

VŠB TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA | FAKULTA STAVEBNÍ | KATEDRA STAVEBNÍ MECHANIKY

## Téma 12: Stabilita štíhlých tlačných prutů, vzpěrný tlak

- Eulerovo řešení stability štíhlého tlačného prutu, kritické břemeno a kritické napětí.
- Ztráta stability štíhlých tlačných prutů v pružno-plastickém oboru
- Posouzení ocelových konstrukcí na vzpěr

06/12/22 Průžnost a plasticita 0

0

---

---

---

---

---

---

---

---

### Stabilita

**Stabilita** - schopnost zachovat nebo obnovit původní rovnovážný stav soustavy bez samovolného narůstání deformací.

06/12/22 Eulerovo řešení stability štíhlého tlačného prutu 1

1

---

---

---

---

---

---

---

---

### Stabilní, indiferentní, nestabilní stav

**a) Stabilní stav** - prut se navrátí do své původní polohy  
**b) Indiferentní** (mezilehlý případ – čistě teoretický) **stav** - prut zůstane vychýlen, ale deformace již nerostou  
**c) Nestabilní stav** - samovolný nárůst deformací

06/12/22 Eulerovo řešení stability štíhlého tlačného prutu 2

2

---

---

---

---

---

---

---

---

### Vzpěrná pevnost, vzpěrný tlak

**Štíhlé** nosné prvky namáhané tlakem – mohou vybočit ze svého původně přímého tvaru. Při zvyšování zatížení se prut stává nestabilním, dochází u něj k deformaci v příčném směru a následkem je jeho zborcení. Tento jev se nazývá **vzpěr**.

Odolnost proti tomuto vybočení – **vzpěrná pevnost**, namáhání **vzpěrným tlakem**.

- Jedná se materiálovými vlastnostmi
- geometrickými charakteristikami
- zatížením
- počáteční napjatostí
- o velmi složitý jev, který je ovlivněn:

Nejjednodušší model – ideálně pružný, přímý prut, centricky zatížený tlakovou silou. Ztráta stability nastane při dosažení **kritické hodnoty tlakové síly**.

06/12/22 Eulerovo řešení stability štíhlého tlaceného prutu 3

3

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Eulerovo řešení stability štíhlého tlaceného prutu

#### Předpoklady řešení

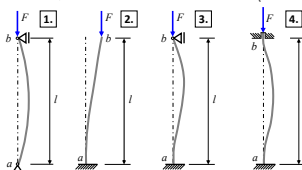
- ideálně pružný materiál
- prut je přímý
- tlaková síla působí v ose prutu
- deformace jsou **řádově menší než délka prutu** (teorie malých deformací)
- statické účinky se vyšetřují na zdeformovaném prutu (teorie II. řádu)



Leonhard Euler (1707 - 1783)

Základní Eulerovy případy prutů namáhaných vzpěrným tlakem:

1. prostě uložený prut
2. jednostranně vetknutý prut
3. prut s vetknutým a prostě uloženým koncem
4. oboustranně vetknutý prut



06/12/22 Eulerovo řešení stability štíhlého tlaceného prutu 4

4

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### 1. Prut oboustranně kloubově uložený

$$M = -E \cdot I \cdot w'' \rightarrow w'' = -\frac{M}{E \cdot I} \quad \text{Diferenciální rovnice II. řádu}$$

$$M(x) = F \cdot w(x) \rightarrow w'' = -\frac{F}{E \cdot I} \cdot w \quad \text{Substituce} \quad \alpha^2 = \frac{F}{E \cdot I}$$

$$w'' = -\alpha^2 \cdot w \rightarrow w'' + \alpha^2 \cdot w = 0$$

Obecné řešení:

$$w'' + \alpha^2 \cdot w = 0 \rightarrow w = c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x)$$

