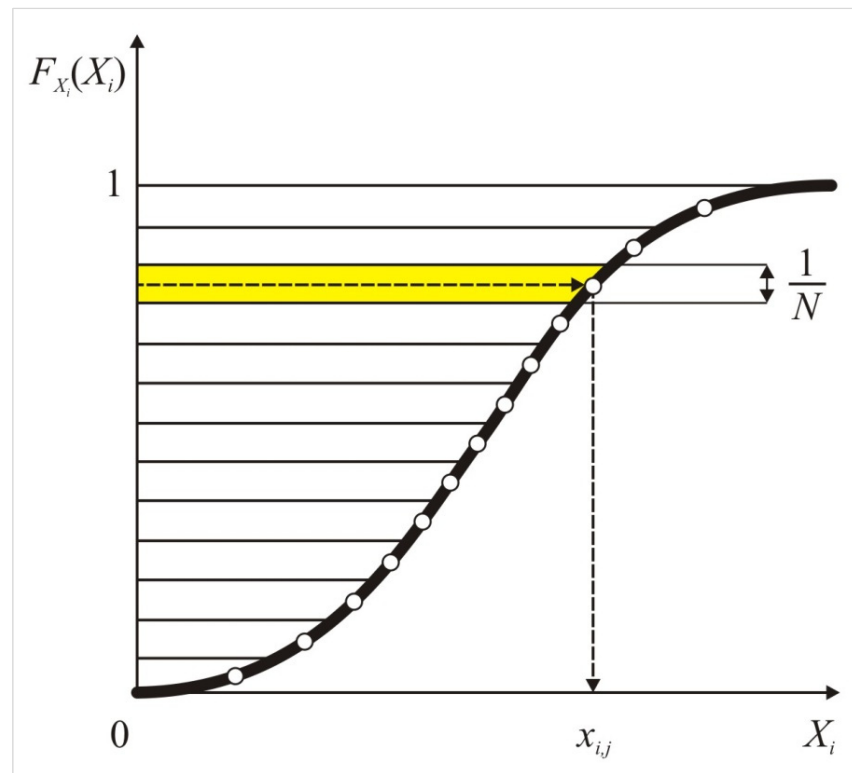
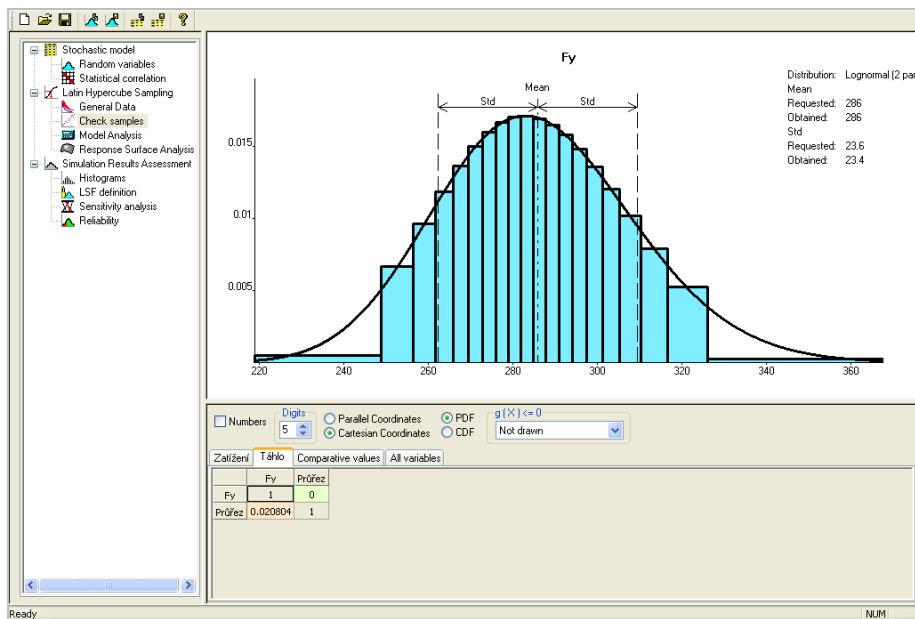
- Point Estimate Method – PEM,
- Přímý Optimalizovaný Pravděpodobnostní Výpočet – POPV (Direct Optimized Probabilistic Calculation – DOProC).

Přehled např. Krejsa & Králik (2015)

