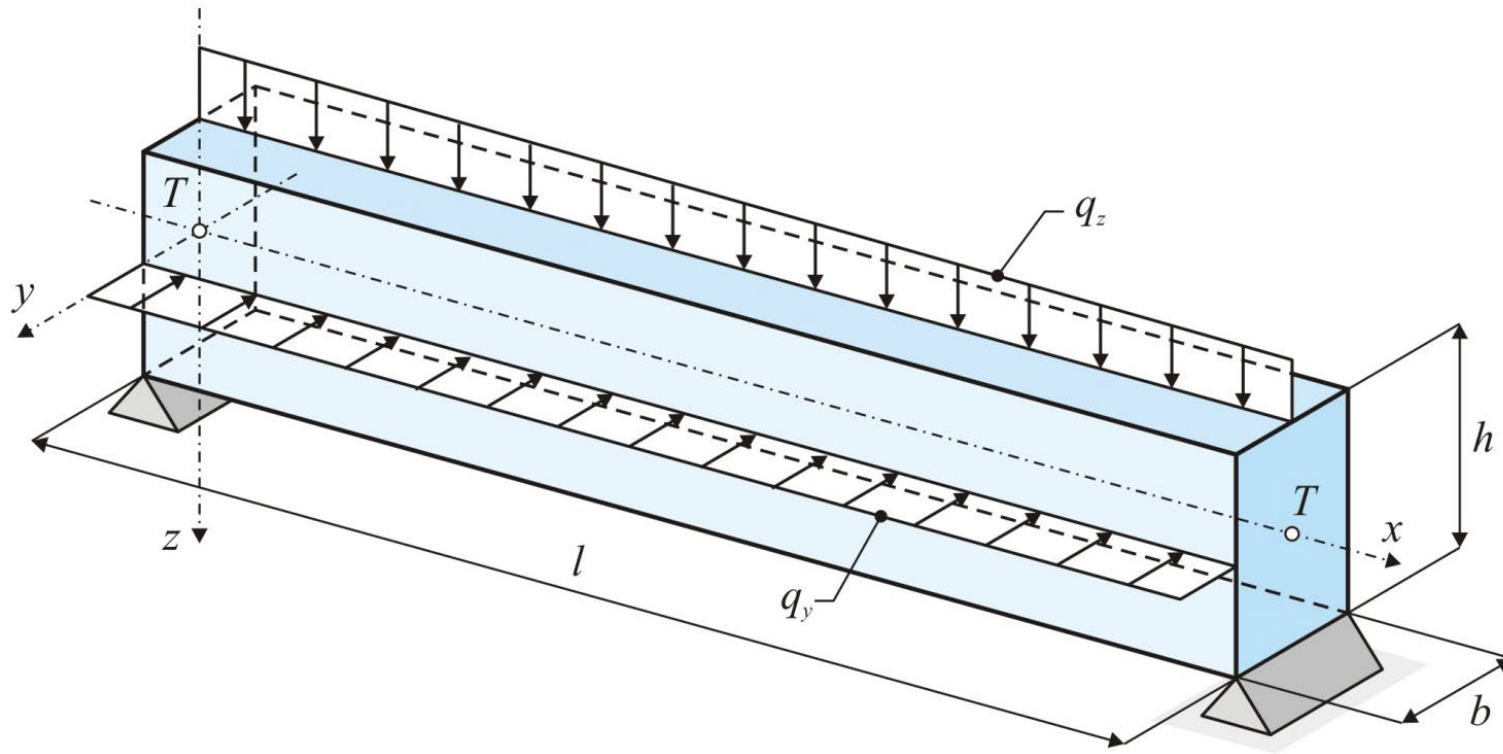


Téma 11: Složená namáhání prutů

- Prostorový ohyb
- Mimostředný tah a tlak
- Jádro průřezu

Svislý, vodorovný a prostorový ohyb



Svislý ohyb

$$\sigma_x(z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y}$$

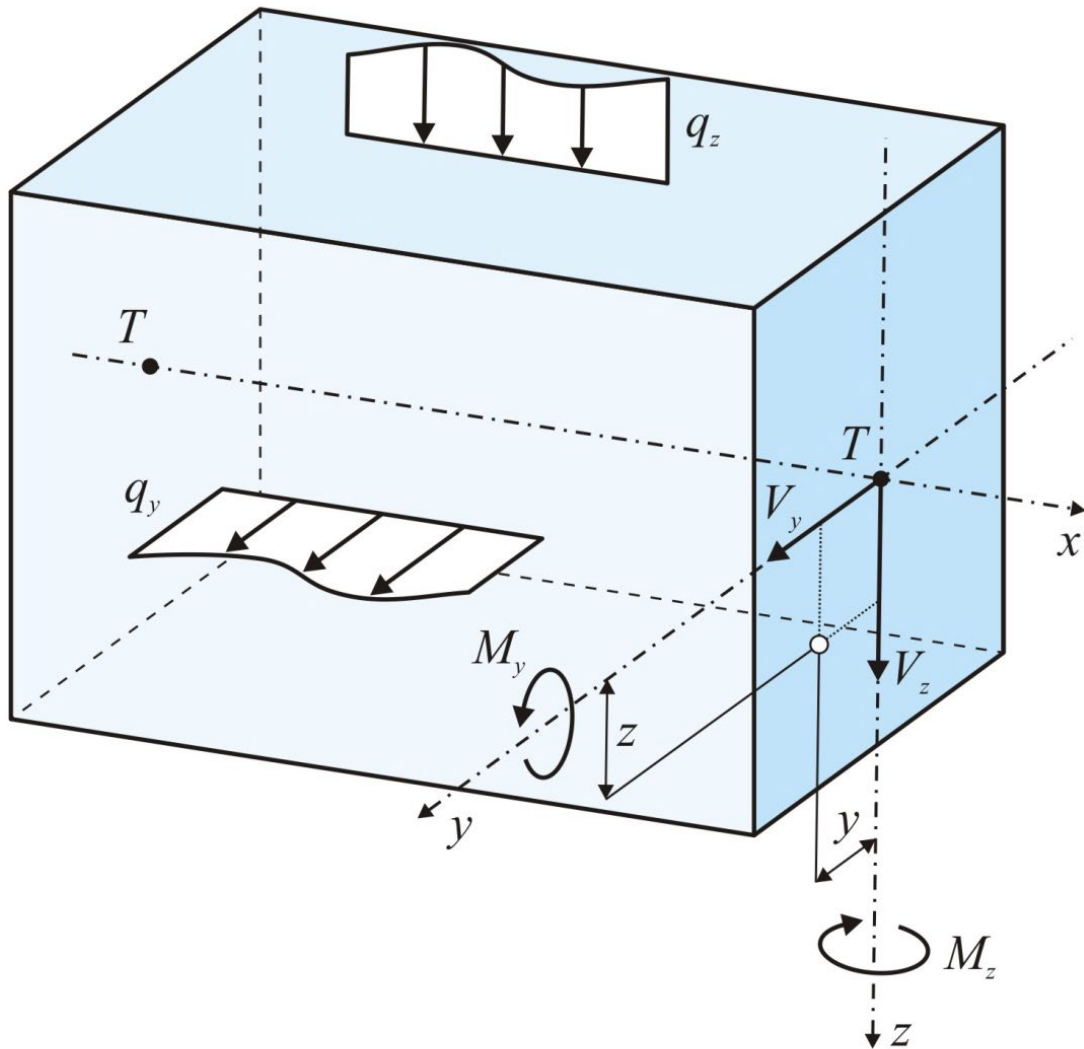
Vodorovný ohyb

$$\sigma_x(y) = -\frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

$$\sigma_x(y, z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

Na prvek působí M_y i M_z – složené namáhání prutu (**prostorový ohyb**)

Svislý, vodorovný a prostorový ohyb



Svislý ohyb:

$$\sigma_x(z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y}$$

Vodorovný ohyb:

$$\sigma_x(y) = -\frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

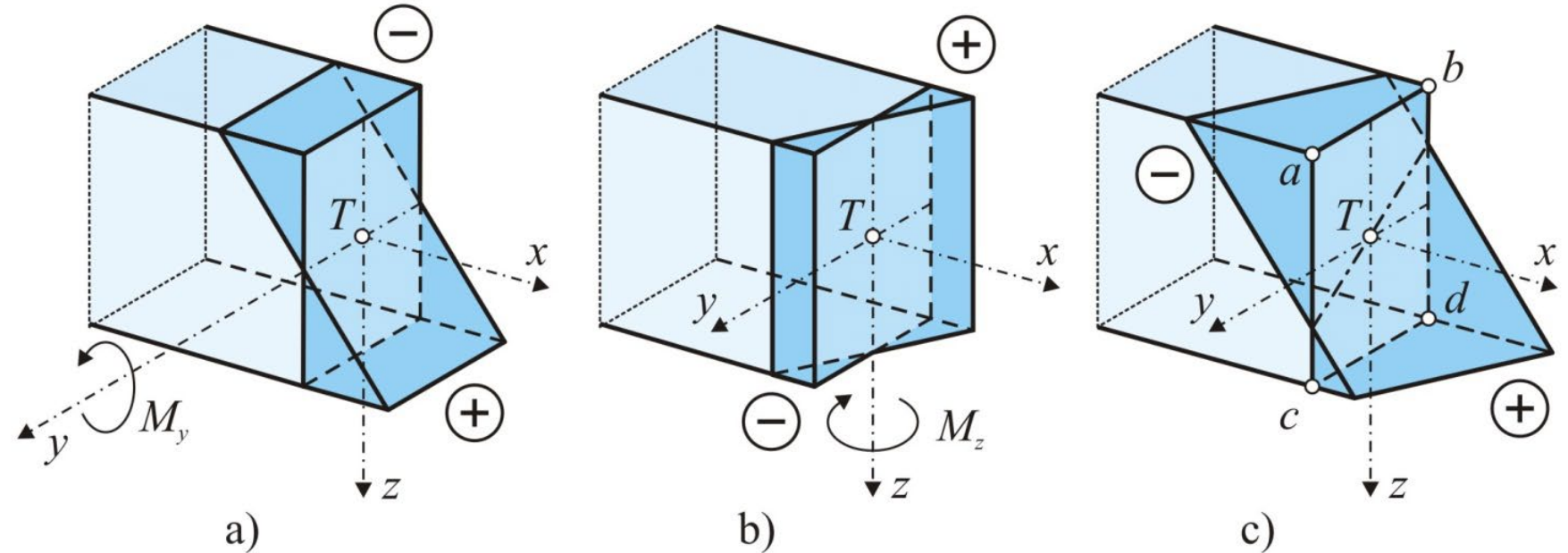
Prostorový ohyb:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

Souřadnicový systém a znaménková konvence pro prut namáhaný **prostorovým ohybem**

Svislý, vodorovný a prostorový ohyb

Průběhy
normálového
napětí σ_x



Svislý ohyb:

$$\sigma_x(z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y}$$

Vodorovný ohyb:

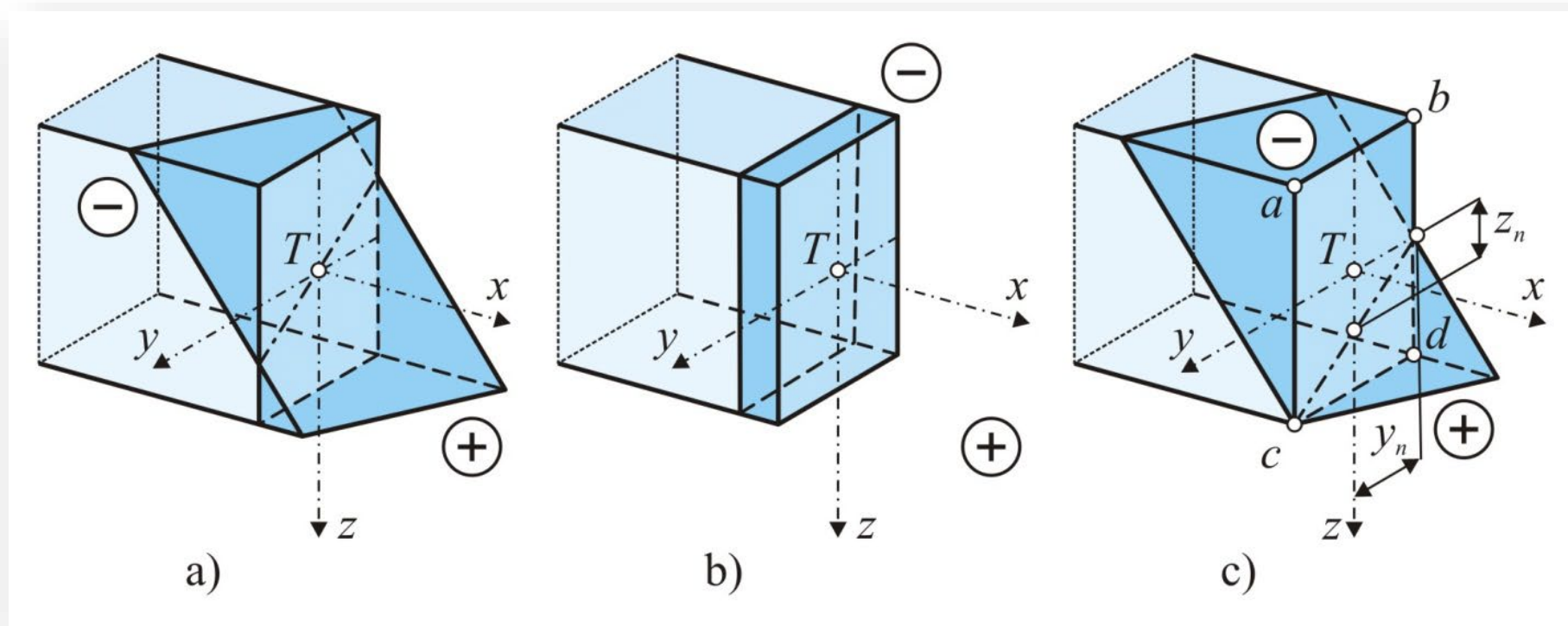
$$\sigma_x(y) = -\frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