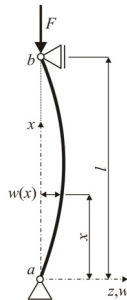
Důkaz:

$$w' = \alpha \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha \cdot x) - \alpha \cdot c_2 \cdot \sin(\alpha \cdot x)$$

$$w'' = -\alpha^2 \cdot c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) - \alpha^2 \cdot c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x)$$

$$w'' + \alpha^2 \cdot w = 0$$

$$-\alpha^2 \cdot c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) - \alpha^2 \cdot c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x) + \alpha^2 \cdot [c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x)] = 0$$



06/12/22 Eulerovo řešení stability štíhlého tlaceného prutu 5

5

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### 1. Prut oboustranně kloubově uložený

**Obecné řešení:**  $w = c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x)$

**Okrajové podmínky:**

$w(x=0) = 0$   $c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot 0) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot 0) = 0 \rightarrow c_2 = 0$

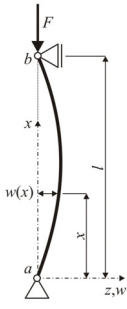
$w(x=l) = 0$   $c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot l) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot l) = 0$

**Řešení:**

a)  $c_1 = 0$  ... nulová příčná deformace – **stabilní** případ

b)  $\sin(\alpha \cdot l) = 0$  ... **stabilitní** řešení

**Stabilitní podmínka:**  $\sin(\alpha \cdot l) = 0$



06/12/22 Eulerovo řešení stability stíhého staženého prutu 6

---

---

---

---

---

---

---

---

6

### 1. Prut oboustranně kloubově uložený

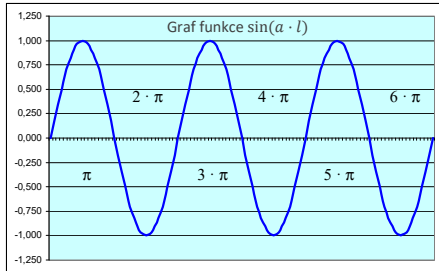
**Stabilitní podmínka:**  $\sin(\alpha \cdot l) = 0$

**Řešení:**

$\alpha \cdot l = k \cdot \pi$

$\alpha = \frac{k \cdot \pi}{l}$

Platné pro  $k = 1, 2, 3, \dots$



06/12/22 Eulerovo řešení stability stíhého staženého prutu 7

---

---

---

---

---

---

---

---

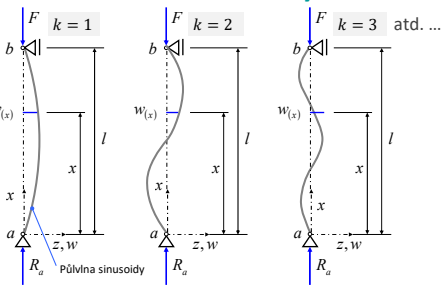
7

### 1. Prut oboustranně kloubově uložený

**Praktický význam má řešení pouze pro  $k = 1 \rightarrow$**

$\alpha = \frac{\pi}{l}$

**Půlvína sinusoidy**



06/12/22 Eulerovo řešení stability stíhého staženého prutu 8

---

---

---

---

---

---

---

---

8

### 1. Prut oboustranně kloubově uložený

Výsledek řešení stabilitní podmínky:

$$\alpha = \frac{\pi}{l}$$

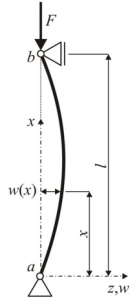
**Substituce:**  $\alpha^2 = \frac{F}{E \cdot I} = \frac{\pi^2}{l^2}$

Po úpravě:  $F = F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{l^2}$  **Eulerova kritická síla**

Při dosažení této hodnoty tlakové kritické síly nastane u oboustranně kloubově uloženého prutu **ztráta stability**.

