

VŠB TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA | FAKULTA STAVEBNÍ | KATEDRA STAVEBNÍ MECHANIKY

### Téma 10: Přetvoření ohybaných nosníků

- Základní vztahy a předpoklady řešení
- Přetvoření nosníků od nerovnoměrného oteplení
- Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry
- Dimenzování nosného prvku namáhaného ohybem podle mezního stavu použitelnosti
- Přetvoření nosníků namáhaných ohybem s proměnným průřezem
- Staticky neurčitě případy ohybu
- Vliv smyku na přetvoření ohybaného nosníku

06/12/22 Průžnost a plasticita 0

---

---

---

---

---

---

---

---

0

### Deformace (přetvoření)

Geometrické změny rozměrů a tvaru těles způsobené účinkem zatížení.

06/12/22 Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem 1

---

---

---

---

---

---

---

---

1

### Deformace (přetvoření)

Geometrické změny rozměrů a tvaru těles způsobené účinkem zatížení.

06/12/22 Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem 2

---

---

---

---

---

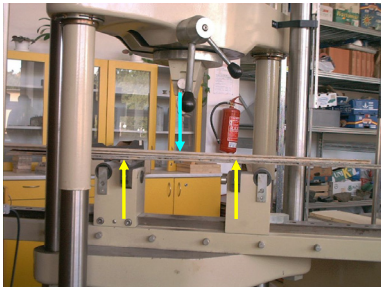
---

---

---

2

### Pruty namáhané na ohyb



Princip ohybové zkoušky (tříbodový ohyb)

06/12/22

Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem

3

3

---

---

---

---

---

---

---

---

### Pruty namáhané na ohyb



Ohybová zkouška

06/12/22

Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem

4

4

---

---

---

---

---

---

---

---

### Deformace (přetvoření) betonového průvlastku



Porucha způsobená nerespektováním přetvoření betonového průvlastku, foto: prof. Ing. Radim Čajka, CSc.

06/12/22

Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem

5

5

---

---

---

---

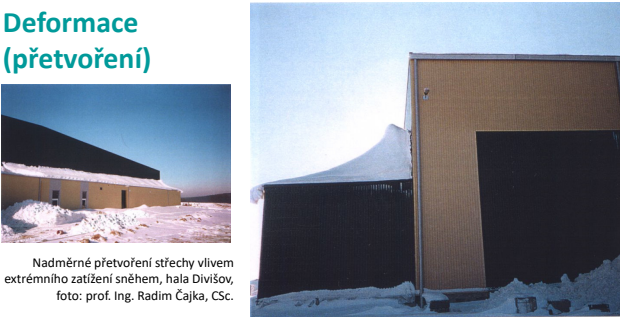
---

---

---

---

### Deformace (přetvoření)



Nadměrné přetvoření střechy vlivem extrémního zatížení sněhem, hala Divišov, foto: prof. Ing. Radim Čajka, CSc.

06/12/22 Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem 6

6

---

---

---

---


---

---

---

---

### Deformace (přetvoření)



Nadměrné přetvoření střechy vlivem extrémního zatížení sněhem, hala Divišov, foto: prof. Ing. Radim Čajka, CSc.

06/12/22 Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem 7

7

---

---

---

---

---

---

---

---

### Deformace (přetvoření)



Porušení štítové stěny vlivem nerespektování přetvoření konzoly jeřábové dráhy, hala Baška

06/12/22 Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem 8

8

---

---

---

---

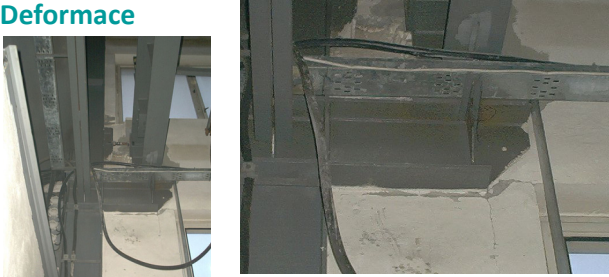
---

---

---

---

### Deformace



Porušení štítové stěny vlivem nerespektování přetožení konzoly jeřábové dráhy, hala Baška

