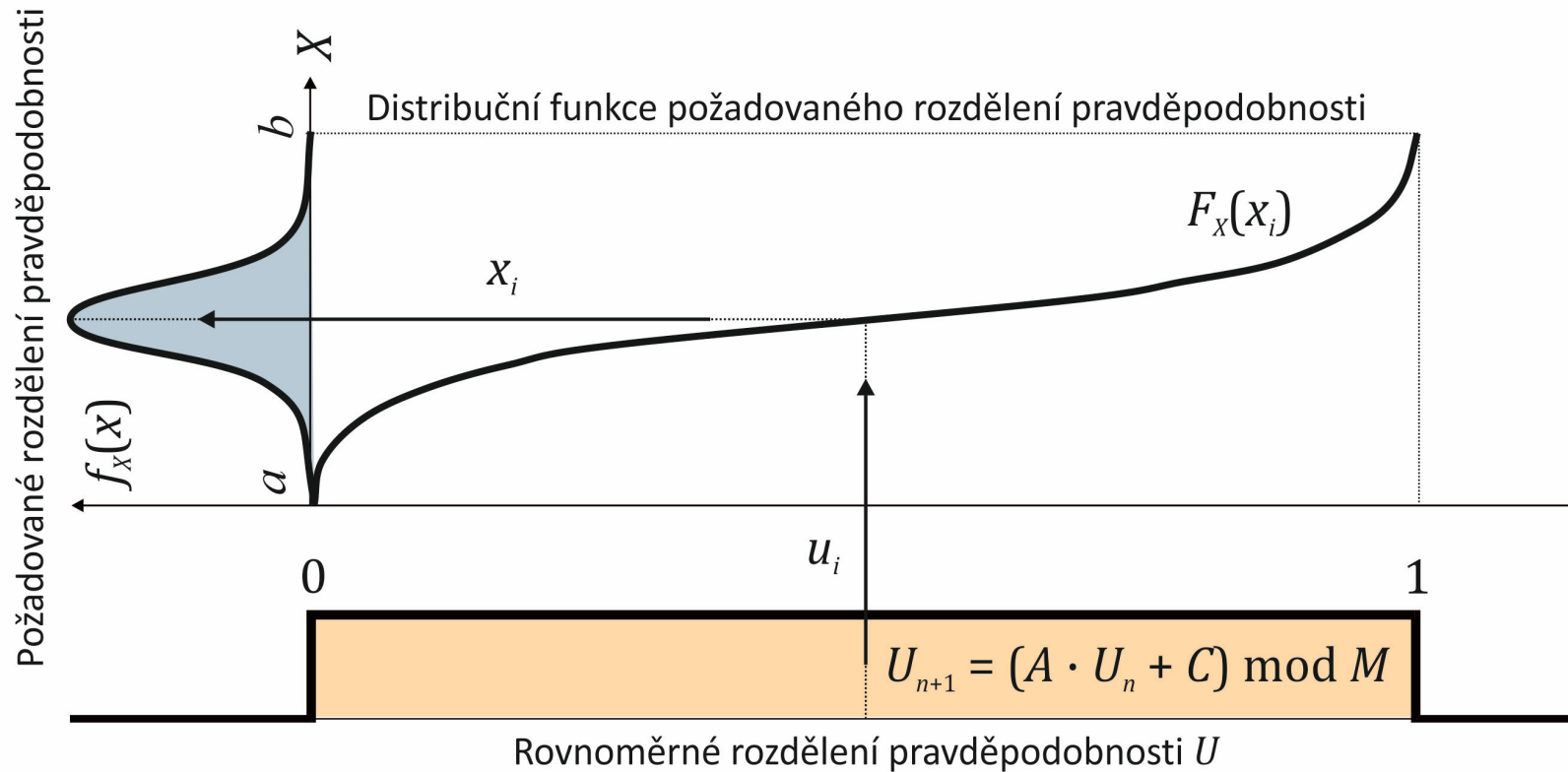


# Téma 4: Metoda SBRA (Simulation Based Reliability Assessment)

- Úvod do metody SBRA
- Software AntHill
- Řešené příklady

# Princip metody SBRA

Generování rovnoměrného rozdělení pravděpodobnosti a následná transformace

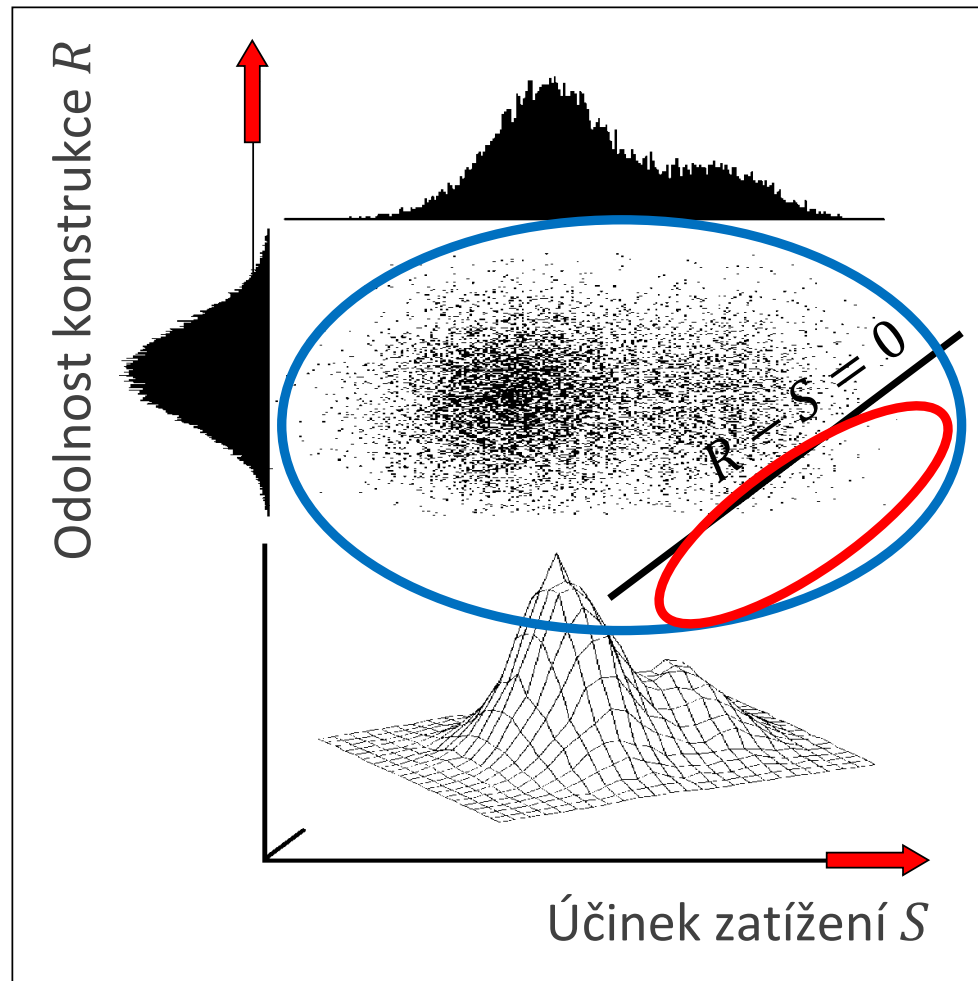
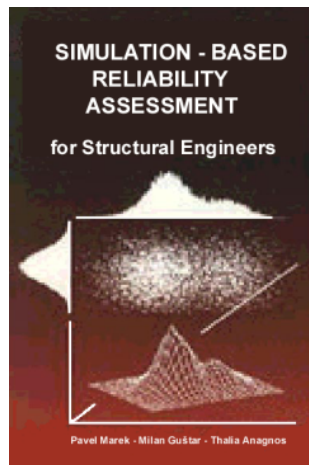


# Posouzení spolehlivosti metodou SBRA

- Vstupní náhodné proměnné jsou vyjádřeny **useknutými histogramy** s neparametrickým rozdělením pravděpodobnosti.
- Analýza funkce spolehlivosti **simulační metodou Monte Carlo**.
- **Spolehlivost** je vyjádřena jako  $P_f < P_d$ , kde  $P_f$  je **pravděpodobnost poruchy** a  $P_d$  je její **návrhová hodnota**:

$$P_f = \frac{\sum}{\sum} \leq P_d$$

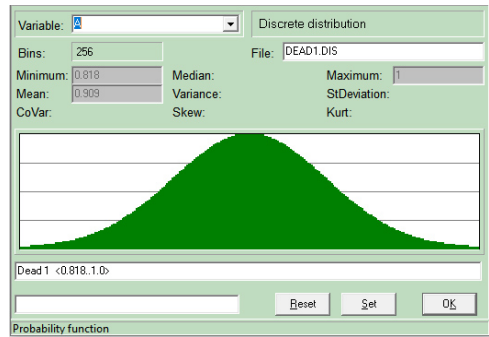
Např.: Marek a kol., CRC Press, 1995.



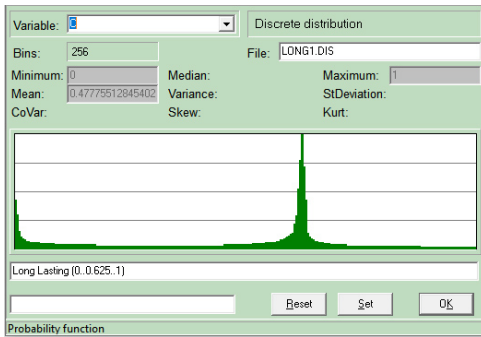
# Princip metody SBRA

Proměnlivé hodnoty **zatížení**, variabilita **průřezových** and **pevnostních** charakteristik mohou být vyjádřeny náhodné veličiny s **neparametrickým** (empirickým) rozdělením pravděpodobnosti.

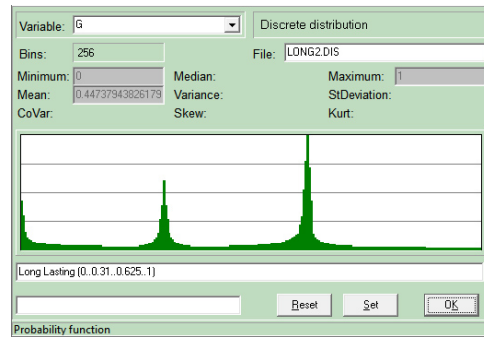
### Stálé zatížení



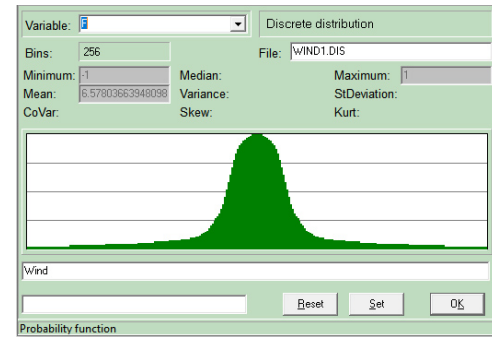
### Dlouhodobé užité zatížení



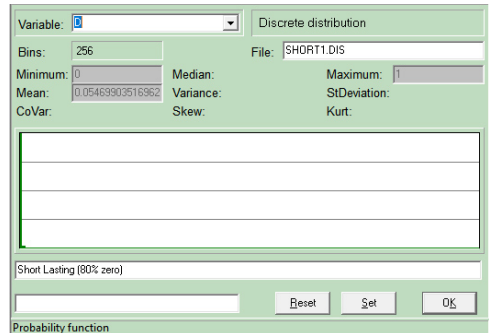
### Dlouhodobé užité zatížení



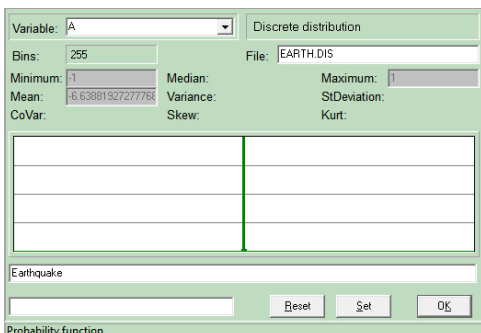
### Vítr



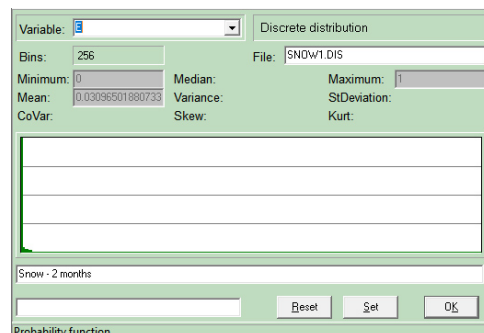
### Krátkodobé užité zatížení



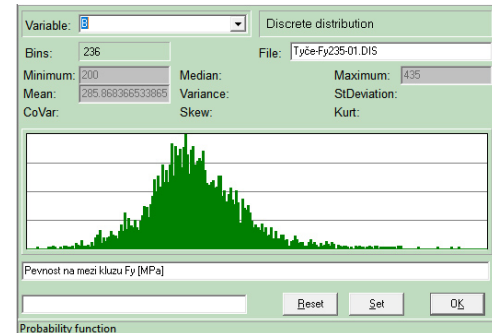
### Seismické zatížení



### Sníh

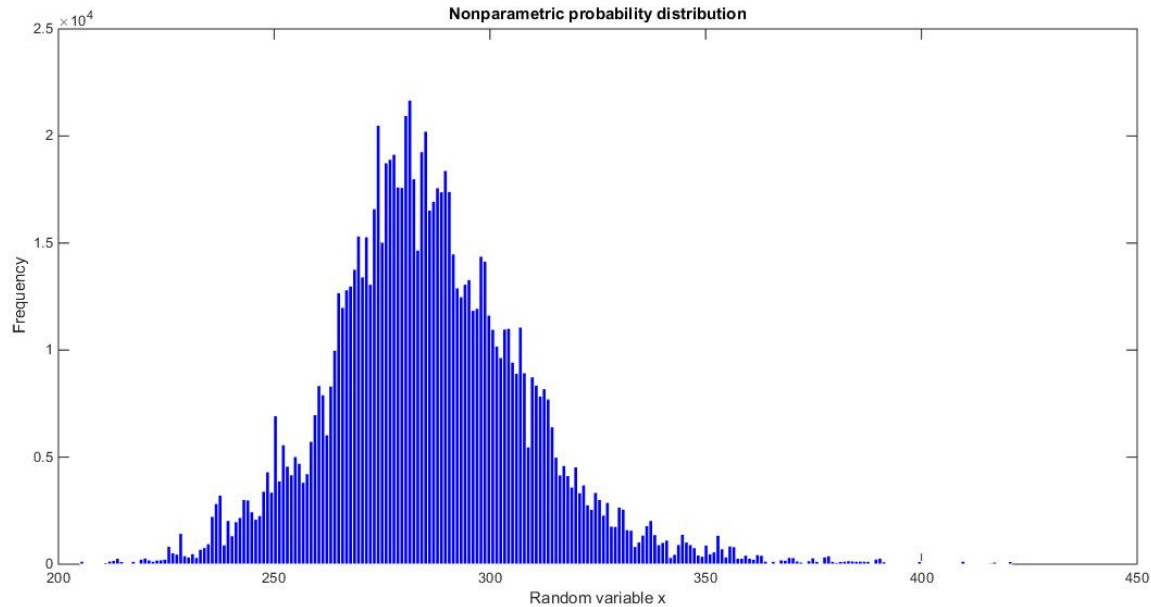


### Napětí na mezi kluzu oceli



# Princip metody SBRA

Pevnost oceli – **napětí na mezi kluzu**,  
histogram s **neparametrickým** (empirickým)  
rozdělením pravděpodobnosti



Vstupní údaje:

```
-----  
Počet simulací N           =          1.0e+06  
Název souboru *.dis       = T235FY01.DIS
```

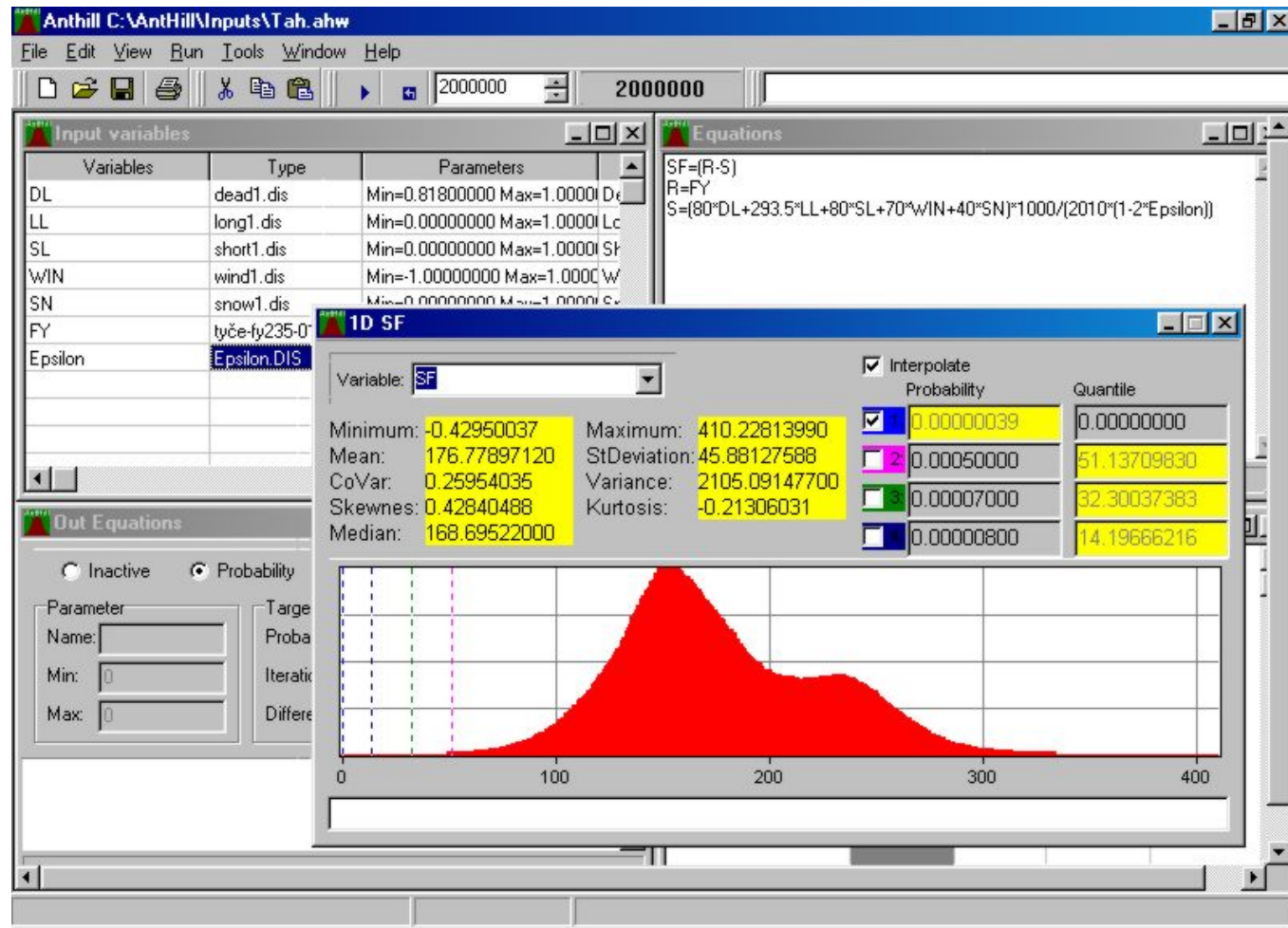
Statistické parametry

```
-----  
Minimální hodnota         =          204.982  
Maximální hodnota        =          421.052  
Rozsah                    =          216.070  
Střední hodnota          =          286.026  
Směrodatná odchylka      =           23.434  
Rozptyl                   =          549.139  
Variační koeficient      =           8.19%  
Šikmost                   =           0.571  
Špičatost                 =           4.658  
Medián                    =          284.300  
Kvantil 5%                =          249.748  
Percentil 5%              =          249.748  
Pravděpodobnost (X<235) =           0.94%
```

# Výpočet metodou SBRA, program AntHill

Pracovní plocha programu **AntHill**  
(Výsledný histogram funkce spolehlivosti s vypočtenou hodnotou pravděpodobnosti poruchy)

<http://www.noise.cz/SBRA/software.html>



# Výpočet metodou SBRA, program AntHill

Pracovní plocha programu  
**AntHill** – okno nápovědy  
(Tvorba matematického modelu  
s využitím aritmetických výrazů  
a matematických funkcí)

AntHill 2.3 Help

Soubor Úpravy Záložka Možnosti Nápověda

Obzrah Rejstřík Zpět Jisk << >>

## Equations

Whole numbers: {e.g. 1; -1; 999}

Real numbers: {e.g. 1.0; -0.5; 23.4E12; 0.8E-7; -9E4}

Operators: +; -; \*; /; ^ {addition, subtraction, multiplication, division, power}

Unary minus: - {negation}

Functions:

- sin; cos; tan; cot {trigonometric functions}
- asin; acos; atan; acot {inverse trigonometric functions}
- ln; log; {natural and decimal logarithms}
- abs {absolute value}
- int {integer part}
- frac {fractional part}
- div {integer division}
- mod {modulo, remainder after integer division}
- sgn {signum; = -1 for argument<0, = 1 for arg.>0, = 0 for arg.=0}
- pos {positive; = 1 for argument>0, otherwise=0}
- neg {negative; = 1 for argument<0, otherwise=0}
- zero {zero; = 1 for argument=0, otherwise=0}

Parentheses: ( ) {unlimited number}

Names of the variables may contain letters and/or numbers. The name must start with a letter and must be different from the names of built-in functions.

Spaces (blanks) and parentheses serve as separators; multiple spaces have no effect. There is no difference between upper and lower case of letters. While calculating the formula, the mathematical functions and the unary minus have a higher priority than the operators +, -, \*, /, ^.

Referring to the operators, power has the highest priority, next is multiplication and division, lowest priority are addition and subtraction.

Examples of the equations :

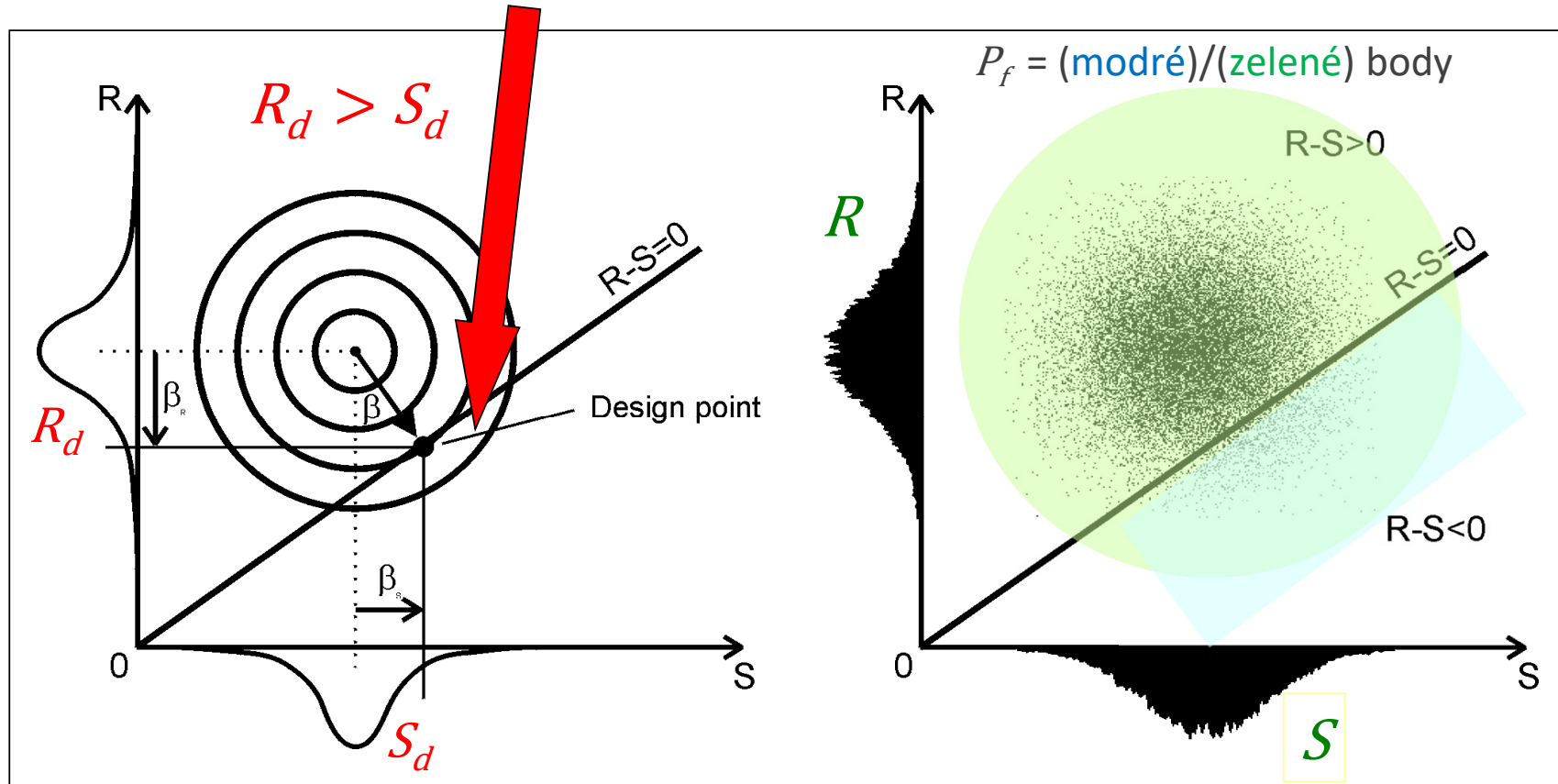
(all equations in one group give identical results)

```
x=log(a+gamma)+sin(a*pi)-abs(-2^n)
x=(log(a+gamma)+sin(a*pi)-abs((-2)^n))
x = Log(a+Gamma)+Sin(a*Pi)-Abs((-2)^n)
X=LOG(A+GAMMA)+SIN(A*PI)-ABS((-2)^N)

y=a-b*c^d
y=a-(b*c^d)
y=a-(b*(c^d))
```

# Koncepty hodnocení spolehlivosti

Koncept „Návrhového bodu“ (PFD) Pravděpodobnostní alternativa





# Výpočet metodou SBRA, program AntHill

- Vstupní náhodné proměnné jsou vyjádřeny **useknutými histogramy** s neparametrickým (empirickým) rozdělením pravděpodobnosti,
- Pravděpodobnost poruchy  $P_f$  je získána analýzou funkce spolehlivosti  $RF$  **simulační metodou Monte Carlo**,
- Posouzení spolehlivosti je založeno na nerovnici  $P_f \leq P_d$ , kde  $P_d$  je **návrhová pravděpodobnost** daná normovým předpisem ČSN EN 1990,
- Výsledky se pokaždé liší, je důležité volit **dostatečný počet simulačních kroků**,
- **Univerzální metoda**, pro pokročilejší výpočty **je neefektivní**.