Posouzení spolehlivosti s využitím metody LHS

Latin Hypercube Sampling (LHS):
Metoda aplikována např. v programu **Freet**

Princip metody LHS: rozdělení
oboru distribuční funkce

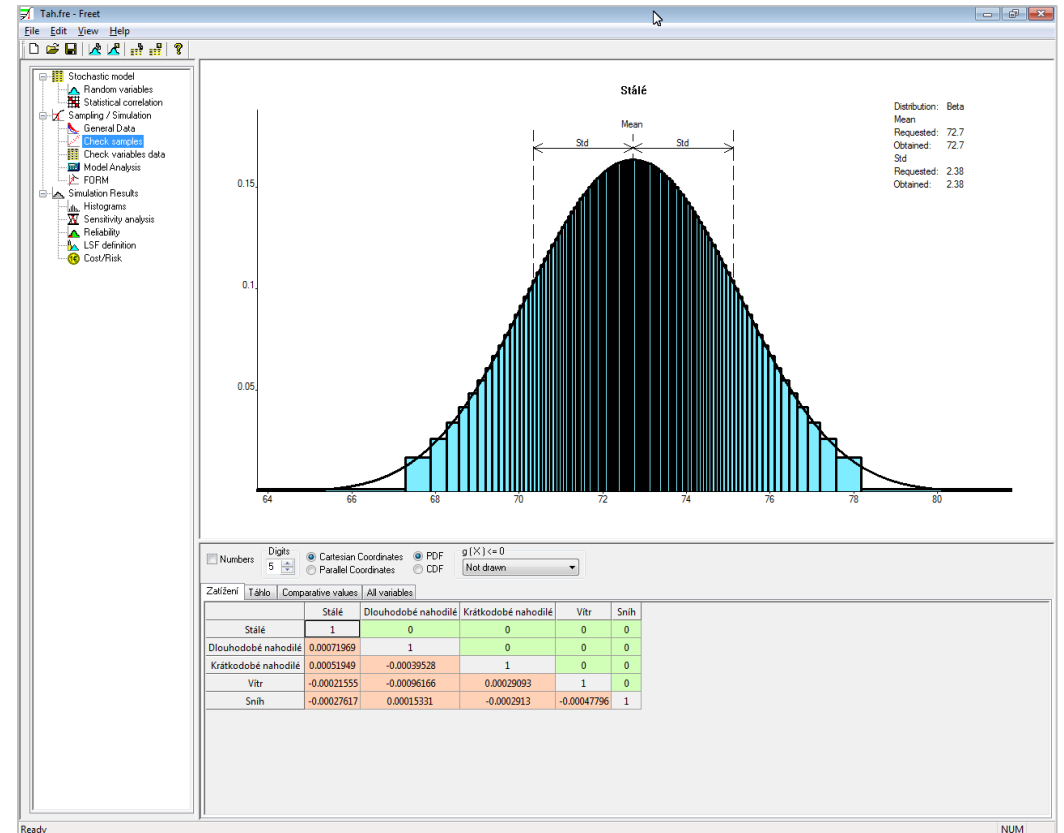


Pracovní plocha programu **Freet**:
panel pro zadání vstupních veličin

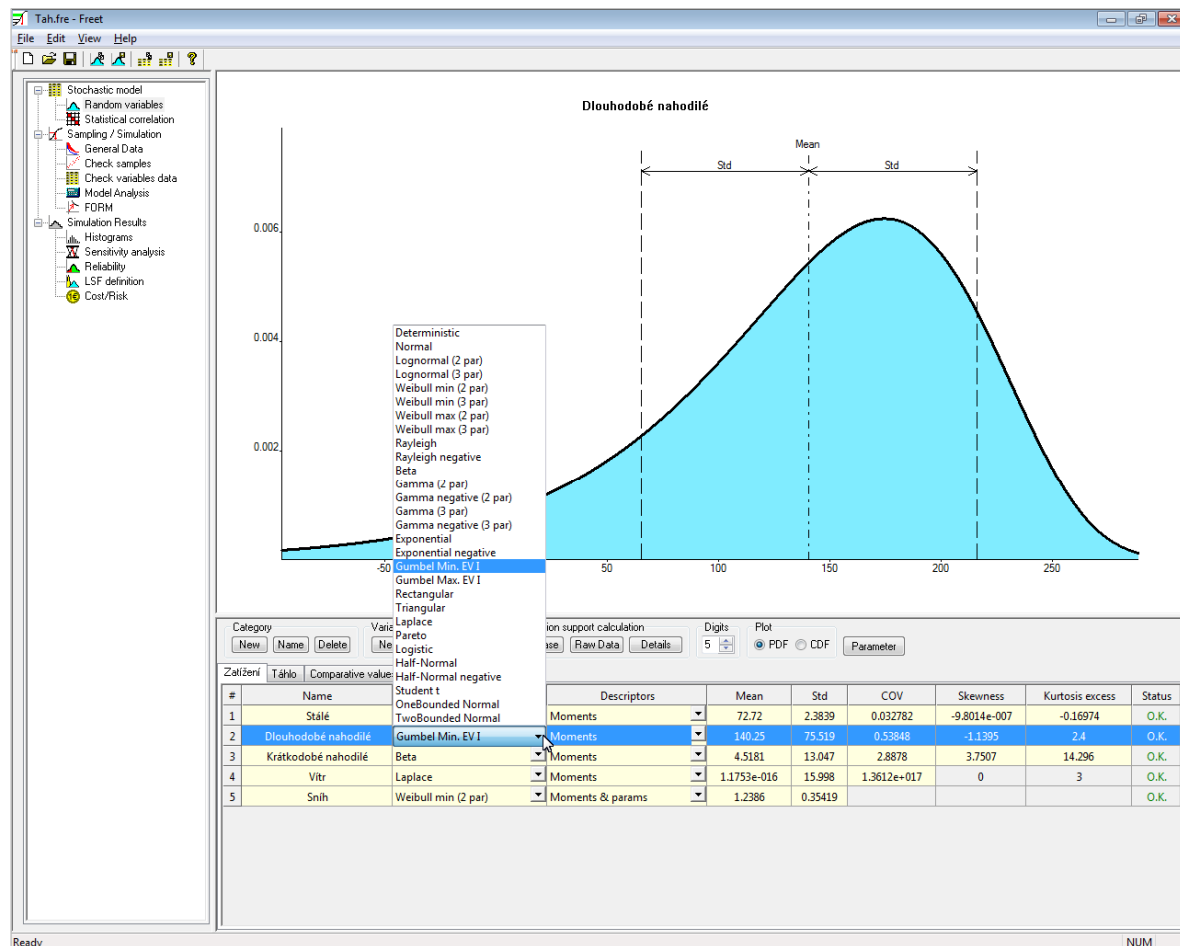
Freet (Feasible Reliability Engineering Tool)

Freet: Pravděpodobnostní víceúčelový software pro **statistickou** a **citlivostní analýzu** a **posouzení spolehlivosti**.

- Vyvinuto na Ústavu stavební mechaniky Fakulty stavební VUT v Brně.
- Verze 1.6, Demo verze je k dispozici ke stažení na adrese <http://www.freet.cz>.



Freet: Zadání vstupních veličin



Freet:

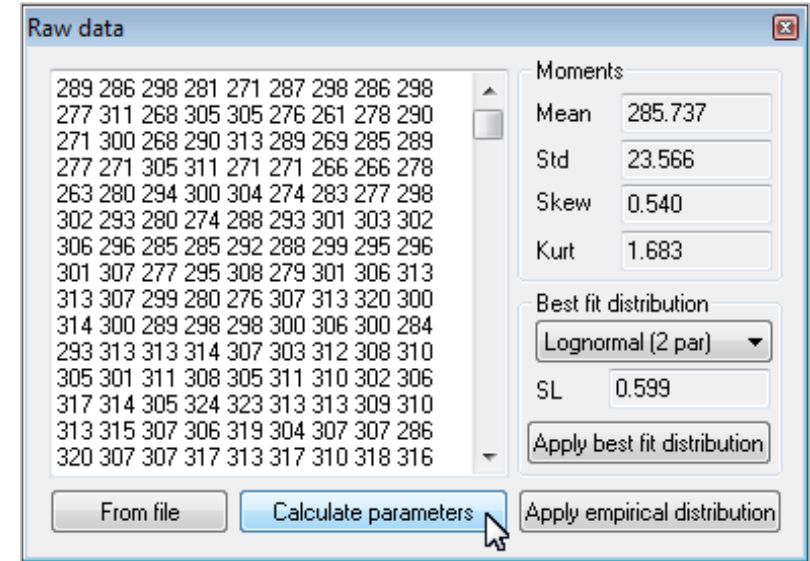
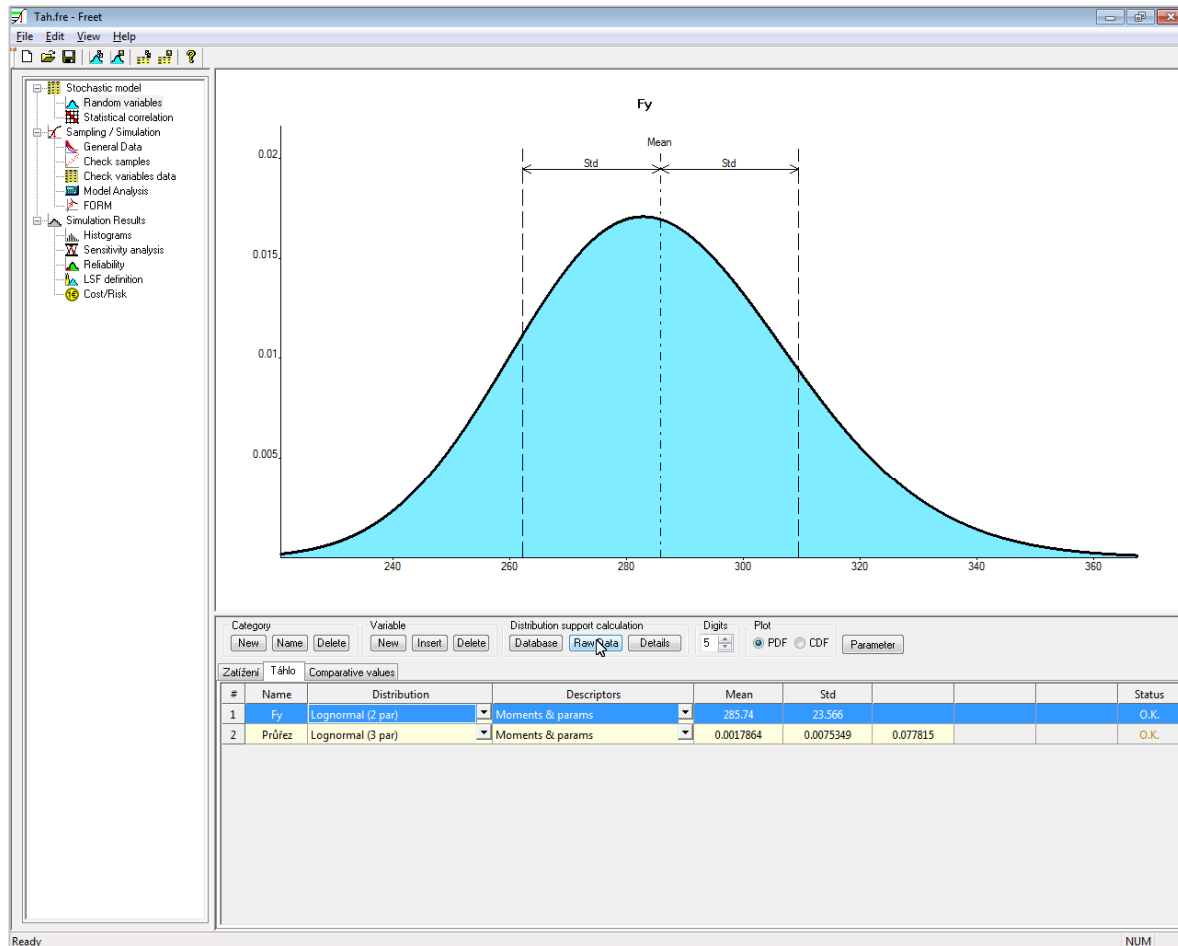
- Vstupní náhodné veličiny s **parametrickým rozdělením pravděpodobnosti**.
- Výběr parametrických rozdělení z databáze a zadání konkrétních hodnot statistických momentů náhodných veličin.

