

Téma 1: Úvod do předmětu

- Spolehlivost stavebních konstrukcí
- Metody pro návrh stavebních konstrukcí
- Praviděpodobnostní přístup

Spolehlivost stavebních konstrukcí

Spolehlivost je obecně definovaná jako **vlastnost věci sloužit účelu**, pro který byla zhotovena.

Spolehlivost stavební konstrukce nebo **nosného prvku** - schopnost plnit stanovené požadavky za určených podmínek během návrhové životnosti:

- **Bezpečnost**,
- **Hospodárnost**,
- **Estetika**,
- **Životnost (trvanlivost)** a **použitelnost** dílců a soustav navrhované nebo posuzované konstrukce.

Foto:

doc. Ing. Karel Kubečka, Ph.D.



Spolehlivost stavebních konstrukcí

Původní vzhled mostu Mississippi
Bridge z roku 1967,
Minneapolis, USA



Spolehlivost stavebních konstrukcí



Havárie mostu přes řeku Mississippi,
Minneapolis, USA, srpen 2007

Spolehlivost stavebních konstrukcí



Havárie mostu přes řeku
Mississippi,
Minneapolis, USA, srpen 2007

Spolehlivost stavebních konstrukcí



Havárie mostu přes řeku
Mississippi,
Minneapolis, USA, srpen 2007

Spolehlivost stavebních konstrukcí



Havárie mostu přes řeku
Mississippi,
Minneapolis, USA, srpen 2007

Spolehlivost stavebních konstrukcí



Havárie mostu přes řeku
Mississippi,
Minneapolis, USA, srpen 2007

Spolehlivost stavebních konstrukcí



Sídlo stavební firmy TCHAS,
Ostrava, foto:
doc. Ing. Karel Kubečka, Ph.D.

Spolehlivost stavebních konstrukcí



Sídlo stavební firmy TCHAS,
Ostrava, foto:
doc. Ing. Karel Kubečka, Ph.D.

Spolehlivost stavebních konstrukcí



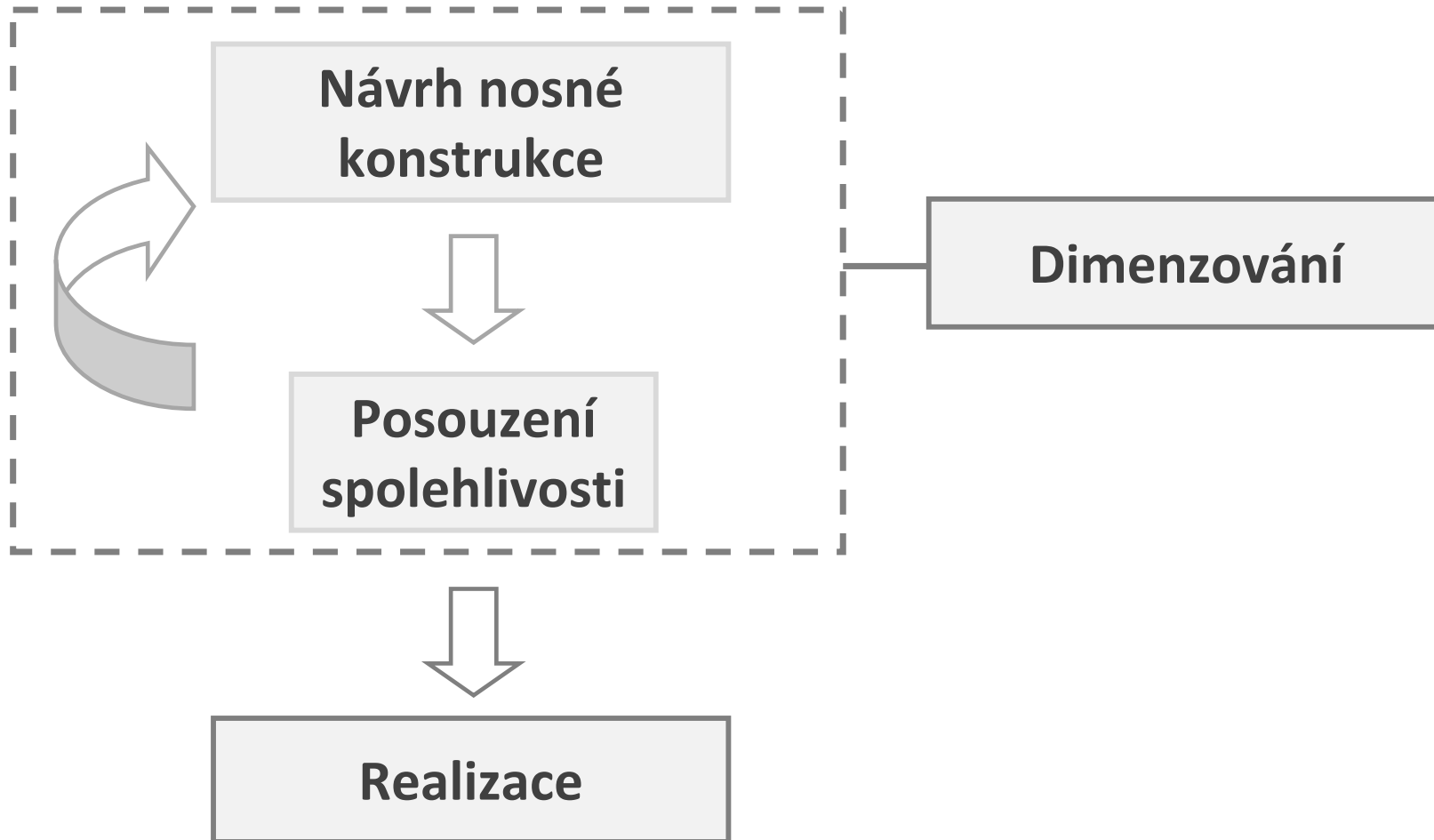
Destrukce betonového vazníku,
foto: Prof. Ing. Radim Čajka, CSc.

Spolehlivost stavebních konstrukcí



Destrukce dřevěné konstrukce střechy
v Ostravě,
foto: doc. Ing. Karel Kubečka, Ph.D.

Princip navrhování stavebních konstrukcí



Metody pro návrh stavebních konstrukcí

Způsob zahrnutí nejistot a zajištění spolehlivosti konstrukcí při navrhování se vyvíjel v úzké závislosti na dostupných experimentálních i teoretických poznatcích v oblasti stavební mechaniky, teoretické pružnosti a matematické statistiky.

Vývoj různých metod pro navrhování stavebních konstrukcí se postupně ustálil na třech všeobecně používaných metodách, které se v různých modifikacích uplatňují v normách pro navrhování konstrukcí dodnes:

- a) **Metoda dovolených namáhání,**
- b) **Metoda stupně bezpečnosti,**
- c) **Metoda mezních stavů.**

Přijatelné meze požadavků na bezpečnost a provozuschopnost před vznikem poruchy se nazývají **mezní stavy**.