# Příklad 1, Posouzení spolehlivosti

**Výpočetní model** - vyjádření a idealizace skutečného statického či dynamického působení konstrukce v prostoru a čase matematicko-fyzikálními vztahy s použitím metod určujících napjatost, přetvoření, zrychlení apod. od zatížení obecně proměnného s časem.

**Např.:**

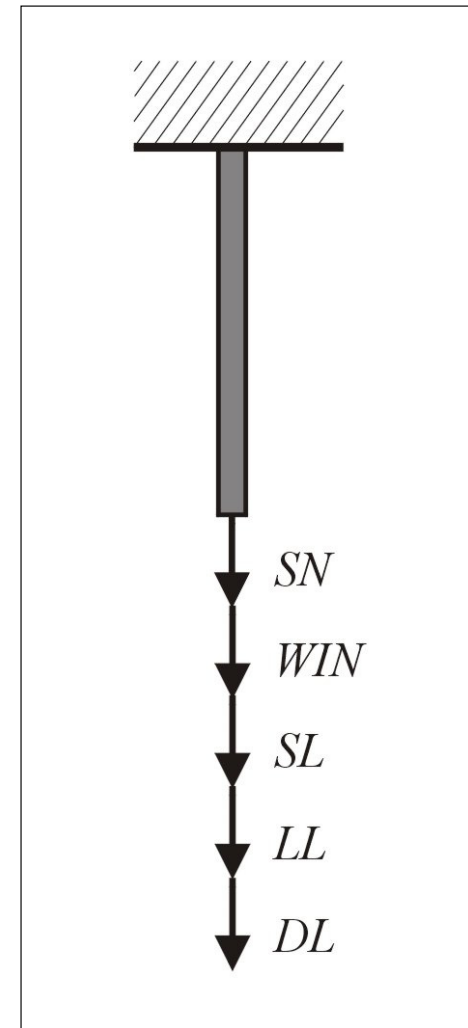
**Funkce spolehlivosti:**  $RF = R - \text{abs}(E)$

**Odolnost konstrukce** (únosnost v osovém namáhání):

$$R = N_{Rd} = A_{\text{var}} \cdot f_y$$

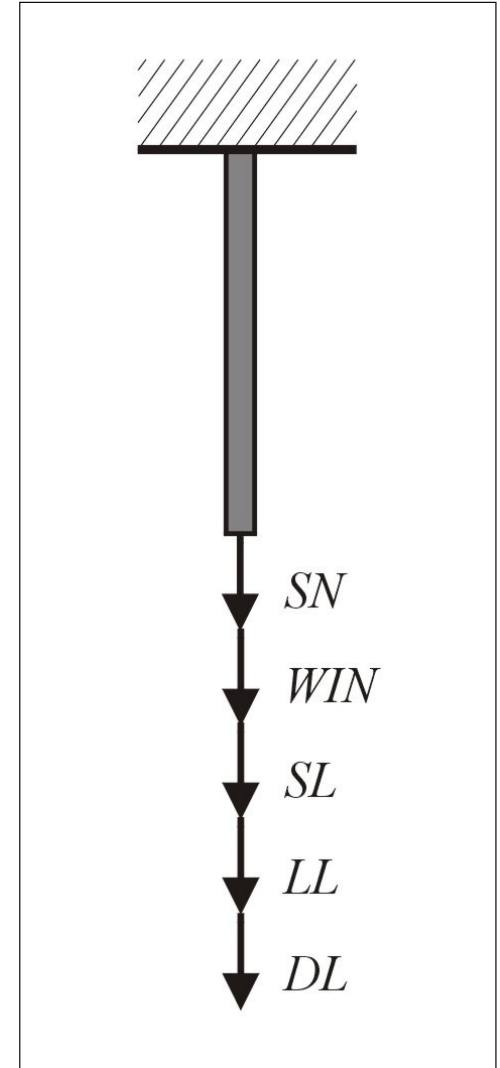
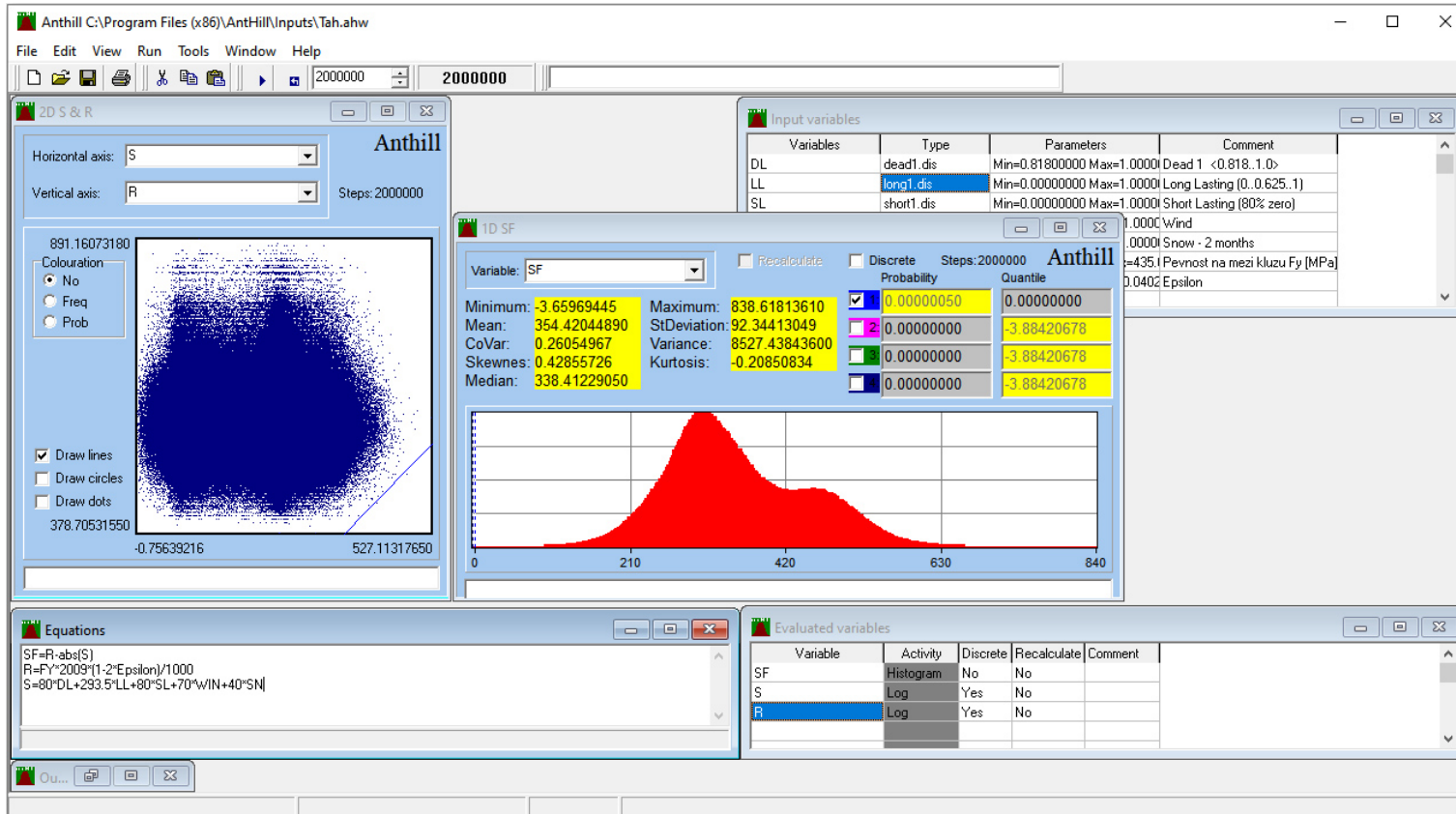
**Účinek zatížení** (normálová síla):

$$E = N_{Ed} = 80 \cdot DL + 293,5 \cdot LL + 80 \cdot SL + 70 \cdot WIN + 40 \cdot SN$$



# Příklad 1, Výpočetní model

Pracovní plocha programu **AntHill**



# Příklad 1, Výsledky

Výpočetní model, definice

$$SF=R-abs(E)$$

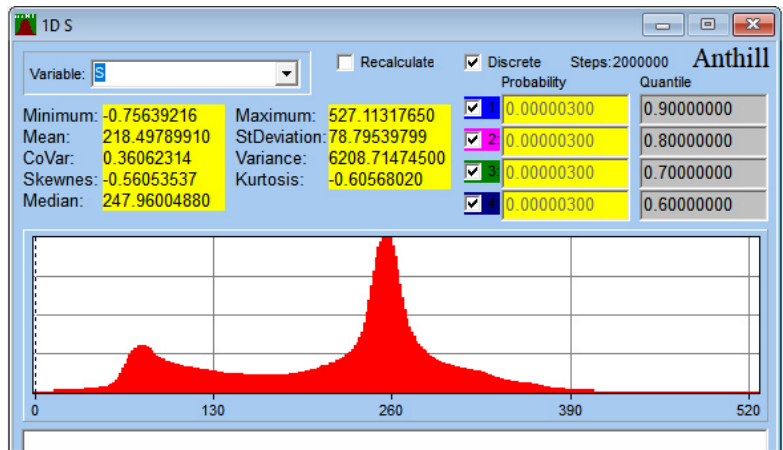
$$R=FY*2009*(1-2*Epsilon)/1000$$

$$E=80*DL+293.5*LL+80*SL+70*WIN+40*SN$$

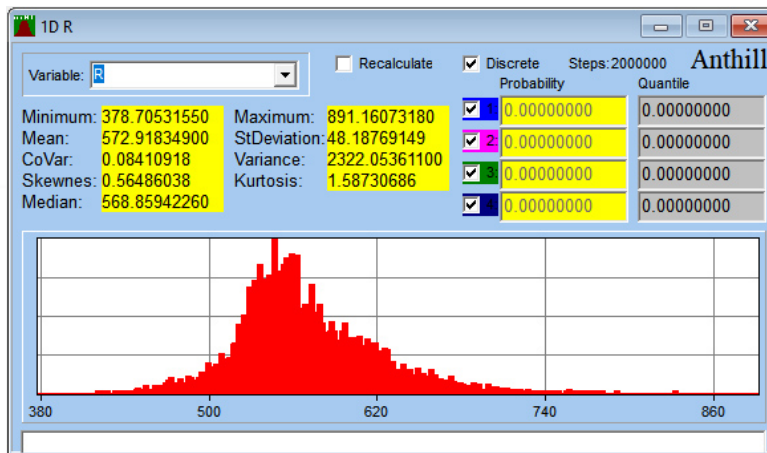
Equations

```
SF=R-abs(S)
R=FY*2009*(1-2*Epsilon)/1000
S=80*DL+293.5*LL+80*SL+70*WIN+40*SN
```

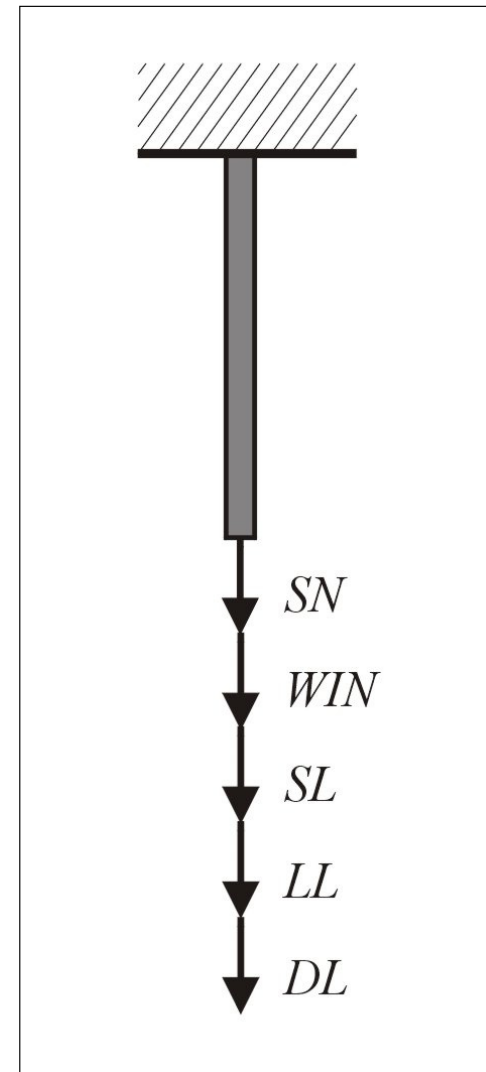
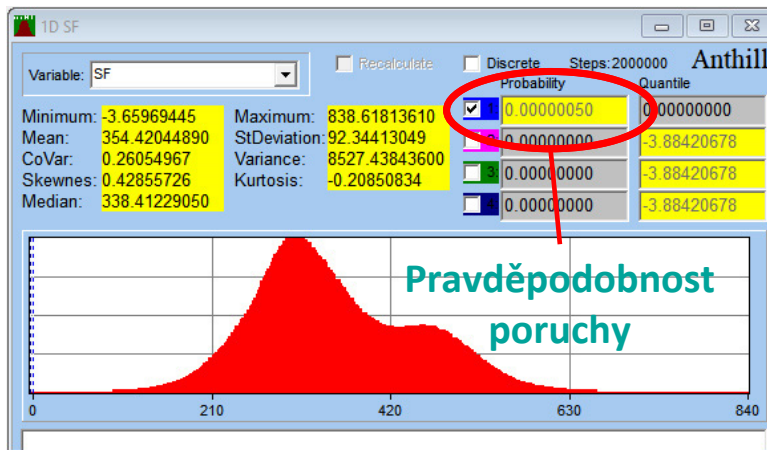
Výsledný histogram účinku zatížení



Výsledný histogram odolnosti konstrukce



Výsledný histogram odolnosti konstrukce



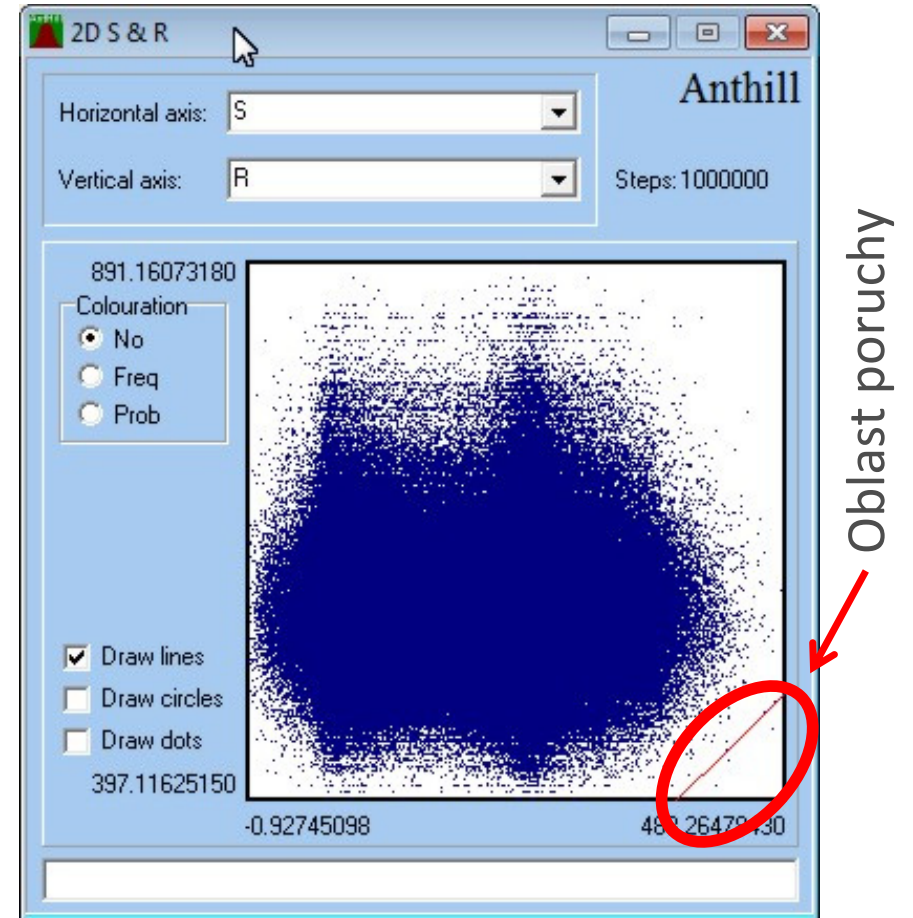
# Simulation Based Reliability Assessment (SBRA)

## Shrnutí:

- Vstupní náhodné veličiny mohou být vyjádřeny useknutými **histogramy** s **neparametrickým rozdělením pravděpodobnosti**,
- Analýza funkce spolehlivosti je provedena simulací **Monte Carlo**,
- Spolehlivost je vyjádřena vztahem:

$$P_f = \frac{N_f}{N} \leq P_d$$

Výstup programu Anthill



# Příklad 1, Mezní stav použitelnosti

Výpočetní model, definice ( $\delta_{lim} = 5$  mm)

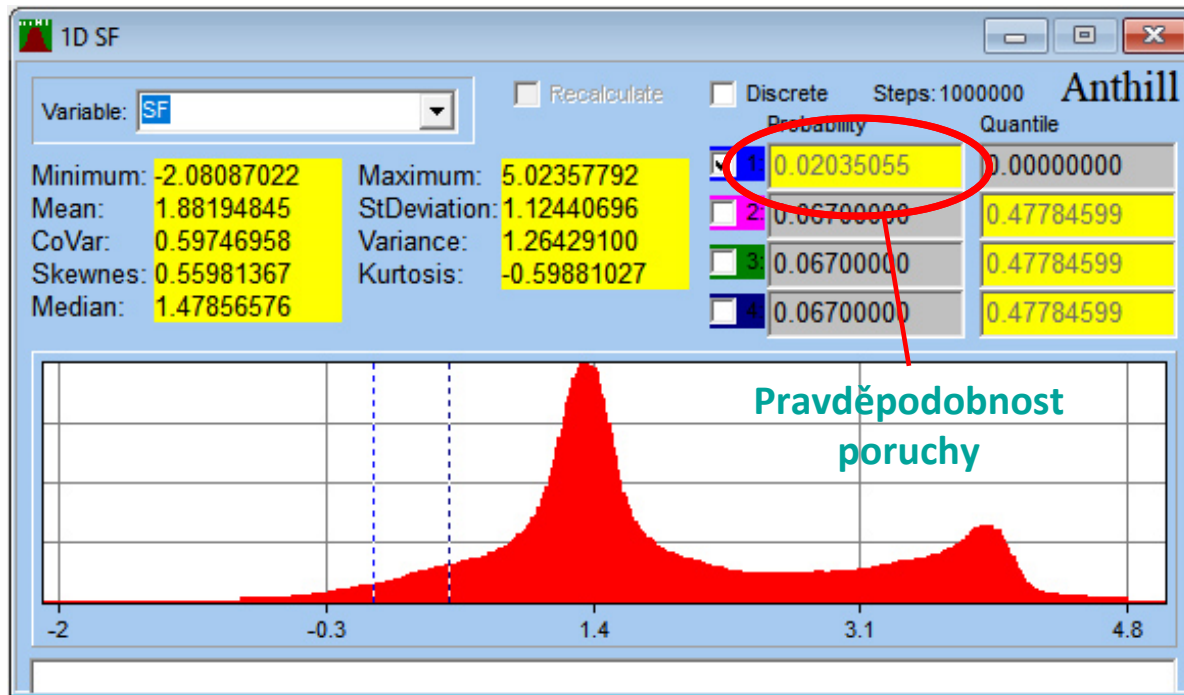
SF=5-DeltaL

DeltaL=F\*1000\*6/(210\*Avar)

Avar=2009\*(1-2\*Epsilon)

F=(80\*DL+293.5\*LL+80\*SL+70\*WIN+40\*SN)

Výsledný histogram funkce spolehlivosti



# Příklad 2, Posouzení spolehlivosti

Matematický model pravděpodobnostního výpočtu:

Funkce spolehlivosti:  $RF = R - E$

**Odolnost konstrukce** (únosnost za ohybu):

$$R = M_{Rd} = W_{y,var} \cdot f_y$$

**Účinek zatížení** (největší ohybový moment):

$$E = M_{Ed} = \frac{1}{8} \cdot (2.1 \cdot DL + 3.5 \cdot LL) \cdot l^2$$

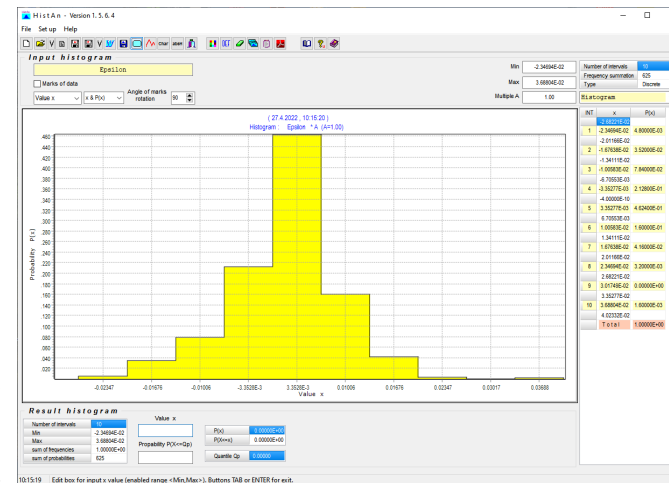
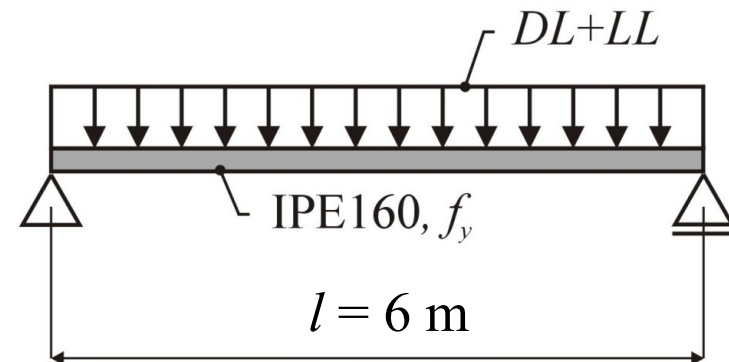
Variabilita průřezových charakteristik:

$$A_{var} = A_{nom} \cdot (1 - 2 \cdot \varepsilon)$$

$$W_{var} = W_{nom} \cdot (1 - 3 \cdot \varepsilon)$$

$$I_{var} = I_{nom} \cdot (1 - 4 \cdot \varepsilon)$$

Histogram  $\varepsilon$  (Epsilon.dis)  
pro vyjádření variability  
průřezových charakteristik



# Příklad 2, Výsledky

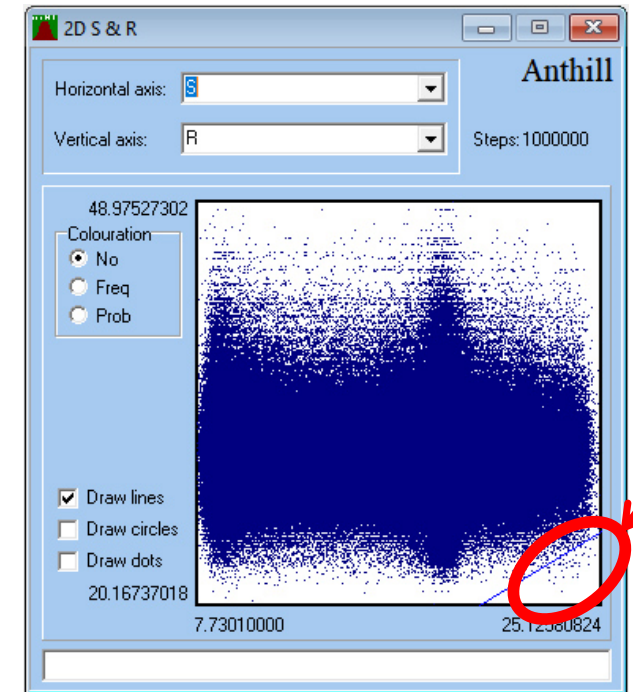
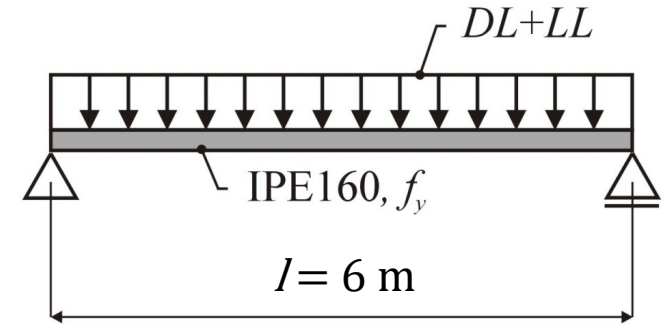
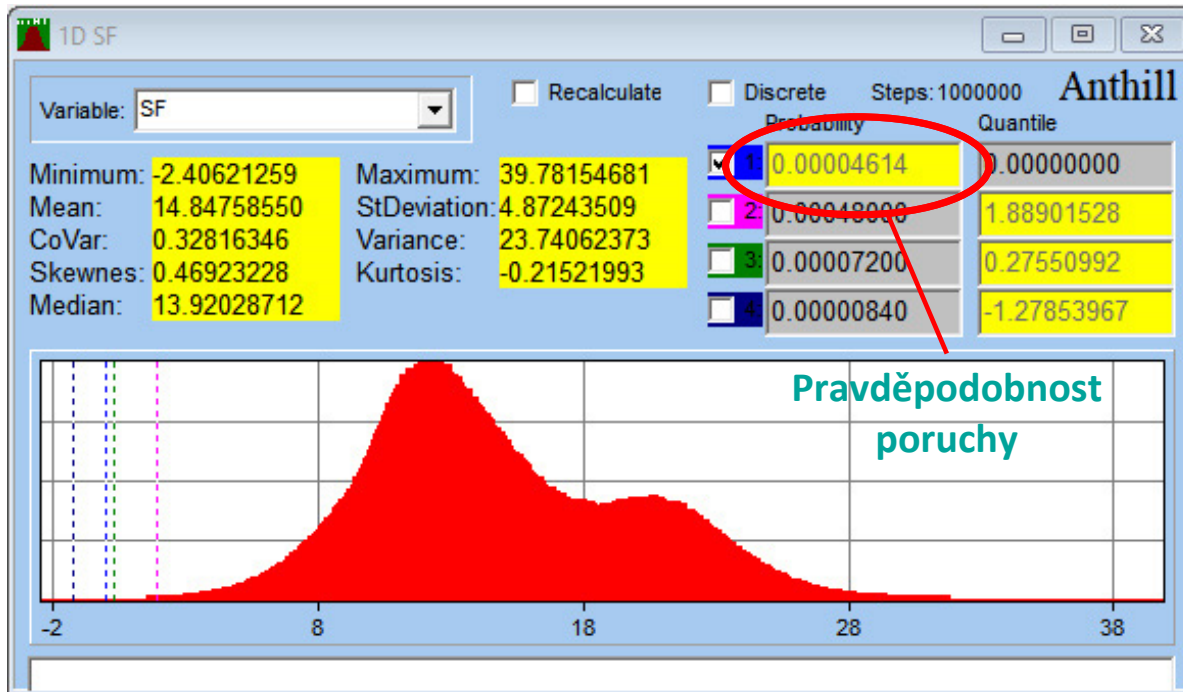
Výpočetní model, definice

$$SF=R-E$$

$$R=F_y \cdot 108700 \cdot 1e-6 \cdot (1-3 \cdot Eps)$$

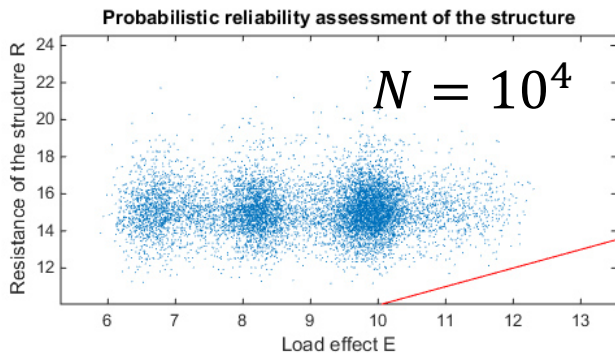
$$E=1/8 \cdot (2.1 \cdot DL + 3.5 \cdot LL) \cdot \text{Span}^2$$