Freet: Zadání vstupních veličin

Typy parametrických rozdělení pro zadání vstupních náhodných veličin:

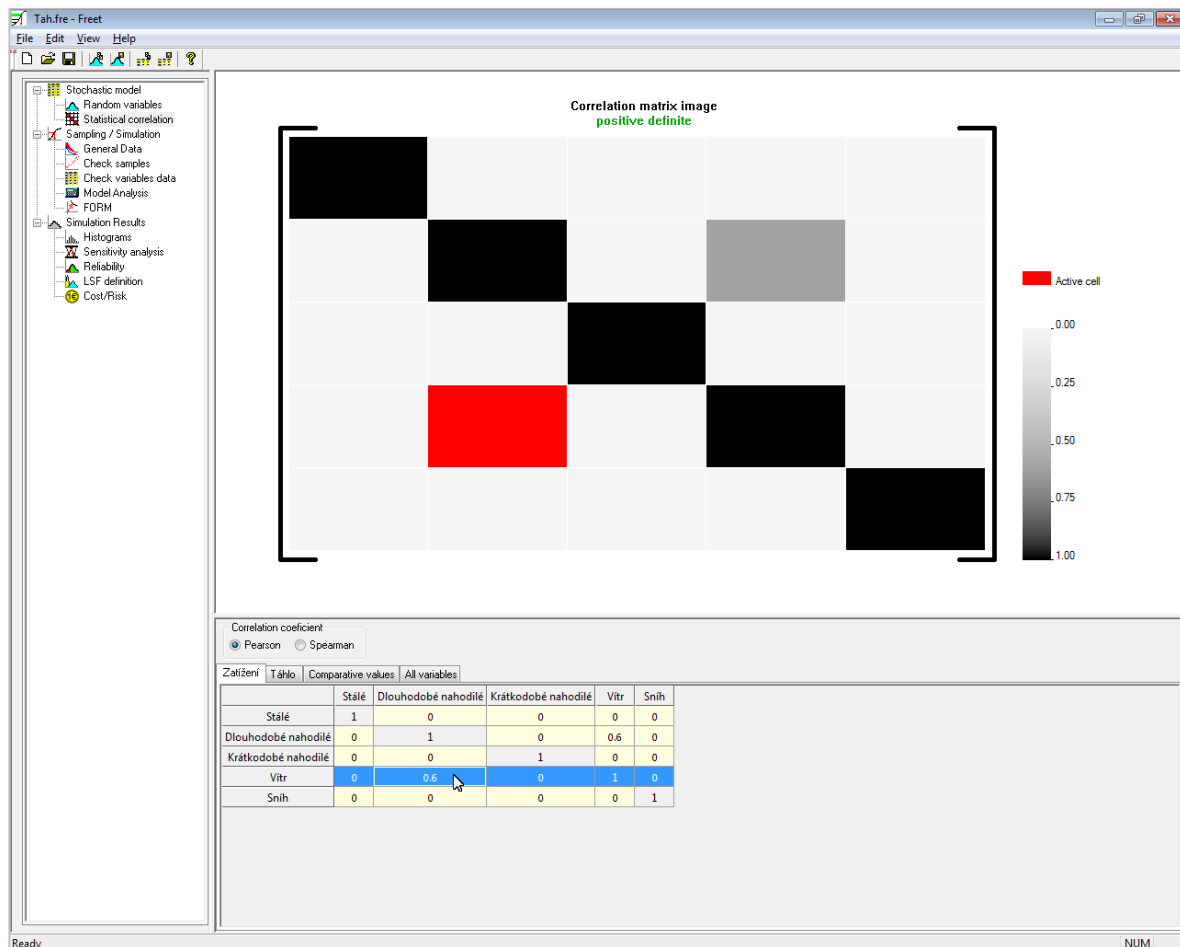
- Deterministic
- Normal
- Lognormal (2par)
- Lognormal (3par)
- Weibull min (2par)
- Weibull min (3par)
- Weibull max (2par)
- Weibull max (3par)
- Raileigh
- Raileigh negative
- Beta (4par)
- Gamma (2par)
- Gamma negative (2par)
- Gamma (3par)
- Gamma negative (3par)
- Exponential
- Exponential negative
- Gumbel min EV I
- Gumbel max EV I
- Rectangular
- Triangular
- Laplace
- Pareto
- Logistic
- Half-Normal
- Half-Normal negative
- Beta
- Student t

Freet: Využití naměřených dat



Výběr vhodného parametrického rozdělení pravděpodobnosti pro zadaná naměřená data.

Freet: Zadání korelační matice



Korelační koeficienty:

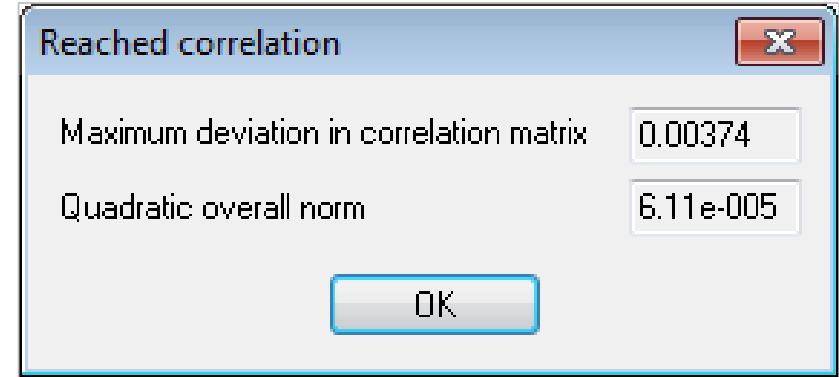
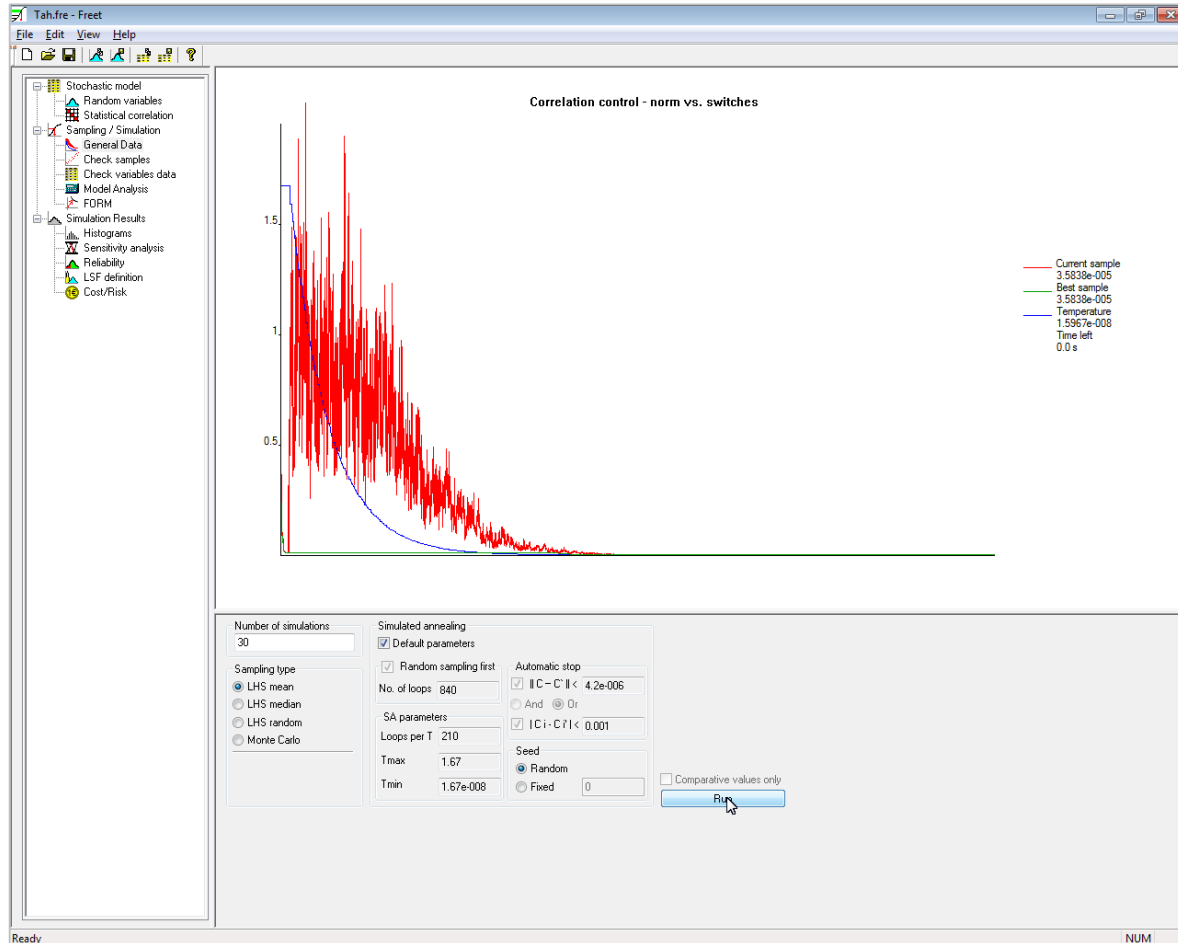
Každý prvek korelační matice obsahuje korelační koeficient, který vyjadřuje statistickou závislost dvou vstupních náhodných veličin (řádek x sloupec matice).