Prostorový ohyb:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

Prostorový ohyb a osově namáhání

Průběhy
normálového
napětí σ_x



Prostorový ohyb:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

Osově namáhání:

$$\sigma_x = \frac{N}{A}$$

Prostorový ohyb a osově
namáhání:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{N}{A} + \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

Mimostředný tah a tlak

Prostorový ohyb a osově namáhání:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{N}{A} + \frac{M_y \cdot z}{I_y} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

Účinek M_y a M_z lze nahradit posunutím N mimo těžiště T :

$$M_y = N \cdot e_z \quad M_z = -N \cdot e_y$$

Normálové napětí σ_x pak lze vyjádřit:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{N}{A} \cdot \left(1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot z + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot y \right)$$

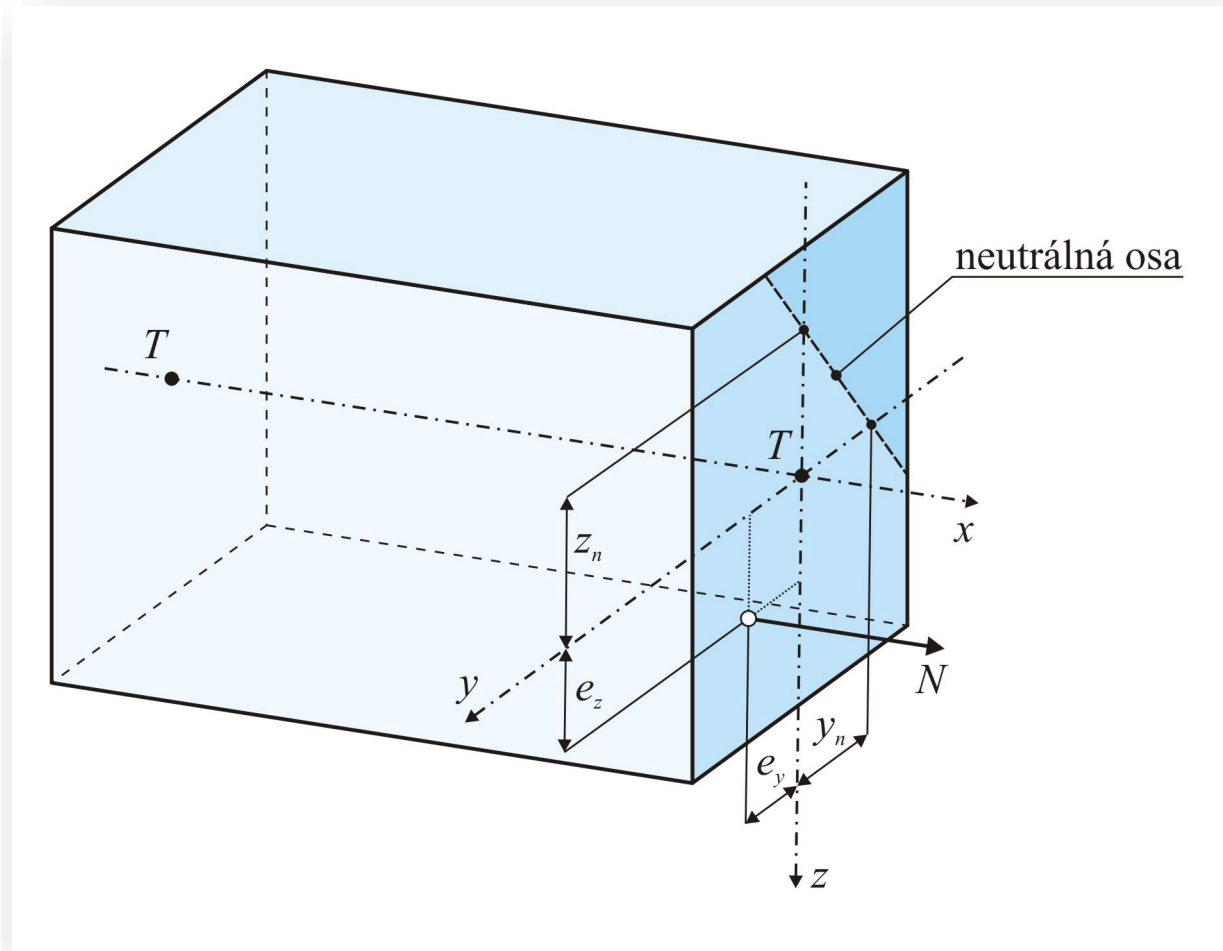


Schéma prvku namáhaného **mimostředným tahem**

Výpočet úseků neutrálné osy

Pro **neutrálou osu** platí:

$$\sigma_x(y, z) = \frac{N}{A} \cdot \left(1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot z + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot y \right) = 0$$

Splněno pro $1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot z + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot y = 0$

Úseky y_n a z_n , které **neutrálá osa** vytíná na hlavních centrálních osách průřezu:

$$z = 0 \quad 1 + \frac{e_y \cdot y}{i_z^2} = 0 \rightarrow y_n = -\frac{i_z^2}{e_y}$$

$$y = 0 \quad 1 + \frac{e_z \cdot z}{i_y^2} = 0 \rightarrow z_n = -\frac{i_y^2}{e_z}$$