Výsledný histogram funkce spolehlivosti

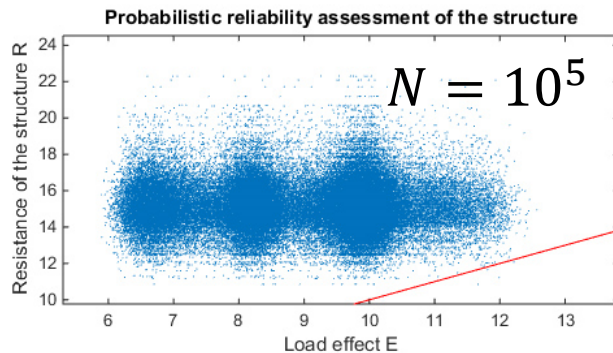




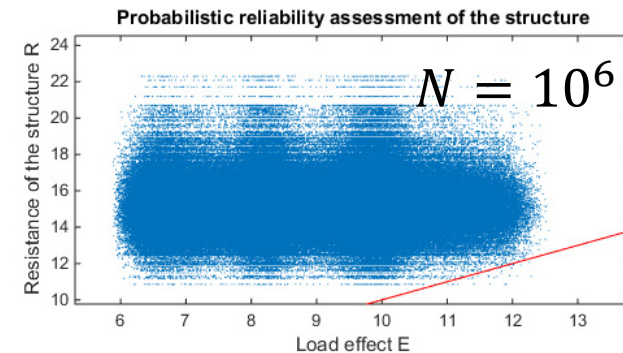
# Příklad 2, Posouzení spolehlivosti profilu IPE160



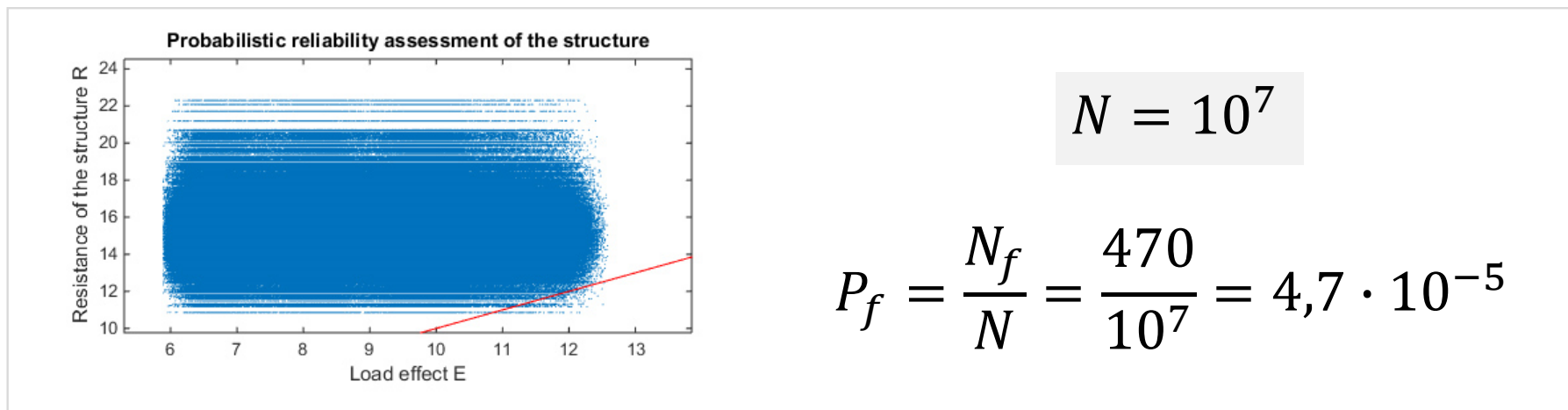
$$P_f = \frac{N_f}{N} = \frac{0}{10^4} = 0$$



$$P_f = \frac{N_f}{N} = \frac{4}{10^5} = 4 \cdot 10^{-5}$$



$$P_f = \frac{N_f}{N} = \frac{57}{10^6} = 5,7 \cdot 10^{-5}$$

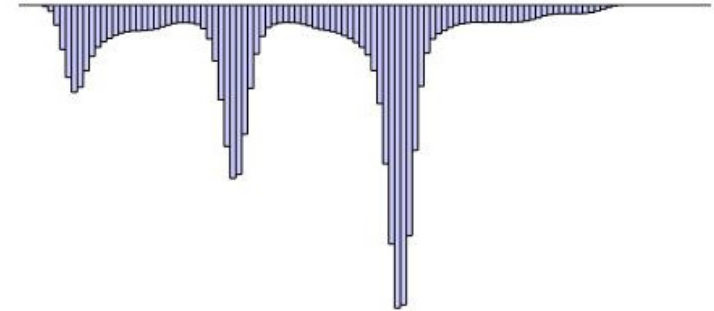
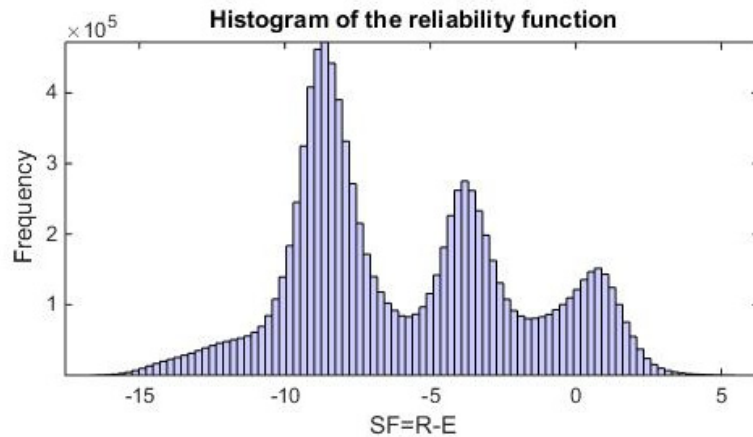
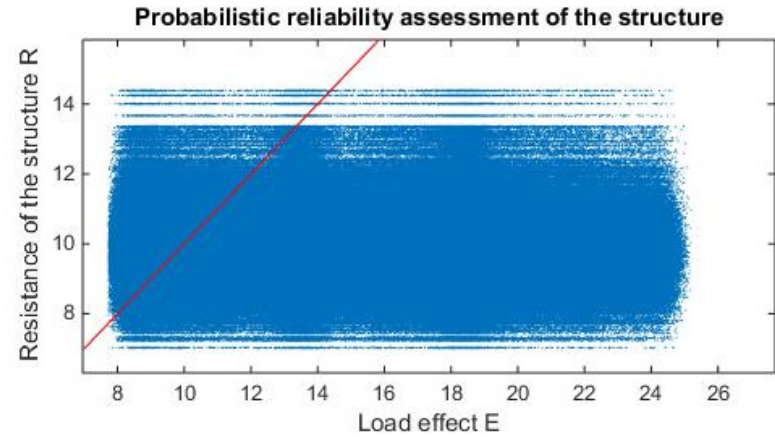
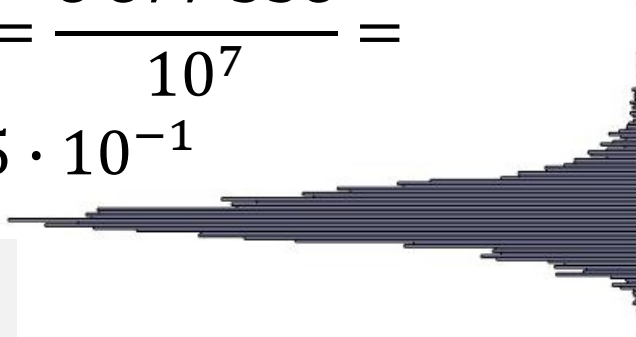


$$P_f = \frac{N_f}{N} = \frac{470}{10^7} = 4,7 \cdot 10^{-5}$$

# Příklad 2, Posouzení spolehlivosti profilu IPE100

$$P_f = \frac{N_f}{N} = \frac{8\,877\,538}{10^7} = 8,8775 \cdot 10^{-1}$$

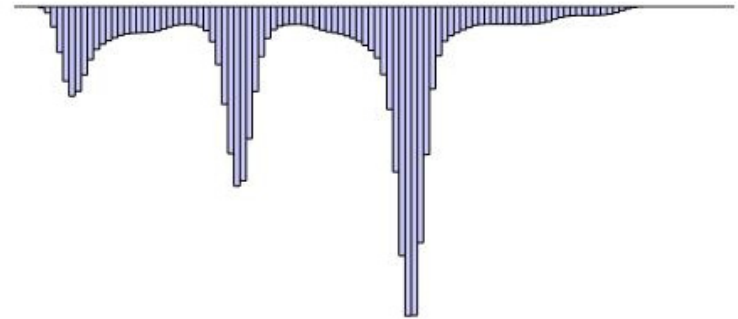
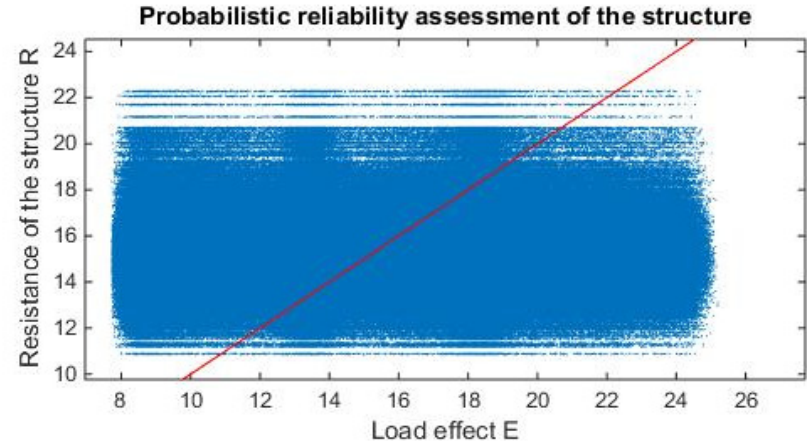
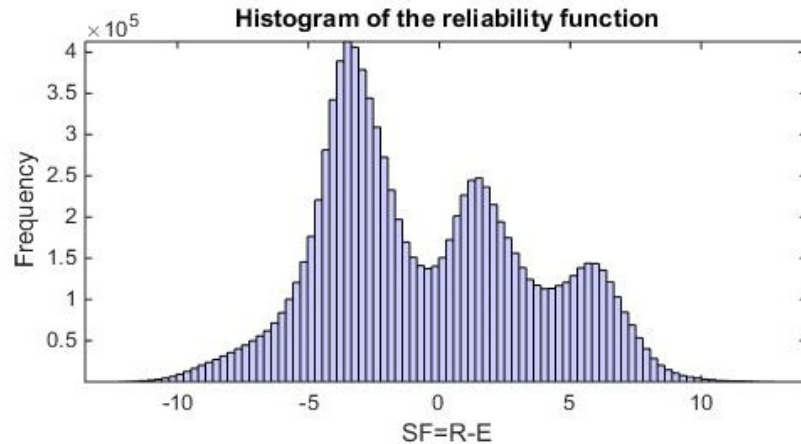
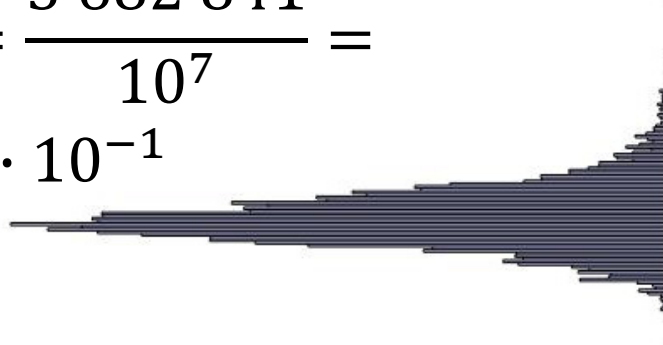
$$N = 10^7$$



# Příklad 2, Posouzení spolehlivosti profilu IPE120

$$P_f = \frac{N_f}{N} = \frac{5\,682\,841}{10^7} =$$
$$= 5,6828 \cdot 10^{-1}$$

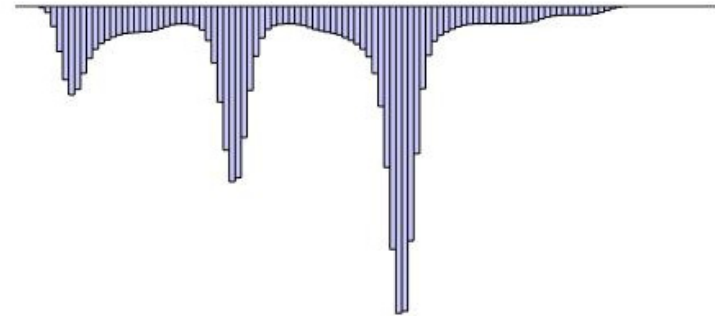
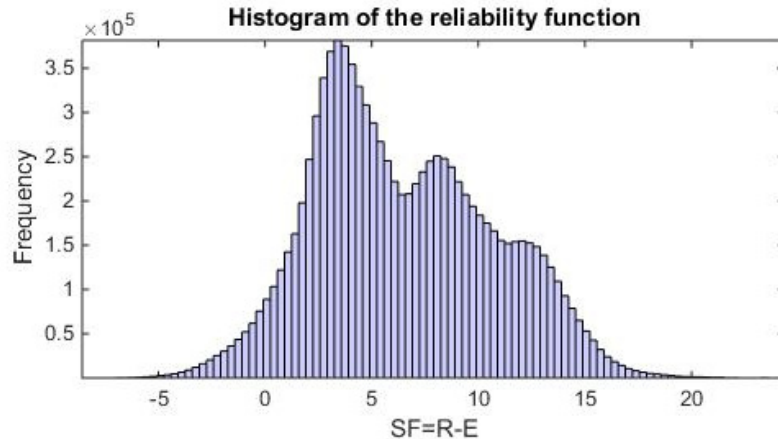
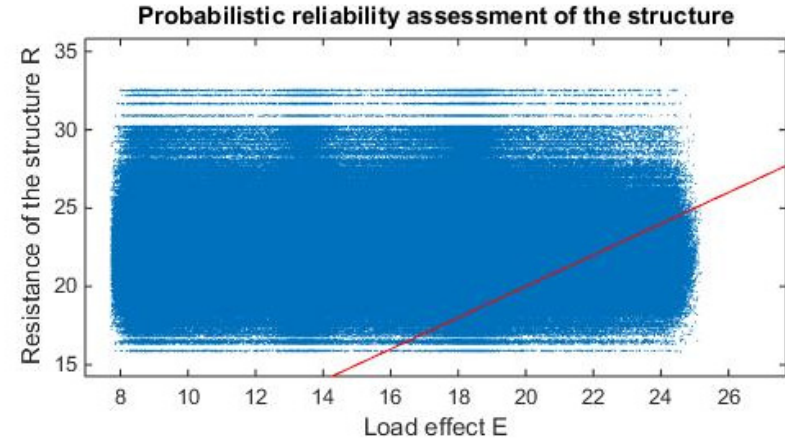
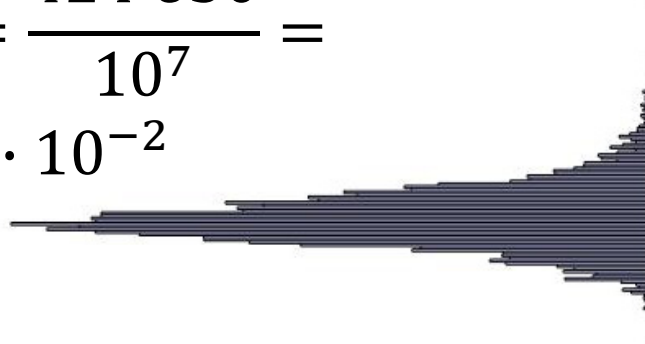
$$N = 10^7$$



# Příklad 2, Posouzení spolehlivosti profilu IPE140

$$P_f = \frac{N_f}{N} = \frac{424\,630}{10^7} = 4,2463 \cdot 10^{-2}$$

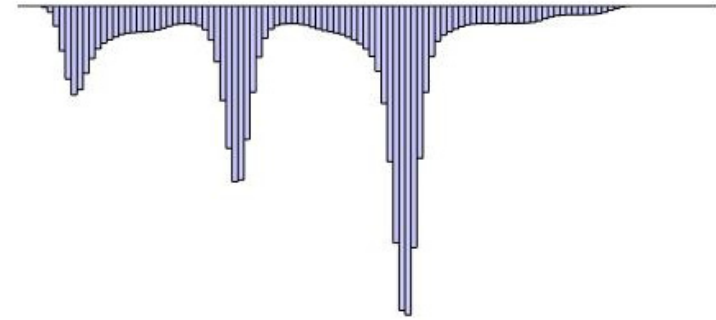
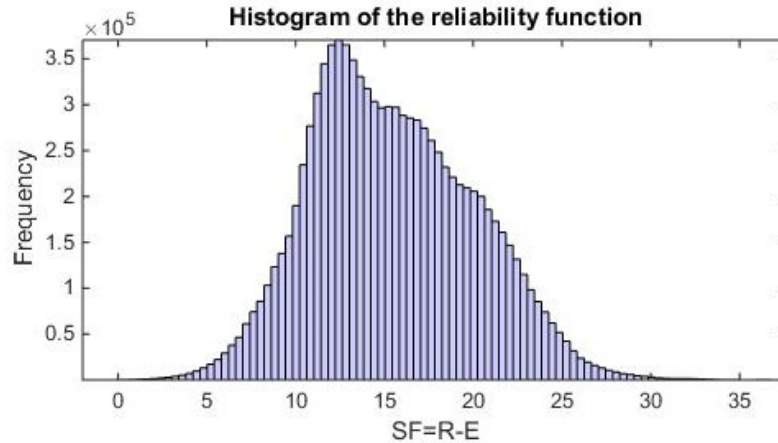
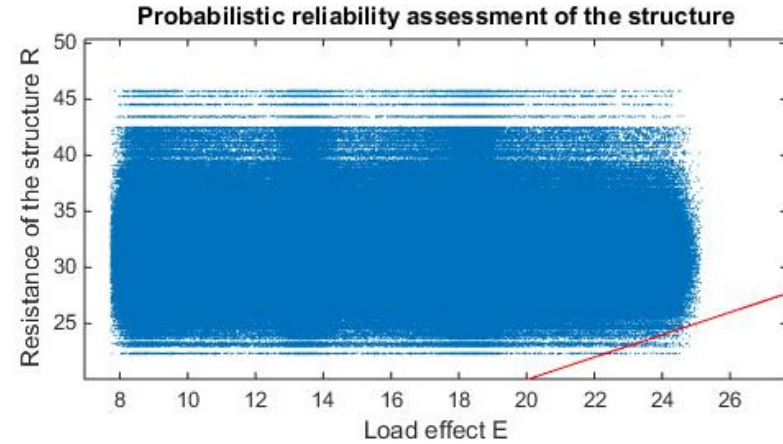
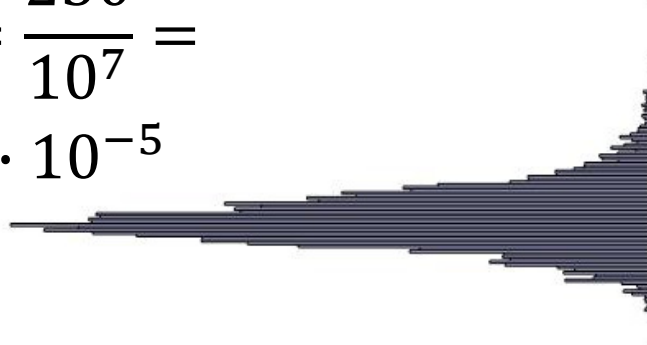
$$N = 10^7$$



# Příklad 2, Posouzení spolehlivosti profilu IPE160

$$P_f = \frac{N_f}{N} = \frac{230}{10^7} = 2,3000 \cdot 10^{-5}$$

$$N = 10^7$$



# Příklad 3, Posouzení spolehlivosti

Matematický model pravděpodobnostního výpočtu:

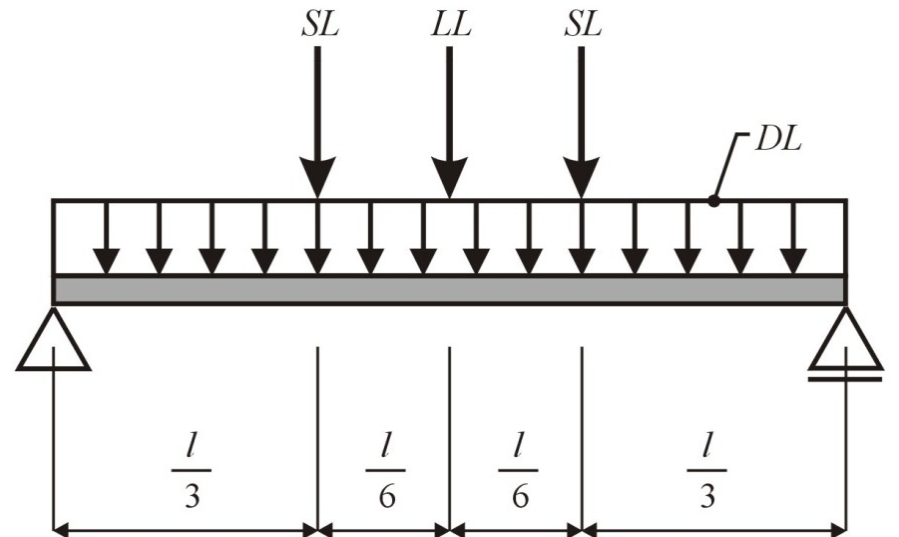
Funkce spolehlivosti:  $RF = R - E$

**Odolnost konstrukce** (únosnost za ohybu) :

$$R = M_{Rd} = W_{y,var} \cdot f_y$$

**Účinek zatížení** (největší ohybový moment):

$$\begin{aligned} E &= M_{Ed} = \\ &= \frac{1}{8} \cdot 5 \cdot DL \cdot l^2 + \frac{1}{4} \cdot 75 \cdot LL \cdot l + \\ &+ \frac{1}{3} \cdot 45 \cdot SL \cdot l \end{aligned}$$