Poznámky k řešení:

- Integrační konstanta  $C_1$  je neurčena, řešení odpovídá indiferentnímu stavu
- Prut vybočí ve směru menší tuhosti -  $I_{min}$



9

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### 2. Jednostranně vetknutý prut

$M = -E \cdot I \cdot w'' \rightarrow w'' = -\frac{M}{E \cdot I}$  Diferenciální rovnice II. řádu

$M(x) = -F \cdot (\delta - w(x)) \rightarrow w'' = \frac{F}{E \cdot I} \cdot (\delta - w)$  **Substituce**  $\alpha^2 = \frac{F}{E \cdot I}$

$w'' = \alpha^2 \cdot (\delta - w) \rightarrow w'' + \alpha^2 \cdot w = \alpha^2 \cdot \delta$

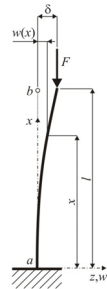
Obecné řešení: 3 neznámé

$w'' + \alpha^2 \cdot w = \alpha^2 \cdot \delta \rightarrow w = c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x) + \delta$

**Důkaz:**  $w' = \alpha \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha \cdot x) - \alpha \cdot c_2 \cdot \sin(\alpha \cdot x)$   
 $w'' = -\alpha^2 \cdot c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) - \alpha^2 \cdot c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x)$

$w'' + \alpha^2 \cdot w = \alpha^2 \cdot \delta$

$-\alpha^2 \cdot c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) - \alpha^2 \cdot c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x) + \alpha^2 \cdot [c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x) + \delta] = \alpha^2 \cdot \delta$



10

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### 2. Jednostranně vetknutý prut

Obecné řešení:  $w = c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x) + \delta$

$w' = \alpha \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha \cdot x) - \alpha \cdot c_2 \cdot \sin(\alpha \cdot x)$

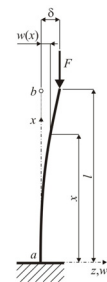
Okrajové podmínky:

$w(x=0) = 0 \rightarrow c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot 0) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot 0) + \delta = 0 \rightarrow c_2 = -\delta$

$w'(x=0) = 0 \rightarrow \alpha \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha \cdot 0) - \alpha \cdot c_2 \cdot \sin(\alpha \cdot 0) = 0 \rightarrow c_1 = 0$

$w(x=l) = \delta \rightarrow c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot l) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot l) + \delta = \delta \rightarrow c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot l) = 0$

**Stabilitní podmínka:**  $\cos(\alpha \cdot l) = 0$



11

---

---

---

---

---

---

---

---

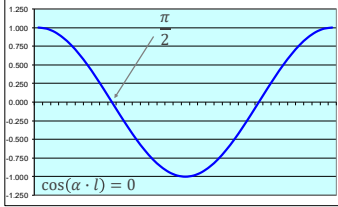
---

---

## 2. Jednostranně vetknutý prut

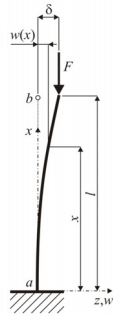
Stabilitní podmínka:  $\cos(\alpha \cdot l) = 0$

Řešení:  $\alpha \cdot l = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$  pro  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$



Praktický význam pouze pro nejnižší kořen:

$$\alpha \cdot l = \frac{\pi}{2} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2 \cdot l}$$



12

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## 2. Jednostranně vetknutý prut

Výsledek řešení stabilitní podmínky:

$$\alpha = \frac{\pi}{2 \cdot l}$$

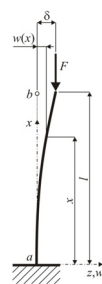
Substituce:  $\alpha^2 = \frac{F}{E \cdot I} = \frac{\pi^2}{4 \cdot l^2}$

Po úpravě:  $F = F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{4 \cdot l^2}$  Eulerova kritická síla

Při dosažení této hodnoty tlakové kritické síly nastane u jednostranně vetknutého prutu **ztráta stability**.