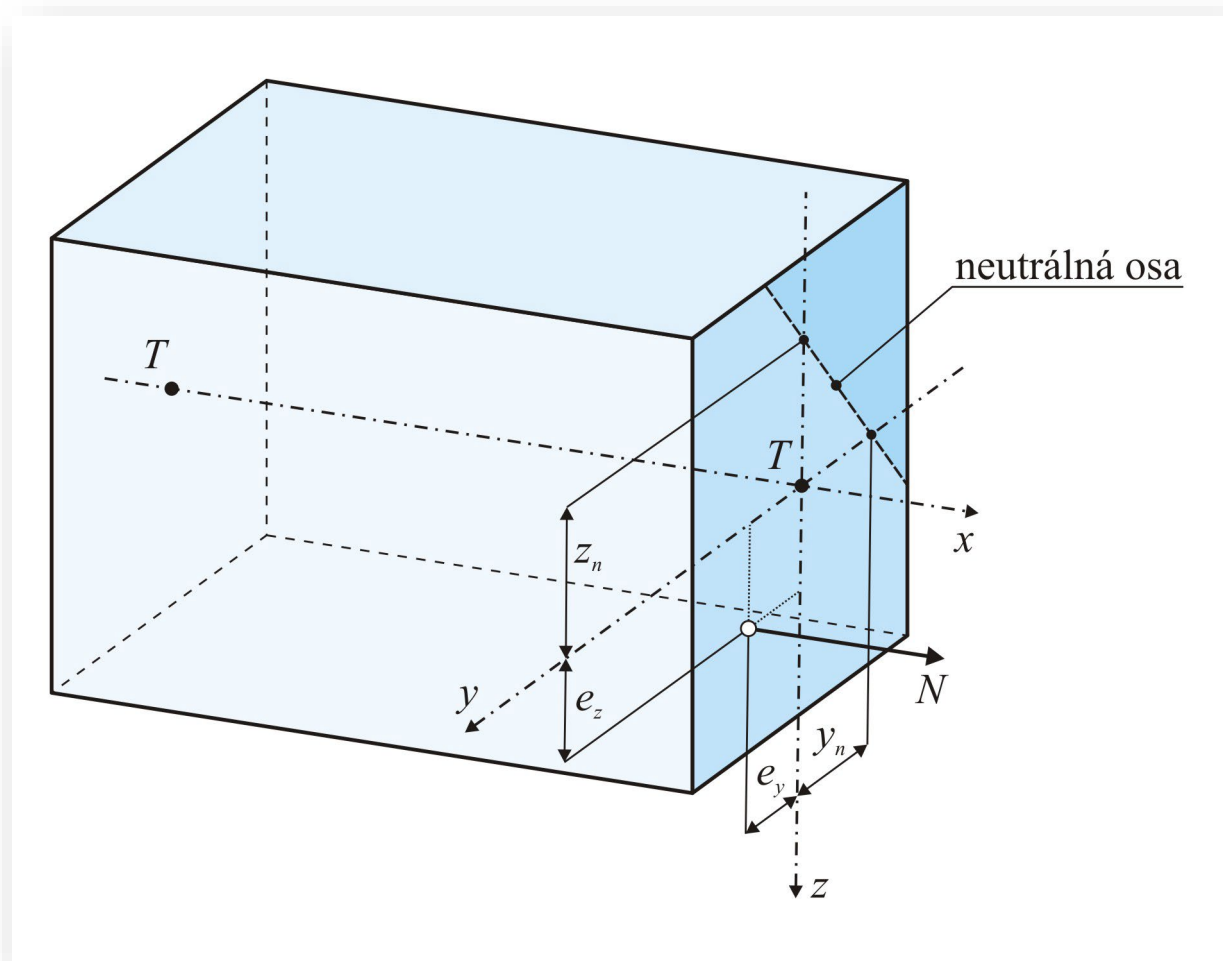


Schéma prvku namáhaného **mimostředným tahem**

Jádro průřezu

Jádro průřezu je nutné určit u materiálů, kde $f_t < f_c$.

Jádro průřezu je oblast průřezu v okolí **těžiště**, v níž musí působit výslednice vnitřních sil, aby **normálové napětí** σ_x mělo v celém průřezu **stejné znaménko**.