Metoda dovolených namáhání

Metoda dovolených namáhání (Allowable Strength Design - ASD) byla první celosvětově rozšířenou metodou navrhování stavebních konstrukcí. Vychází z podmínky, že napětí v konstrukci σ - účinek provozního zatížení, je menší než dovolené namáhání materiálu σ_{dov} dělené součinitelem μ :

$$\sigma \leq \frac{\sigma_{dov}}{\mu}$$

Součinitel μ je stanoven s ohledem na **nejistoty** při stanovení účinku zatížení i odolnosti materiálu, a má tedy s dostatečnou zárukou **zajistit spolehlivost** celé konstrukce.

Hlavní nedostatky: nemožnost individuálního přihlédnutí k nejistotám jednotlivých základních veličin a výpočtových modelů pro stanovení účinku zatížení i odolnosti konstrukce.

Metoda stupně bezpečnosti

Metoda stupně bezpečnosti (Load Factor nebo Ultimate Load Method) byla druhou všeobecně rozšířenou metodou pro navrhování stavebních konstrukcí (např. betonových konstrukcí), která byla zaváděna do praxe po II. světové válce. Metoda vycházela z podmínky:

$$s = \frac{\bar{R}}{\bar{S}} > s_0$$

Metoda s dokonalejším vystižením chování prvku a jeho průřezů, vyjádřeném odolností průřezu \bar{R} a účinkem zatížení \bar{S} .

Stupeň bezpečnosti s_0 byl předepsán odlišnými hodnotami pro různé způsoby namáhání.

Hlavní nedostatky: nemožnost přihlédnout k nejistotám jednotlivých základních veličin a teoretických modelů (podobně jako u metody dovolených namáhání).

Metoda mezních stavů

Metoda mezních stavů (Limit State Design - LSD) byla do praxe zaváděna přibližně v polovině minulého století (v ČR od počátku 60. let, prof. Hruban).



Konrád Jaroslav HRUBAN
(1893 - 1977)



Hangár „F“ Ruzyně - první hala v ČR navržena podle metody mezních stavů (1966, M.Horák)

Hlavní přínosy:

- Progresivní přístup k **hodnocení jednotlivých nahodile proměnných veličin** vstupujících do podmínek spolehlivosti,
- Komplexní pohled na **soubor kritérií únosnosti a použitelnosti**, opírajících se o statistiku a pravděpodobnostní počet.

Mezní stav únosnosti

Spolehlivost konstrukcí se ověřuje **metodou dílčích součinitelů spolehlivosti** (metoda parciálních součinitelů spolehlivosti) – polopravděpodobnostní metoda.

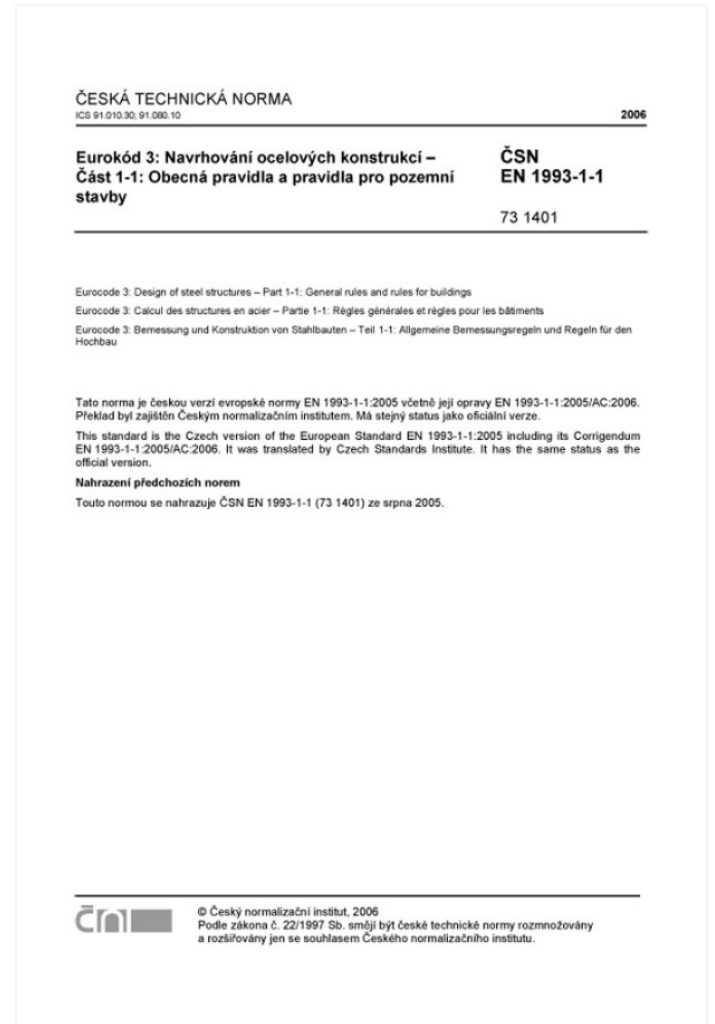
Konstrukce ztrácí spolehlivost, jestliže překročí některý z mezních stavů:

- **mezní stav únosnosti,**
- **mezní stav použitelnosti.**

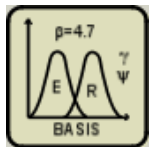
Metoda mezních stavů se používá v **Eurokódech**.

ČSN EN 1993-1-1

Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí –
Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby



Eurokódy pro navrhování staveb



ČSN EN 1990 Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí

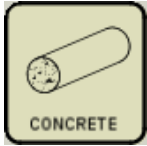
ČSN EN 1991 Eurokód 1: Zatížení konstrukcí



- ČSN EN 1991-1-1** Obecná zatížení - Objemové tíhy, vlastní tíha a užitná zatížení pozemních staveb
- ČSN EN 1991-1-2** Obecná zatížení - Zatížení konstrukcí vystavených účinkům požáru
- ČSN EN 1991-1-3** Obecná zatížení - Zatížení sněhem
- ČSN EN 1991-1-4** Obecná zatížení - Zatížení větrem
- ČSN EN 1991-1-5** Obecná zatížení - Zatížení teplotou
- ČSN EN 1991-1-6** Obecná zatížení - Zatížení během provádění
- ČSN EN 1991-1-7** Obecná zatížení - Mimořádná zatížení
- ČSN EN 1991-2** Zatížení mostů dopravou
- ČSN EN 1991-3** Zatížení od jeřábů a strojního vybavení
- ČSN EN 1991-4** Zatížení zásobníků a nádrží

Eurokódy pro navrhování staveb

Soubor celkem **57 evropských norem** pro navrhování stavebních konstrukcí



ČSN EN 1992 Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí

ČSN EN 1993 Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí



ČSN EN 1994 Eurokód 4: Navrhování spřažených ocelobetonových konstrukcí

ČSN EN 1995 Eurokód 5: Navrhování dřevěných konstrukcí



ČSN EN 1996 Eurokód 6: Navrhování zděných konstrukcí

ČSN EN 1997 Eurokód 7: Navrhování geotechnických konstrukcí



ČSN EN 1998 Eurokód 8: Navrhování konstrukcí odolných proti zemětřesení

ČSN EN 1999 Eurokód 9: Navrhování hliníkových konstrukcí



Mezní stav únosnosti

Překročení mezního stavu únosnosti má za následek porušení konstrukce a většinou vyvolá potřebu významné opravy nebo odstranění konstrukce:

- Úplné nebo částečné **zřícení**,
- **Porušení celistvosti prvků** (zlomení, přetržení),
- **Ztráta stability** jako celku (překlopení opěrné zdi, sesuv objektu).