# Příklad 3, Výsledky

Výpočetní model, definice

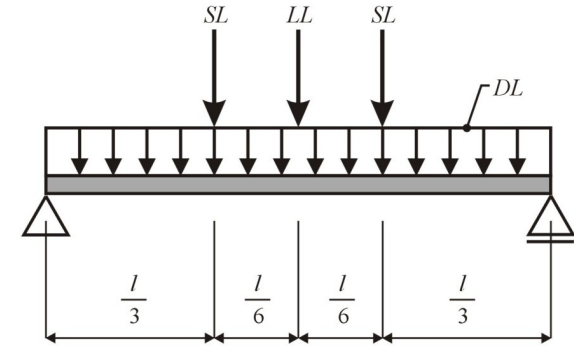
$$RF=R-E$$

$$R=F_y \cdot W_{yvar} \cdot 0.1$$

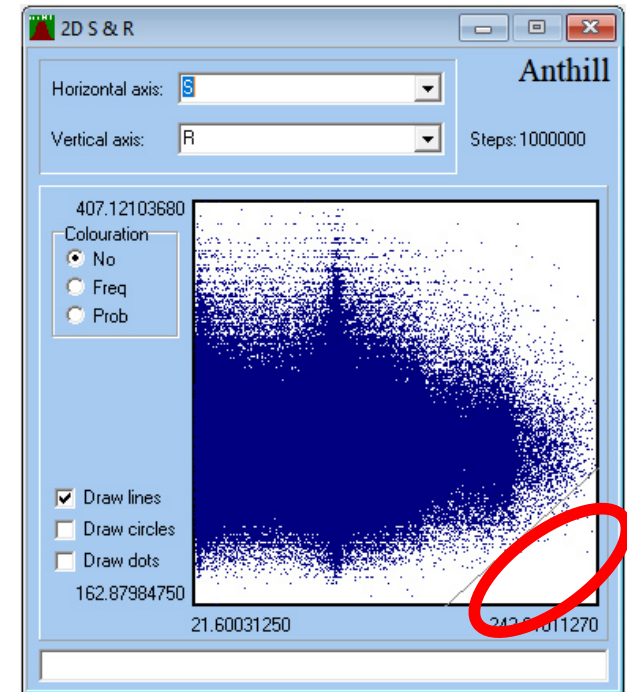
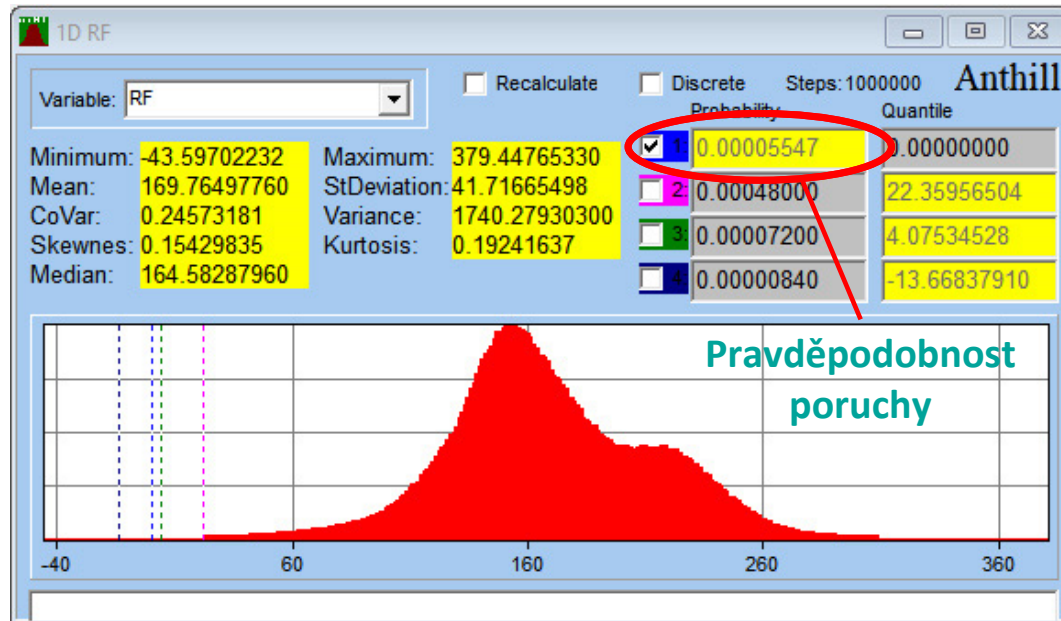
$$E=6.5 \cdot POM$$

$$W_{yvar}=9.036 \cdot (1-3 \cdot \text{Epsilon})$$

$$POM=5 \cdot DL \cdot 6.5/8 + 75 \cdot LL/4 + 45 \cdot SL/3$$



Výsledný histogram funkce spolehlivosti



Oblast poruchy

# Příklad 3, Mezní stav použitelnosti

Výpočetní model, definice  $\left(\delta_{lim} = \frac{l}{350}\right)$

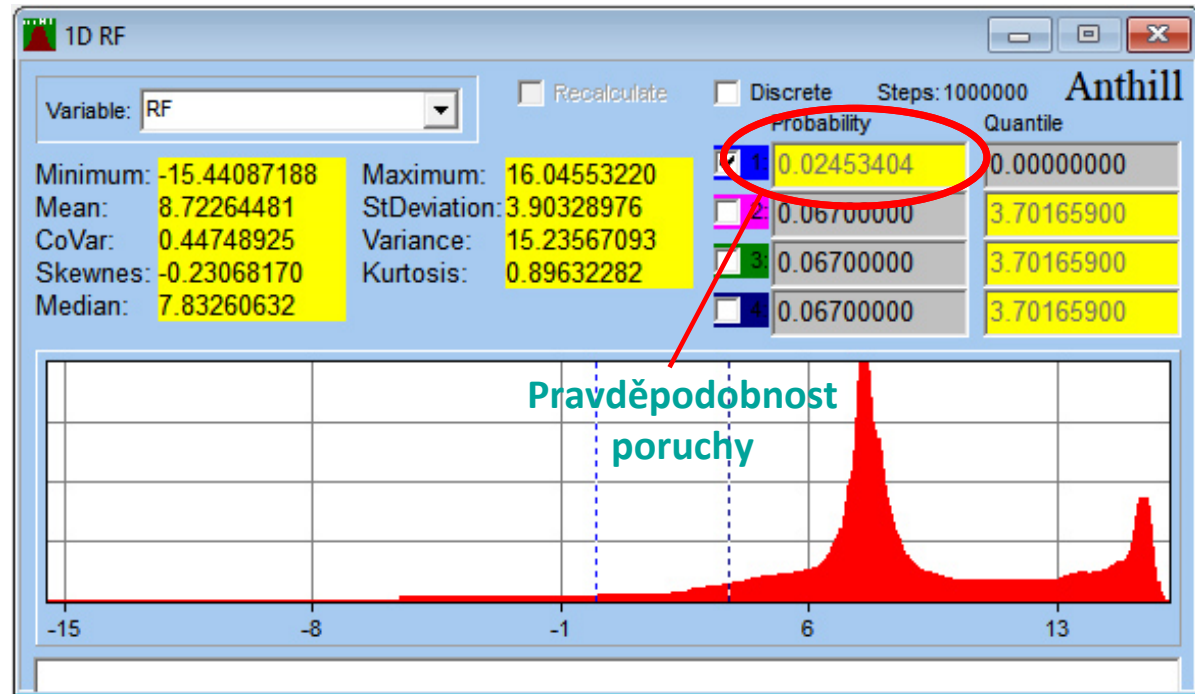
RF=6500/350-E

E=POM\*6.5^3/(21\*Iy)

POM=5\*5\*DL\*6.5/384+75\*LL/48+23\*45\*SL/648

Iy=1.627\*(1-4\*Epsilon)

Výsledný histogram funkce spolehlivosti



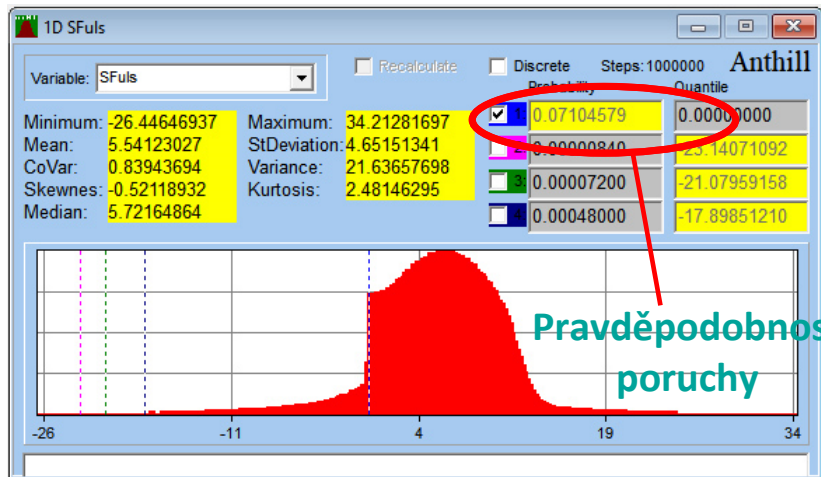


# Příklad 4, Mezní stavy únosnosti a použitelnosti

## Výpočetní model

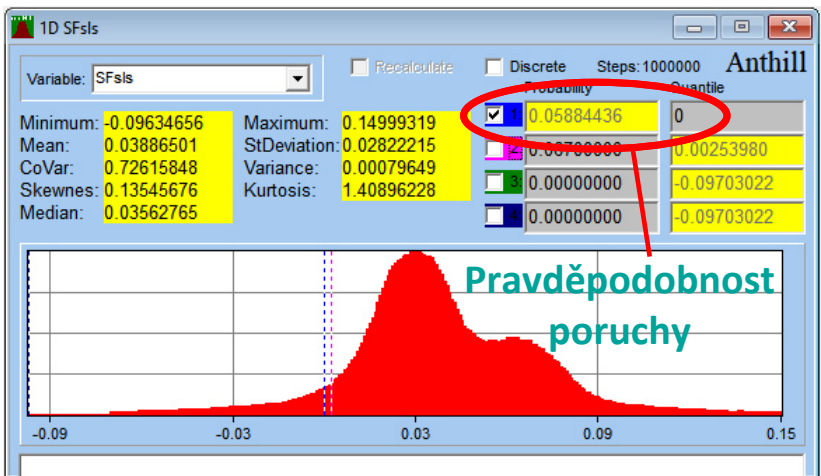
```
; Mezní stav použitelnosti
SFsls=Llim-abs(Ldelta)
Llim=0.150 ; m
Ldelta=(5*q*(L^4))/(384*E*I)*1000 ; m
E=210e9 ; Pa
I=1/12*b*(h^3) ; m4
; Mezní stav únosnosti
SFuls=R-S
R=neg(S-Mrdel)*Mrdel+zero(S-Mrdel)*Mrdel+pos(S-Mrdel)*Mrdpl ; kNm
Mrdel=Wyel*fy*1000 ; kNm
Mrdpl=Wyp1*fy*1000 ; kNm
Wyp1=1/4*b*(h^2)*(1-3*EPS) ; m3
Wyel=1/6*b*(h^2)*(1-3*EPS) ; m3
S=abs(1/8*q*L*L) ; kNm
fy=fyvar ; MPa
; Vstupní údaje
q=4.5*DL+3.5*LL+5.0*WIN ; kN/m
b=0.05 ; m
h=0.1 ; m
L=6 ; m
```

# Příklad 4, Výsledky

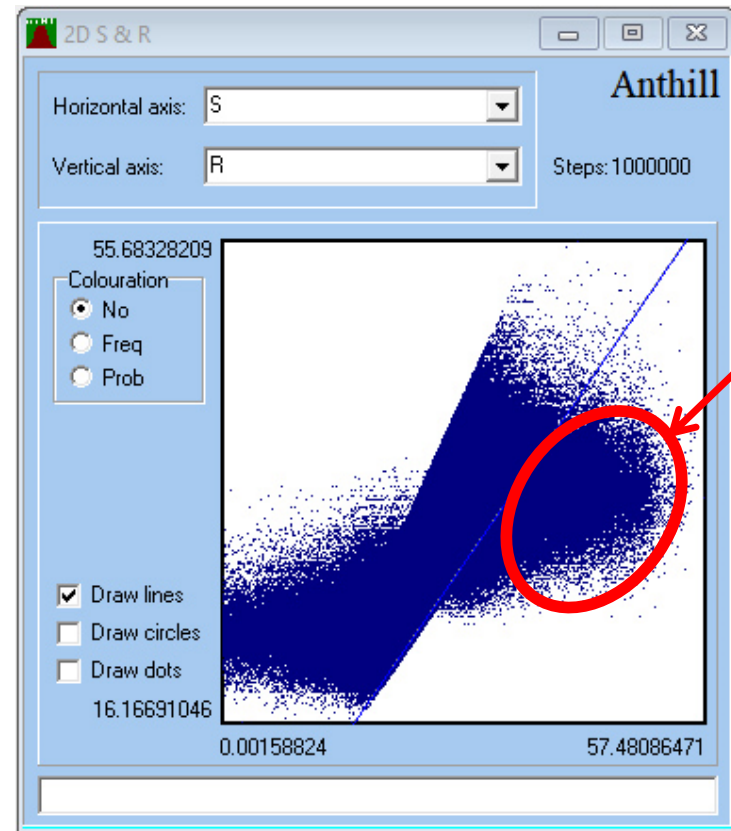


Výsledný histogram funkce spolehlivosti

Mezní stav únosnosti



Mezní stav použitelnosti



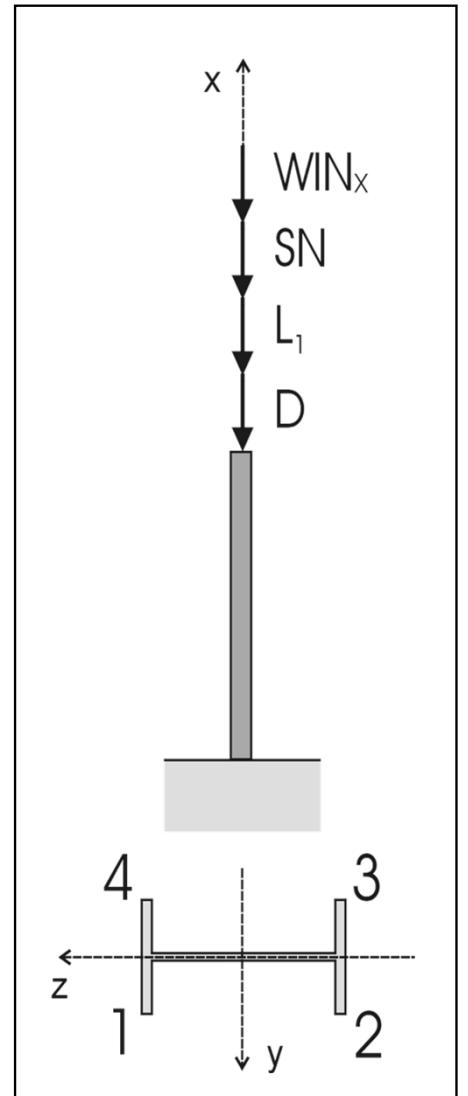
Mezní stav únosnosti

# Posouzení spolehlivosti

Sloup je namáhán **jednokomponentním účinkem zatížení**  
(normálová síla  $N$ )

$$\sigma = \pm \frac{N}{A}$$

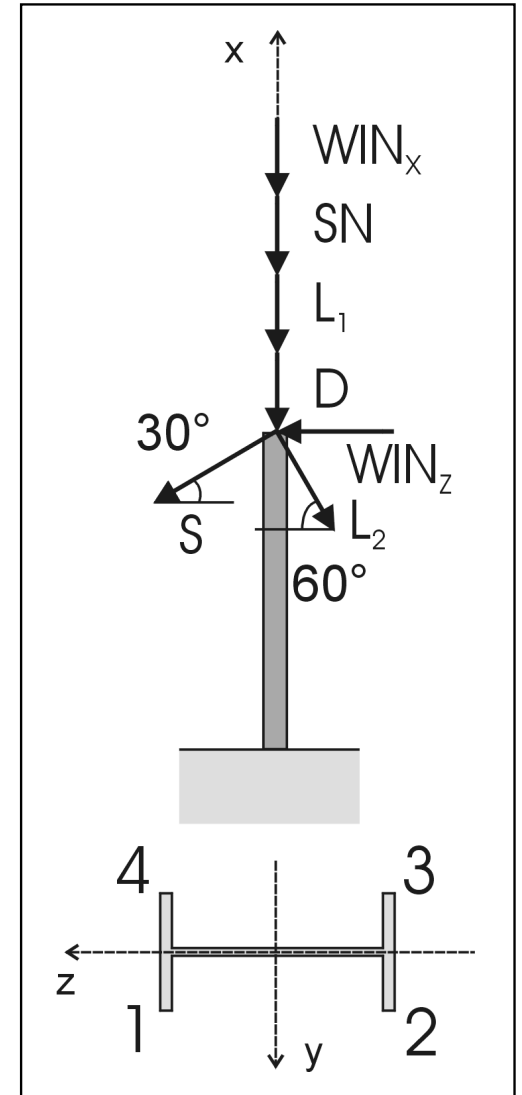
$$N_{Ed} \leq N_{Rd} = f_y \cdot A$$



# Posouzení spolehlivosti

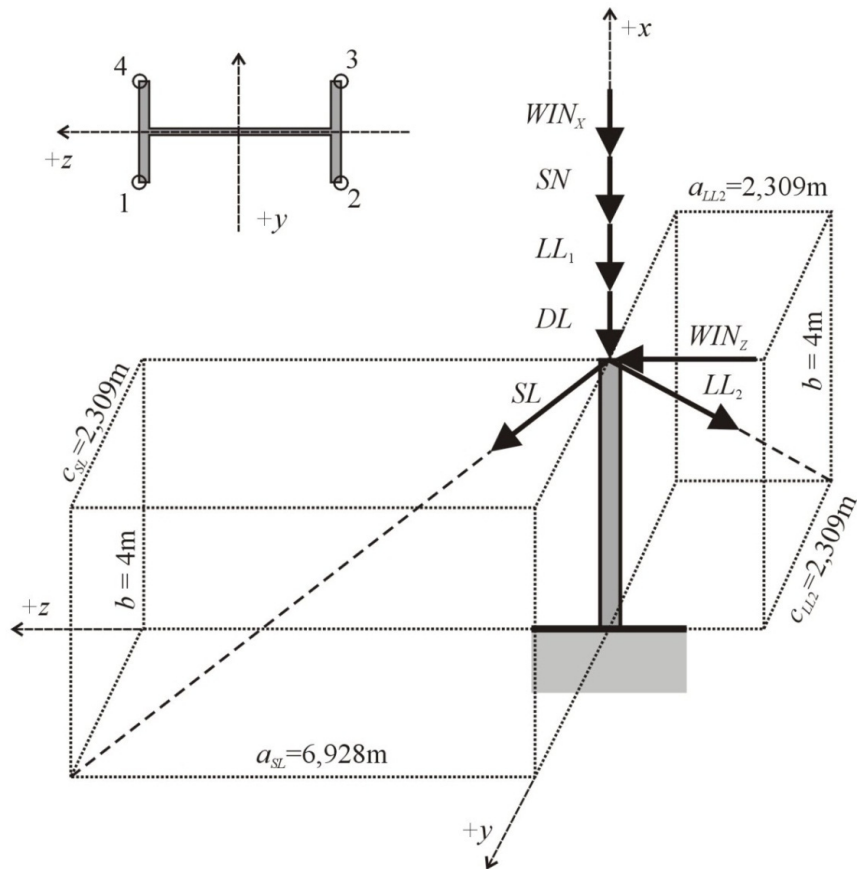
Sloup je namáhán **dvoukomponentním účinkem zatížení** (normálová síla  $N$  a ohybový moment  $M$ )

$$\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y} \pm \left( \frac{M_z}{W_z} \right)$$



# Příklad 5, Posouzení spolehlivosti

Sloup je namáhán **tříkomponentním účinkem zatížení** (normálová síla  $N$  a ohybové momenty  $M_y$  a  $M_z$ )



# Příklad 5, Posouzení spolehlivosti

Matematický model pravděpodobnostního výpočtu:

Funkce spolehlivosti:  $RF = R - E$

**Odolnost konstrukce** (pevnost materiálu) :

$$R = f_y$$

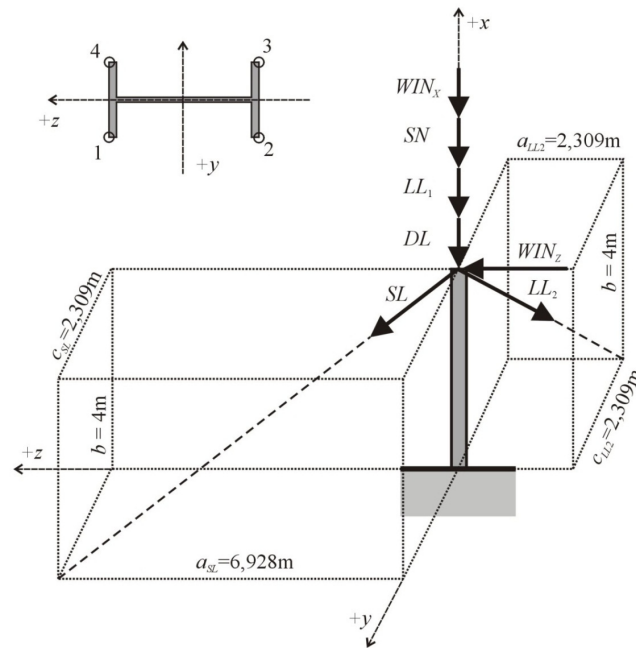
**Účinek zatížení** (největší normálové napětí):

$$E = \frac{N_{Ed}}{A_{var}} \pm \frac{M_{y,Ed}}{W_{y,var}} \pm \frac{M_{z,Ed}}{W_{z,var}}$$

$$N_{Ed} = -DL - LL_1 - SN - WIN_x - SL_x - LL_{2,x}$$

$$M_{y,Ed} = b \cdot (SL_z - LL_{2,z} + WIN_z)$$

$$M_{z,Ed} = b \cdot (SL_y - LL_{2,y})$$



# Příklad 5, Posouzení spolehlivosti

## Výpočetní model - Vlákno 1

$$RF1 = Fy - \text{Sigma}$$

$$\text{Sigma} = \text{abs}(Q/A - My/Wy - Mz/Wz) / 1000$$

$$Q = - (Zat + 80 * \text{WINvar} + S * \sin(\pi/6) + LS * \sin(\pi/3))$$

$$Mz = 6 * (S * \sin(\pi/6) / \tan(\pi/3) - LS * \sin(\pi/3) / \tan(\pi/3))$$

$$My = 6 * (S * \cos(\pi/6) - LS * \cos(\pi/3) + 3 * \text{WINvar})$$

$$Wz = 0.00009852 * (1 - 3 * \text{Eps})$$

$$Wy = 0.0007131 * (1 - 3 * \text{Eps})$$

$$A = 0.006261 * (1 - 2 * \text{Eps})$$

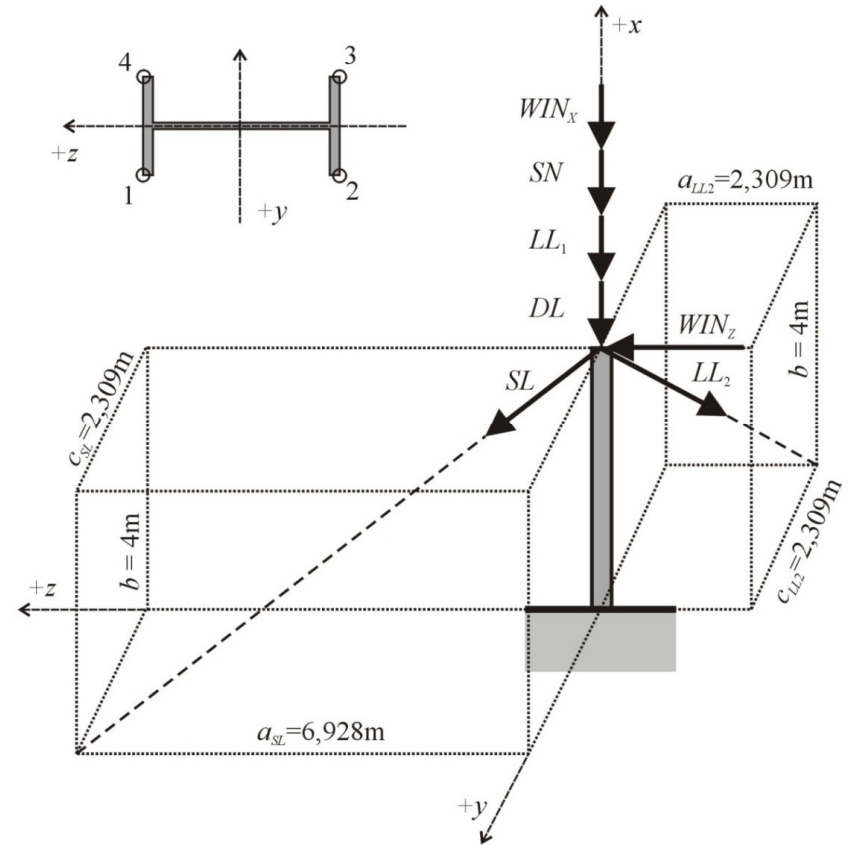
$$\text{Eps} = \text{Epsilon}$$

$$Zat = 400 * DL + 300 * LL1 + 100 * SN$$

$$S = 6 * SL$$

$$LS = 4 * LL2$$

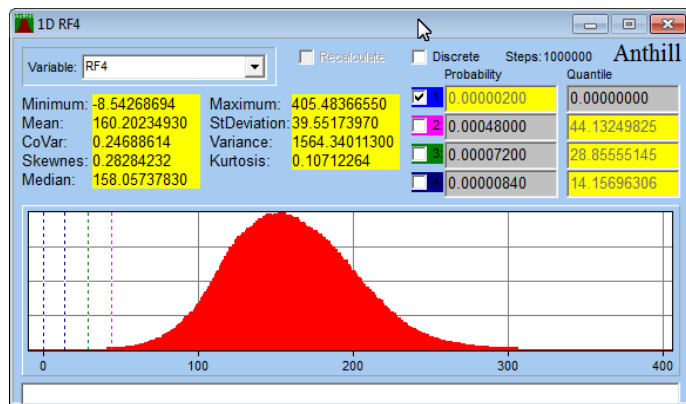
$$\text{WINvar} = \text{WIN}$$



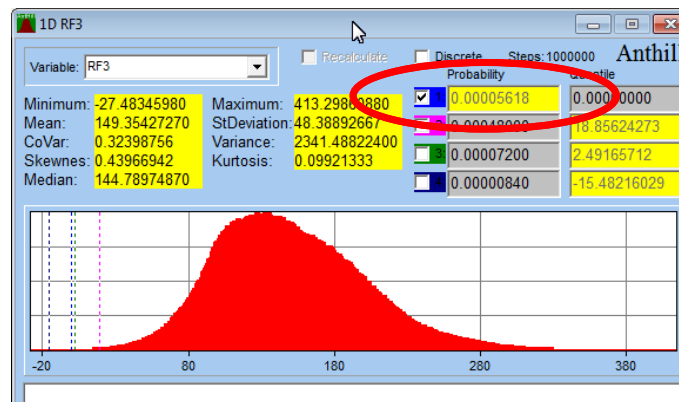
# Příklad 5, Posouzení spolehlivosti

Posouzení spolehlivosti v kritickém průřezu ve vláknech 1..4:

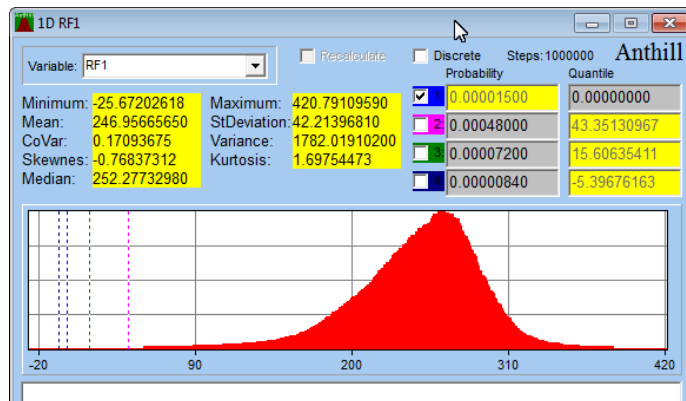
4)



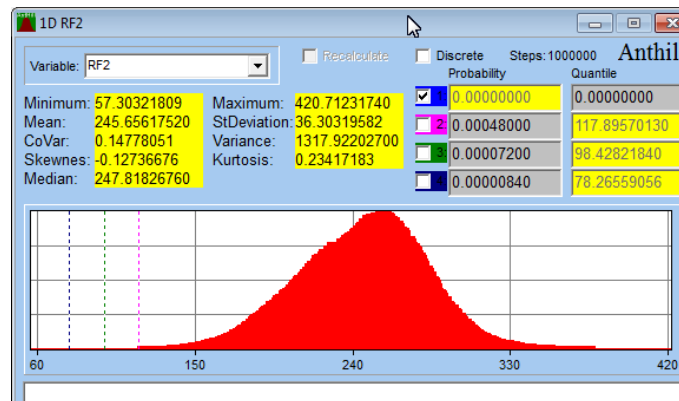
3)



1)



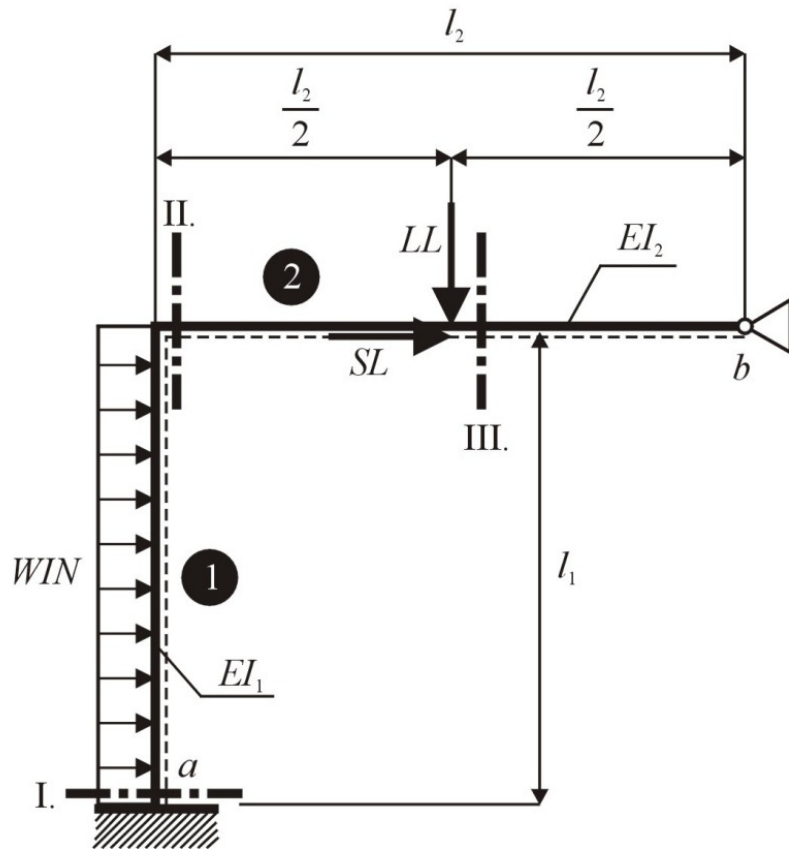
2)