= 0 ... **statisticky nezávislé veličiny**

$\neq 0, \geq -1, \leq 1$

... **statisticky závislé veličiny**

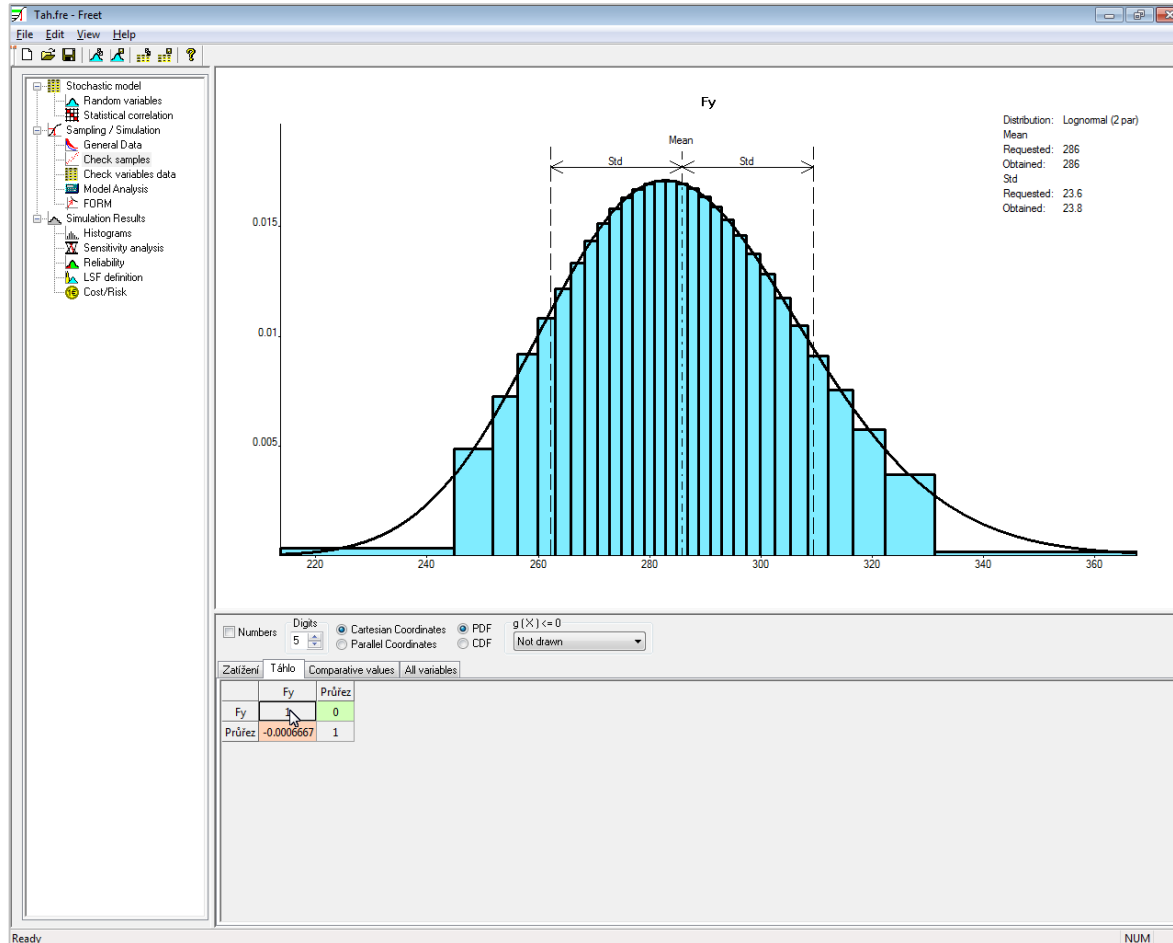
Freet: Generování simulací



Freet:

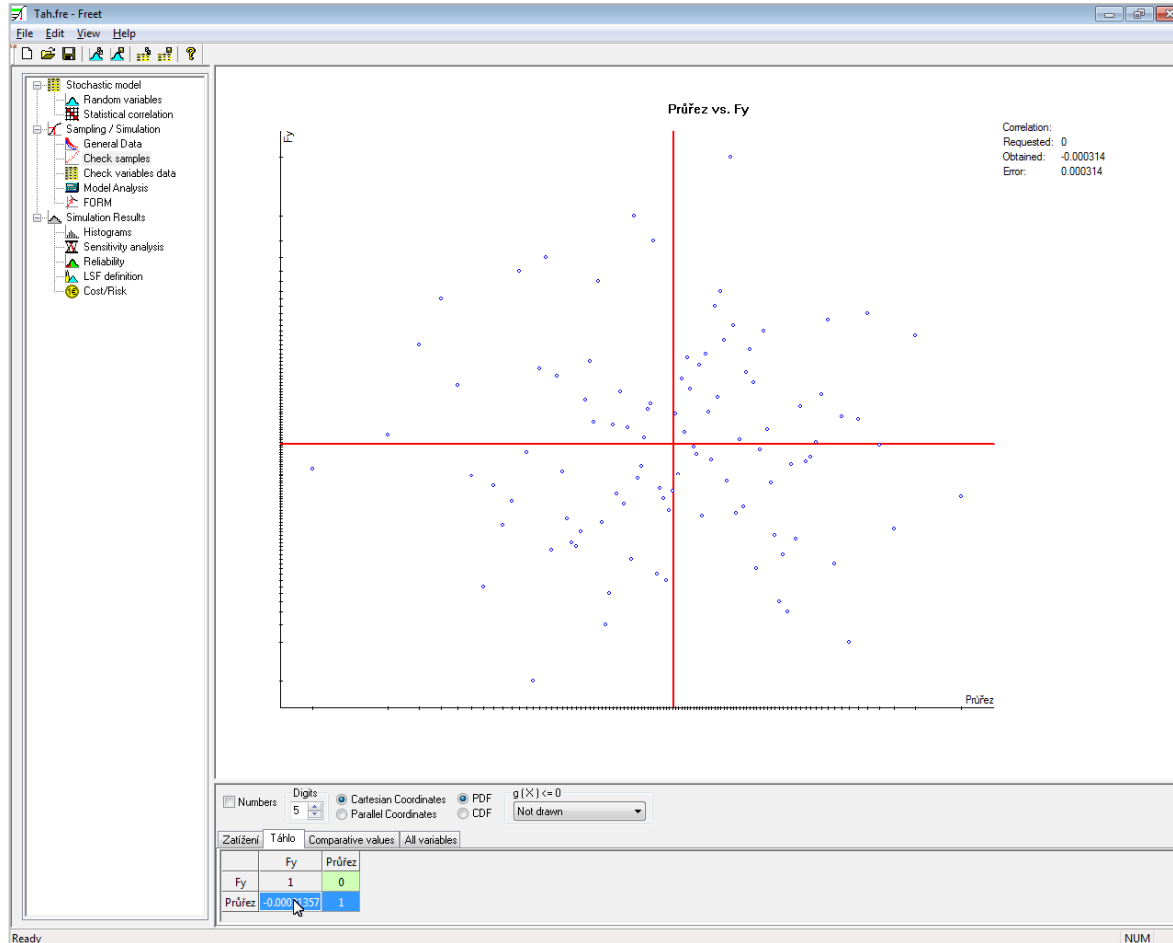
Iterativní přeuspořádání obsahu **tabulky náhodných permutací** (pořadí ve sloupcích) pomocí metody **Simulovaného žihání** (aby vygenerované hodnoty odpovídaly zadané korelační matici).