Nahodile proměnné veličiny

Náhodnost se uplatňuje u každé části systému, zejména:

Konstrukce:

- vlastnosti materiálu
- geometrické nepřesnosti (imperfekce, průřezové charakteristiky)

Zatížení:

- stálé
- užitné
- klimatické (vítr, sníh)

Prostředí stavby:

- vlhkost (koroze), chloridy (degradace betonu)



Dílčí součinitelé spolehlivosti

Snížení pravděpodobnosti překročení mezního stavu únosnosti se provádí úpravou charakteristických hodnot zatížení a vlastností materiálu (zaváděním **návrhových hodnot**) **dílčími součiniteli spolehlivosti** γ :

$$\gamma \geq 1$$

$$E_d = E_k \cdot \gamma$$

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M}$$

Charakteristické hodnoty základních veličin (zatížení, geometrické a materiálové vlastnosti) jsou odvozeny ze statistických charakteristik těchto veličin.

Metodika výpočtu se podle EC zavádí v celé EU, ale některé číselné hodnoty se volí v každé zemi individuálně – **Národní předmluva** a **Národní příloha**.

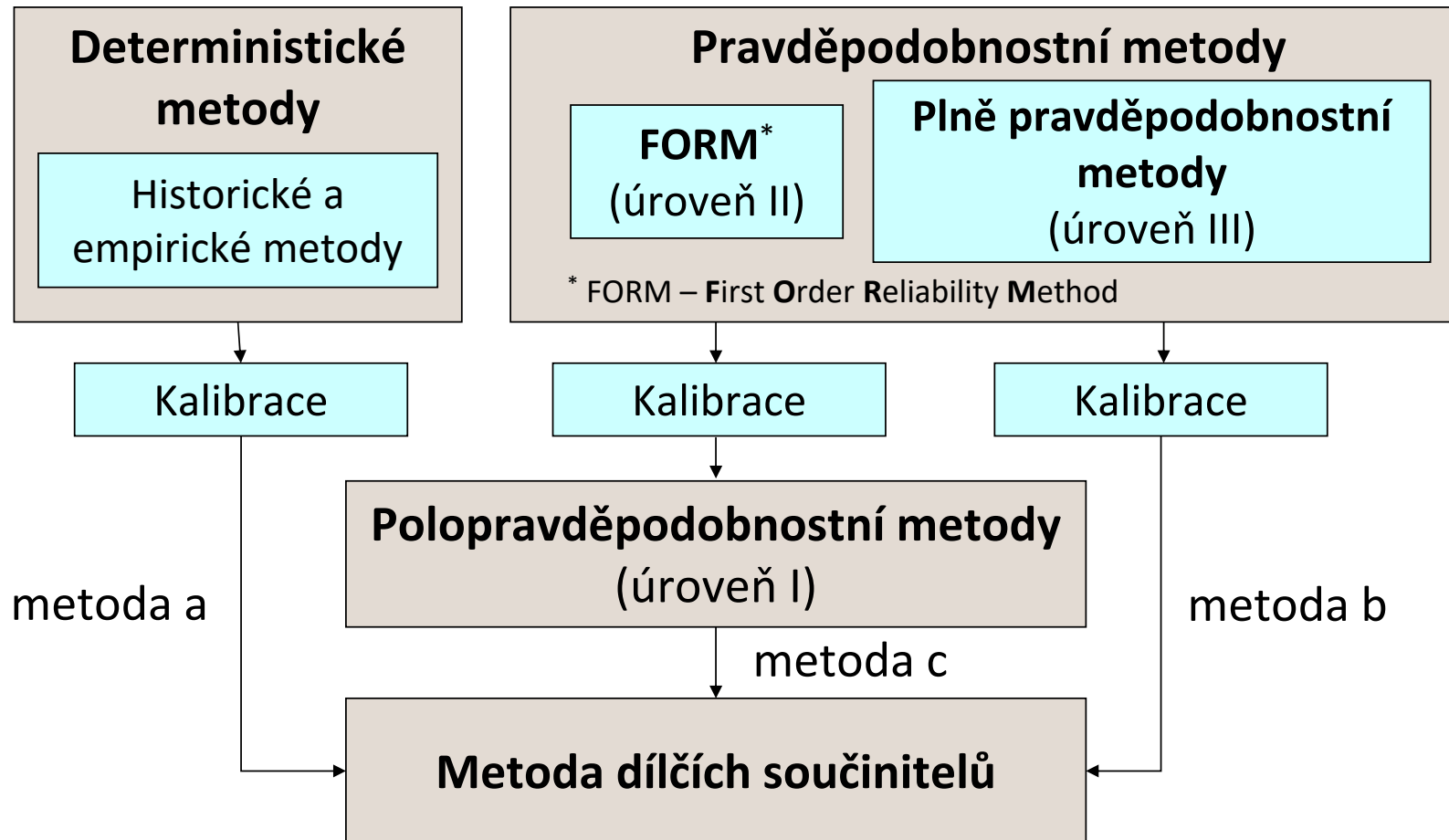
Dílčí součinitelé spolehlivosti

Dílčí součinitele spolehlivosti γ lze získat:

- **Kalibrací** těchto součinitelů na základě:
 - dlouhodobých zkušeností ze stavební praxe,
 - srovnáním s národními normami,
 - porovnávacími analýzami včetně **pravděpodobnostních postupů**, které se opírají o pravděpodobnostní metody teorie spolehlivosti.
- **Statistickým vyhodnocením** experimentálních údajů a zkoušek.



Přehled spolehlivostních metod



Diferenciace spolehlivosti konstrukcí

Diferenciace spolehlivosti konstrukcí je založena na:

- volbě hodnot **indexů spolehlivosti**,
- úpravě **dílčích součinitelů** pro zatížení nebo vlastností týkajících se odolnosti,
- úrovni **kontroly při navrhování**,
- úrovni **kontroly během provádění**,
- úrovni **inspekce** a dodržování postupů podle projektové dokumentace.

Pro účely **diferenciace spolehlivosti** doporučeny tři třídy následků **CC1** až **CC3** (*consequences classes*).

Definice tříd následků podle ČSN EN 1990

<i>Třídy následků</i>	<i>Popis</i>	<i>Příklady pozemních nebo inženýrských staveb</i>
CC3	Velké následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo velmi významné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí	Stadióny, budovy určené pro veřejnost, kde jsou následky poruchy vysoké (např. koncertní sály)
CC2	Střední následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo značné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí	Obytné a administrativní budovy určené pro veřejnost, kde jsou následky poruchy středně závažné (např. kancelářské budovy)
CC1	Malé následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo malé/zanedbatelné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí	Zemědělské budovy, kam lidé běžně nevstupují (např. budovy pro skladovací účely, skleníky)

Pravděpodobnostní přístup

Míra spolehlivosti se v metodách II. a III. úrovně vyjadřuje prostřednictvím **pravděpodobnostních ukazatelů spolehlivosti** (index spolehlivosti β , pravděpodobnost poruchy P_f).