Řešení: Necht' se **neutrální osa** průřezu pouze dotýká.

Např.:

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{b \cdot h^3}{12 \cdot b \cdot h} = \frac{h^2}{12} \quad i_z^2 = \frac{b^2}{12}$$

$$z_n = -\frac{i_y^2}{e_z}$$

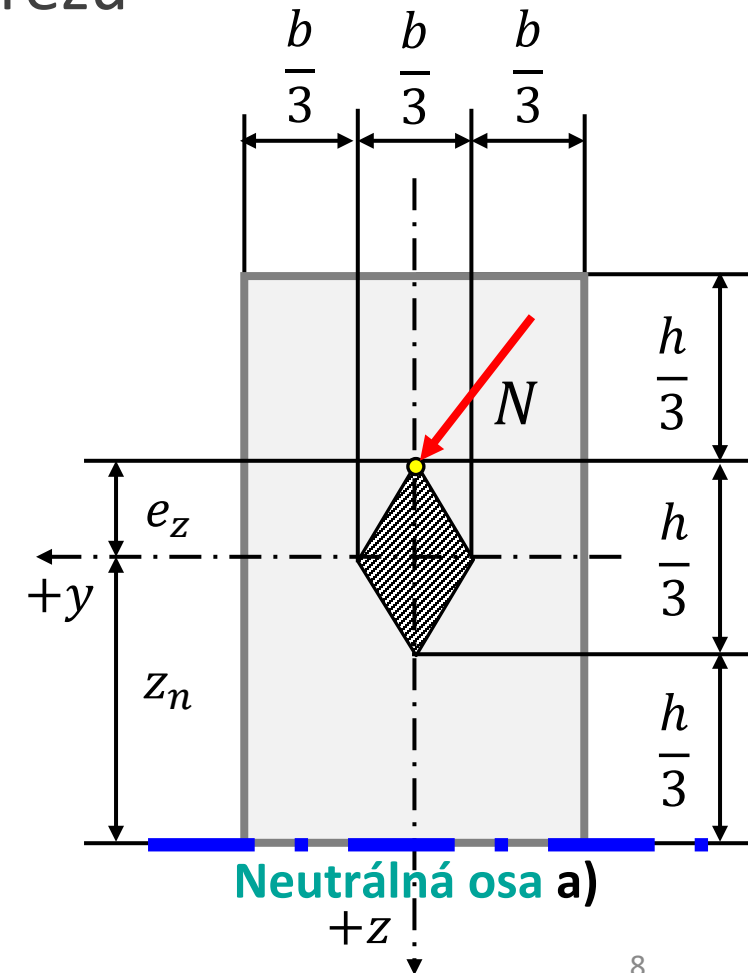
a) $z_n = \frac{h}{2} \rightarrow e_z = -\frac{h}{6}$