Poznámky k řešení:

- Integrační konstanta  $C_2$  je neurčena, řešení odpovídá indiferentnímu stavu
- Prut vybočí ve směru menší tuhosti -  $I_{\min}$
- Kritická síla je vzhledem k oboustranně kloubově podepřenému prutu čtvrtinová



13

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## 3. Prut s vetknutým a prostě uloženým koncem

$M = -E \cdot I \cdot w'' \rightarrow w'' = -\frac{M}{E \cdot I}$  Diferenciální rovnice II. řádu  
H ... staticky neurčitá veličina

$M(x) = F \cdot w(x) + H \cdot (l - x) \rightarrow w'' = -\frac{F}{E \cdot I} \cdot w - \frac{H}{E \cdot I} \cdot (l - x)$

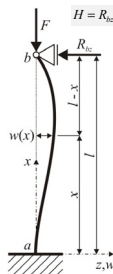
Substituce  $\alpha^2 = \frac{F}{E \cdot I} \rightarrow w'' + \alpha^2 \cdot w = -\alpha^2 \cdot \frac{H}{F} \cdot (l - x)$

3 neznámé

Obecné řešení:  $w = c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x) - \frac{H}{F} \cdot (l - x)$

$w' = \alpha \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha \cdot x) - \alpha \cdot c_2 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + \frac{H}{F}$

$w'' = -\alpha^2 \cdot c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) - \alpha^2 \cdot c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x)$



14

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### 3. Prut s vetknutým a prostě uloženým koncem

Obecné řešení:

$$w = c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x) - \frac{H}{F} \cdot (l - x)$$

$$w' = \alpha \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha \cdot x) - \alpha \cdot c_2 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + \frac{H}{F}$$

Okrajové podmínky:

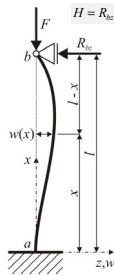
$$W(x=0) = 0 \quad c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot 0) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot 0) - \frac{H}{F} \cdot (l - 0) = 0 \rightarrow c_2 = \frac{H}{F} \cdot l$$

$$W'(x=0) = 0 \quad \alpha \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha \cdot 0) - \alpha \cdot c_2 \cdot \sin(\alpha \cdot 0) + \frac{H}{F} = 0 \rightarrow c_1 = -\frac{H}{\alpha \cdot F}$$

$$W(x=l) = 0 \quad c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot l) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot l) = 0 \rightarrow$$

$$-\frac{H}{\alpha \cdot F} \cdot \sin(\alpha \cdot l) + \frac{H}{F} \cdot l \cdot \cos(\alpha \cdot l) = 0 \rightarrow \frac{\sin(\alpha \cdot l)}{\cos(\alpha \cdot l)} = \alpha \cdot l$$

**Stabilitní podmínka:**  $\tan(\alpha \cdot l) = \alpha \cdot l$



06/12/22

Eulerovo řešení stability stíhého staženého prutu

15

15

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### 3. Prut s vetknutým a prostě uloženým koncem

Stabilitní podmínka:

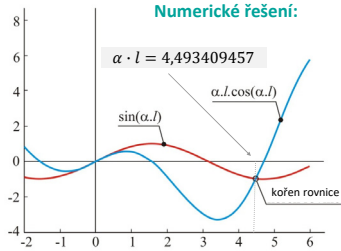
$$\tan(\alpha \cdot l) = \alpha \cdot l$$

Úprava rovnice:

$$\frac{\sin(\alpha \cdot l)}{\cos(\alpha \cdot l)} = \alpha \cdot l$$

$$\alpha \cdot l \cdot \cos(\alpha \cdot l) - \sin(\alpha \cdot l) = 0$$

Numerické řešení:



06/12/22

Eulerovo řešení stability stíhého staženého prutu

16

16

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### 3. Prut s vetknutým a prostě uloženým koncem

Výsledek řešení stabilitní podmínky:

$$\tan(\alpha \cdot l) = (\alpha \cdot l)$$

Řešení:

Substitute:

$$\alpha \cdot l \cong 4,493409457 \quad \alpha^2 = \frac{F}{E \cdot I} = \frac{(4,4934 \dots)^2}{l^2}$$

Po úpravě:

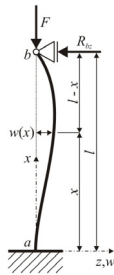
$$F = F_{cr} = (4,4934 \dots)^2 \cdot \frac{E \cdot I}{l^2}$$

**Eulerova kritická síla**

Při dosažení této hodnoty tlakové kritické síly nastane u prutu s vetknutým a prostě uloženým koncem **ztráta stability**.