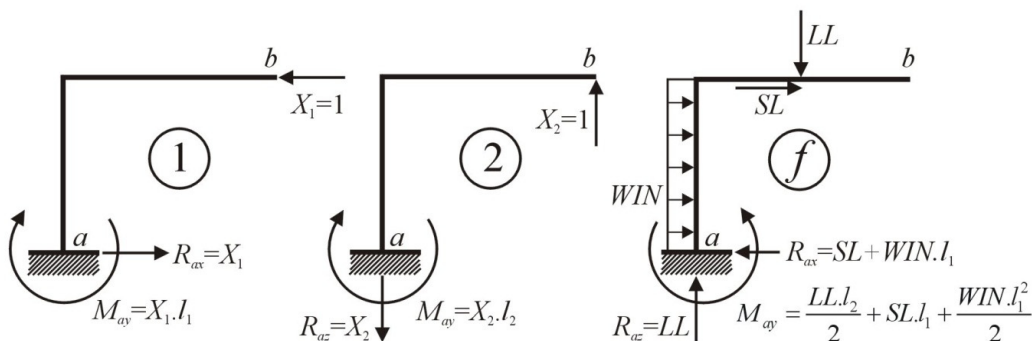


# Příklad 6, Posouzení spolehlivosti

Staticky neurčitý rovinný rám

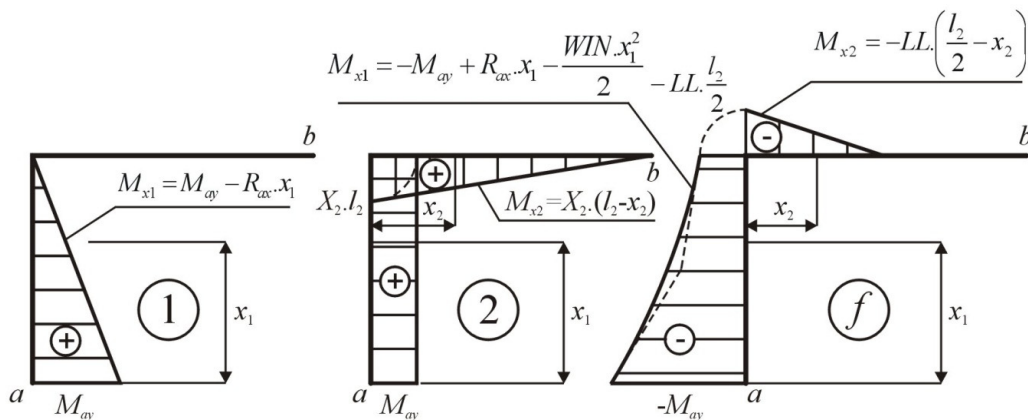


# Příklad 6, Posouzení spolehlivosti



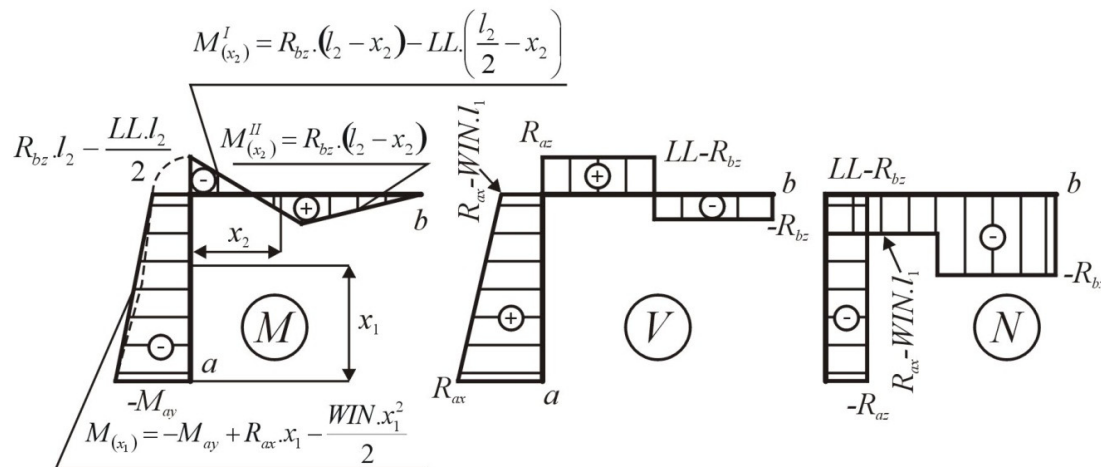
**Silová metoda:**

Zatěžovací schéma staticky určité základní soustavy



Průběhy ohybových momentů na základní soustavě

# Příklad 6, Posouzení spolehlivosti



**Silová metoda:**

Skutečné  
průběhy  
vnitřních sil

Odvozené analytické vztahy pro  
**staticky neurčité veličiny:**

$$X_1 = R_{bx} = \frac{I_{y,1} \cdot l_2 \cdot [9 \cdot LL \cdot l_2 + 4 \cdot l_1 \cdot (3 \cdot l_1 \cdot WIN + 8 \cdot SL)] + 12 \cdot I_{y,2} \cdot l_1^2 \cdot (l_1 \cdot WIN + 2 \cdot SL)}{8 \cdot l_1 \cdot (4 \cdot I_{y,1} \cdot l_2 + 3 \cdot I_{y,2} \cdot l_1)}$$

$$X_2 = R_{bz} = \frac{5 \cdot I_{y,1} \cdot LL \cdot l_2^2 + I_{y,2} \cdot l_1 \cdot (6 \cdot LL \cdot l_2 - l_1^2 \cdot WIN)}{4 \cdot l_2 \cdot (4 \cdot I_{y,1} \cdot l_2 + 3 \cdot I_{y,2} \cdot l_1)}$$

# Příklad 6, Posouzení spolehlivosti

Matematický model pravděpodobnostního výpočtu:

Funkce spolehlivosti:

$$RF = R - E$$

V řezech I, II a III &

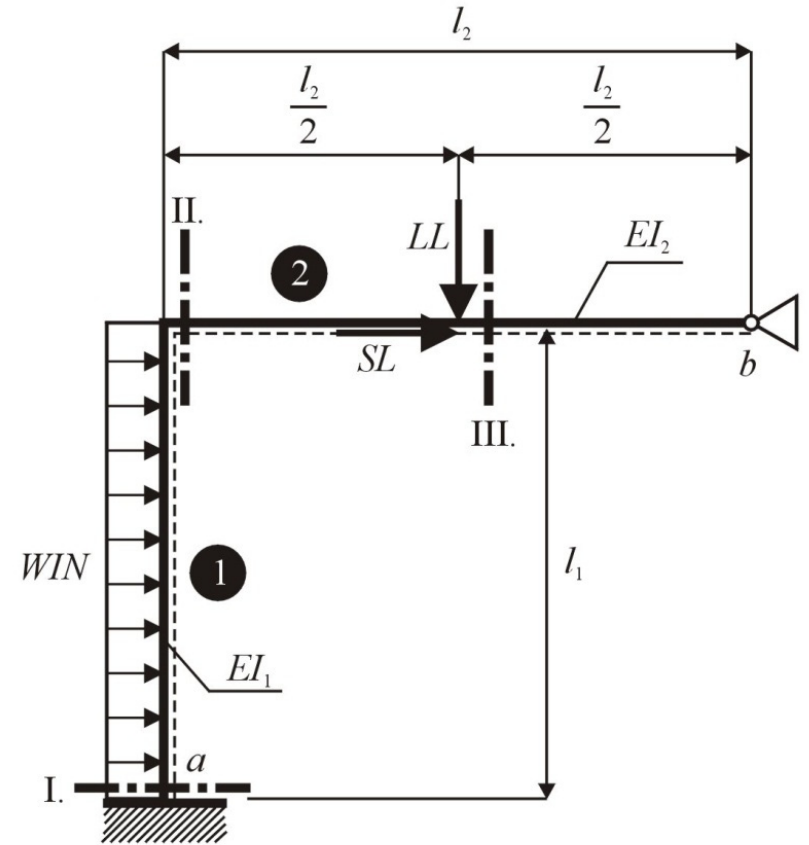
Vláknech 1 a 2 (horní, dolní)

**Odolnost konstrukce** (pevnost materiálu) :

$$R = f_y$$

**Účinek zatížení** (největší normálové napětí):

$$E = \left| \frac{N_{Ed}}{A_{var}} \right| + \left| \frac{M_{y,Ed}}{I_{y,var}} \cdot \frac{h}{2} \right|$$



# Příklad 6, Posouzení spolehlivosti

## Výpočetní model - Řez I, Vlákno 1

$$RF = F_y - \text{abs}(\text{Sigma})$$

$$\text{Sigma} = (N / (0.004590 * (1 - 2 * \text{Eps1})) + M * 0.135 / I_1) / 1000$$

$$M = X_1 * 3.5 + X_2 * 2.5 - P_1 * 2.5 / 2 - P_2 * 3.5 - Q * (3.5)^2 / 2$$

$$N = -P_1 + X_2$$

$$X_1 = (I_1 * 2.5 * (9 * P_1 * 2.5 + 4 * 3.5 * (3 * 3.5 * Q + 8 * P_2)) + 12 * I_2 * (3.5)^2 * (3.5 * Q + 2 * P_2)) / P$$

$$P = 8 * 3.5 * (4 * I_1 * 2.5 + 3 * I_2 * 3.5)$$

$$X_2 = (5 * I_1 * P_1 * (2.5)^2 + I_2 * 3.5 * (6 * P_1 * 2.5 - (3.5)^2 * Q)) / (4 * 2.5 * (4 * I_1 * 2.5 + 3 * I_2 * 3.5))$$

$$I_2 = 0.00008356 * (1 - 4 * \text{Eps2})$$

$$I_1 = 0.0000579 * (1 - 4 * \text{Eps1})$$

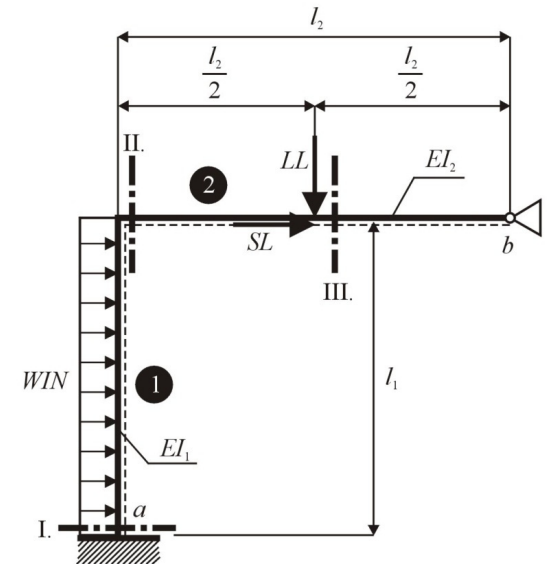
$$\text{Eps2} = \text{Epsilon2}$$

$$\text{Eps1} = \text{Epsilon1}$$

$$P_1 = 200 * LL$$

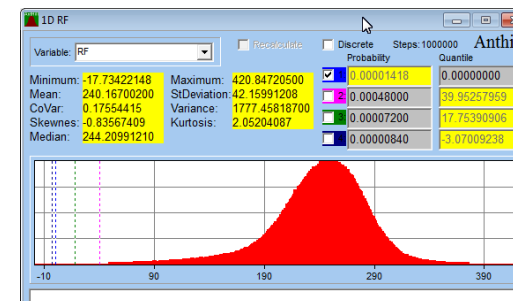
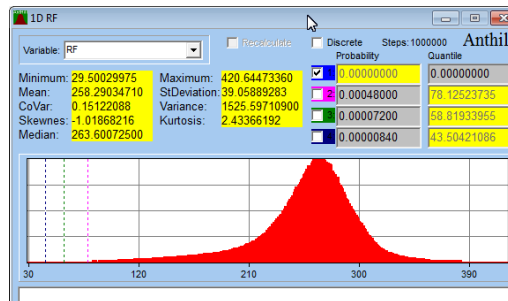
$$Q = 60 * WIN$$

$$P_2 = 260 * SL$$

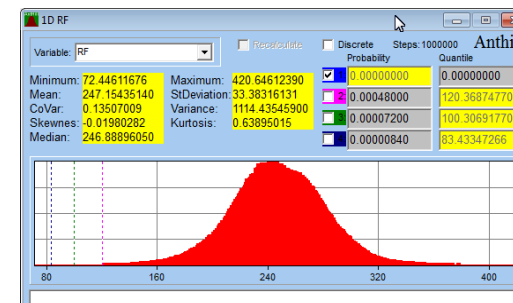
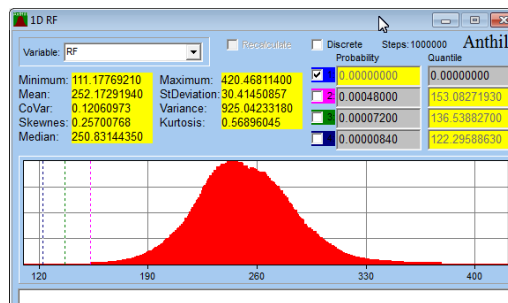


# Příklad 6, Posouzení spolehlivosti

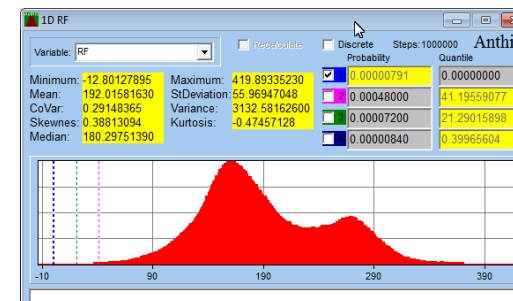
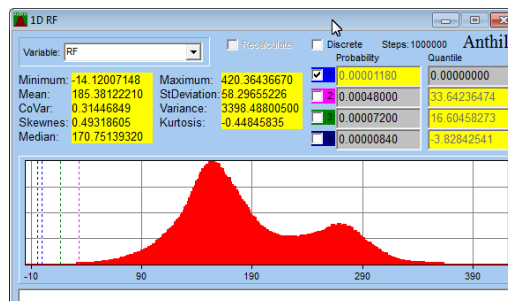
Řez I, Vlákna 1 a 2



Řez II, Vlákna 1 a 2



Řez III, Vlákna 1 a 2



# Příklad 7, Posouzení spolehlivosti

## Posouzení spolehlivosti sloupu

$l \dots 6 \text{ m}$

profil HEB 300, ocel S235,  $E \dots 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

imperfekce:  $a \dots \pm 30 \text{ mm}$

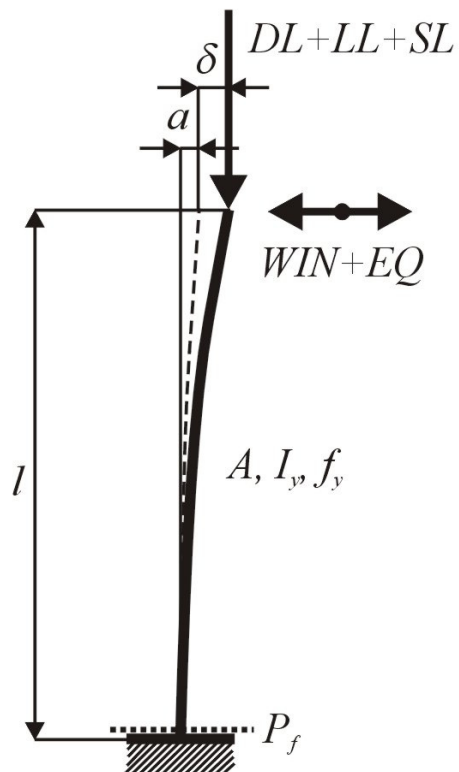


Schéma posuzované konstrukce

Zatížení	Typ	Extrémní hodnota [kN]
$D$	Stálé	350
$L$	Dlouhodobé užitné	75
$S$	Krátkodobé užitné	75
$W$	Vítr	40
$EQ$	Zemětřesení	$\frac{1}{20} \cdot (D + L + S) = \frac{500}{20} = 25$

# Příklad 7, Výpočetní model

Výpočet největší vodorovné výchylky  $\delta$  s využitím teorie II. řádu a s uvažováním vlivu počátečních imperfekcí:

$$\delta = \frac{W + EQ + \frac{a}{l} \cdot F}{\frac{F}{l \cdot K}}$$

kde

$$K = \frac{\tan\left(l \cdot \sqrt{\frac{F}{EI}}\right)}{l \cdot \sqrt{\frac{F}{EI}}} - 1$$

Ohybový moment v kritickém průřezu:

$$M = \frac{\delta \cdot (1 + K)}{K} \cdot F$$

Napětí v krajních vláknech:

$$S = \sigma = \left| \frac{M}{W} \right| + \left| \frac{F}{A} \right| = F \cdot \left( \frac{|\delta| \cdot (1 + K)}{K \cdot W} + \frac{1}{A} \right)$$



# Příklad 7, Posouzení spolehlivosti

## Mezní stav únosnosti

$$RF = R - E$$

$R$  ... odolnost konstrukce – napětí na mezi kluzu  $f_y$

$E$  ... účinek zatížení – normálové napětí  $\sigma$  v krajních vláknech

## Mezní stav použitelnosti

$$RF = \delta_{tol} - |\delta|$$

$\delta_{tol}$  ... odolnost konstrukce – limitní deformace (35 mm)

$\delta$  ... účinek zatížení – maximální vodorovná deformace

## Vstupní náhodné veličiny:

- 5 typů zatížení,
- variabilita průřezových charakteristik,
- počáteční imperfekce sloupu,
- napětí na mezi kluzu  $f_y$ .

**Celkem 8 vstupních  
náhodných veličin**

# Příklad 7, Posouzení spolehlivosti

## Výpočetní model

$$RF1=R-\text{Sigma}$$

$$R=Fy$$

$$\text{Sigma}=F * (\text{abs}(\text{DELTA}) * (1+K) / (K*W) + 1/A) / 10^6$$

$$\text{DELTA}=(H+F*0.03*\text{Imp}/6) / (F / (6*K))$$

$$K=\tan(\text{POM}) / \text{POM}-1$$

$$\text{POM}=6 * (F / ((2.1*10^{11}) * I))^{0.5}$$

$$H=45000*W\text{IN}+30000*E\text{Q}$$

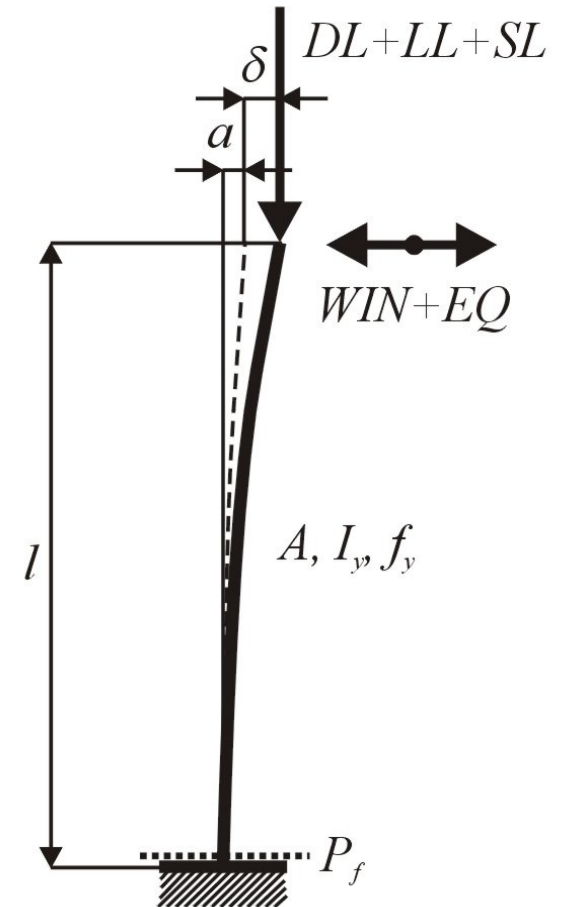
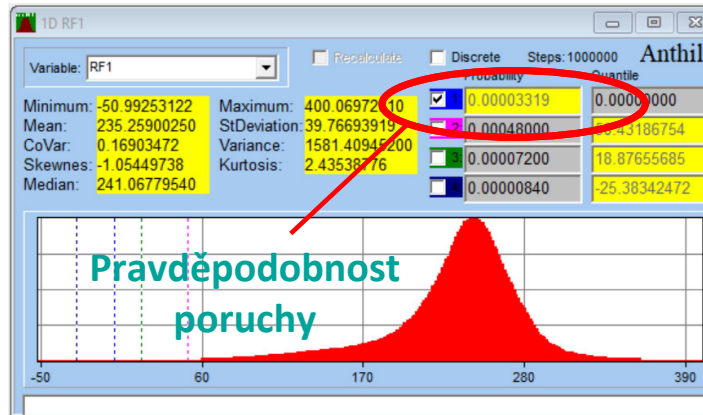
$$F=320000*DL+120000*LL+75000*SL$$

$$I=0.0002517 * (1-4*E\text{ps})$$

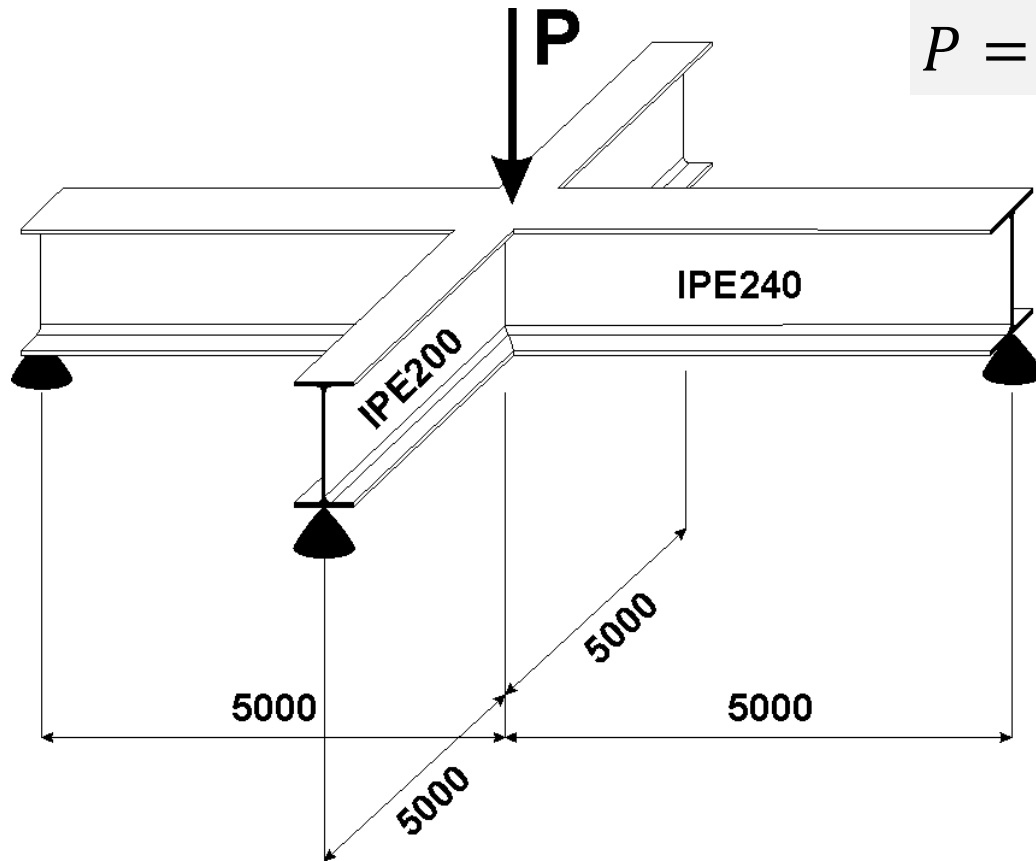
$$W=0.001678 * (1-3*E\text{ps})$$

$$A=0.01491 * (1-2*E\text{ps})$$

$$E\text{ps}=E\text{psilon}$$



# Příklad 8, Posouzení spolehlivosti



$$P = DL \cdot DL_{var} + LL \cdot LL_{var} + SL \cdot SL_{var}$$

Ocelový **staticky neurčitý rošt** namáhaný kombinací několika vzájemně nezávislých zatížení

# Příklad 8, Posouzení spolehlivosti

**Kritérium spolehlivosti:** Dosažení napětí na mezi kluzu

Výpočet **pružné deformace** a maximálního ohybového momentu

$$P = P_1 + P_2$$

$$w_{1,\max} = w_{2,\max} = \frac{P_1 \cdot L_1^3}{48 \cdot E \cdot I_1} = \frac{P_2 \cdot L_2^3}{48 \cdot E \cdot I_2}$$

$$M_1 = \frac{P \cdot L_1}{4} \cdot \left( \frac{L_2^3 \cdot I_1}{L_1^3 \cdot I_2 + L_2^3 \cdot I_1} \right)$$

$$M_2 = \frac{P \cdot L_2}{4} \cdot \left( \frac{L_1^3 \cdot I_2}{L_1^3 \cdot I_2 + L_2^3 \cdot I_1} \right)$$

$$w_{\max} = P \cdot \frac{L_1^3 \cdot L_2^3}{48 \cdot E \cdot (L_1^3 \cdot I_2 + L_2^3 \cdot I_1)}$$