06/12/22 Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem 9

9

---

---

---

---

---

---

---

---

### Pruty namáhané na ohyb



Ohybová zkouška železobetonových trámů, ČVUT, Praha

06/12/22 Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem 10

10

---

---

---

---

---

---

---

---

### Pruty namáhané na ohyb



Ohybová zkouška železobetonových trámů, ČVUT, Praha

06/12/22 Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem 11

11

---

---

---

---

---

---

---

---

### Pruty namáhané na ohyb

Ohybová zkouška  
železobetonových trámů,  
ČVUT, Praha

06/12/22 Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem 12

---

---

---

---

---

---

---

---

12

### Pruty namáhané na ohyb

Ohybová zkouška  
železobetonových trámů,  
ČVUT, Praha

06/12/22 Přetvoření nosných konstrukcí namáhaných ohybem 13

---

---

---

---

---

---

---

---

13

### Přetvoření nosníků namáhaných ohybem

Nutno zjišťovat z důvodů:

- Posudek podle **mezního stavu použitelnosti**.
- Výpočet **staticky neurčitých konstrukcí**.

**Ohybová čára**  
Je-li nosník dostatečně štíhlý, určuje deformační stav křivka – **ohybová čára**, do níž přejde původně přímá osa nosníku vlivem zatížení.

$w(x)$  ... **průhyb** (kladný směr dolů)  
 $r$  ... poloměr křivosti  
 $\varphi_y(x)$  ... **pootočení** - sklon tečny k ohybové čáře

06/12/22 Základní vztahy a předpoklady řešení 14

---

---

---

---

---

---

---

---

14

### Ohybová čára

$\varphi_{y(x)} \dots$  pootočení [rad]  
 Směry:  $\odot$   $\ominus$

**Teorie malých deformací:**  $w(x) \ll l$

$$\varphi_{y(x)} \approx \tan \varphi_{y(x)} = \frac{dw(x)}{dx} = W'(x)$$

Vztah pro křivost z matematiky:

$$\frac{1}{r} = - \frac{w''(x)}{(1 + w'(x)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$r \dots$  poloměr křivosti v rovině  $xz$   
 (znaménko minus znamená, že střed křivosti leží nad nosníkem)

06/12/22 Základní vztahy a předpoklady řešení 15

---

---

---

---

---

---

---

---

15

### Poměrné přetvoření za ohybu

$r \dots$  poloměr křivosti

$$\epsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx} = \frac{z \cdot d\varphi}{r \cdot d\varphi} = \frac{z}{r}$$

Podle Hookova zákona:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \rightarrow \sigma_x = \epsilon_x \cdot E = \frac{z}{r} \cdot E$$

Z toho plyne

$$M_y = \int_A (\sigma_x \cdot z) dA \rightarrow M_y = \frac{E}{r} \cdot I_y \rightarrow \frac{1}{r} = \frac{M_y}{E \cdot I_y}$$

06/12/22 Základní vztahy a předpoklady řešení 16

---

---

---

---

---

---

---

---

16

### Vztahy mezi statickými a přetvárnými veličinami

$\frac{1}{r} = - \frac{w''(x)}{(1 + w'(x)^2)^{\frac{3}{2}}}$  Teorie malých deformací:  $w'(x) \ll 1 \rightarrow w'(x)^2 \cong 0 \rightarrow \frac{1}{r} = -w''(x)$

$$\frac{1}{r} = -w''(x) = \frac{M_y(x)}{E \cdot I_y} \rightarrow M_y(x) = -E \cdot I_y \cdot w''(x)$$

Diferenciální rovnice II. řádu

Při  $E \cdot I_y = \text{konst.} \rightarrow$  Diferenciální podmínky rovnováhy přímého prutu (**Schwedlerovy vztahy**)

Ohyb ve svíslé rovině  $xz$ :

$$\frac{dV_z}{dx} = -q_z$$

$$\frac{dM_y}{dx} = V_z$$

$w(x) = ?$   
 $\varphi_{y(x)} = w'(x)$   
 $M_y(x) = -E \cdot I_y \cdot w''(x)$   
 $V_z(x) = -E \cdot I_y \cdot w'''(x)$   
 $q_z(x) = E \cdot I_y \cdot w^{IV}(x)$