Freet: Generování simulací



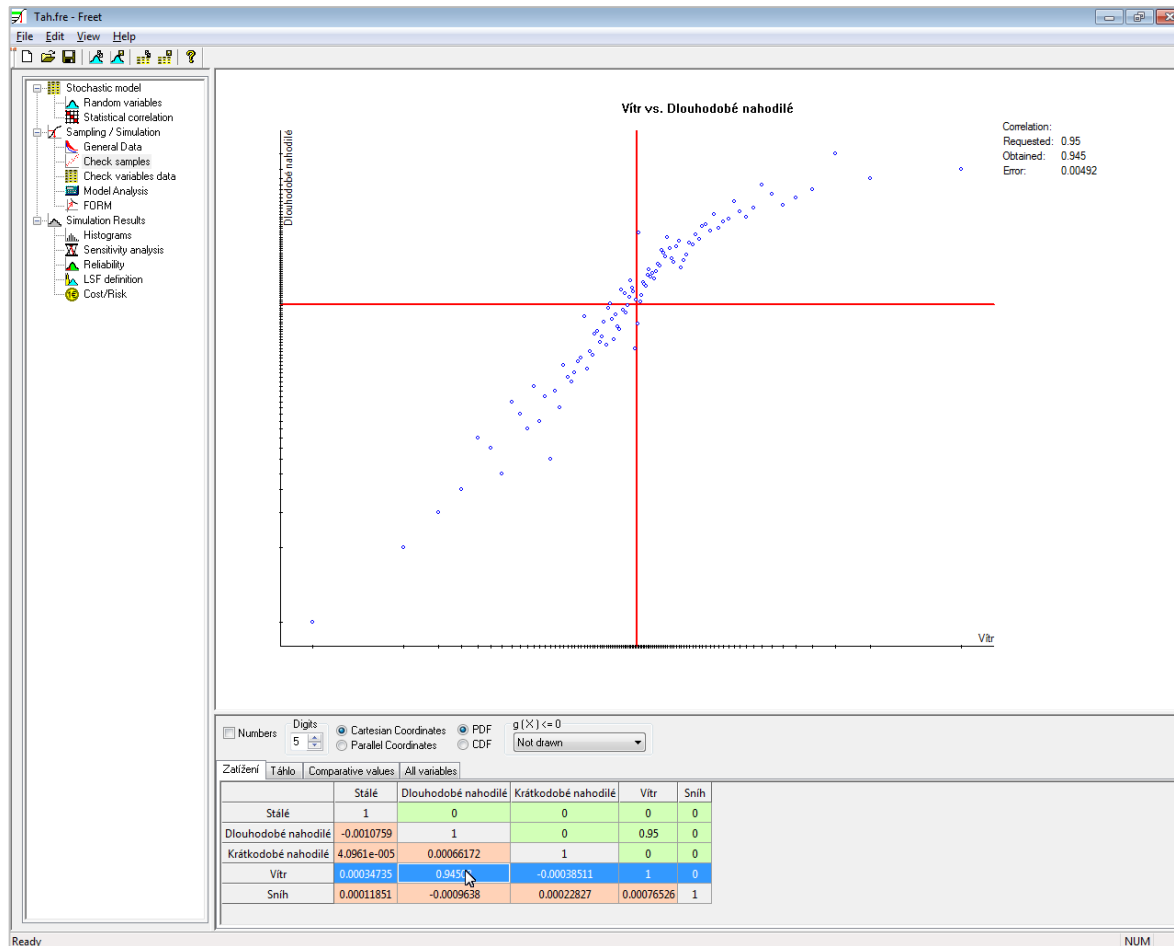
Freet: Dělení každého zadaného rozdělení pravděpodobnosti na N intervalů se stejnou pravděpodobností (různá šířka, stejná plocha).

Freet: Generování simulací



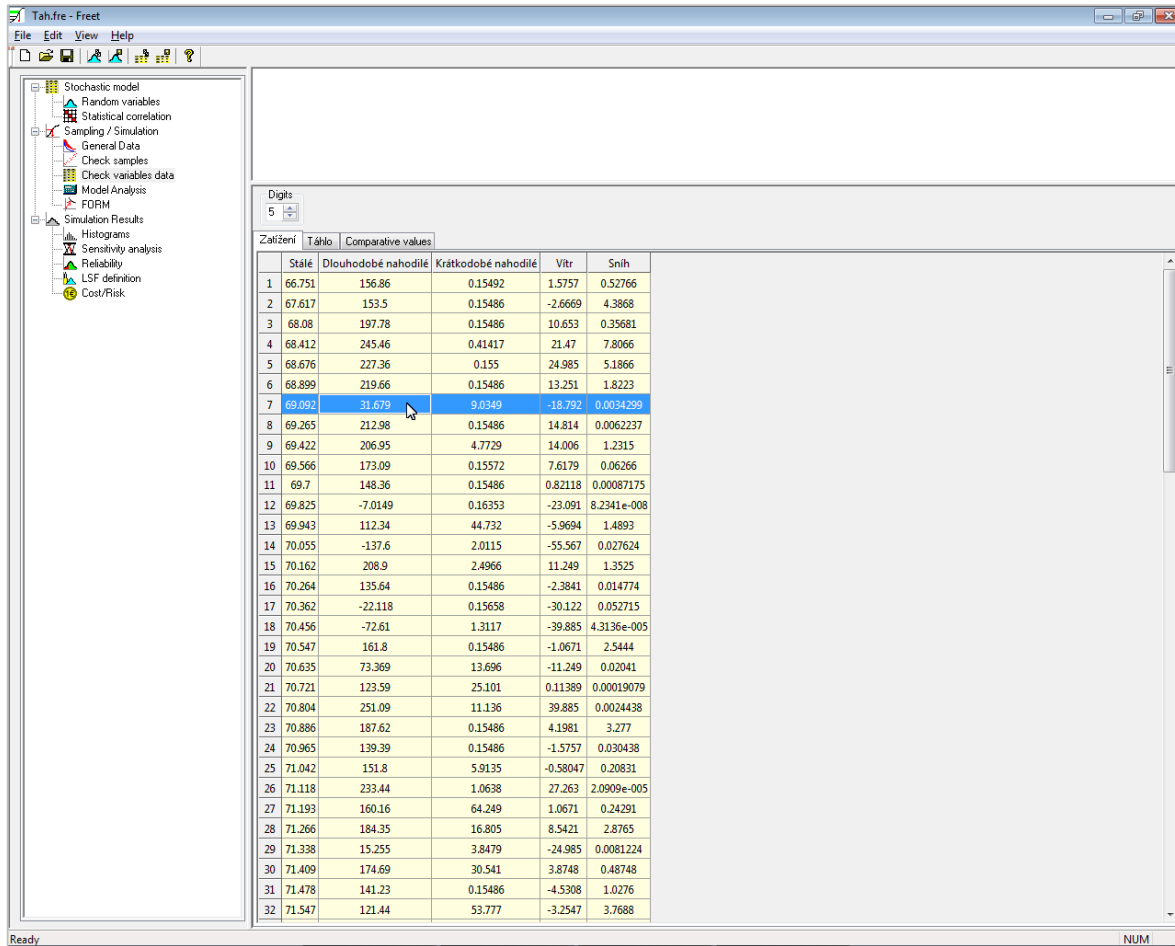
Freet: Ukázka vygenerovaných simulací dvou vstupních náhodných veličin, které jsou **statisticky nezávislé**.

Freet: Generování simulací



Freet: Ukázka vygenerovaných simulací dvou vstupních náhodných veličin, které jsou **statisticky závislé** (95 %).