Kritérium spolehlivosti:

$$P_f \leq P_d$$

$$\beta_d < \beta$$

P_f ... pravděpodobnost poruchy

P_d ... návrhová pravděpodobnost

Funkce spolehlivosti:

$$RF = R - E$$

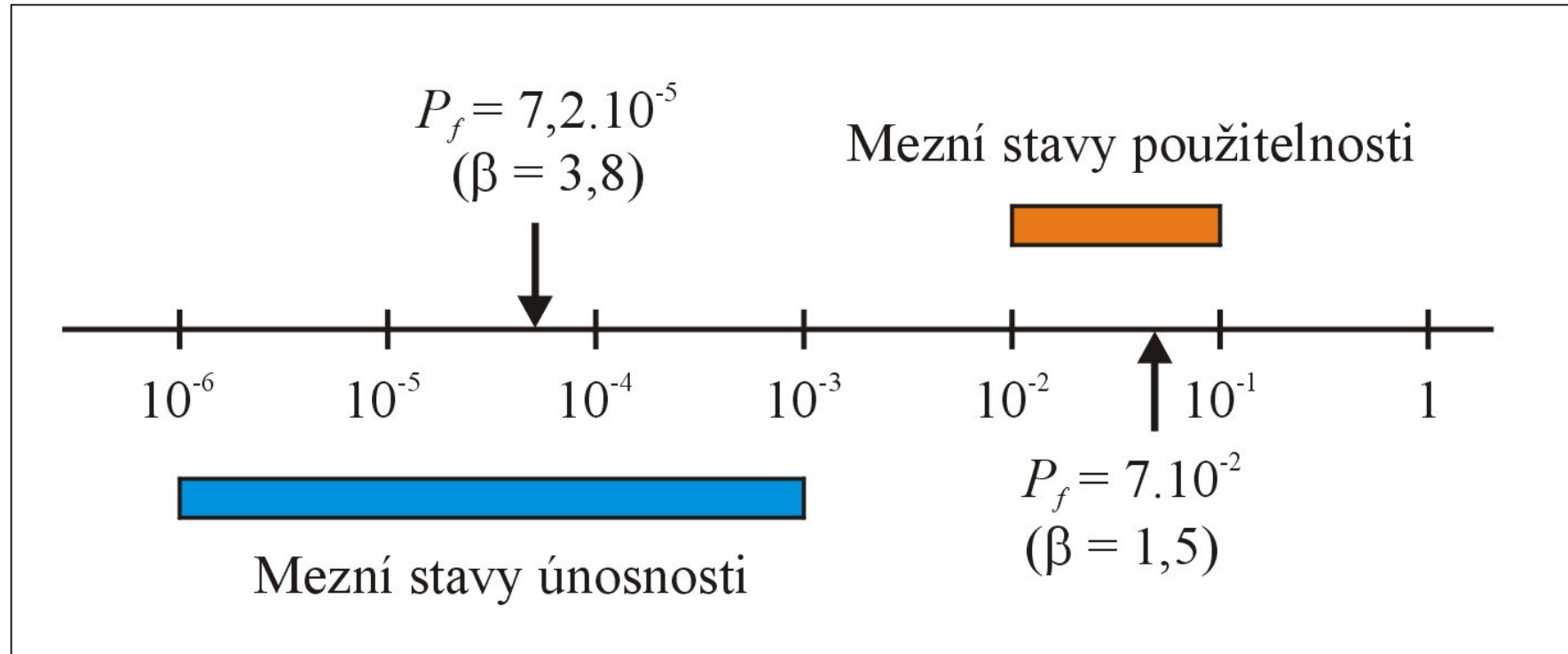
R ... odolnost konstrukce

E ... účinek zatížení

$$P_f = P(RF < 0) = P(R < E)$$



Ukazatel spolehlivosti



Obvyklý rozsah hodnot **pravděpodobnosti poruchy** P_f pro návrhovou životnost 50 let a **mezní stavy únosnosti** a **použitelnosti** (a doporučené hodnoty)

Návrhová pravděpodobnost

Doporučené minimální hodnoty **indexu spolehlivosti** β a **návrhové pravděpodobnosti** P_d pro **mezní stav únosnosti** podle ČSN EN 1990:

Třída (úroveň) spolehlivosti	Minimální hodnoty β		P_d
	Referenční doba 1 rok	Referenční doba 50 let	
RC3 (velké důsledky)	5,2	4,3	$8,4 \cdot 10^{-6}$
RC2 (střední důsledky)	4,7	3,8	$7,2 \cdot 10^{-5}$
RC1 (malé důsledky)	4,2	3,3	$4,8 \cdot 10^{-4}$

Návrhová pravděpodobnost

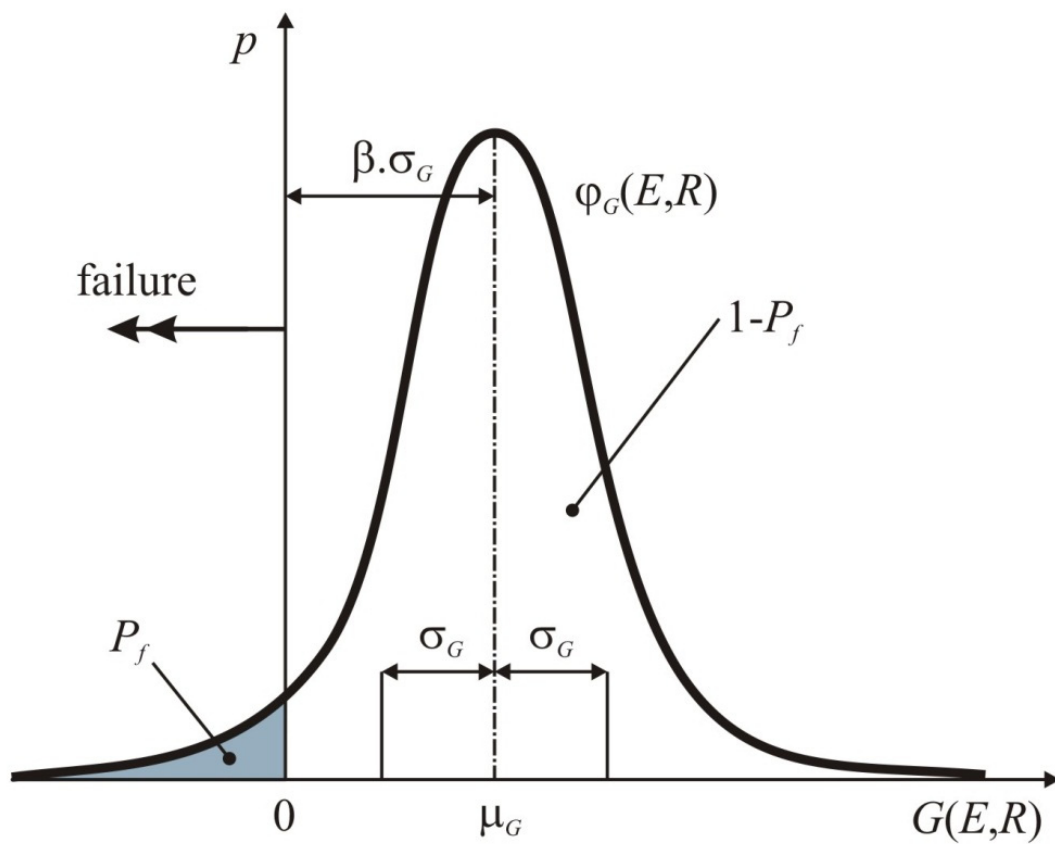
Doporučené minimální hodnoty **indexu spolehlivosti** β a **návrhové pravděpodobnosti** P_d pro **mezní stav použitelnosti** podle ČSN EN 1990:

Třída (úroveň) spolehlivosti	Minimální hodnoty β		P_d
	Referenční doba 1 rok	Referenční doba 50 let	
RC2 (střední důsledky)	2,9	1,5	$6,7 \cdot 10^{-2}$

Závislost mezi **pravděpodobností poruchy** P_f a **indexem spolehlivosti** β

P_f	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-7}	10^{-8}
β	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,20

Index spolehlivosti, pravděpodobnost poruchy



Index spolehlivosti β představuje geometricky vzdálenost střední hodnoty μ_G funkce spolehlivosti G od počátku, která je stanovena v jednotkách směrodatné odchylky σ_G :

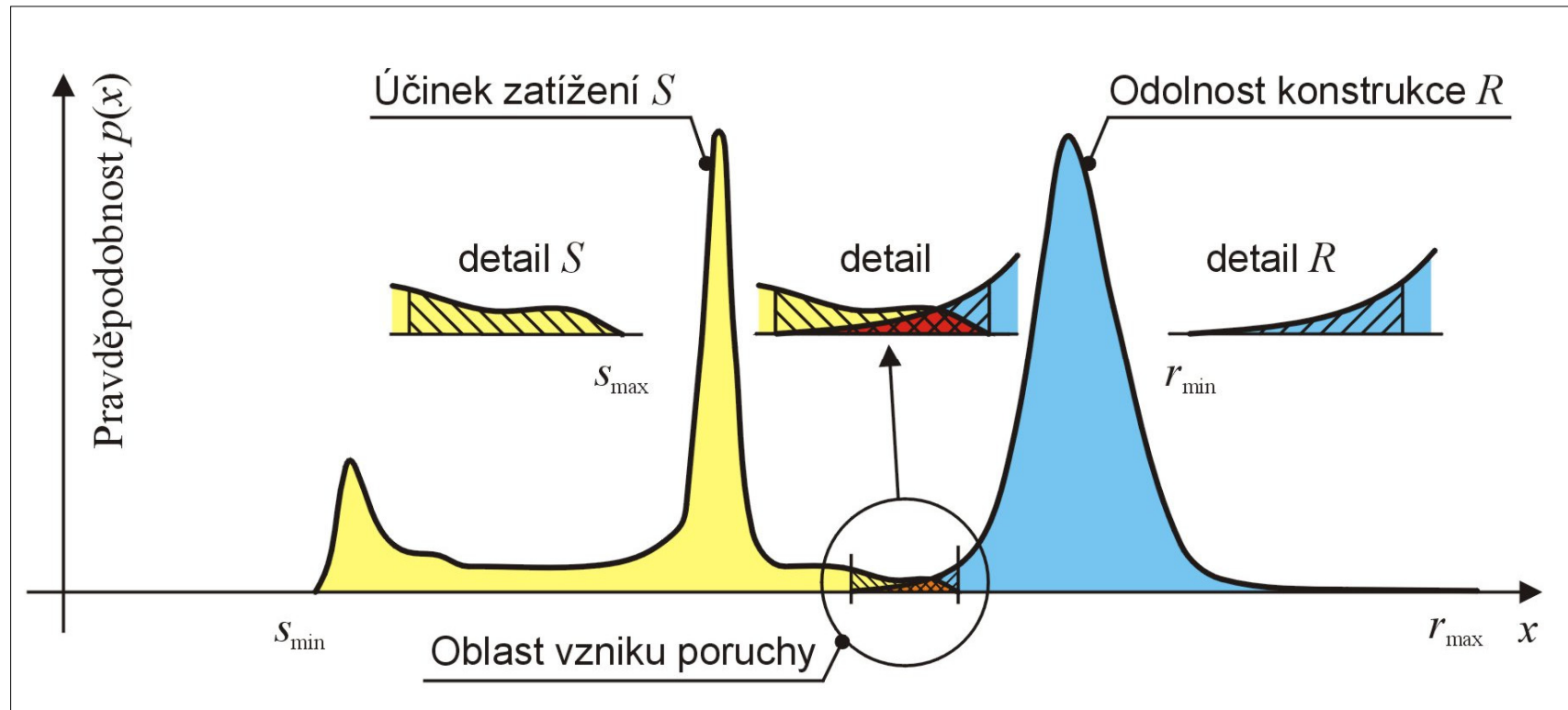
$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G}$$

Výpočet pravděpodobnosti poruchy

Porucha nastane, je-li splněna podmínka:

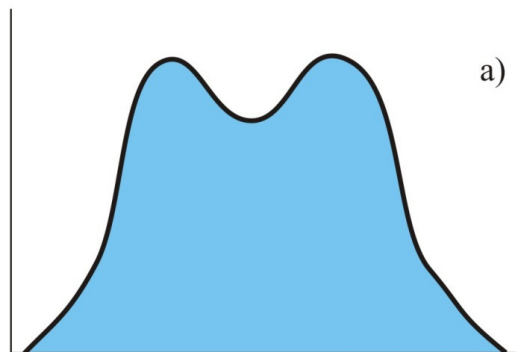
$$RF < 0$$

$$RF = R - S$$

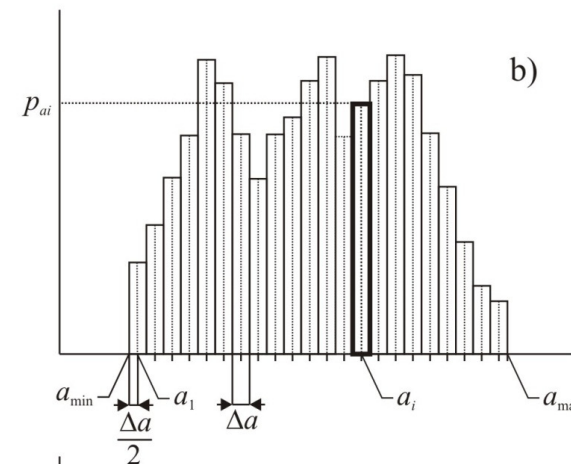


Aproximace rozdělení pravděpodobnosti

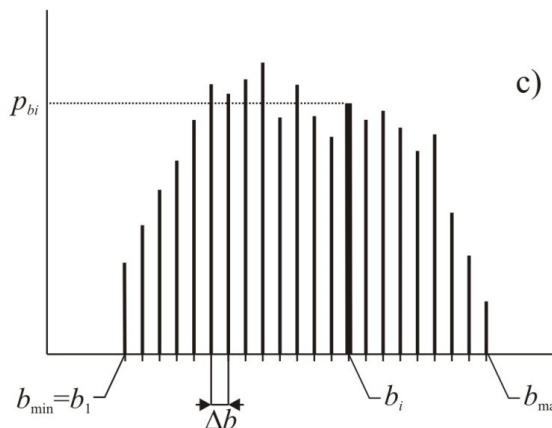
a) Původní (**original**)
rozdělení pravděpodobnosti
spojité náhodné veličiny