06/12/22 Základní vztahy a předpoklady řešení 17

---

---

---

---

---

---

---

---

17

### Deformace od rovnoměrné změny teploty

$\varepsilon_{x,T} = \varepsilon_{y,T} = \varepsilon_{z,T} = \alpha_T \cdot \Delta T$   
 $\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$   
 $\alpha_t \dots$  součinitel tepelné roztažnosti [ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]

<b>Ocel</b>	$\alpha_t = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$	<b>Dřevo</b>	$\alpha_t = 3 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$
<b>Beton</b>	$\alpha_t = 10 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$	<b>Zdivo</b>	$\alpha_t = 5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$

06/12/22 Deformace od rovnoměrné změny teploty 18

18

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Nerovnoměrné oteplení

$\Delta T = T_1 - T_2$   
 $T_s = \frac{T_1 + T_2}{2}$   
 $d\varphi = \frac{AB}{AS} = \frac{dx}{r}$   
 $\overline{DE} = \alpha_T \cdot dx \cdot \frac{\Delta T}{2} \dots$  přírůstek délky spodních vláken  
 $d\varphi = \frac{\overline{DE}}{BD} = \frac{\alpha_T \cdot dx \cdot \frac{\Delta T}{2}}{\frac{h}{2}} = \frac{\alpha_T \cdot dx \cdot \Delta T}{h}$   
 $\frac{1}{r} = -w''(x)$   
 $\frac{dx}{r} = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T \cdot dx}{h} \rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T}{h}$   
 $w''(x) = -\frac{\alpha_T \cdot \Delta T}{h}$

06/12/22 Přetvoření nosníků od nerovnoměrného oteplení 19

19

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Přímá integrace diferenciální rovnice ohybové čáry

Metoda **přímé integrace** diferenciální rovnice ohybové čáry

$M_{y(x)} = -E \cdot I_y \cdot w''(x)$     **Staticky určité** případy ohybaných nosníků  
 $E \cdot I_y \cdot w'(x) = -\int M_{y(x)} dx + C_1$      $E \cdot I_y \cdot w(x) = -\int \left( \int M_{y(x)} dx \right) dx + C_1 \cdot x + C_2$   
 Integrační konstanty  $C_1, C_2$  se určí z **deformačních okrajových podmínek**.

06/12/22 Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry 20

20

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 1

**Zadání:** Určete rovnici ohybové čáry

**Reakce:**  $R_{az} = \frac{M_a}{l} (l) \quad R_{bz} = \frac{M_a}{l} (1)$

**Vnitřní síly:**  
 $V(x) = -R_{az} = \text{konst.}$   
 $M(x) = -R_{az} \cdot x + M_a = -\frac{M_a}{l} \cdot x + M_a$

**Řešení:**  
 $E \cdot I_y \cdot w''(x) = -M_y(x) = \frac{M_a}{l} \cdot x - M_a$

2x integrace

06/12/22 21

21

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 1 - určení integračních konstant

Integrace

$E \cdot I_y \cdot w''(x) = -M_y(x) = \frac{M_a}{l} \cdot x - M_a$

$E \cdot I_y \cdot w'(x) = \frac{M_a}{l} \cdot \frac{x^2}{2} - M_a \cdot x + C_1$

$E \cdot I_y \cdot w(x) = \frac{M_a}{l} \cdot \frac{x^3}{6} - M_a \cdot \frac{x^2}{2} + C_1 \cdot x + C_2$

2 neznámé **integrační konstanty** lze určit z **deformačních okrajových podmínek:**

Defomační okrajové podmínky:

$w(x=0) = 0 \quad E \cdot I_y \cdot w(x=0) = \frac{M_a}{l} \cdot \frac{0^3}{6} - M_a \cdot \frac{0^2}{2} + C_1 \cdot 0 + C_2 = 0 \rightarrow C_2 = 0$

$w(x=l) = 0 \quad E \cdot I_y \cdot w(x=l) = \frac{M_a}{l} \cdot \frac{l^3}{6} - M_a \cdot \frac{l^2}{2} + C_1 \cdot l + 0 = 0$

$C_1 = -\frac{M_a \cdot l}{6} + M_a \cdot \frac{l}{2} = M_a \cdot l \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) \rightarrow C_1 = \frac{M_a \cdot l}{3}$