Freet: Generování simulací

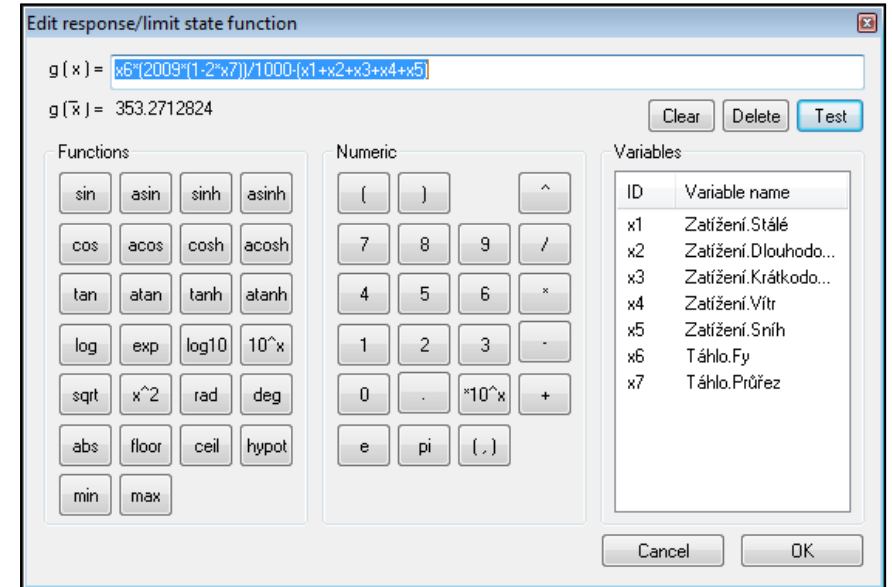
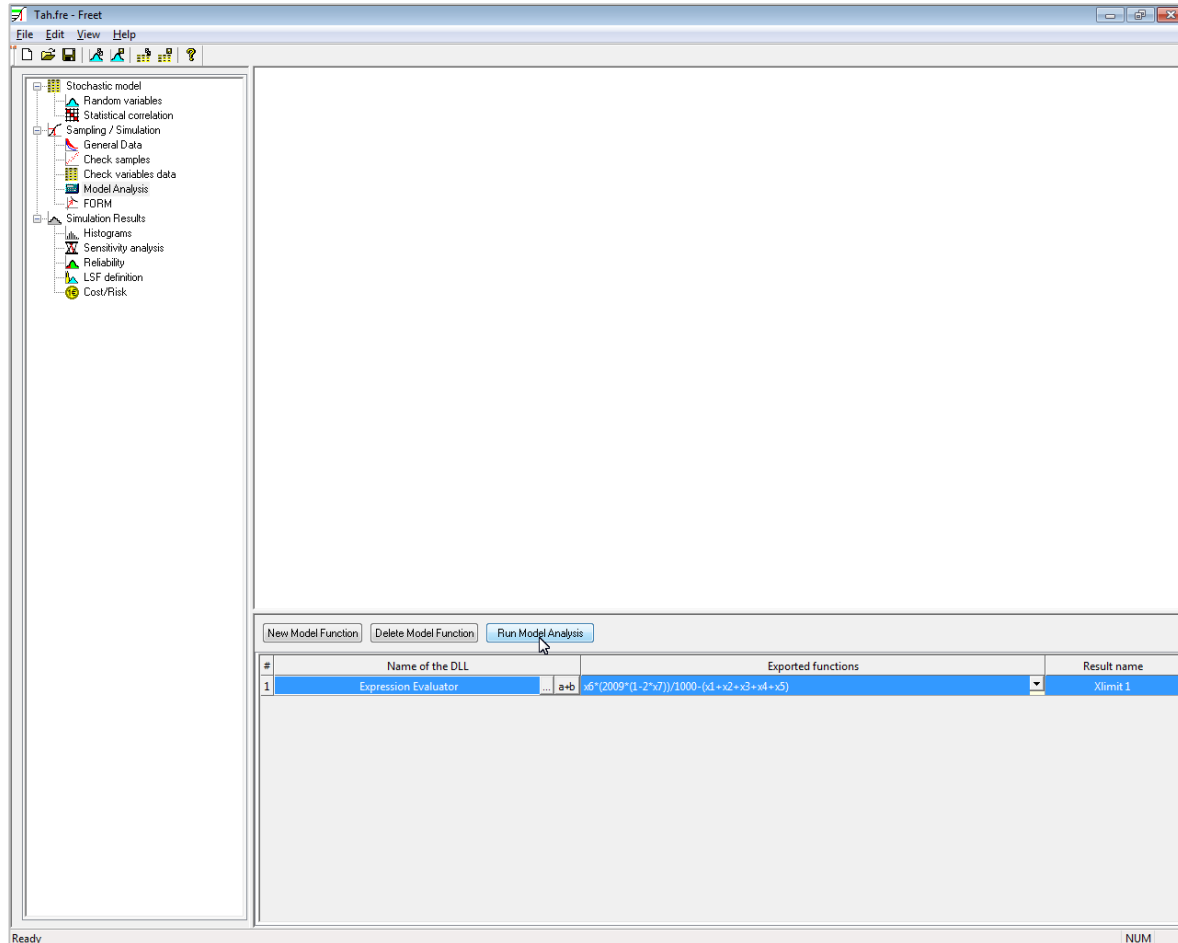


The screenshot shows the Freet software interface. On the left is a tree view with categories like 'Stochastic model', 'Random variables', 'Statistical correlation', 'Sampling / Simulation', 'General Data', 'Check samples', 'Model Analysis', 'FORM', 'Simulation Results', 'Histograms', 'Sensitivity analysis', 'Reliability', 'LSF derivation', and 'Cost/Risk'. The main window displays a table with 32 rows and 6 columns. The columns are labeled 'Zatížení', 'Stálé', 'Dlouhodobé nahodilé', 'Krátkodobé nahodilé', 'Vitr', and 'Snih'. A 'Digits' control is set to 5. The table contains numerical data for each row, with some values in scientific notation.

Zatížení	Stálé	Dlouhodobé nahodilé	Krátkodobé nahodilé	Vitr	Snih
1	66.751	156.86	0.15492	1.5757	0.52766
2	67.617	153.5	0.15486	-2.6669	4.3868
3	68.08	197.78	0.15486	10.653	0.35681
4	68.412	245.46	0.41417	21.47	7.8066
5	68.676	227.36	0.155	24.985	5.1866
6	68.899	219.66	0.15486	13.251	1.8223
7	69.092	31.679	9.0349	-18.792	0.0034299
8	69.265	212.98	0.15486	14.814	0.0062237
9	69.422	206.95	4.7729	14.006	1.2315
10	69.566	173.09	0.15572	7.6179	0.06266
11	69.7	148.36	0.15486	0.82118	0.00087175
12	69.825	-7.0149	0.16353	-23.091	8.2341e-008
13	69.943	112.34	44.732	-5.9694	1.4893
14	70.055	-137.6	2.0115	-55.567	0.027624
15	70.162	208.9	2.4966	11.249	1.3525
16	70.264	135.64	0.15486	-2.3841	0.014774
17	70.362	-22.118	0.15658	-30.122	0.052715
18	70.456	-72.61	1.3117	-39.885	4.3136e-005
19	70.547	161.8	0.15486	-1.0671	2.5444
20	70.635	73.369	13.696	-11.249	0.02041
21	70.721	123.59	25.101	0.11389	0.00019079
22	70.804	251.09	11.136	39.885	0.0024438
23	70.886	187.62	0.15486	4.1981	3.277
24	70.965	139.39	0.15486	-1.5757	0.030438
25	71.042	151.8	5.9135	-0.58047	0.20831
26	71.118	233.44	1.0638	27.263	2.0909e-005
27	71.193	160.16	64.249	1.0671	0.24291
28	71.266	184.35	16.805	8.5421	2.8765
29	71.338	15.255	3.8479	-24.985	0.0081224
30	71.409	174.69	30.541	3.8748	0.48748
31	71.478	141.23	0.15486	-4.5308	1.0276
32	71.547	121.44	53.777	-3.2547	3.7688