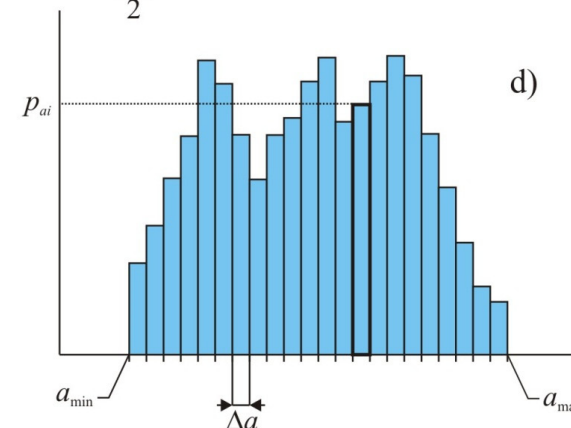
b) Diskrétní (**discrete**) aproximace
původního rozdělení
pravděpodobnosti



c) Čistě diskrétní (**pure discrete**)
aproximace původního rozdělení
pravděpodobnosti



d) Po částech rovnoměrná (**piece-wise uniform**)
aproximace původního rozdělení
pravděpodobnosti

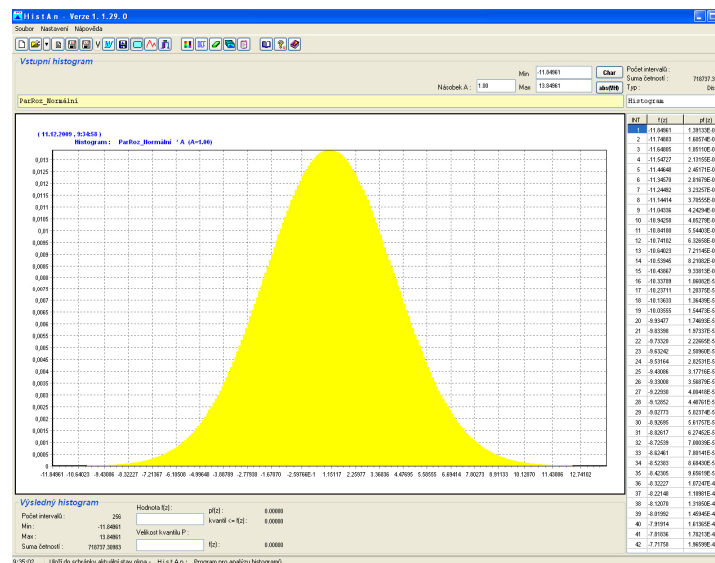
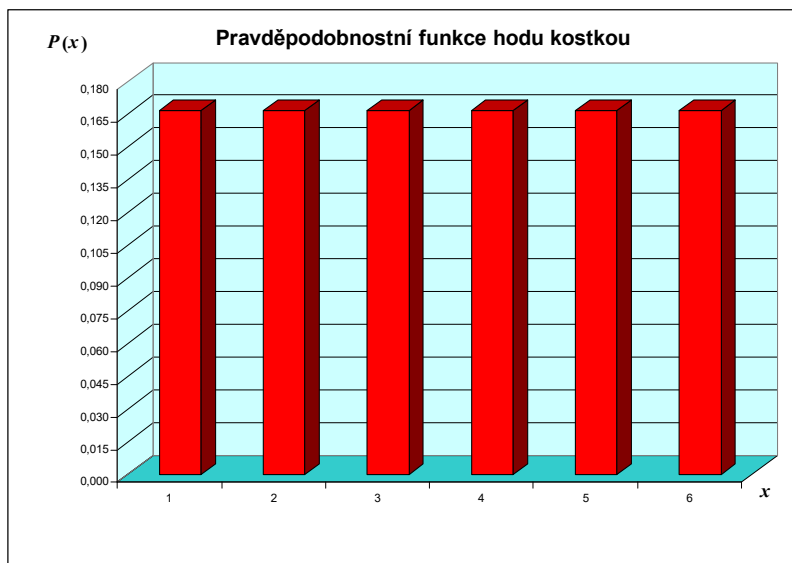


Náhodná veličina

Náhodná veličina může být:

- **diskrétní** – obor hodnot je konečná nebo nekonečná množina čísel,
- **spojitá** – obor hodnot je otevřený nebo uzavřený interval reálných čísel.

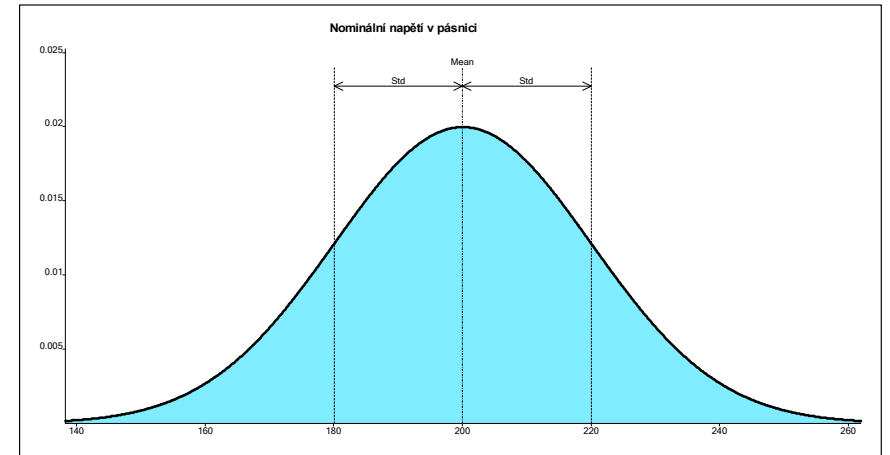
Rozdělení pravděpodobnosti: funkce, která přiřazuje náhodným veličinám pravděpodobnosti.



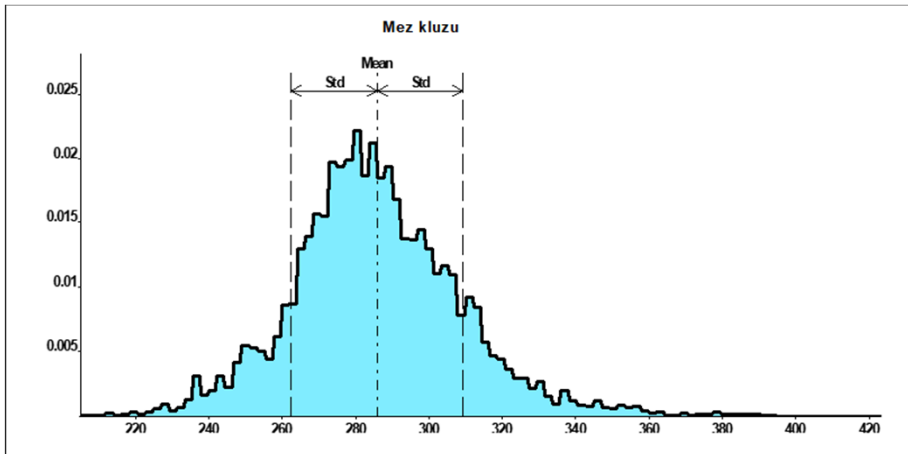
Rozdělení pravděpodobnosti

Parametrické rozdělení pravděpodobnosti – pravděpodobnosti jsou definovány analytickou funkcí – např. obecný vzorec funkce **normálního (Gaussova) rozdělení pravděpodobnosti**:

$$f(x|\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



Parametry – charakteristiky funkce hustoty pravděpodobnosti náhodné proměnné (např. μ **střední hodnota** a σ **směrodatná odchylka**)



Neparametrické (empirické) rozdělení pravděpodobnosti – definováno na základě měření a monitoringu.