**Funkce spolehlivosti:**  $RF = \text{pos}(R_1 - E_1) \cdot \text{pos}(R_2 - E_2)$

# Příklad 8, Posouzení spolehlivosti

## Výpočetní model

$$SF = \text{pos}(R1 - E1) * \text{pos}(R2 - E2)$$

$$R1 = 0.9 * Fy1$$

$$R2 = 0.9 * Fy2$$

$$E1 = (P * L1 / 4 * (L2^3 * I1) / (L1^3 * I2 + L2^3 * I1)) / (W1 * Wvar * 1000)$$

$$E2 = (P * L2 / 4 * (L1^3 * I2) / (L1^3 * I2 + L2^3 * I1)) / (W2 * Wvar * 1000)$$

$$P = (80 * DLvar + 240 * LLvar + 120 * SLvar + 25 * WINvar + 40 * SNvar)$$

$$W1 = 0.001928$$

$$W2 = 0.0007152$$

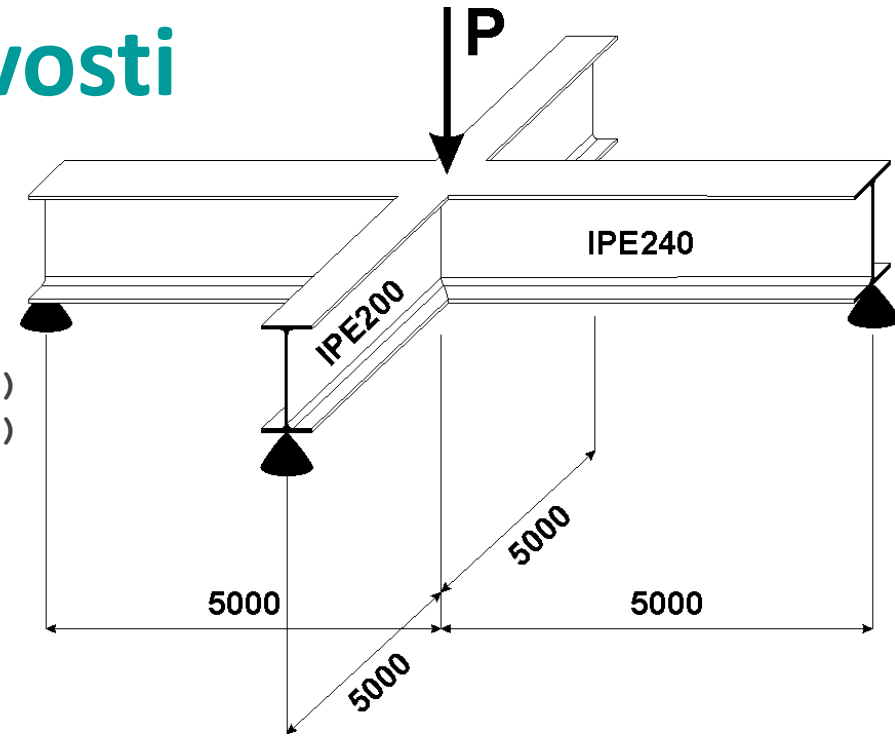
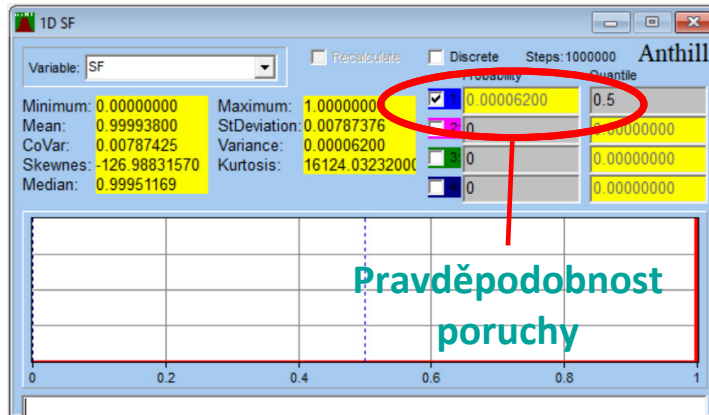
$$I1 = 0.0004820 * Ivar$$

$$I2 = 0.0001180 * Ivar$$

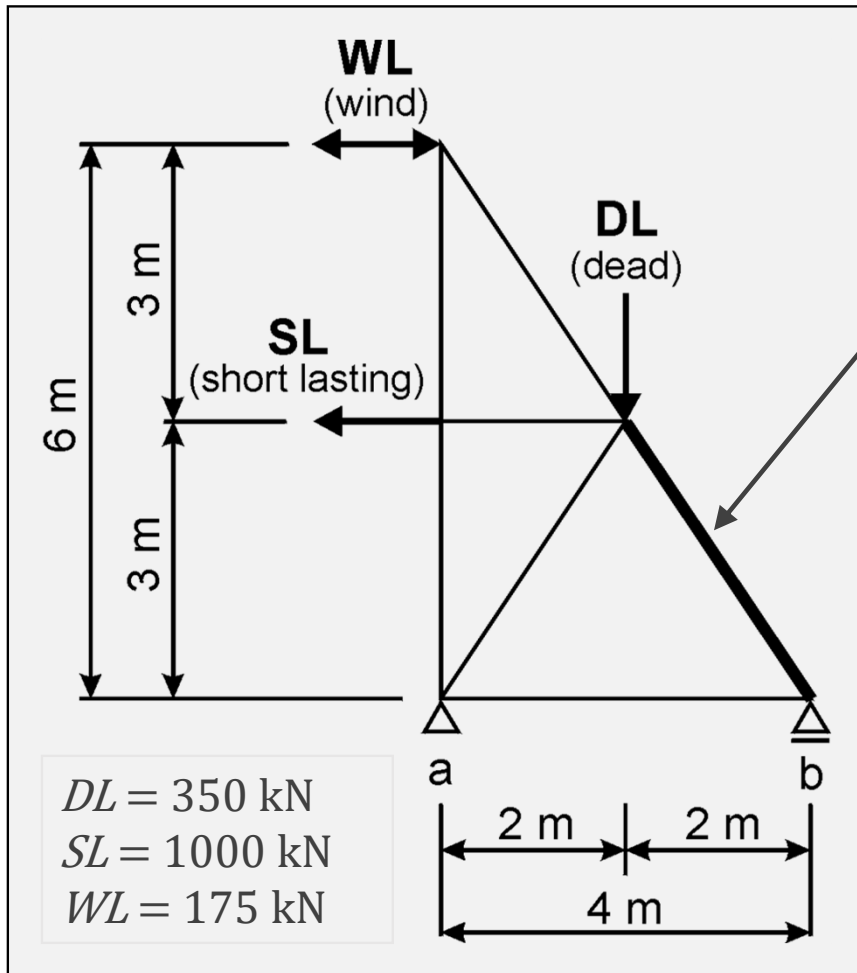
$$L1 = 6.0$$

$$L2 = 5.0$$

## Výsledný histogram funkce spolehlivosti



# Příklad 9, Posouzení spolehlivosti



Zatěžovací schéma ocelové příhradové konstrukce

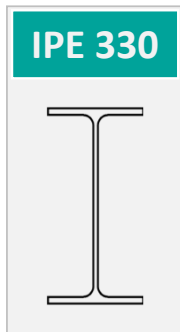
**Normálová síla** v posuzovaném prutu:

Analyzovaný prut

$$N_{DL} = -\frac{DL \cdot \sqrt{13}}{6}$$

$$N_{SL} = \frac{SL \cdot \sqrt{13}}{4}$$

$$N_{WL} = \pm \frac{WL \cdot \sqrt{13}}{2}$$



# Příklad 9, Posouzení spolehlivosti

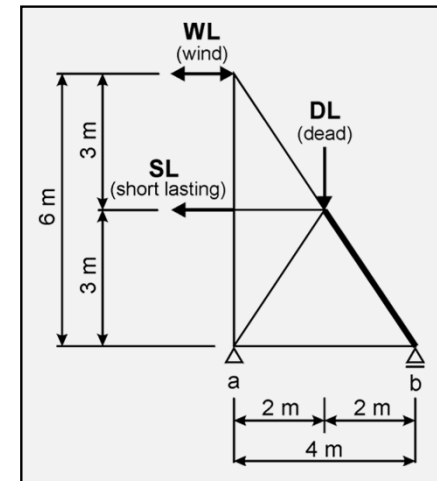
Únosnost v tlaku (vzpěr)  $N_{R,c}$ :

$$N_{R,c} = \frac{R_1 - \sqrt{R_1^2 - \frac{4 \cdot \left(\frac{L}{i_z}\right)^2}{\pi^2 \cdot E \cdot A} \cdot f_y \cdot A}}{\left(\frac{2 \cdot (L/i_z)^2}{\pi^2 \cdot E \cdot A}\right)}$$

$$R_1 = 1 + \frac{f_y \cdot \left(\frac{L}{i_z}\right)^2}{\pi^2 \cdot E} + \frac{L \cdot E_0 \cdot (1 + 0,1 \cdot Res_{var}) \cdot c}{i_z^2}$$

Únosnost v tahu  $N_{R,t}$ :

$$N_{R,t} = f_y \cdot A$$



$f_y$

... napětí na mezi kluzu

$A$

... průřezová plocha

$E$

... modul pružnosti v tahu  
a prostém tlaku

$c$

... vzdálenost krajních  
vláken od těžiště

$L$

... délka prutu

$i_z$

... min. poloměr setrvačnosti

$E_0$

... počáteční excentricita

$Res_{var}$

... vliv reziduálních napětí

# Příklad 9, Výsledky

Výpočetní model, definice

$$R = -\text{pos}(-N2) * RM + \text{pos}(N2) * RP$$

$$RP = 0.9 * Fy * Avar * 1000$$

$$RM = (R1 - (R1^2 - 4 * Lr2Pi2EA * (Fy * 1E6 * 0.9) * Avar)^{0.5}) / (2 * Lr2Pi2EA) / 1000$$

$$R1 = 1 + Fy * Lr2Pi2E + EOcr2$$

$$EOcr2 = L * EO * (1 + 0.1 * Resvar) * ex / iz^2$$

$$Fy * Lr2Pi2E = (Fy * 1E6 * 0.9) * (L / iz)^2 / (Pi^2 * Ecko)$$

$$Lr2Pi2EA = (L / iz)^2 / (Pi^2 * Ecko * Avar)$$

$$iz = 0.03547937$$

$$ex = 0.165$$

$$Avar = 0.006261 * (1 - 2 * Eps)$$

$$Ecko = 2.1E11$$

$$N2 = -Vb / SinA$$

$$SinA = 3 / L$$

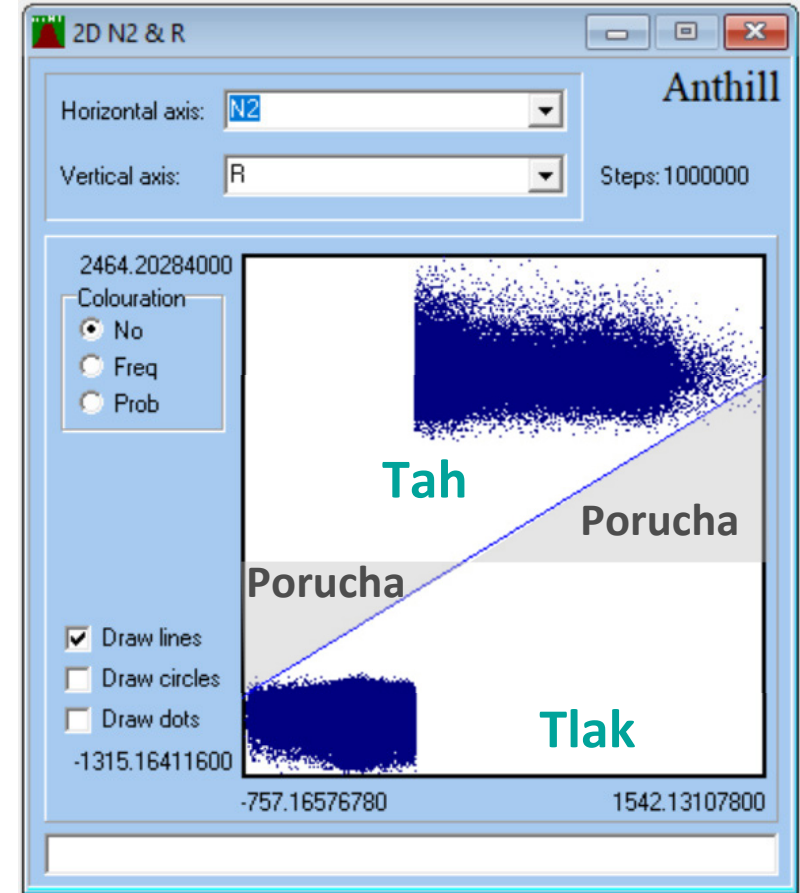
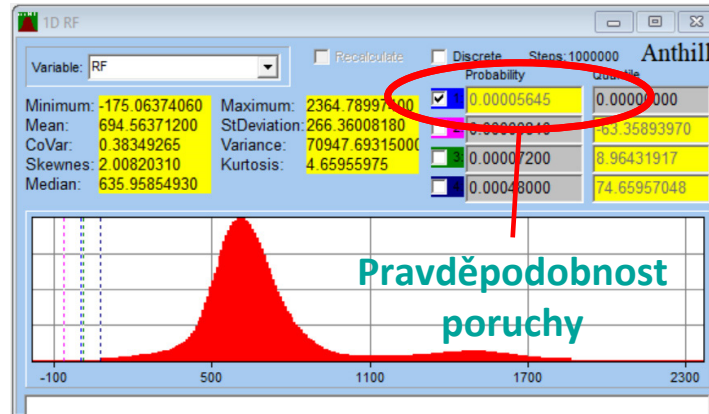
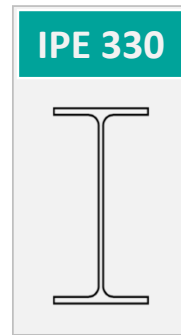
$$L = (2^2 + 3^2)^{0.5}$$

$$Vb = (F1 * 6 - F2 * 3 + F3 * 2) / 4$$

$$F1 = 1.5 * 175 * WL$$

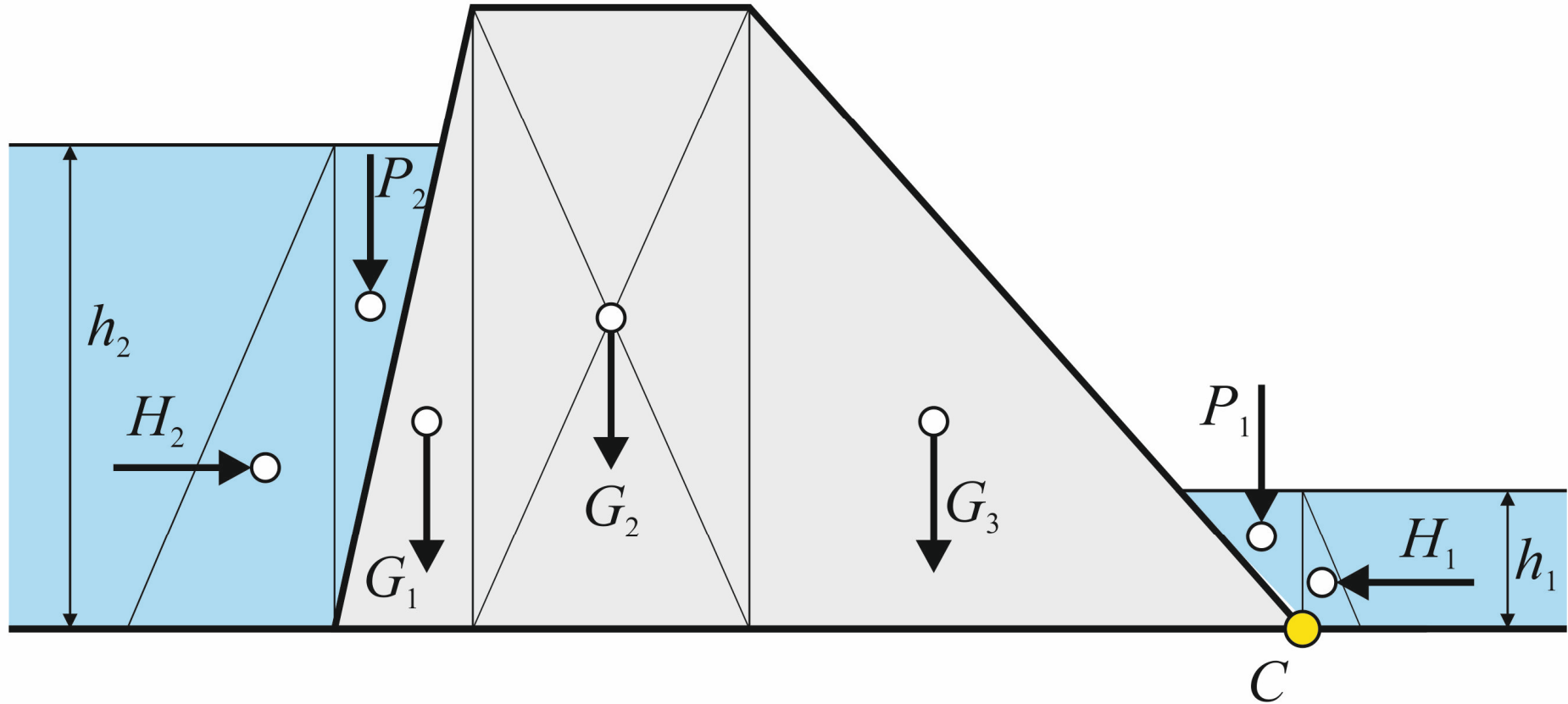
$$F2 = 1.5 * 1000 * SL$$

$$F3 = 1.35 * 350 * DL$$





# Příklad 10, Posouzení spolehlivosti přehrady

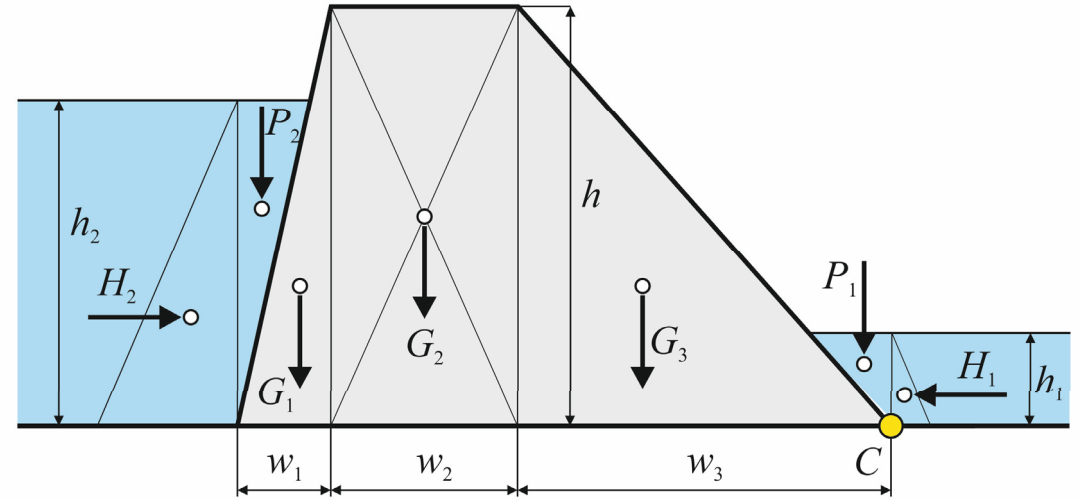


# Příklad 10: Překlopení kolem bodu C

Funkce spolehlivosti:  $RF = \frac{R}{\beta} - E$ ,

kde  $\beta$  je koeficient bezpečnosti

$R$  a  $E$  jsou statické momenty



$E$  účinek zatížení (**nestabilní**):  $E = H_2 \cdot \frac{1}{3} \cdot h_2$

$R$  odolnost konstrukce (**stabilní**):

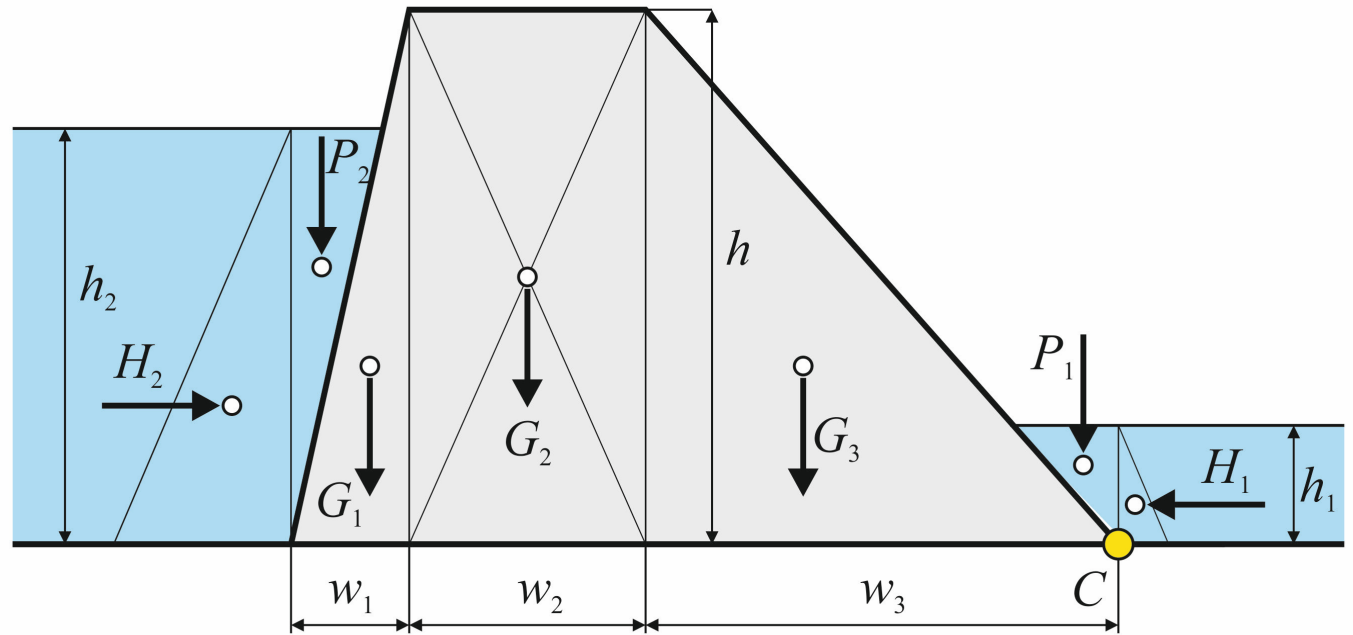
$$R = P_2 \cdot \left( w_1 + w_2 + w_3 - \frac{1}{3} \cdot \left( w_1 \cdot \frac{h_2}{h} \right) \right) + G_1 \cdot \left( \frac{w_1}{3} + w_2 + w_3 \right) + G_2 \cdot \left( \frac{w_2}{2} + w_3 \right) + G_3 \cdot \frac{2}{3} \cdot w_3 + P_1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left( w_3 \cdot \frac{h_1}{h} \right) + H_1 \cdot \frac{1}{3} \cdot h_1$$

# Příklad 10: Usmyknutí v kontaktní spáře

Funkce spolehlivosti:

$$RF = \frac{R}{\beta} - E$$

kde  $\beta$  je **koeficient bezpečnosti** ( $\beta = 2$ ),  
 $R$  a  $E$  jsou **smyskové síly v kontaktní spáře**  
s **koeficientem tření**  
 $\text{COF} = 0,80 \div 0,85$ .



$E$  účinek zatížení (**akce**):  $E = H_2$

$R$  odolnost konstrukce (**odpor proti usmyknutí**):

$$R = \text{COF} \cdot \sum F_{\text{vert}} + H_1 = \text{COF} \cdot (P_2 + G_1 + G_2 + G_3 + P_1) + H_1$$

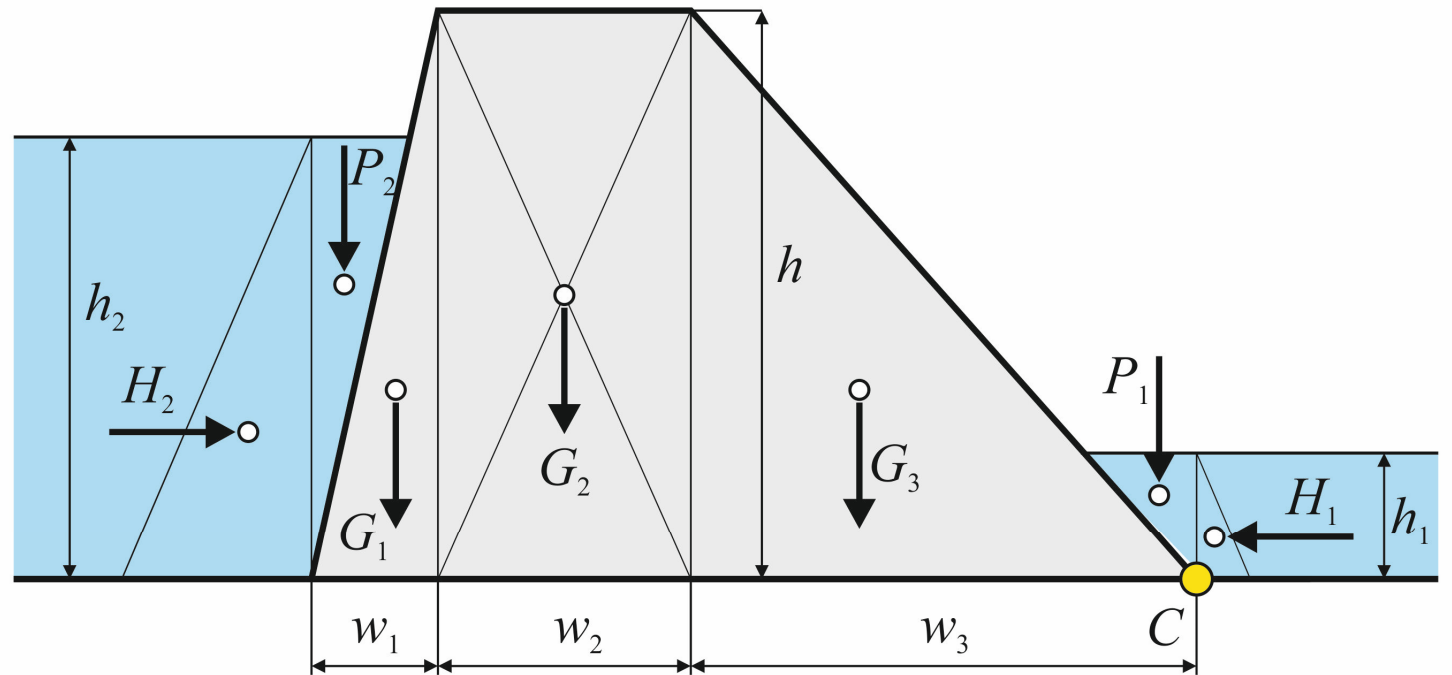
# Příklad 10: Vstupní náhodné veličiny

Výška vodní hladiny  $h_1, h_2$

Objemová hmotnost betonu  $\rho_c$

Součinitel tření COF

4 vstupní náhodné veličiny



# Příklad 10: Výpočet v programu AntHill

## Překlopení kolem bodu C

### Výpočetní model, definice

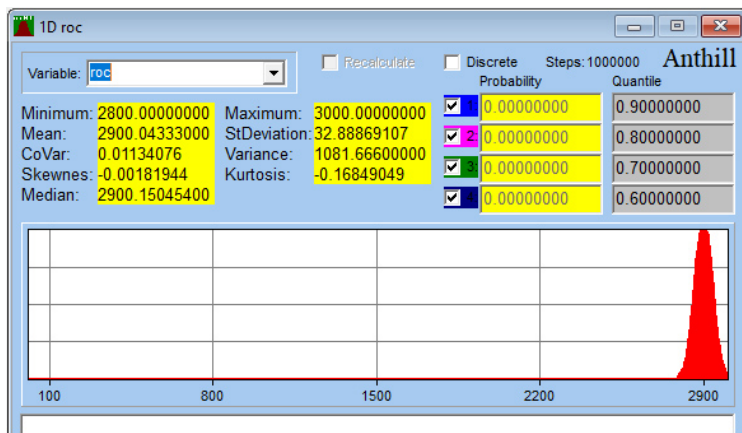
```
RF=R-E
E=H2*w12/3
R=(P2*(w1+w2+w3-w1*w12/h/3)+G1*(w1/3+w2+w3)+G2*(w2/2+w3)+G3*2/3*w3+P1*w3*w11/h/3+H1*w11/3)/Beta
; Zatížení
H1=w11^2*1000*9.81/2/1000
P1=w11*w3*w11/h*1000*9.81/2/1000
H2=w12^2*1000*9.81/2/1000
P2=w12*w1*w12/h*1000*9.81/2/1000
G1=w1*h/2*roc*9.81/1000
G2=w2*h*roc*9.81/1000
G3=w3*h/2*roc*9.81/1000
; Vstupní údaje
w11=3+2*norm1           ; Výška vodní hladiny h1, normal, 3..5 m
w12=10+(1-exp1/5)*4     ; Výška vodní hladiny h2, exponential, 10..14 m
roc=2800+200*norm2      ; Objemová hmotnost betonu, normal, 2800..3000 kg/m^3
```