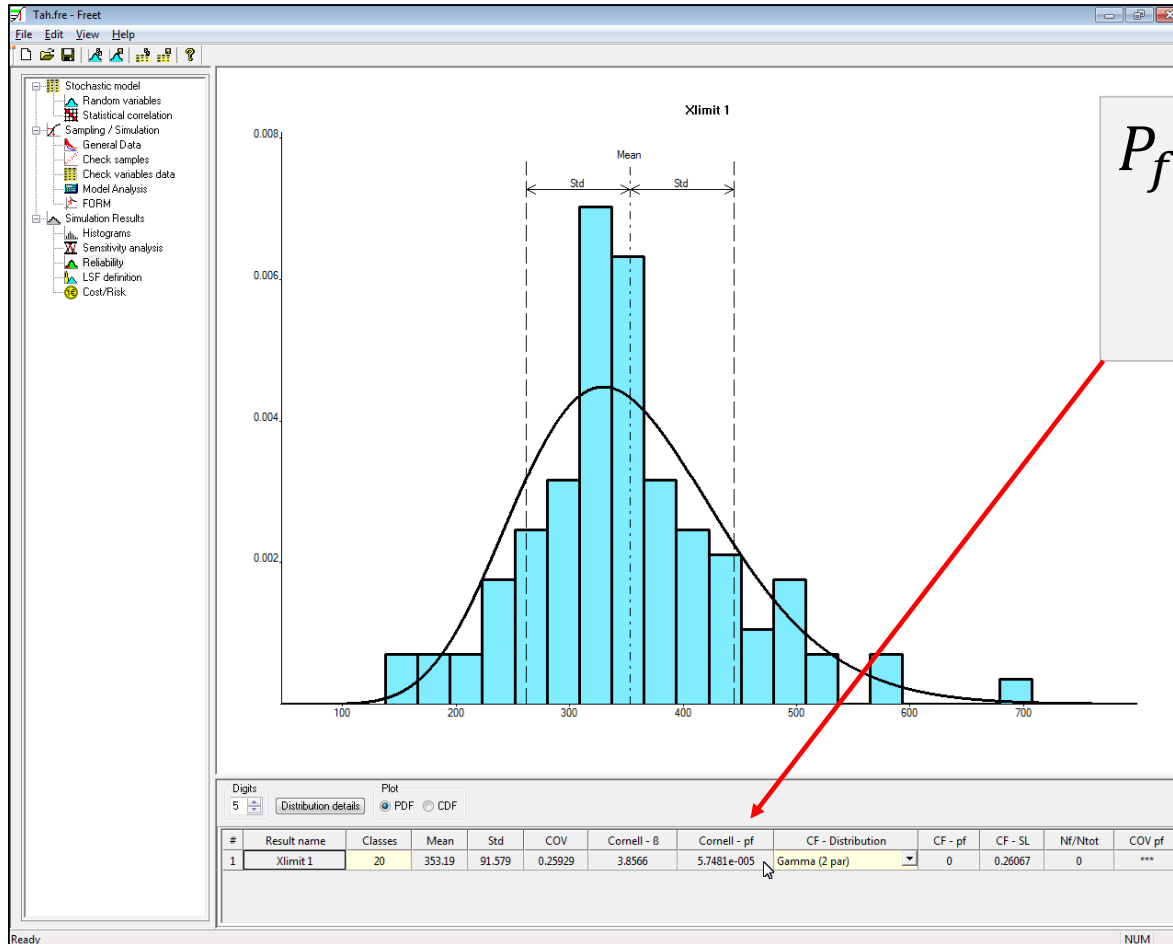
Freet: Tabulka vygenerovaných a přeskupených náhodných permutací.

Freet: Definice výpočetního modelu



Freet: Definice výpočetního modelu a dosazení vygenerovaných hodnot permutací do tohoto modelu.

Freet: Odhad pravděpodobnosti poruchy



$$P_f = 5,75 \cdot 10^{-5} < P_d = 7,2 \cdot 10^{-5}$$

Nosný prvek vyhovuje.
Třída následků **RC2/CC2**.

Freet: Výsledný odhad rozdělení pravděpodobnosti funkce spolehlivosti, odhad pravděpodobnosti poruchy P_f .

Příklad 1, Posouzení spolehlivosti

Výpočetní model - vyjádření a idealizace skutečného statického či dynamického působení konstrukce v prostoru a čase matematicko-fyzikálními vztahy s použitím metod určujících napjatost, přetvoření, zrychlení apod. od zatížení obecně proměnného s časem.

Např.:

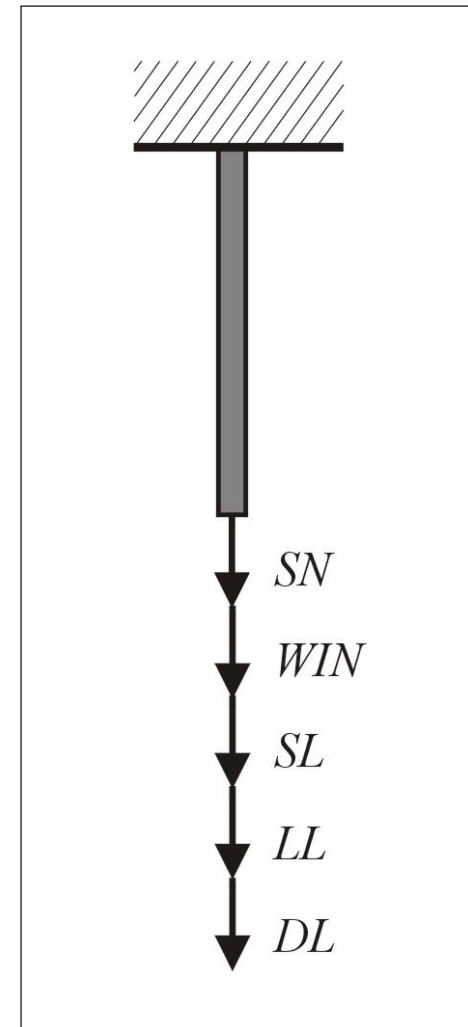
Funkce spolehlivosti: $RF = R - \text{abs}(E)$

Odolnost konstrukce (únosnost v osovém namáhání):

$$R = N_{Rd} = A_{\text{var}} \cdot f_y$$

Účinek zatížení (normálová síla):

$$E = N_{Ed} = 80 \cdot DL + 293,5 \cdot LL + 80 \cdot SL + 70 \cdot WIN + 40 \cdot SN$$



Příklad 2, Posouzení spolehlivosti

Matematický model pravděpodobnostního výpočtu:

Funkce spolehlivosti: $RF = R - E$

Odolnost konstrukce (únosnost za ohybu):

$$R = M_{Rd} = W_{y,var} \cdot f_y$$

Účinek zatížení (největší ohybový moment):

$$E = M_{Ed} = \frac{1}{8} \cdot (2.1 \cdot DL + 3.5 \cdot LL) \cdot l^2$$

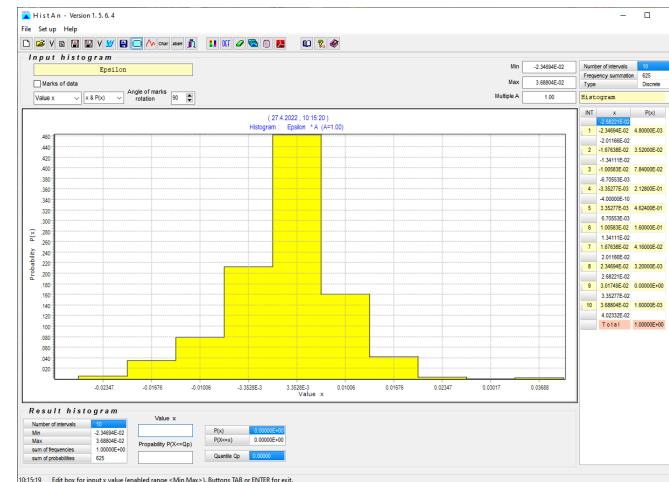
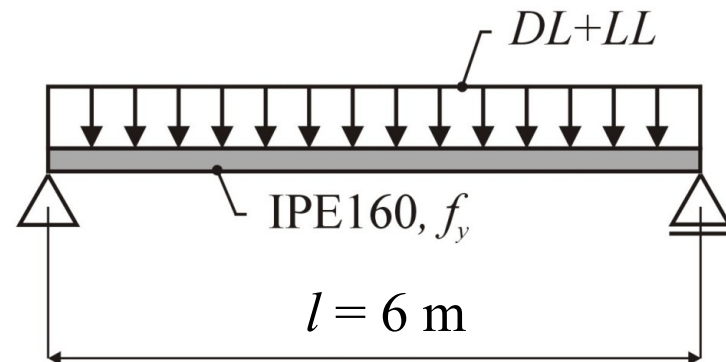
Variabilita průřezových charakteristik:

$$A_{var} = A_{nom} \cdot (1 - 2 \cdot \varepsilon)$$

$$W_{var} = W_{nom} \cdot (1 - 3 \cdot \varepsilon)$$

$$I_{var} = I_{nom} \cdot (1 - 4 \cdot \varepsilon)$$

Histogram ε (Epsilon.dis)
pro vyjádření variability
průřezových charakteristik



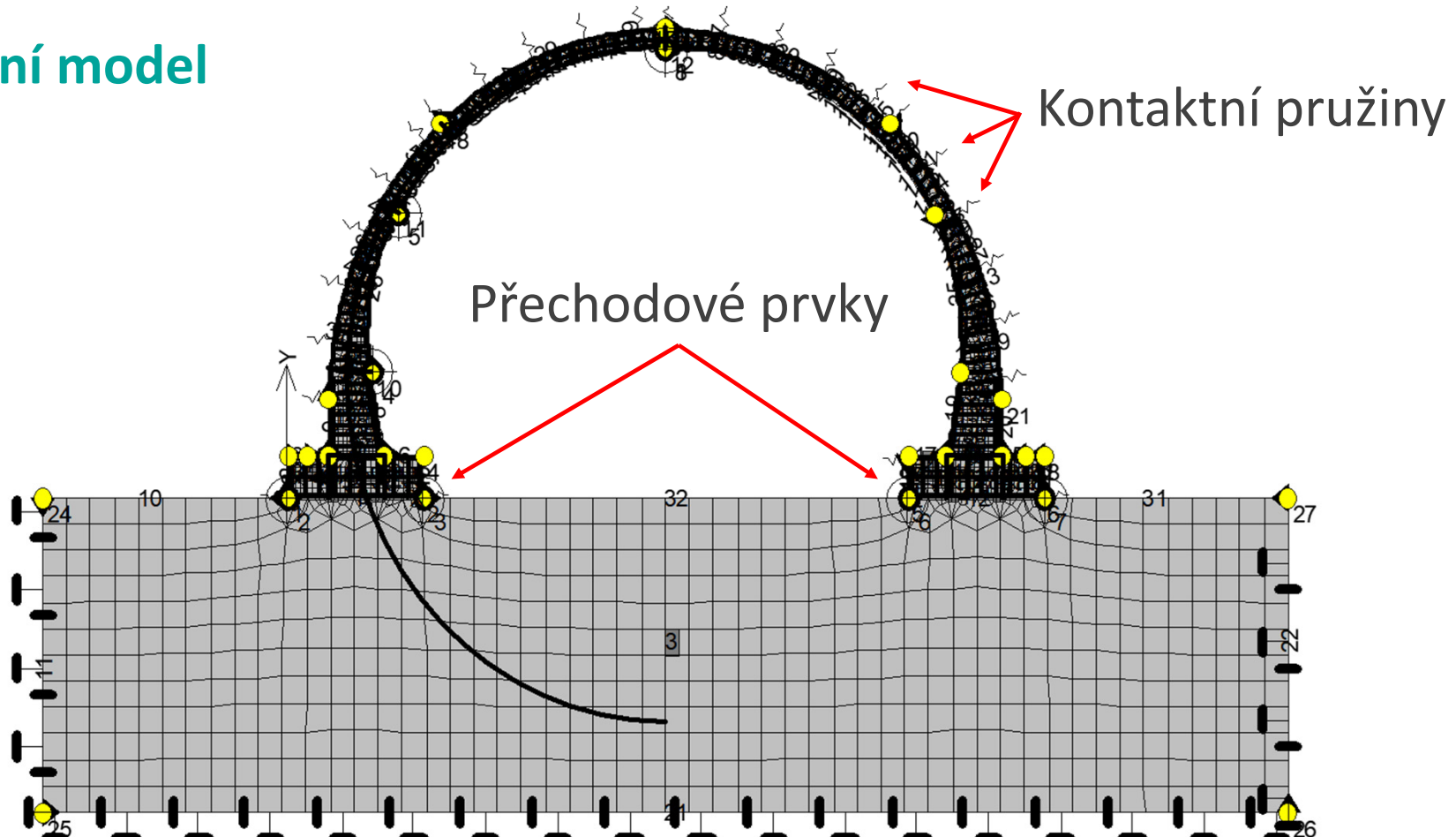
Atena-Sara-Freet: Ukázka výpočtu

Posuzovanou stavbou je železobetonová klenba silničního tunelu na dálnici D1 v Klimkovicích.



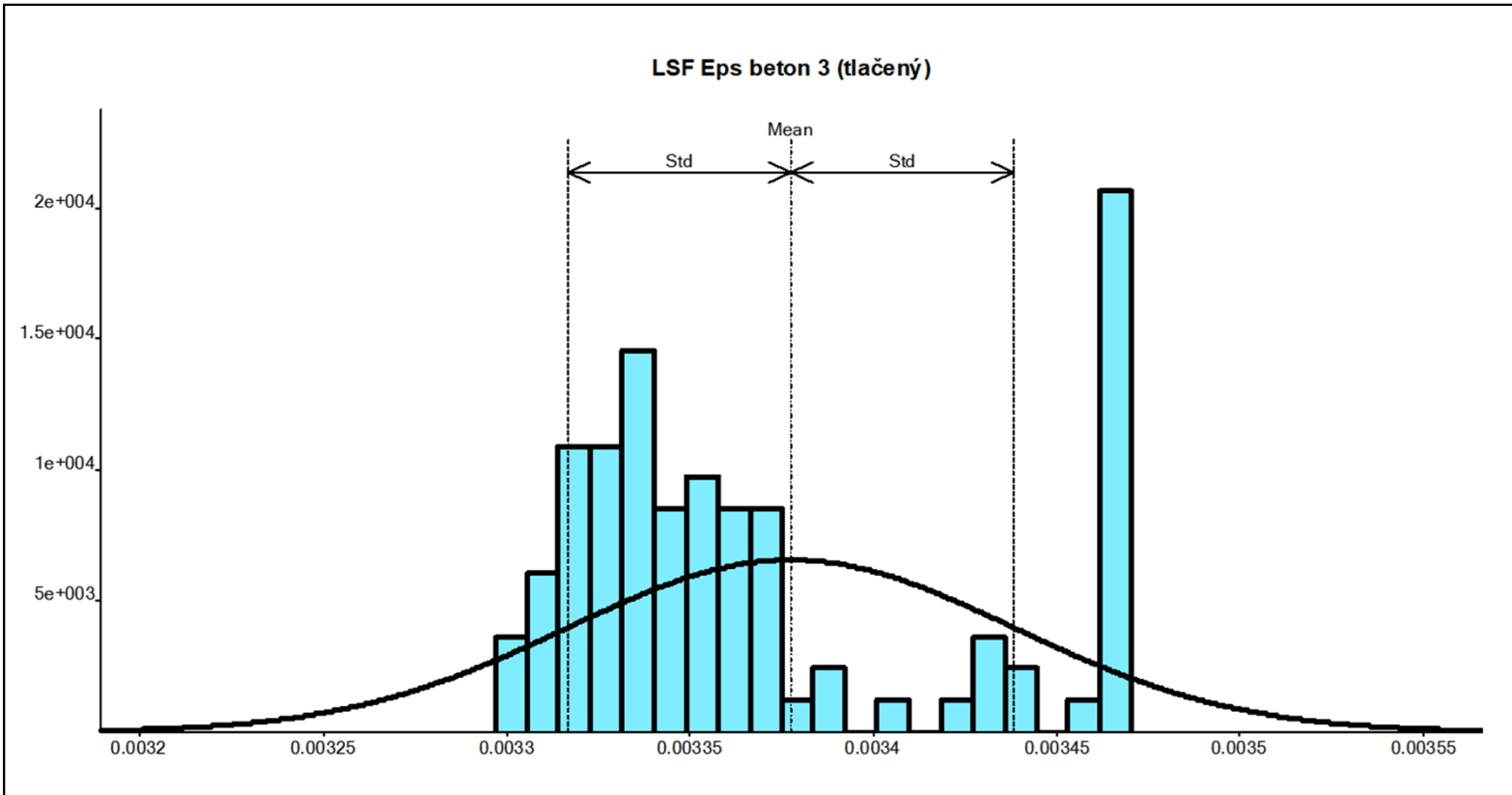
Atena-Sara-Freet: Ukázka výpočtu

Výpočetní model



Atena-Sara-Freet: Ukázka výpočtu

Dosažené výsledky, přetvoření tlačené betonové konstrukce.



Kritéria

spolehlivosti:

- Průhyb oblouku ve vrcholu
- Přetvoření betonu
- Protážení ocelové výztuže

Pravděpodobnost překročení povolené meze přetvoření betonu v tlaku je $\approx 10^{-42}$.