

VŠB TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA | FAKULTA STAVEBNÍ | KATEDRA STAVEBNÍ MECHANIKY

Téma 11: Složená namáhání prutů

- Prostorový ohyb
- Mimostředný tah a tlak
- Jádro průřezu

14/09/22 Průžnost a plasticita 0

0

Svislý, vodorovný a prostorový ohyb

Svislý ohyb

$$\sigma_x(z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y}$$

Vodorovný ohyb

$$\sigma_x(y) = -\frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

$$\sigma_x(y, z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$
 Na prvek působí M_y i M_z – složené namáhání prutu (**prostorový ohyb**)

14/09/22 Prostorový ohyb 1

1

Svislý, vodorovný a prostorový ohyb

Svislý ohyb:
$$\sigma_x(z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y}$$

Vodorovný ohyb:
$$\sigma_x(y) = -\frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

Prostorový ohyb:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

Souřadnicový systém a znaménková konvence pro prut namáhaný **prostorovým ohybem**

14/09/22 Prostorový ohyb 2

2

Svislý, vodorovný a prostorový ohyb

Průběhy normálového napětí σ_x

a) b) c)

Svislý ohyb: $\sigma_x(z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y}$

Vodorovný ohyb: $\sigma_x(y) = -\frac{M_z \cdot y}{I_z}$

Prostorový ohyb: $\sigma_x(y, z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$

14/09/22 3

3

Prostorový ohyb a osové namáhání

Průběhy normálového napětí σ_x

a) b) c)

Prostorový ohyb: $\sigma_x(y, z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$

Osově namáhání: $\sigma_x = \frac{N}{A}$

Prostorový ohyb a osové namáhání: $\sigma_x(y, z) = \frac{N}{A} + \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$

14/09/22 4

4

Mimostředný tah a tlak

Prostorový ohyb a osové namáhání:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{N}{A} + \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

Účinek M_y a M_z lze nahradit posunutím N mimo těžiště T :

$$M_y = N \cdot e_z \quad M_z = -N \cdot e_y$$

Normálové napětí σ_x pak lze vyjádřit:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{N}{A} \cdot \left(1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot z + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot y \right)$$

Schéma prvku namáhaného **mimostředným tahem**

14/09/22 5

5

Výpočet úseků neutrálné osy

Pro neutrálnou osu platí:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{N}{A} \cdot \left(1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot z + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot y \right) = 0$$

Splněno pro $1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot z + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot y = 0$

Úseky y_n a z_n , které neutrálná osa vytíná na hlavních centrálních osách průřezu:

$$z = 0 \quad 1 + \frac{e_y \cdot y}{i_z^2} = 0 \rightarrow y_n = -\frac{i_z^2}{e_y}$$

$$y = 0 \quad 1 + \frac{e_z \cdot z}{i_y^2} = 0 \rightarrow z_n = -\frac{i_y^2}{e_z}$$

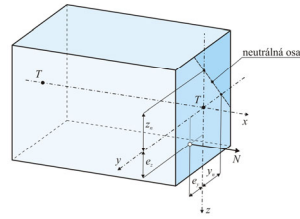


Schéma prvku namáhaného mimostředním tahem

6

Jádro průřezu

Jádro průřezu je nutné určit u materiálů, kde $f_t < f_c$.

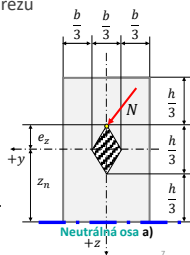
Jádro průřezu je oblast průřezu v okolí těžiště, v níž musí působit výslednice vnitřních sil, aby normálové napětí σ_x mělo v celém průřezu stejné znaménko.

Řešení: Necht' se neutrálná osa průřezu pouze dotýká.

Napr.: $i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{b \cdot h^3}{12 \cdot b \cdot h} = \frac{h^2}{12}$ $i_z^2 = \frac{b^2}{12}$

a) $z_n = -\frac{i_y^2}{e_z} \Rightarrow z_n = \frac{h}{2} \rightarrow e_z = -\frac{h}{6}$ b) $z_n = -\frac{h}{2} \rightarrow e_z = \frac{h}{6}$

c) $y_n = -\frac{i_z^2}{e_y} \Rightarrow y_n = \frac{b}{2} \rightarrow e_y = -\frac{b}{6}$ d) $y_n = -\frac{b}{2} \rightarrow e_y = \frac{b}{6}$

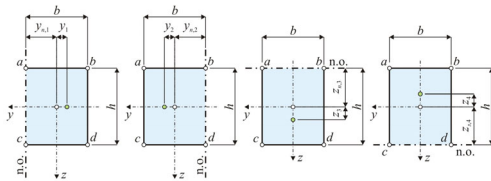


7

Jádro průřezu

Řešení: Necht' se neutrálná osa průřezu pouze dotýká.

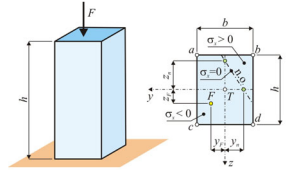
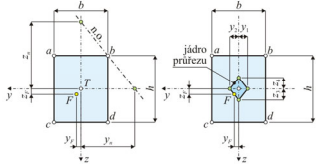
a) $y_n = \frac{b}{2}$ b) $y_n = -\frac{b}{2}$ c) $z_n = -\frac{h}{2}$ d) $z_n = \frac{h}{2}$



8

Jádro průřezu

Tlačený sloup obdélníkového průřezu s vyznačenou **neutrálnou osou** (působíště zatěžovací síly F leží **mimo jádro průřezu**)



Obdélníkový průřez s vyznačeným působíštěm zatěžovací síly F a **neutrálnou osou**, která se dotýká průřezu (působíště zatěžovací síly F leží na okraji **jádra průřezu**)

14/09/22

Jádro průřezu

9