# Příklad 10: Výpočet v programu AntHill

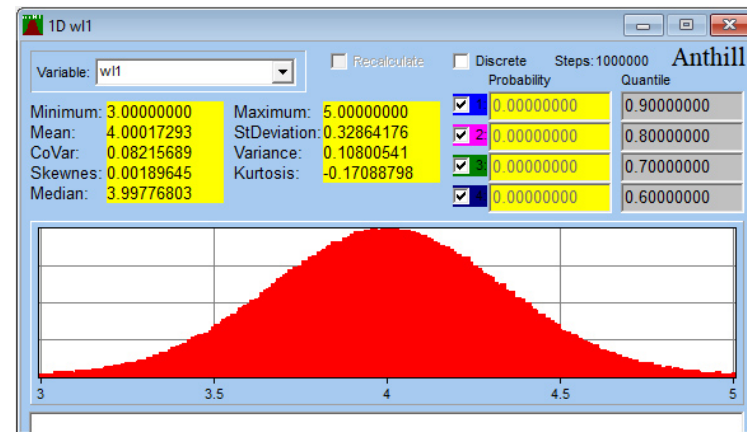
Překlopení kolem bodu C

Vstupní náhodné proměnné:

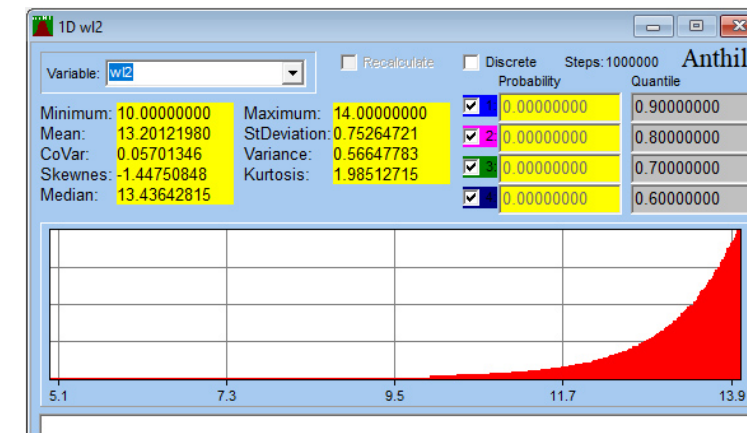
Variables	Type	Parameters
norm1	n01.dis	Min=0.00000000 Max=1.00000000
exp1	expon1.dis	Min=0.00000000 Max=5.00000000
norm2	n01.dis	Min=0.00000000 Max=1.00000000
norm3	n01.dis	Min=0.00000000 Max=1.00000000
h	Constant	Value=18
w1	Constant	Value=1
w2	Constant	Value=2
w3	Constant	Value=4
Beta	Constant	Value=2



Výška vodní hladiny  $h_1$ ,  
normální rozdění,  
3 ... 5 m



Výška vodní hladiny  $h_2$ , exponenciální rozdění,  
10 ... 14 m

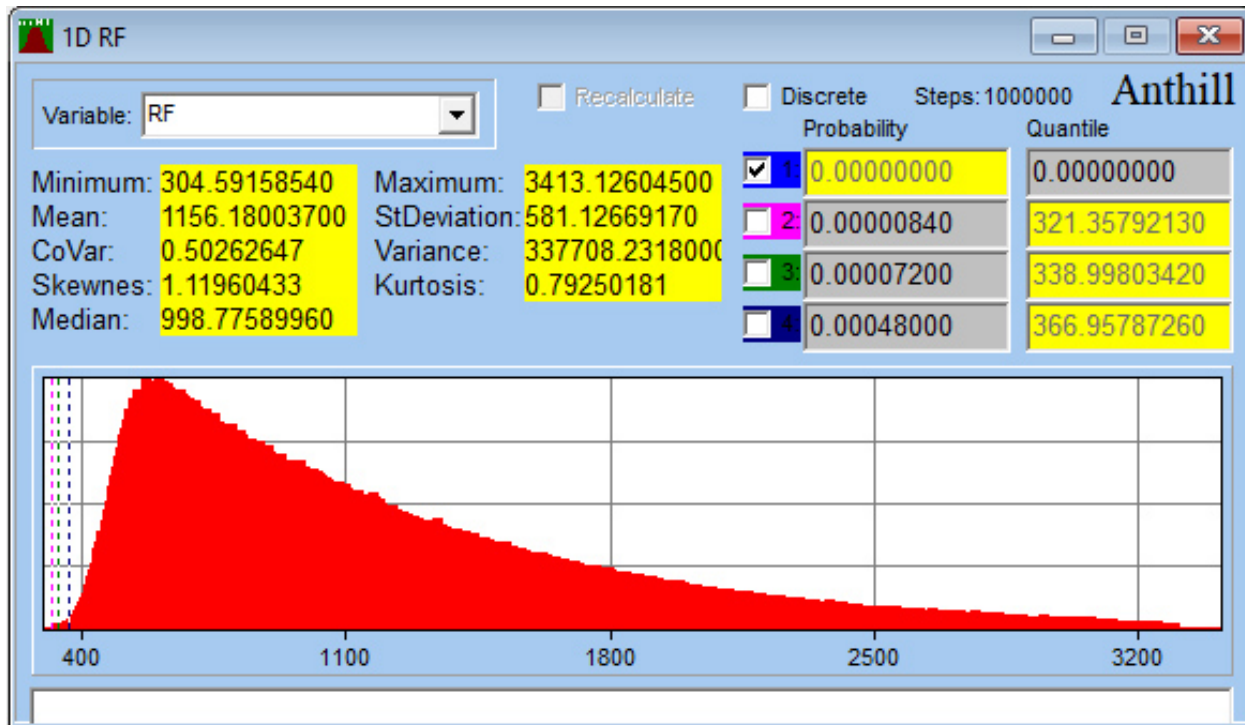


Objemová hmotnost  
betonu,  
normální rozdění,  
2 800 ... 3 000  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

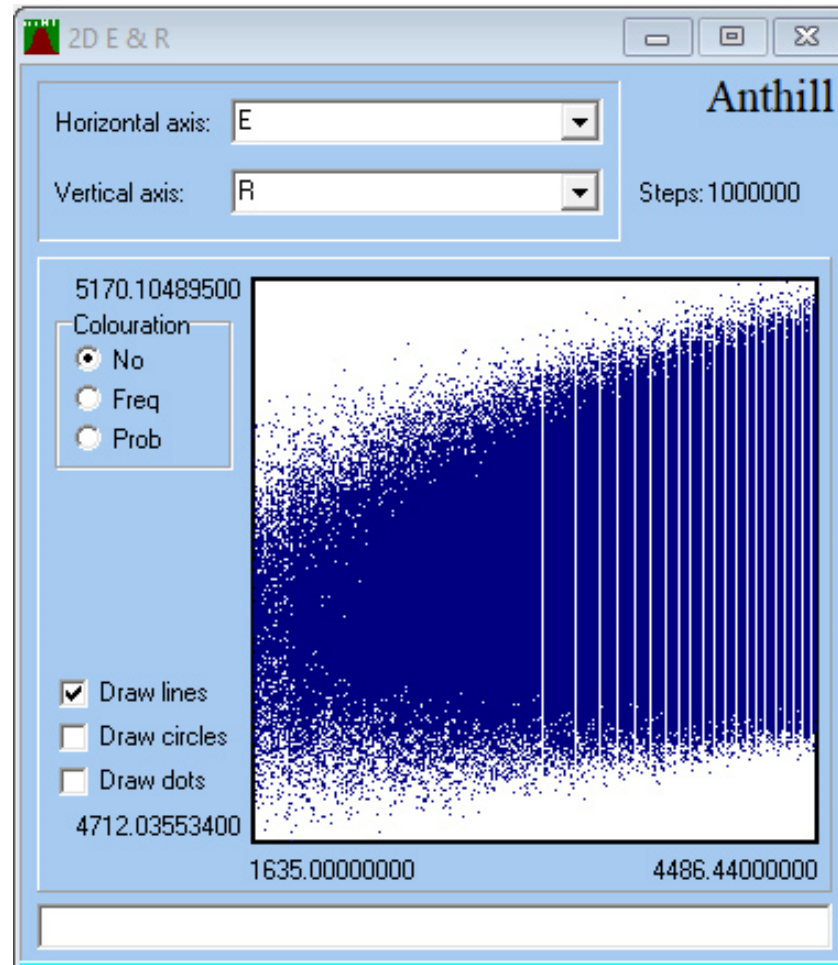
# Příklad 10: Výpočet v programu AntHill

Překlopení kolem bodu  $C$

Výsledky:



Pravděpodobnost poruchy  $P_f = 0$



# Příklad 10: Výpočet v programu AntHill

## Usmyknutí v kontaktní spáře

### Výpočetní model, definice

```
RF=R-E
E=H2
R= (COF* (P2+G1+G2+G3+P1) +H1) /Beta
; Zatížení
H1=w11^2*1000*9.81/2/1000
P1=w11*w3*w11/h*1000*9.81/2/1000
H2=w12^2*1000*9.81/2/1000
P2=w12*w1*w12/h*1000*9.81/2/1000
G1=w1*h/2*roc*9.81/1000
G2=w2*h*roc*9.81/1000
G3=w3*h/2*roc*9.81/1000
; Vstupní údaje
w11=3+2*norm1 ; Výška vodní hladiny h1, normal, 3...5 m
w12=10+(1-exp1/5)*4 ; Výška vodní hladiny h2, exponential, 10...14 m
roc=2800+200*norm2 ; Objemová hmotnost betonu, normal, 2800...3000 kg/m^3
COF=0.80+0.05*norm3 ; Koeficient tření, normal, 0,80...0,85
```



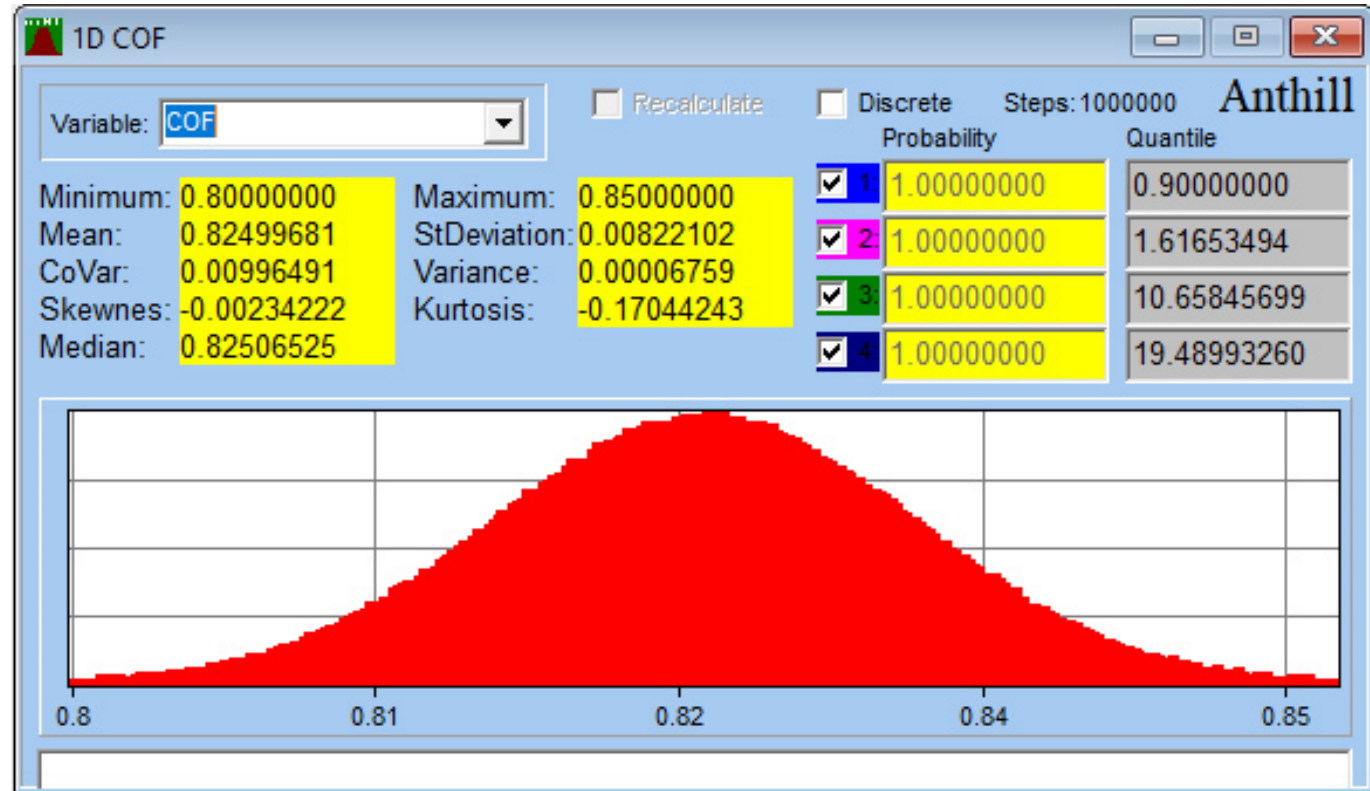
# Příklad 10: Výpočet v programu AntHill

## Usmyknutí v kontaktní spáře

### Vstupní údaje:

Variables	Type	Parameters
norm1	n01.dis	Min=0.00000000 Max=1.00000000
exp1	expon1.dis	Min=0.00000000 Max=5.00000000
norm2	n01.dis	Min=0.00000000 Max=1.00000000
norm3	n01.dis	Min=0.00000000 Max=1.00000000
h	Constant	Value=18
w1	Constant	Value=1
w2	Constant	Value=2
w3	Constant	Value=4
Beta	Constant	Value=2

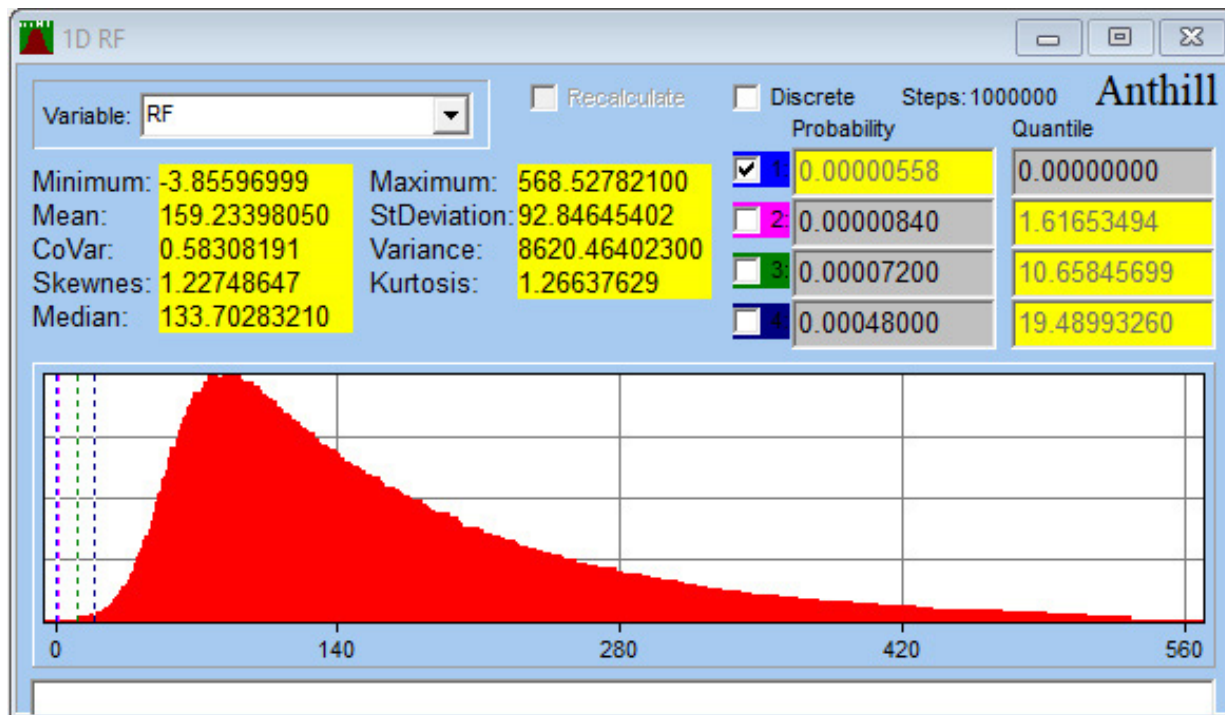
**Koeficient tření COF,**  
normální rozdělení,  
0,80 ... 0,85



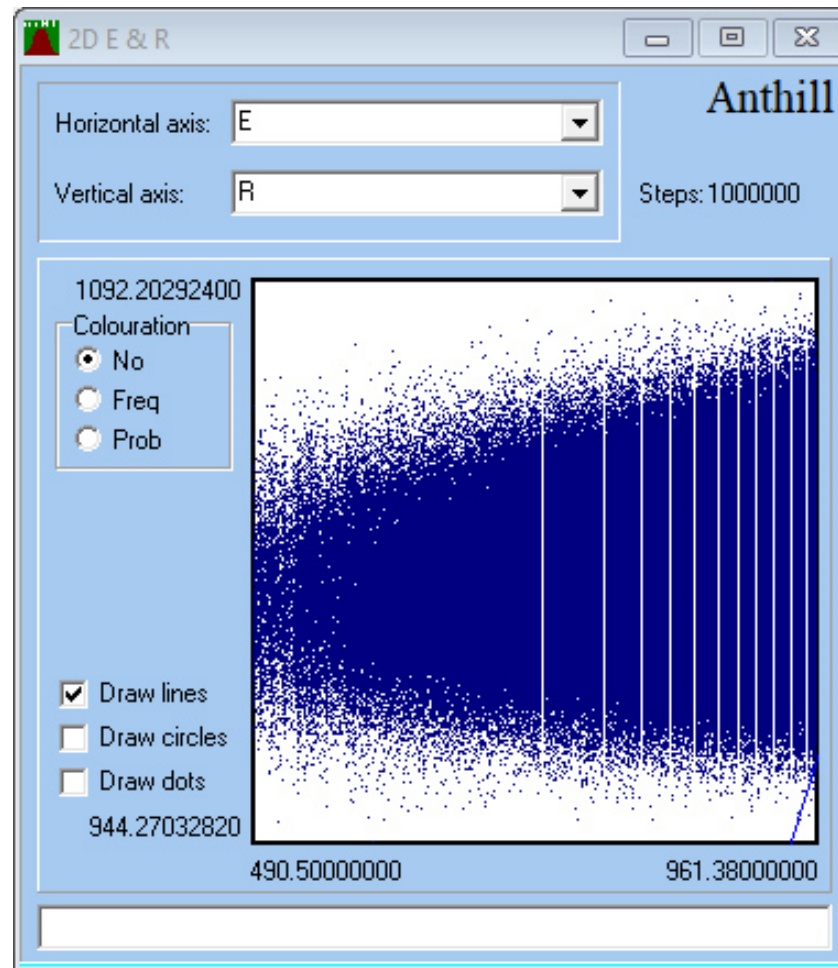
# Příklad 10: Výpočet v programu AntHill

Usmyknutí v kontaktní spáře

Výsledky:



Pravděpodobnost poruchy  $P_f = 5,58 \cdot 10^{-6}$



# Příklad 10: Výpočet v programu AntHill

**Překlopení** kolem bodu  $C$  a **usmyknutí** v kontaktní spáře, posouzení spolehlivosti s využitím obou kritérií současně:

Výpočetní model, definice

$$RF = \text{pos}(R1 - E1) * \text{pos}(R2 - E2)$$

$$E2 = H2$$

$$R2 = (\text{COF} * (P2 + G1 + G2 + G3 + P1) + H1) / \text{Beta}$$

$$E1 = H2 * w12 / 3$$

$$R1 = (P2 * (w1 + w2 + w3 -$$

$$w1 * w12 / h / 3) + G1 * (w1 / 3 + w2 + w3) + G2 * (w2 / 2 + w3) + G3 * 2 / 3 * w3 + P1 * w3 * w11 / h / 3 + H1 * w11 / 3) / \text{Beta}$$

; **Zatížení**

$$H1 = w11^2 * 1000 * 9.81 / 2 / 1000$$

$$P1 = w11 * w3 * w11 / h * 1000 * 9.81 / 2 / 1000$$

$$H2 = w12^2 * 1000 * 9.81 / 2 / 1000$$

$$P2 = w12 * w1 * w12 / h * 1000 * 9.81 / 2 / 1000$$

$$G1 = w1 * h / 2 * \text{roc} * 9.81 / 1000$$

$$G2 = w2 * h * \text{roc} * 9.81 / 1000$$

$$G3 = w3 * h / 2 * \text{roc} * 9.81 / 1000$$

; **Vstupní údaje**

$$w11 = 3 + 2 * \text{norm1} \quad ; \text{ Výška vodní hladiny } h1, \text{ normal, } 3 \dots 5 \text{ m}$$

$$w12 = 10 + (1 - \exp(-1/5)) * 4 \quad ; \text{ Výška vodní hladiny } h2, \text{ exponential, } 10 \dots 14 \text{ m}$$

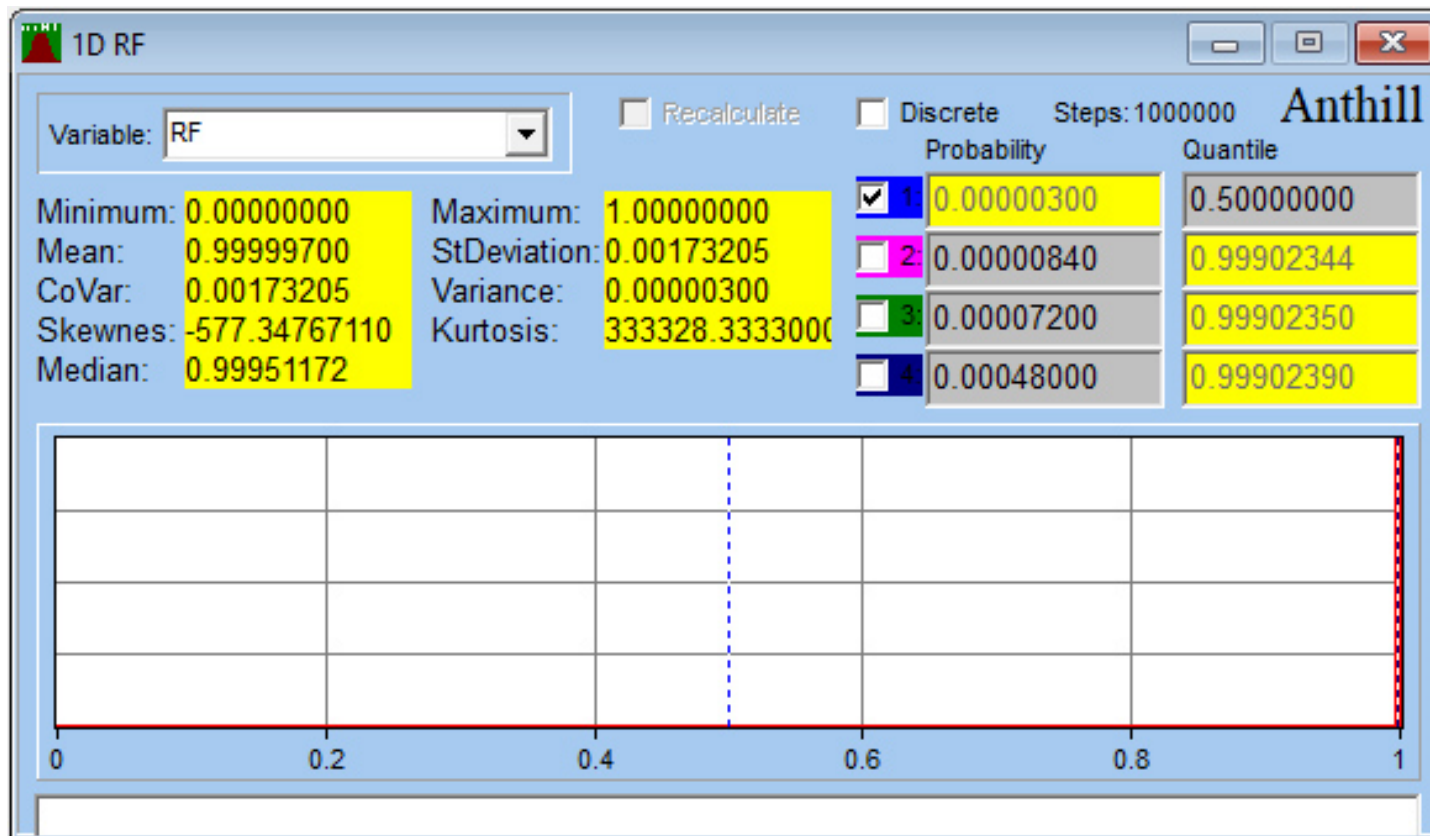
$$\text{roc} = 2800 + 200 * \text{norm2} \quad ; \text{ Objemová hmotnost betonu, normal, } 2800 \dots 3000 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{COF} = 0.80 + 0.05 * \text{norm3} \quad ; \text{ Koeficient tření, normal, } 0,80 \dots 0,85$$

# Příklad 10: Výpočet v programu AntHill

Překlopení kolem bodu  $C$  a **usmyknutí** v kontaktní spáře, posouzení spolehlivosti s využitím obou kritérií současně:

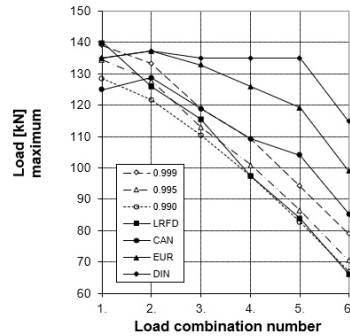
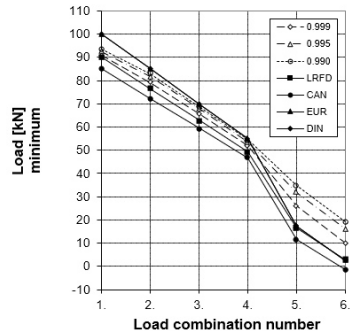
Výsledky:



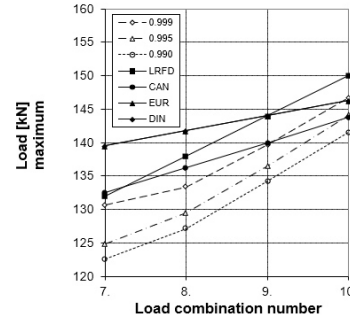
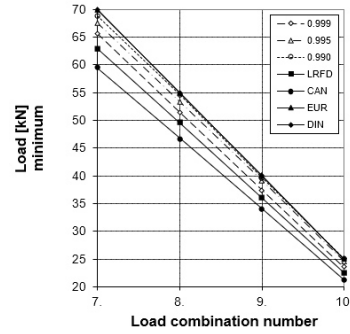
Pravděpodobnost poruchy  $P_f = 3 \cdot 10^{-6}$

# Kombinace zatížení

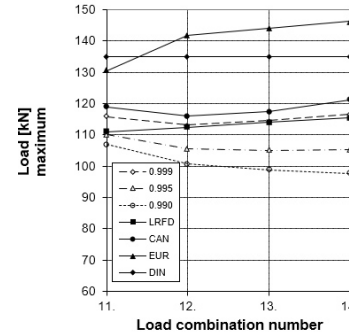
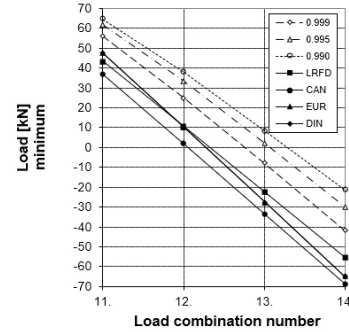
## Study A



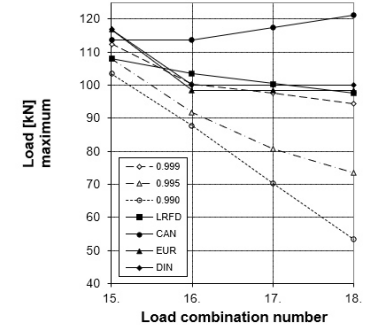
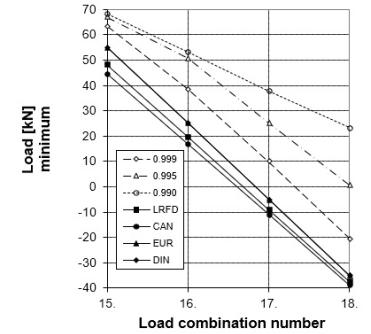
## Study B



## Study C

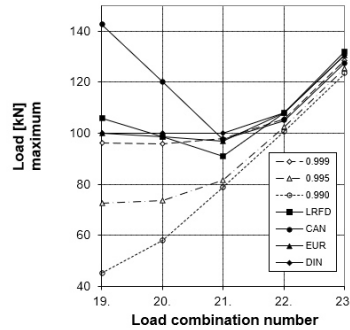
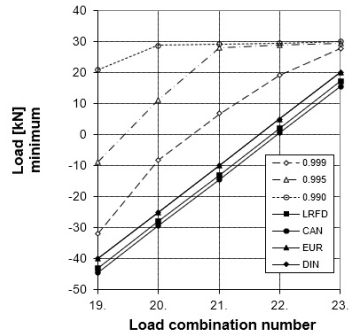


## Study D

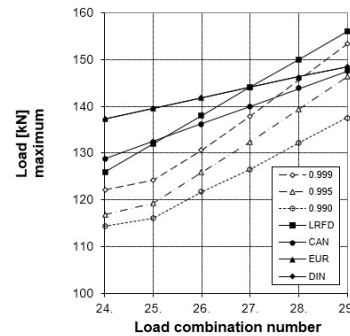
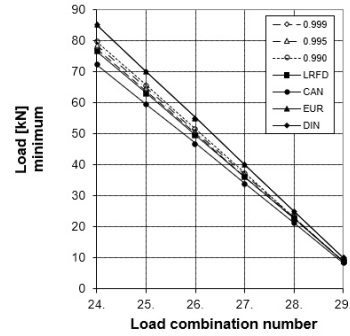


# Kombinace zatížení

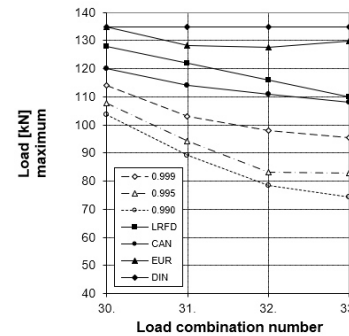
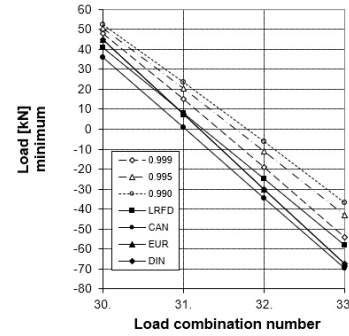
Study E



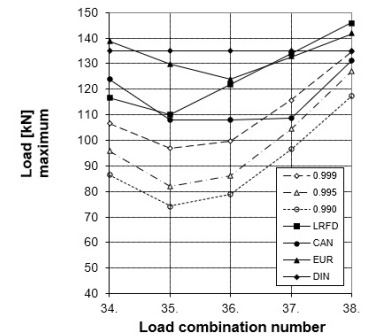
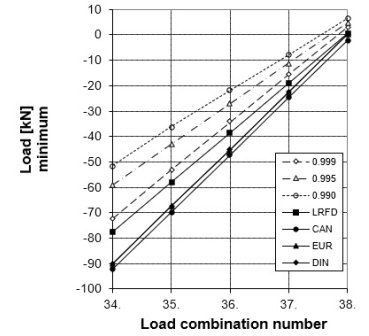
Study F



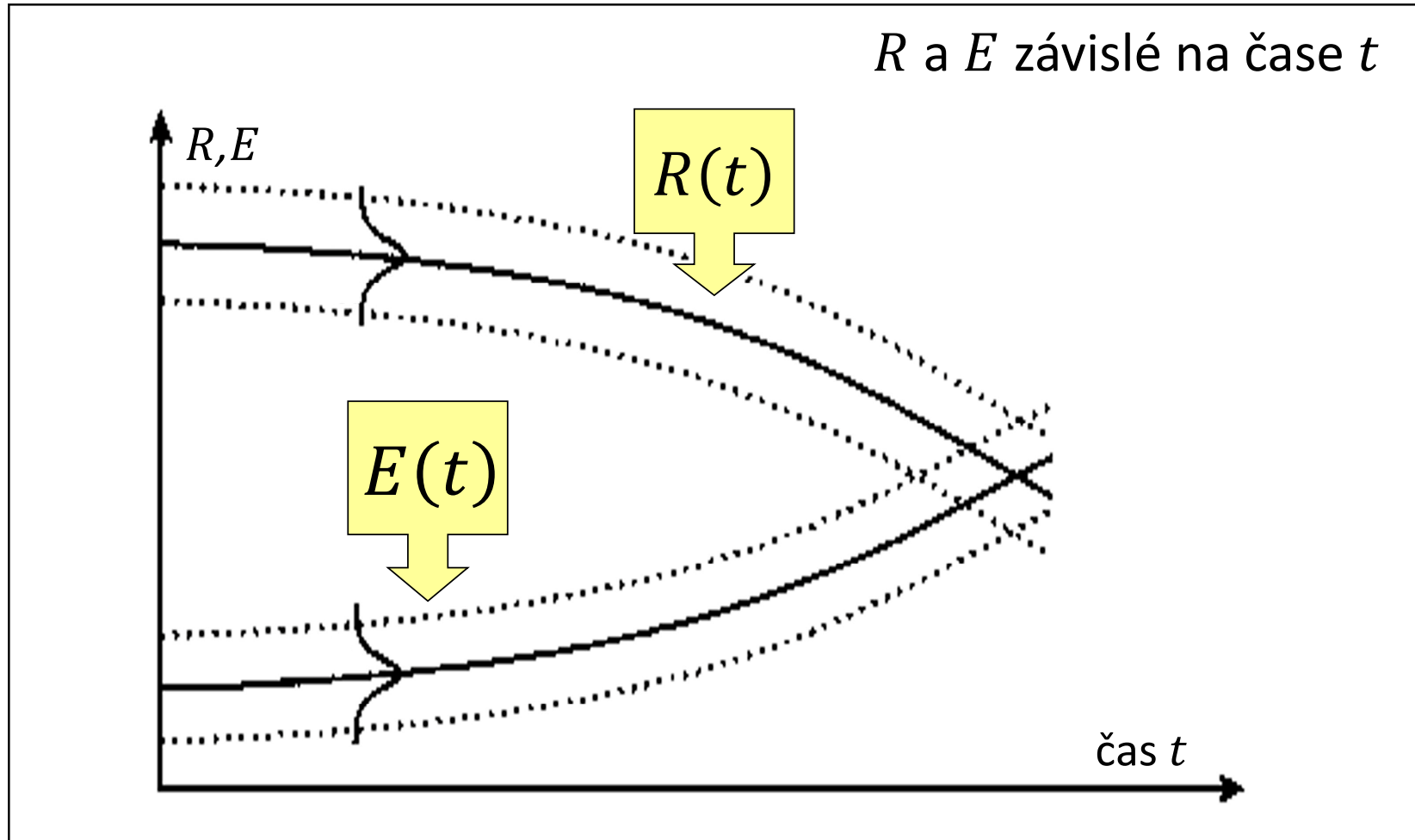
Study G



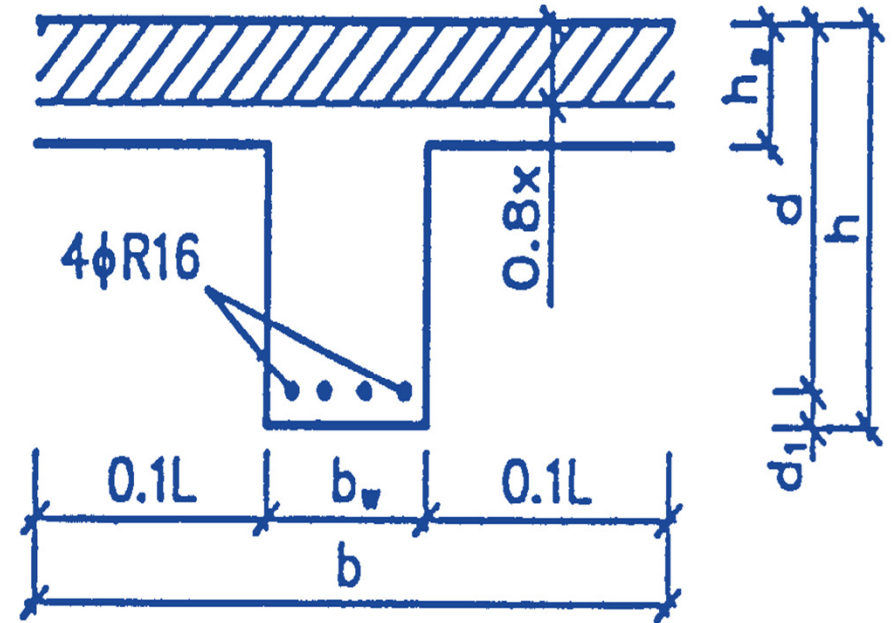
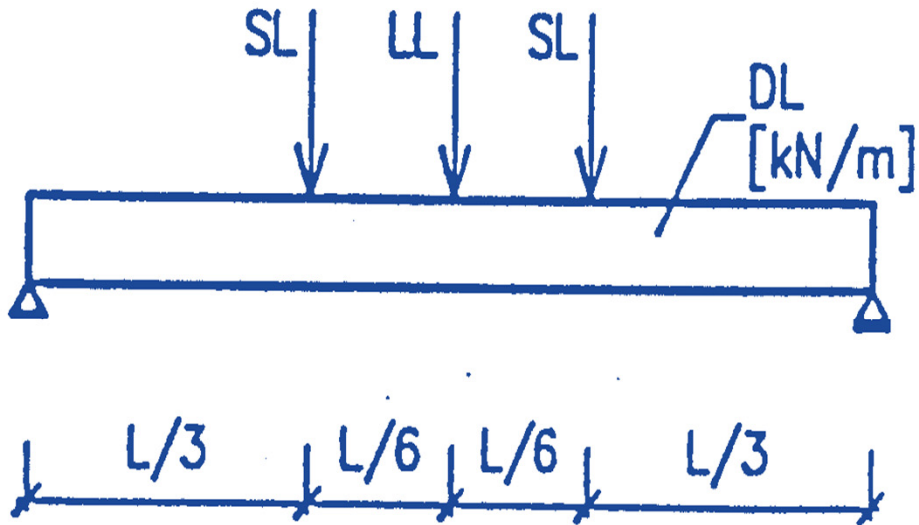
Study H



# Posouzení životnosti konstrukce



# Výpočet bezpečné doby provozu nosníku

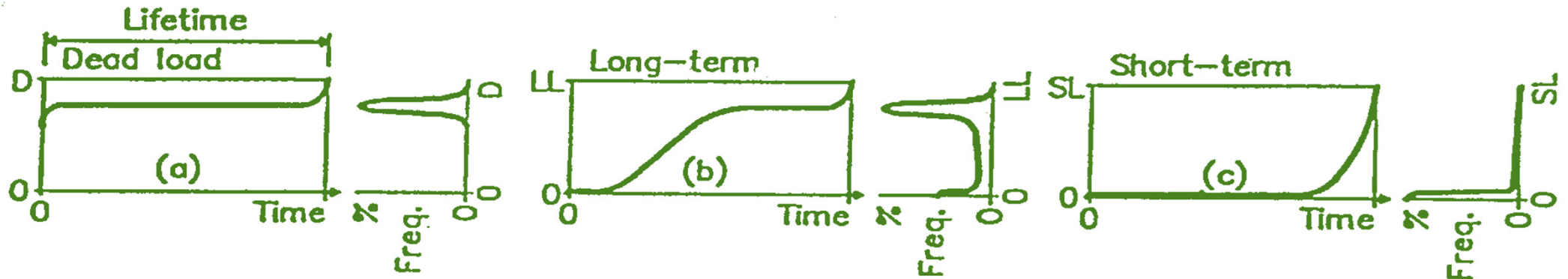




# Křivky trvání zatížení

$$RF = \{M_R(t) - M_E(t)\}$$

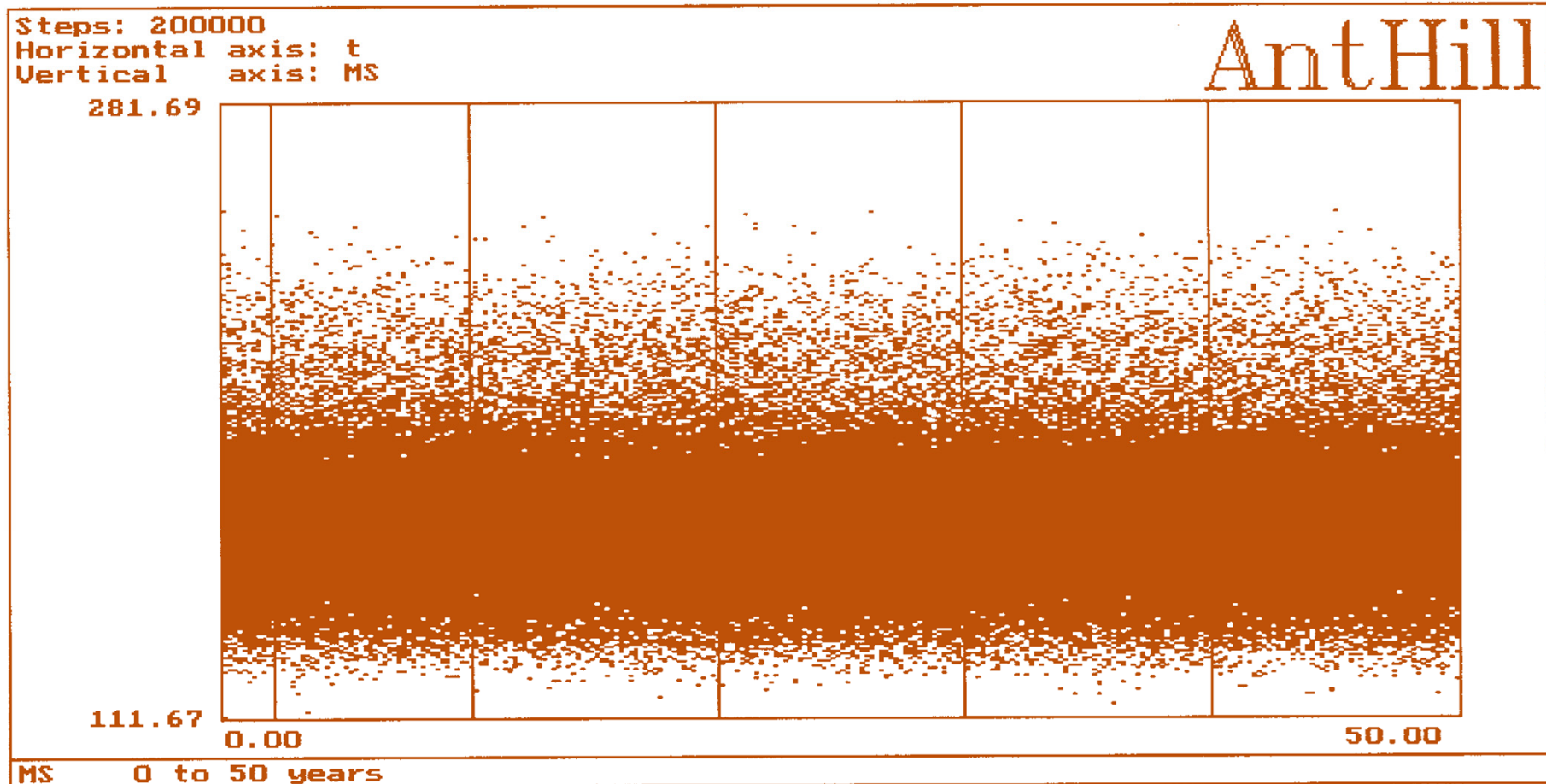
$$M_E(t) = \frac{1}{8} \cdot (DL \cdot DL_{var}) \cdot L^2 + \frac{1}{4} \cdot (LL \cdot LL_{var}) \cdot L + \frac{1}{3} \cdot (SL \cdot SL_{var}) \cdot L$$



$$M_R(t) = (A_S \cdot A_{S,var}) \cdot f_y \cdot z \quad [\text{kN.m}]$$

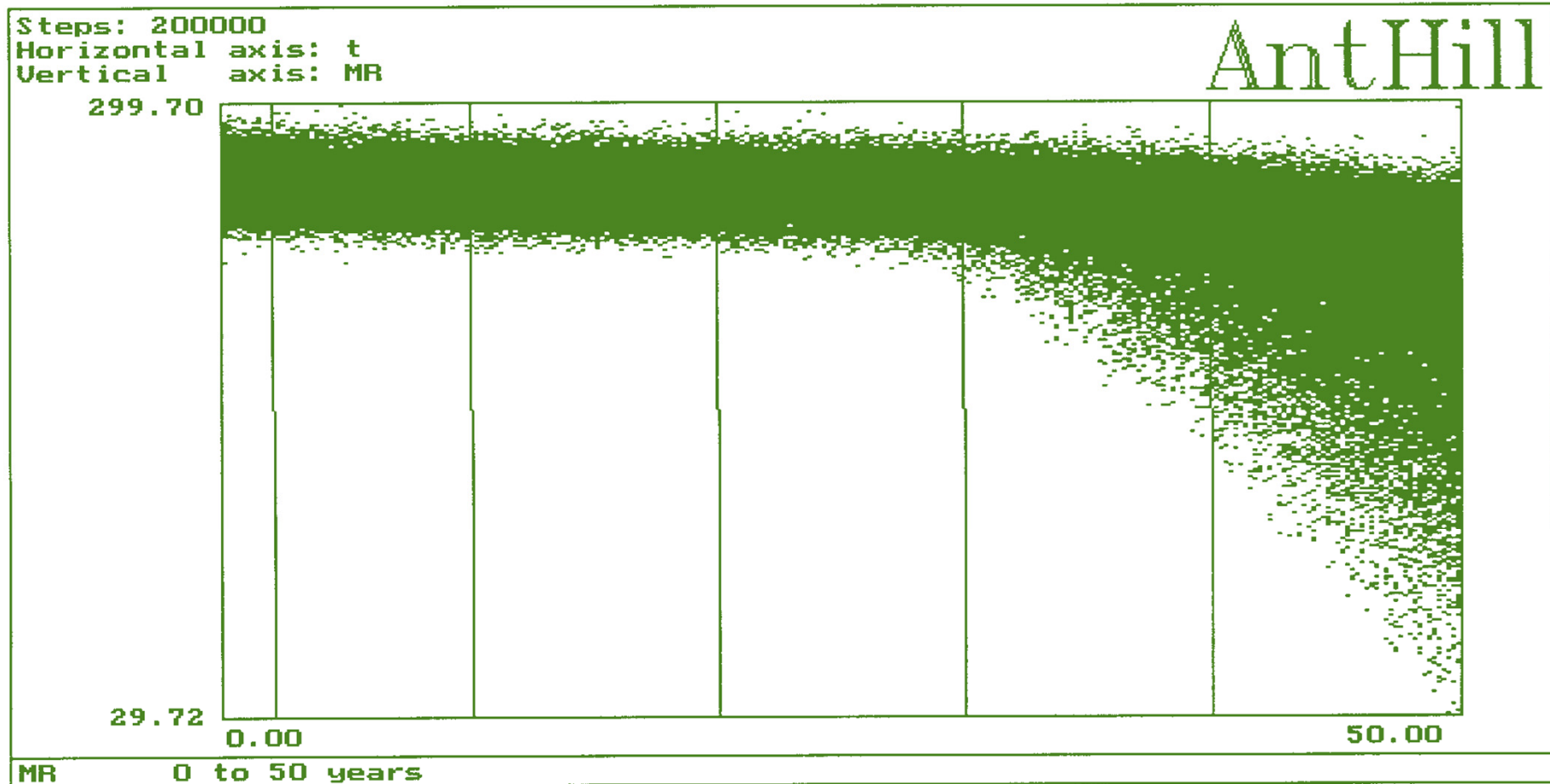
# Účinek zatížení

$M_E(t)$  [kN.m] 0 až 50 let



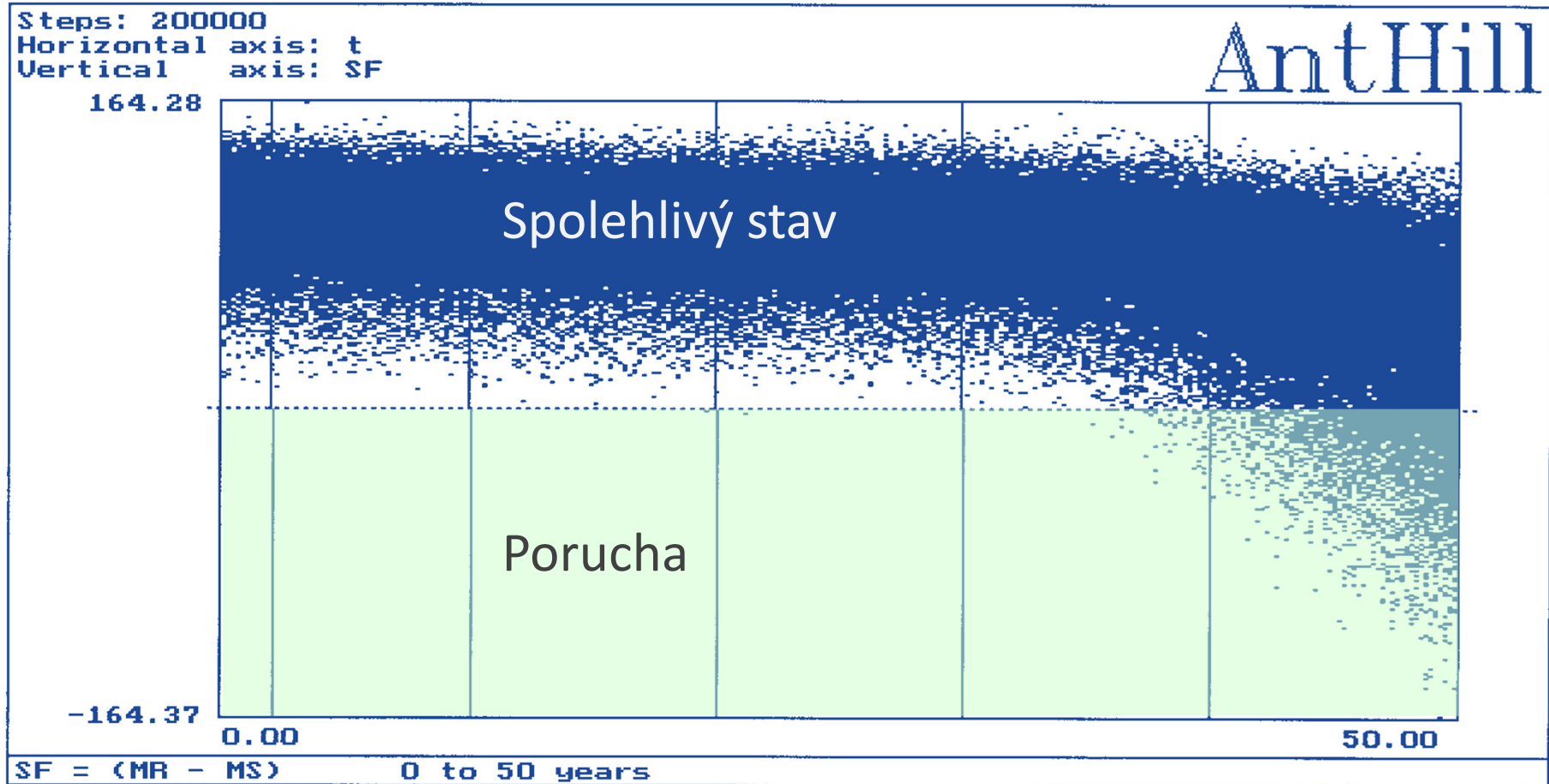
# Odolnost konstrukce

$M_R(t)$  [kN.m] 0 až 50 let



# Funkce spolehlivosti

$RF(t)$  [kN.m] 0 až 50 let



# Funkce spolehlivosti

$$P_f = 0,00005, t = 30 \text{ let}$$