Poznámky k řešení:

- Prut vybočí ve směru menší tuhosti -  $I_{\min}$



06/12/22

Eulerovo řešení stability stíhého staženého prutu

17

17

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### 4. Oboustranně vetknutý prut

$M = -E \cdot I \cdot w'' \rightarrow w'' = -\frac{M}{E \cdot I}$  Diferenciální rovnice II. řádu

$M(x) = F \cdot w(x) - M_{by} \rightarrow w'' = -\frac{F}{E \cdot I} \cdot w + \frac{M_{by}}{E \cdot I}$  **Substituce**  $\alpha^2 = \frac{F}{E \cdot I}$

$w'' + \alpha^2 \cdot w = \alpha^2 \cdot \frac{M_{by}}{F}$

**Obecné řešení:** 3 neznámé

$w = c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x) + \frac{M_{by}}{F}$

$w' = \alpha \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha \cdot x) - \alpha \cdot c_2 \cdot \sin(\alpha \cdot x)$

$w'' = -\alpha^2 \cdot c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) - \alpha^2 \cdot c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x)$

06/12/22 Eulerovo řešení stability stíhého staženého prutu 18

18

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### 4. Oboustranně vetknutý prut

**Obecné řešení:**  $w = c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x) + \frac{M_{by}}{F}$

$w' = \alpha \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha \cdot x) - \alpha \cdot c_2 \cdot \sin(\alpha \cdot x)$

**Okrajové podmínky:**

$w(x=0) = 0 \rightarrow c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot 0) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot 0) + \frac{M_{by}}{F} = 0 \rightarrow c_2 = -\frac{M_{by}}{F}$

$w'(x=0) = 0 \rightarrow \alpha \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha \cdot 0) - \alpha \cdot c_2 \cdot \sin(\alpha \cdot 0) = 0 \rightarrow c_1 = 0$

$w(x=l) = 0 \rightarrow 0 \cdot \sin(\alpha \cdot l) - \frac{M_{by}}{F} \cdot \cos(\alpha \cdot l) + \frac{M_{by}}{F} = 0 \rightarrow \frac{M_{by}}{F} \cdot (1 - \cos(\alpha \cdot l)) = 0 \rightarrow$  **Stabilitní podmínka:**  $\cos(\alpha \cdot l) = 1$

$w'(x=l) = 0 \rightarrow \alpha \cdot 0 \cdot \cos(\alpha \cdot l) + \alpha \cdot \frac{M_{by}}{F} \cdot \sin(\alpha \cdot l) = 0 \rightarrow \sin(\alpha \cdot l) = 0$

06/12/22 Eulerovo řešení stability stíhého staženého prutu 19

19

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### 4. Oboustranně vetknutý prut

**Stabilitní podmínka:**  $\cos(\alpha \cdot l) = 1$

**Výsledek řešení stabilitní podmínky:**  $\alpha \cdot l = 2 \cdot \pi$

**Substituce:**  $\alpha^2 = \frac{F}{E \cdot I} = \frac{(2 \cdot \pi)^2}{l^2}$

**Po úpravě:**  $F = F_{cr} = (2 \cdot \pi)^2 \cdot \frac{E \cdot I}{l^2}$  **Eulerova kritická síla**

**Při dosažení této hodnoty tlakové kritické síly nastane u oboustranně vetknutého prutu ztráta stability.**

**Poznámky k řešení:**

- Prut vybočí ve směru menší tuhosti -  $I_{\min}$
- Kritická síla je vzhledem k oboustranně kloubově podepřenému prutu čtyřnásobná

06/12/22 Eulerovo řešení stability stíhého staženého prutu 20

20

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Shrnutí Eulerova řešení stability štíhlého tlačného prutu

1.

$$F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{l^2}$$

2.

$$F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{4 \cdot l^2}$$

3.

$$F_{cr} = (4,4934)^2 \cdot \frac{E \cdot I}{l^2}$$

4.

$$F_{cr} = (2 \cdot \pi)^2 \cdot \frac{E \cdot I}{l^2}$$

Lze sjednotit do tvaru:

$$F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{L_{cr}^2}$$

$L_{cr} = \beta \cdot l$

$L_{cr}$  ... **vzpěrná délka**  
 $\beta$  ... **součinitel vzpěrné délky**

06/12/22 Eulerovo řešení stability štíhlého tlačného prutu 21

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

21

### Shrnutí Eulerova řešení stability štíhlého tlačného prutu

1.