b) $z_n = -\frac{h}{2} \rightarrow e_z = \frac{h}{6}$

$$y_n = -\frac{i_z^2}{e_y}$$

c) $y_n = \frac{b}{2} \rightarrow e_y = -\frac{b}{6}$

d) $y_n = -\frac{b}{2} \rightarrow e_y = \frac{b}{6}$



Jádro průřezu

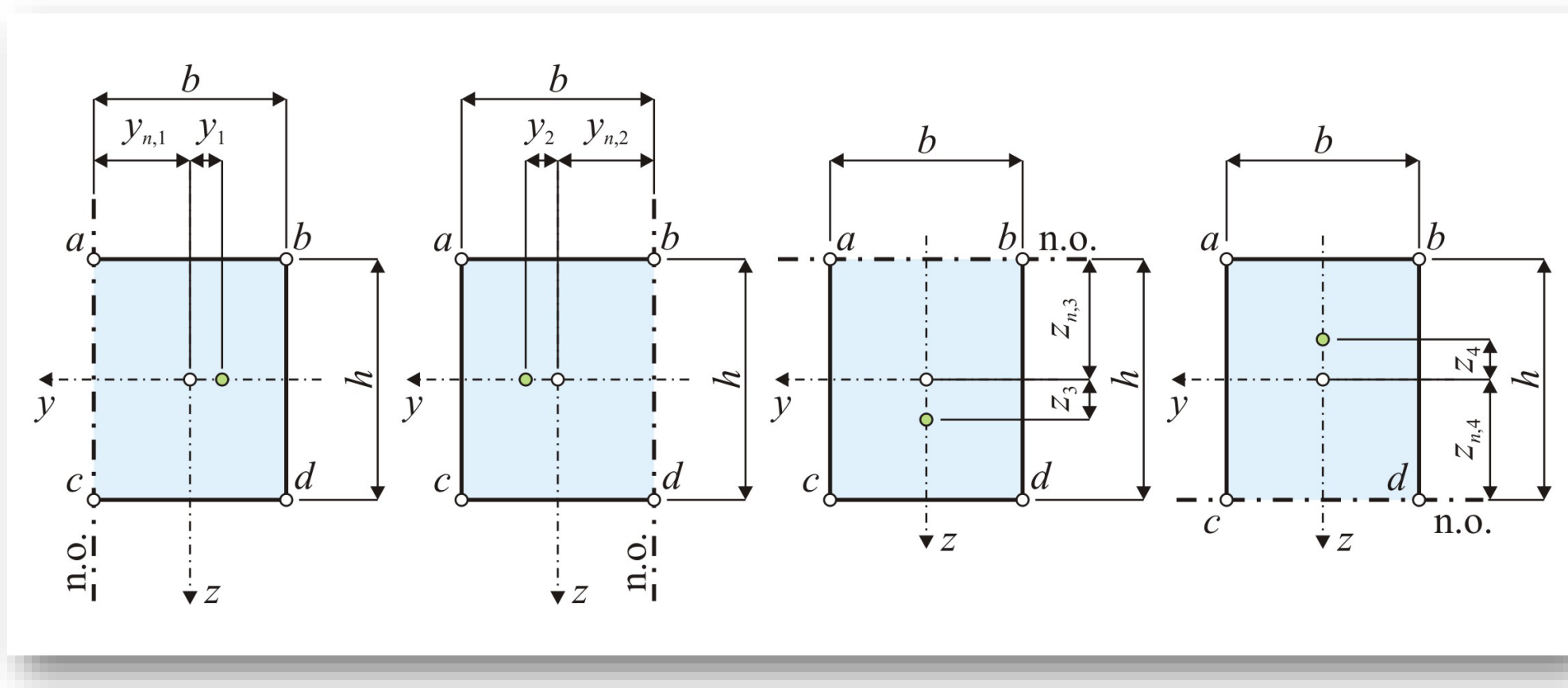
Řešení: Necht' se **neutrální osa** průřezu pouze dotýká.