06/12/22 22

22

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 1 - výsledné rovnice

Výsledné **rovnice ohybové čáry** a **pootočení** (po úpravě):

$w(x) = \frac{1}{E \cdot I_y} \cdot \left[ \frac{M_a}{l} \cdot \frac{x^3}{6} - M_a \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{M_a \cdot l}{3} \cdot x \right] = \frac{M_a}{E \cdot I_y} \cdot \left[ \frac{x^3}{6 \cdot l} - \frac{x^2}{2} + \frac{l \cdot x}{3} \right]$

$w'(x) = \frac{1}{E \cdot I_y} \cdot \left[ \frac{M_a}{l} \cdot \frac{x^2}{2} - M_a \cdot x + \frac{M_a \cdot l}{3} \right] = \frac{M_a}{E \cdot I_y} \cdot \left[ \frac{x^2}{2 \cdot l} - x + \frac{l}{3} \right]$

Platí pro  $x \in (0; l)$

**Závěry:**

- Vzrůstající řád polynomů v posloupnosti jednotlivých veličin
- Největší průhyb v místě kde je nulová první derivace, tj. pootočení (podobně jako největší M je v místě, kde je  $V = 0$ )

06/12/22 23

23

---

---

---

---

---

---

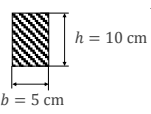
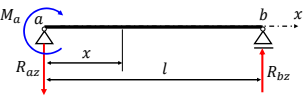
---

---



### Příklad 1 - s konkrétními vstupními údaji

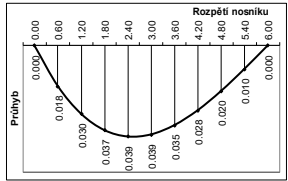
**Zadání:**  
 $l = 6\text{ m}$   
 $M_a = 15\text{ kNm}$   
 $E = 210\text{ GPa (ocel)}$

**Průhyb:** Rovnice **ohybové čáry**

$$w(x) = \frac{M_a}{E \cdot I_y} \cdot \left[ \frac{x^3}{6 \cdot l} - \frac{x^2}{2} + \frac{l \cdot x}{3} \right]$$

Platné pro  $x \in (0; l)$



06/12/22 Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry 24

24

---

---

---

---

---

---

---

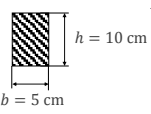
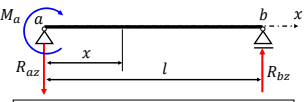
---

---

---

### Příklad 1 - s konkrétními vstupními údaji

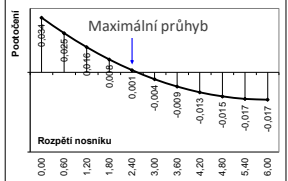
**Zadání:**  
 $l = 6\text{ m}$   
 $M_a = 15\text{ kNm}$   
 $E = 210\text{ GPa (ocel)}$

**Pootočení:** Rovnice **sklonu tečny** k ohybové čáře

$$w'(x) = \frac{M_a}{E \cdot I_y} \cdot \left[ \frac{x^2}{2 \cdot l} - x + \frac{l}{3} \right]$$

$\varphi_y(x) = w'(x)$  Platné pro  $x \in (0; l)$



06/12/22 Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry 25

25

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 1 - s konkrétními vstupními údaji

**Určení největšího průhybu:**

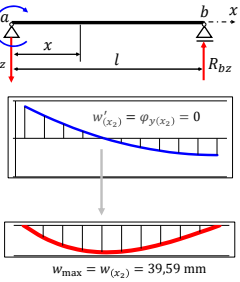
$w' = 0$  Kvadratická rovnice (2 kořeny)

$$\frac{M_a}{E \cdot I_y} \cdot \left[ \frac{x^2}{2 \cdot l} - x + \frac{l}{3} \right] = 0 \rightarrow \frac{1}{2l} \cdot x^2 - x + \frac{l}{3} = 0$$

- $x_1 = \left( 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \cdot l = 1,57735 \cdot l$  Nereálný kořen (leží mimo nosník)
- $x_2 = \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \cdot l = 0,422649 \cdot l$  Reálný kořen  $\in (0; l)$