$\beta = 1$

2.

$\beta = 2$

3.

$\beta = 0,699157 \approx 0,7$

4.

$\beta = 0,5$

$F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{L_{cr}^2}$

$L_{cr} = \beta \cdot l$  ... **vzpěrná délka**  
 je rovna délce sinusové půlvlny ohybové čáry po vybočení – vzdálenost inflexních bodů.

06/12/22 Eulerovo řešení stability štíhlého tlačného prutu 22

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

22

### Sloupy vstupního traktu, Tesco, Ostrava-Třebovice

06/12/22 Ukládky stavebních konstrukcí s nosnými prvky namáhanými vzpěrným tlakem 23

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

23



### Sloupy vstupního traktu, Tesco, Ostrava-Třebovice



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými prvky namáhanými vzpěrným tlakem

24

24

---

---

---

---

---

---

---

---

### Sloup nároží, Aula VŠB-TU Ostrava



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými prvky namáhanými vzpěrným tlakem

25

25

---

---

---

---

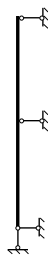
---

---

---

---

### Sloup nároží, Aula VŠB-TU Ostrava



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými prvky namáhanými vzpěrným tlakem

26

26

---

---

---

---

---

---

---

---

**Pavilon V, výstaviště, Brno**



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými prvky namáhanými vzpěrným tlakem

27

27

---

---

---

---

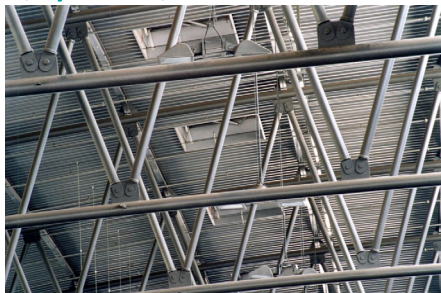
---

---

---

---

**Pavilon V, výstaviště, Brno**



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými prvky namáhanými vzpěrným tlakem

28

28

---

---

---

---

---

---

---

---

**Kritické napětí, Eulerova hyperbola**

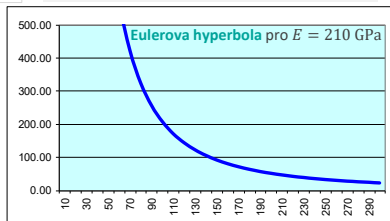
$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} \quad F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{L_{cr}^2} \quad \sigma_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{A \cdot L_{cr}^2} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot i^2}{L_{cr}^2} = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda^2}$$

Poloměr setrvačnosti:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Štíhlost prutu:

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i}$$



06/12/22

Eulerovo řešení stability štíhého staženého prutu

29

29

---

---

---

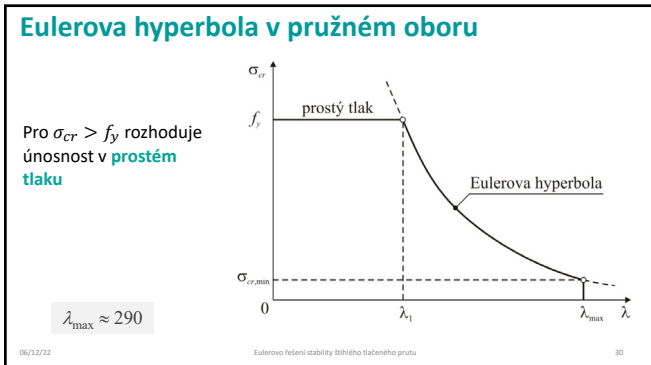
---

---

---

---

---



30

---

---

---

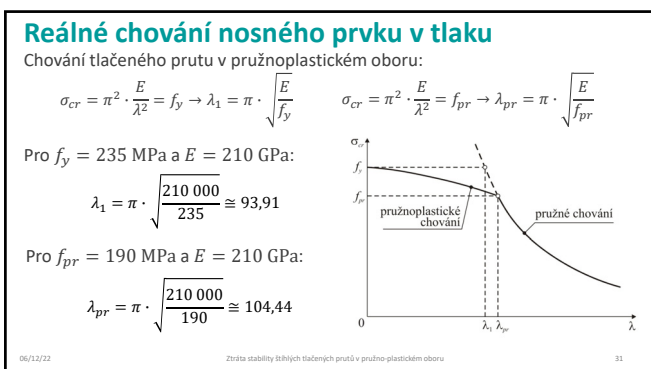
---

---

---

---

---



31

---

---

---

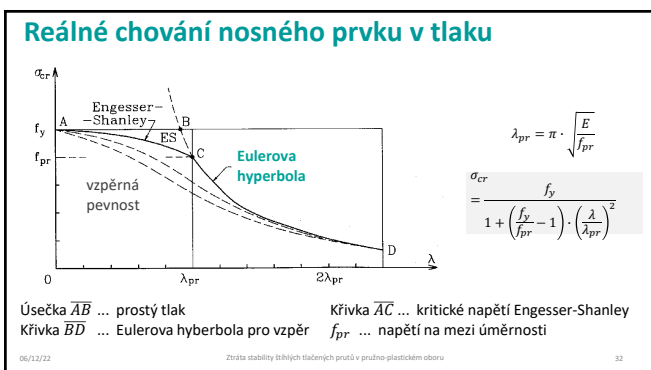
---

---

---

---

---



32

---

---

---

---

---

---

---

---

### Posouzení ocelových prutů na vzpěr

Křivky vzpěrné pevnosti závisí na tvaru průřezu, způsobu výroby, typu materiálu a směru vybočení.

06/12/22 33

33



### Posouzení ocelových prutů na vzpěr

$$N_{Ed} \leq N_{Rd} = \chi \cdot A \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_M}$$

$\chi \leq 1$  ... součinitel vzpěrnosti

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \text{ ... poměrná štíhlost}$$

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

Pro  $f_y = 235 \text{ MPa}$  a  $E = 210 \text{ GPa}$ :

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{210\,000}{235}} \approx 93,91$$

06/12/22 34

34



### Posouzení ocelových prutů na vzpěr

#### Součinitel vzpěrnosti podle ČSN EN 1993:

Křivka vzpěrné pevnosti				Křivka vzpěrné pevnosti				Křivka vzpěrné pevnosti			
α	β	γ	δ	α	β	γ	δ	α	β	γ	δ
0,20	0,000	1,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,22	0,000	0,999	0,999	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,24	0,000	0,996	0,996	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,26	0,000	0,990	0,990	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,28	0,000	0,981	0,981	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,30	0,000	0,969	0,969	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,32	0,000	0,954	0,954	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,34	0,000	0,936	0,936	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,36	0,000	0,915	0,915	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,38	0,000	0,891	0,891	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,40	0,000	0,864	0,864	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,42	0,000	0,834	0,834	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,44	0,000	0,801	0,801	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,46	0,000	0,765	0,765	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,48	0,000	0,726	0,726	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,50	0,000	0,684	0,684	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,52	0,000	0,639	0,639	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,54	0,000	0,591	0,591	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,56	0,000	0,540	0,540	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,58	0,000	0,487	0,487	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,60	0,000	0,432	0,432	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,62	0,000	0,375	0,375	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,64	0,000	0,316	0,316	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,66	0,000	0,255	0,255	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,68	0,000	0,192	0,192	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,70	0,000	0,127	0,127	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,72	0,000	0,060	0,060	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,74	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,76	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,78	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,80	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,82	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,84	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,86	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,88	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,90	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,92	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,94	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,96	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,98	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

06/12/22 35

35