Výpočet pravděpodobnosti poruchy

Analýza spolehlivosti vede k odhadu pravděpodobnosti poruchy:

$$P_f = \int_{D_f} f(X_1, X_2, \dots, X_n) dX_1, dX_2, \dots, dX_n$$

kde D_f je **oblast poruchy** a $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ **funkce poruchy** n **náhodných proměnných** X_1, X_2, \dots, X_n definovaných jejich rozdělením pravděpodobnosti.

Určení pravděpodobnosti poruchy P_f na základě explicitního výpočtu integrálu bývá velice obtížné.

Pravděpodobnostní metody

Simulační metody

Prostá simulace Monte Carlo,

Stratifikované simulační techniky:

- Latin Hypercube Sampling – LHS,
- Stratified Sampling – SC.

Pokročilé simulační metody:

- Importance Sampling – IS,
- Adaptive Sampling – AS,
- Axis Orthogonal Importance Sampling,
- Directional Sampling – DS,
- Line Sampling – LS,
- Design Point Sampling,
- Subset Simulations,
- Descriptive Sampling,
- Slice Sampling.

Aproximační metody

- First (Second) Order Reliability Method - FORM (SORM),
- Response Surface Method – RSM,
- Perturbační techniky – např. Stochastic Finite Element Method (SFEM),
- Artificial Neural Network – ANN.

Numerické metody

(bez simulací a aproximací)

- Point Estimate Method – PEM,
- Přímý Optimalizovaný Pravděpodobnostní Výpočet – POPV (Direct Optimized Probabilistic Calculation – DOProC).

Přehled např. Krejsa & Králik (2015)

Ukázkový příklad, výpočetní model

Výpočetní model - vyjádření a idealizace skutečného statického či dynamického působení konstrukce v prostoru a čase matematicko-fyzikálními vztahy s použitím metod určujících napjatost, přetvoření, zrychlení apod. od zatížení obecně proměnného s časem.

Např.:

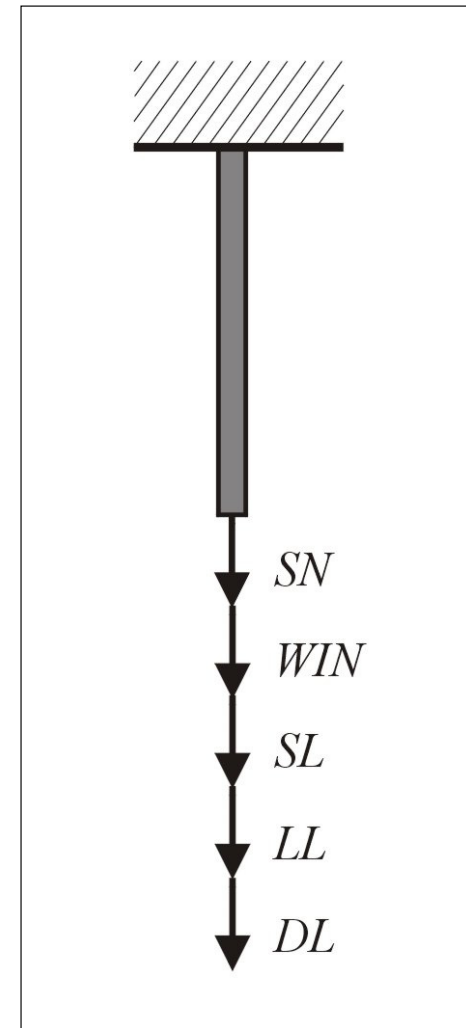
Funkce spolehlivosti: $RF = R - \text{abs}(E)$

Odolnost konstrukce (únosnost v osovém namáhání):

$$R = N_{Rd} = A_{\text{var}} \cdot f_y$$

Účinek zatížení (normálová síla):

$$E = N_{Ed} = 80 \cdot DL + 293,5 \cdot LL + 80 \cdot SL + 70 \cdot WIN + 40 \cdot SN$$



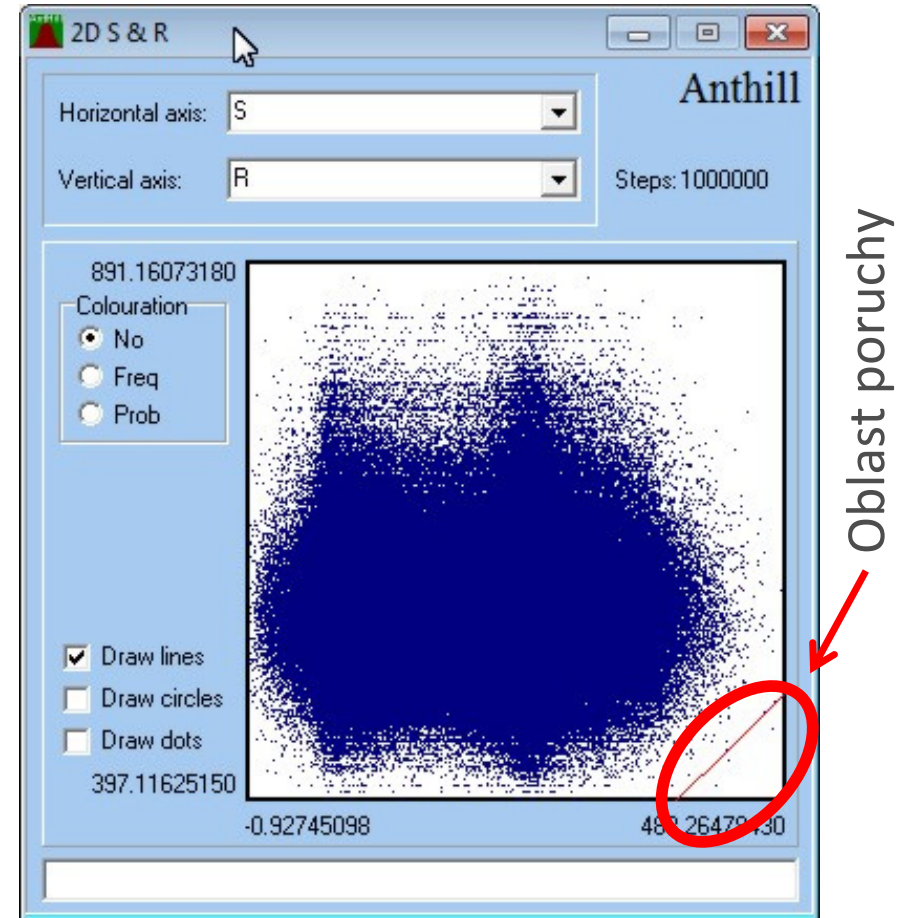
Simulation Based Reliability Assessment (SBRA)

Shrnutí:

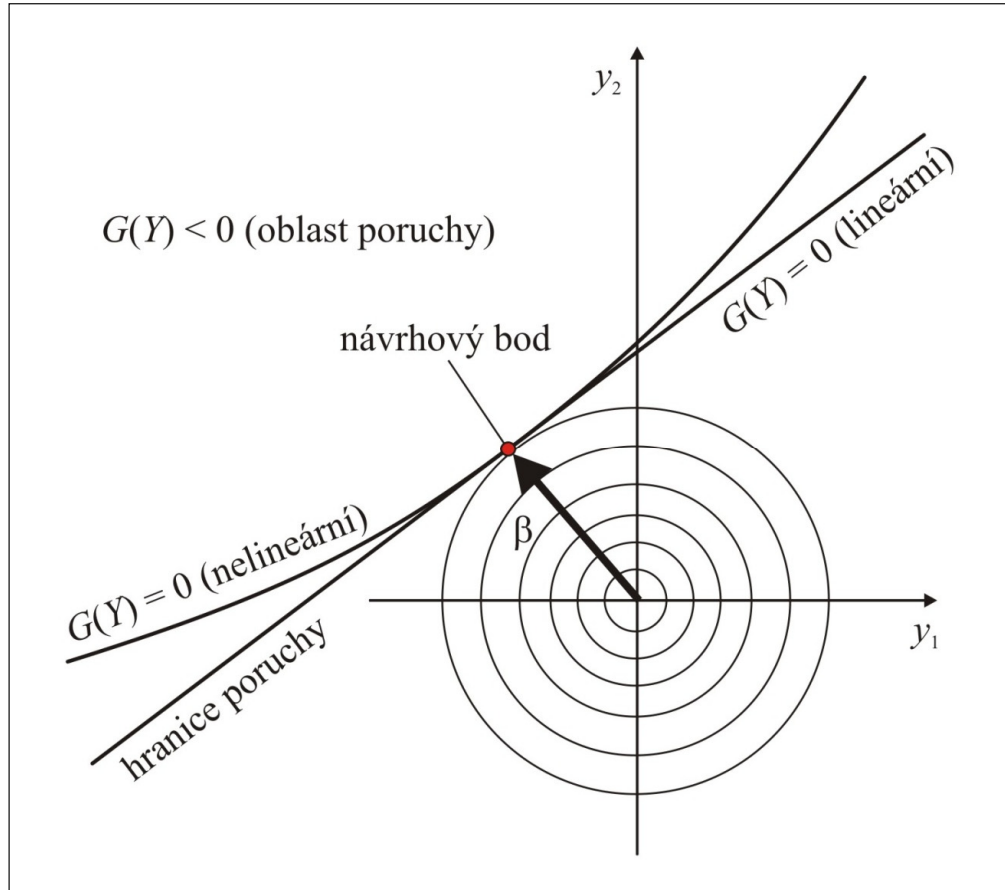
- Vstupní náhodné veličiny mohou být vyjádřeny useknutými **histogramy** s **neparametrickým rozdělením pravděpodobnosti**,
- Analýza funkce spolehlivosti je provedena simulací **Monte Carlo**,
- Spolehlivost je vyjádřena vztahem:

$$P_f = \frac{N_f}{N} \leq P_d$$

Výstup programu Anthill



Aproximační metody FORM a SORM



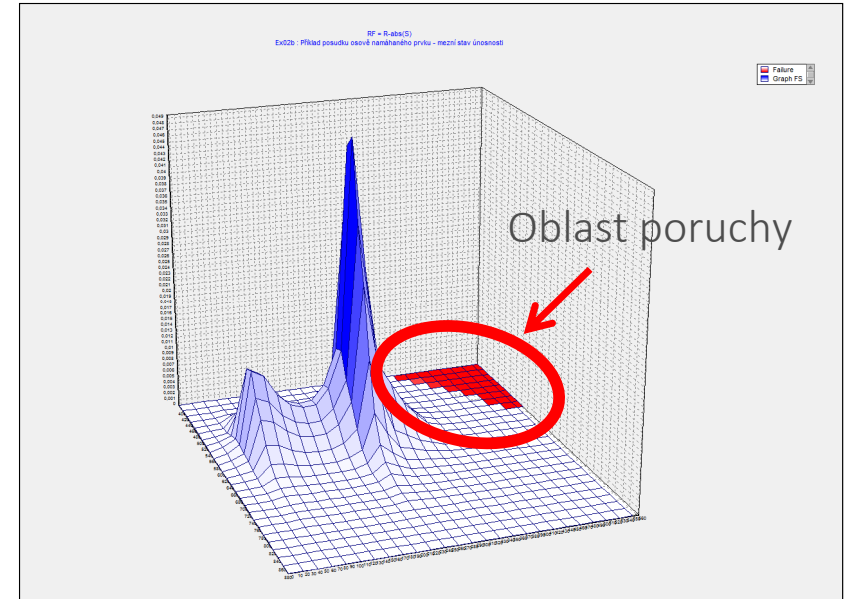
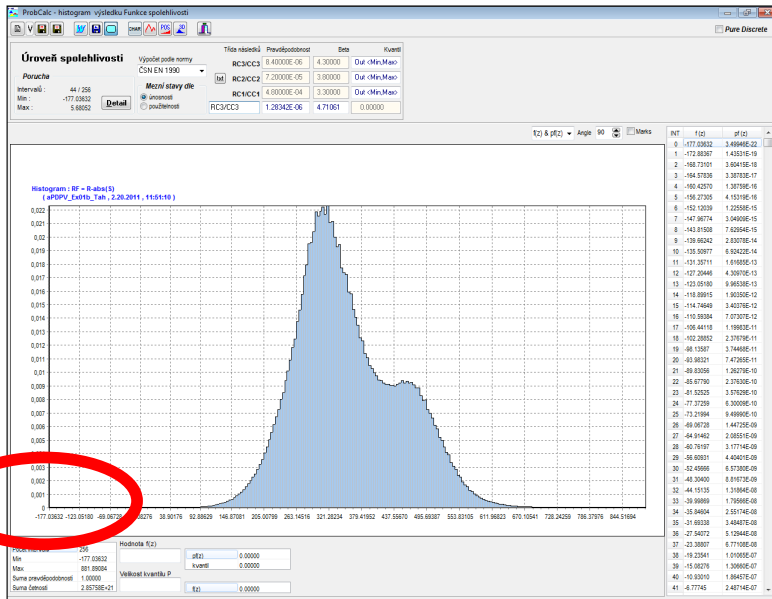
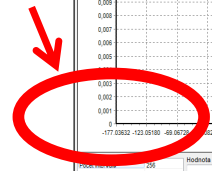
FORM (First-order Reliability Method) – **linearizace** funkce poruchy v návrhovém bodě.

SORM (Second-order Reliability Method) – **kvadratická aproximace** funkce poruchy v návrhovém bodě.

Přímý Optimalizovaný Pravděpodobnostní Výpočet

Metodu POPV lze použít pro posouzení spolehlivosti konstrukce nebo jiné pravděpodobnostní výpočty.

Oblast poruchy



Analyzovaná **funkce spolehlivosti** (výpočetní model) může být vyjádřena **analyticky** nebo **numericky** (s využitím dynamické knihovny).