Po dosazení do rovnice ohybové čáry:

$$w_{\max} = w(x_2) = \frac{M_a}{E \cdot I_y} \cdot \left[ \frac{x_2^3}{6 \cdot l} - \frac{x_2^2}{2} + \frac{l \cdot x_2}{3} \right]$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot \frac{M_a \cdot l^2}{E \cdot I_y} \approx 0,06415 \cdot \frac{M_a \cdot l^2}{E \cdot I_y}$$


06/12/22 Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry 26

26

---

---

---

---

---

---

---

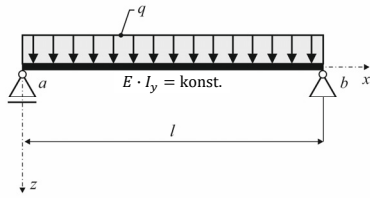
---

---

---

### Příklad k procvičení

Zadání: Určete analyticky rovnici **ohybové čáry** a **pootočení + největší průhyb**



06/12/22

Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry

27

27

---

---

---

---

---

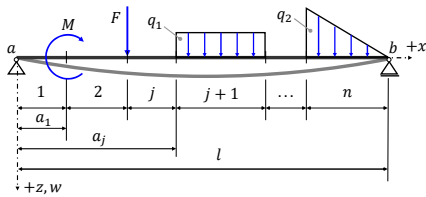
---

---

---

### Clebschova metoda určování rovnice ohybové čáry

Metoda pro určení **rovnice ohybové čáry** staticky určitých případů ohybaných nosníků se **složitějším zatížením**.



Rudolf Friedrich Alfred Clebsch (1833 – 1872)

Při složitějších případech zatížení (nespojitém) nebo při podepření nosníku mimo jeho konce nelze průběh  $M(x)$  vyjádřit **jediným výrazem**.

06/12/22

Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry

28

28

---

---

---

---

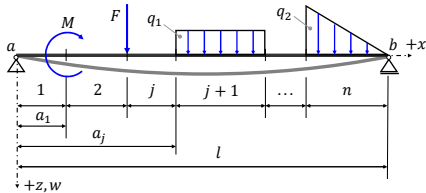
---

---

---

---

### Clebschova metoda určování rovnice ohybové čáry



#### Analýza:

- Integrace se provádí zvlášť v jednotlivých intervalech.
- **Počet intervalů:**  $n \rightarrow$  počet neznámých integračních konstant  $= 2 \cdot n \rightarrow C_{1,j}; C_{2,j} (j = 1 \dots n)$
- **Okrajové podmínky:** 2 v místě podepření,  $2 \cdot (n - 1)$  na hranicích intervalů (**podmínky spojitosti**)

**Celkem:**  $2 \cdot n \rightarrow w_{(x=0)} = 0, w_{(x=l)} = 0, w_{j,(a_j)} = w_{j+1,(a_j)}, w'_{j,(a_j)} = w'_{j+1,(a_j)}$

06/12/22

Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry

29

29

---

---

---

---

---

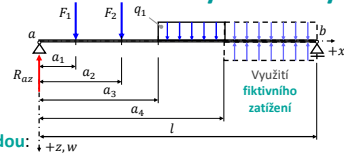
---

---

---

### Clebschova metoda určování rovnice ohybové čáry

Clebschova metoda je výhodná pro ruční výpočet → **pouze 2 neznámé integrační konstanty**



Podstata řešení **Clebschovou metodou**:

a) Při sestavování rovnice  $M_y(x)$  je nezbytné převzít  $M_y(x)$  z předchozího intervalu a doplnit jej o účinek nového zatížení. Pak lze  $M_y(x)$  vyjádřit jedním aritmetickým výrazem, např.:

$$M_y(x) = R_{az} \cdot x - |F_1 \cdot (x - a_1) - |F_2 \cdot (x - a_2) - \begin{cases} q \cdot \frac{(x - a_3)^2}{2} & x > a_3 \\ q \cdot \frac{(x - a_4)^2}{2} & x > a_4 \end{cases}$$