a) $y_n = \frac{b}{2}$

b) $y_n = -\frac{b}{2}$

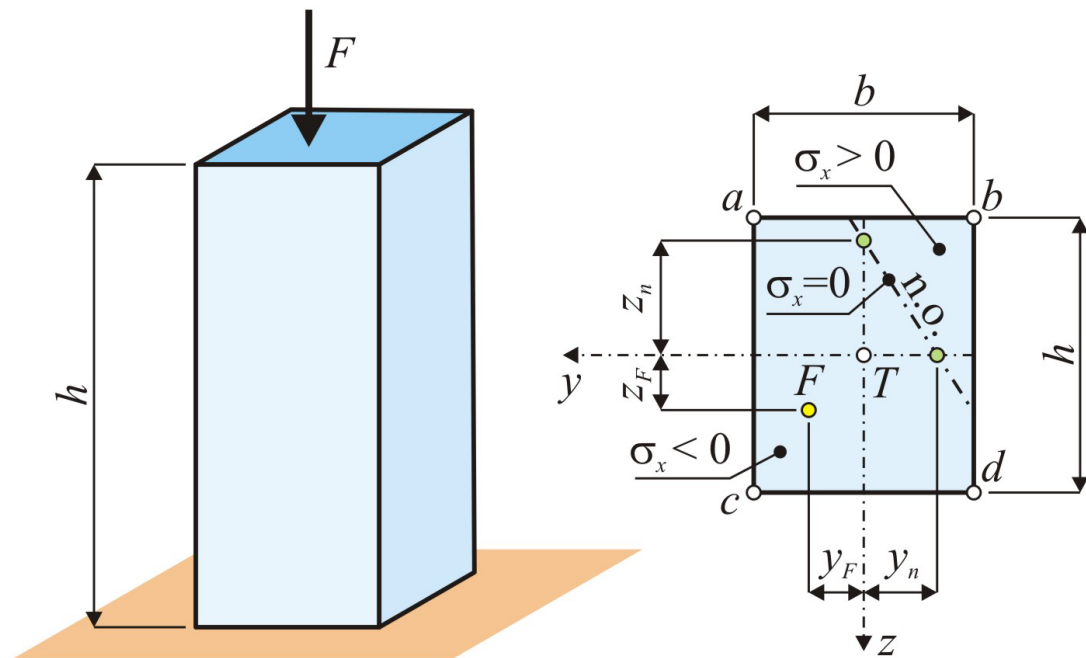
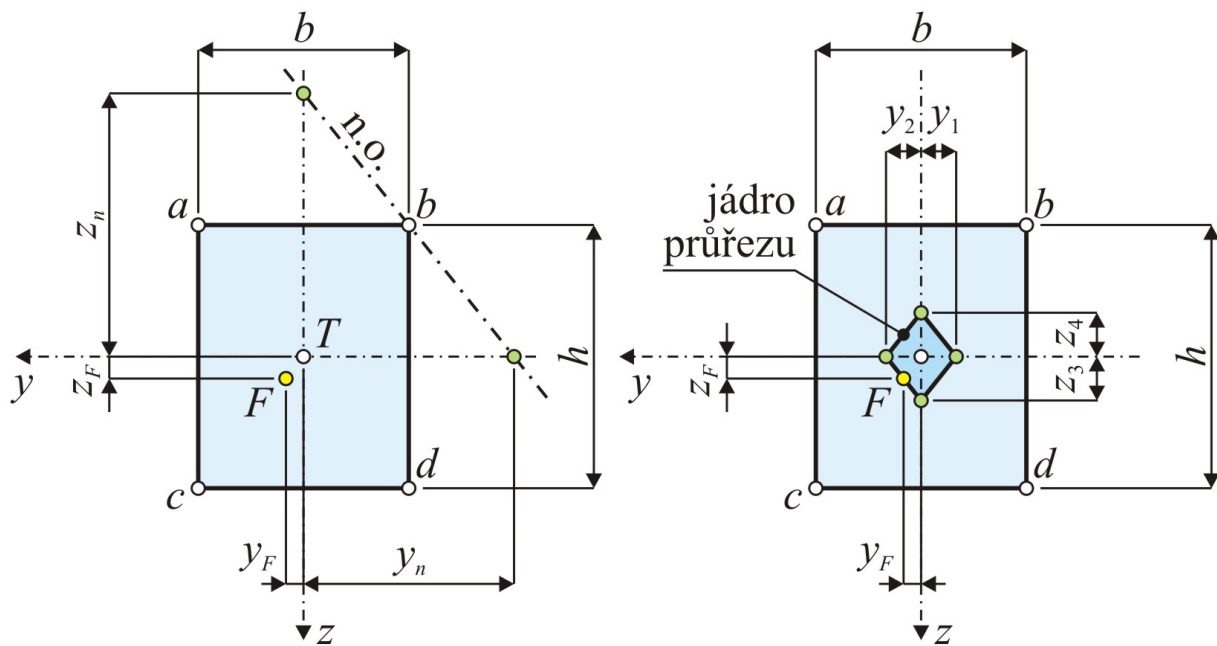
c) $z_n = -\frac{h}{2}$

d) $z_n = \frac{h}{2}$



Jádro průřezu

Tlačený sloup obdélníkového průřezu s vyznačenou **neutrálou osou** (působíště zatěžovací síly F leží mimo **jádro průřezu**)



Obdélníkový průřez s vyznačeným působíštěm zatěžovací síly F a **neutrálou osou**, která se dotýká průřezu (působíště zatěžovací síly F leží na okraji **jádra průřezu**)