06/12/22

Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry

30

30

---

---

---

---

---

---

---

---

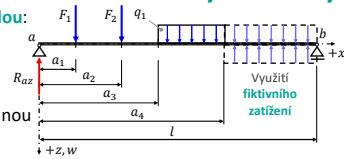
---

---

### Clebschova metoda určování rovnice ohybové čáry

Podstata řešení **Clebschovou metodou**:

b) Při integrování není žádoucí odstraňovat závorky u dvojčlenů  $(x - a_j)$ . Tyto výrazy je nutné považovat za samostatnou proměnnou (**Clebschův způsob integrace**):



$$E \cdot I_y \cdot w'(x) = -R_{az} \cdot \frac{x^2}{2} + |F_1 \cdot \frac{(x - a_1)^2}{2} + |F_2 \cdot \frac{(x - a_2)^2}{2} + \begin{cases} q \cdot \frac{(x - a_3)^3}{2 \cdot 3} - |q \cdot \frac{(x - a_4)^3}{2 \cdot 3} + C_1 & x > a_3 \\ q \cdot \frac{(x - a_3)^3}{2 \cdot 3} + |F_2 \cdot \frac{(x - a_2)^3}{2 \cdot 3} + \begin{cases} q \cdot \frac{(x - a_3)^4}{6 \cdot 4} - |q \cdot \frac{(x - a_4)^4}{6 \cdot 4} + C_1 \cdot x + C_2 & x > a_4 \end{cases} & x > a_4 \end{cases}$$

06/12/22

Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry

31

31

---

---

---

---

---

---

---

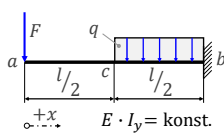
---

---

---

### Příklad 2

Zadáni:



$$x \leq \frac{l}{2} \quad M_y^l(x) = -F \cdot x \quad x \geq \frac{l}{2} \quad M_y^l(x) = -F \cdot x - \frac{q \cdot \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}{2}$$

Lze vyjádřit jedním výrazem:

$$M_y^l(x) = -F \cdot x - \begin{cases} q \cdot \frac{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2}{2} & x > \frac{l}{2} \end{cases}$$

**Clebschův způsob integrace:**

$$E \cdot I_y \cdot w''(x) = -M_y(x)$$

Pouze **2 neznámé integrační konstanty**

$$E \cdot I_y \cdot w'(x) = F \cdot \frac{x^2}{2} + \begin{cases} q \cdot \frac{\left(x - \frac{l}{2}\right)^3}{6} & x > \frac{l}{2} \end{cases} + C_1$$

$$E \cdot I_y \cdot w(x) = F \cdot \frac{x^3}{6} + \begin{cases} q \cdot \frac{\left(x - \frac{l}{2}\right)^4}{24} & x > \frac{l}{2} \end{cases} + C_1 \cdot x + C_2$$

06/12/22

Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry

32

32

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 2 – určení integračních konstant

Z okrajových podmínek:

$w'(x=l) = 0$

$$E \cdot I_y \cdot w'(x) = F \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{q \cdot (x - \frac{l}{2})^3}{6} + C_1$$

$x > \frac{l}{2}$

$$F \cdot \frac{l^2}{2} + \frac{q \cdot (l - \frac{l}{2})^3}{6} + C_1 = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{F \cdot l^2}{2} - \frac{q \cdot l^3}{48}$$

$E \cdot I_y = \text{const.}$

$w(x=l) = 0$

$$E \cdot I_y \cdot w(x) = F \cdot \frac{x^3}{6} + \frac{q \cdot (x - \frac{l}{2})^4}{24} + C_1 \cdot x + C_2$$

$x > \frac{l}{2}$

$$F \cdot \frac{l^3}{6} + \frac{q \cdot (l - \frac{l}{2})^4}{24} + C_1 \cdot l + C_2 = 0 \rightarrow C_2 = -F \cdot \frac{l^3}{6} + F \cdot \frac{l^3}{2} - \frac{q \cdot l^4}{384} + \frac{q \cdot l^4}{48}$$

$$C_2 = \frac{F \cdot l^3}{3} + \frac{7 \cdot q \cdot l^4}{384}$$

06/12/22 Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry 33

---

---

---

---

---

---

---

---

33

### Příklad 2 – výsledné rovnice

Pootočení – sklon tečny k ohybové čáře

$$w'(x) = \frac{1}{E \cdot I_y} \cdot \left( F \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{q \cdot (x - \frac{l}{2})^3}{6} - \frac{F \cdot l^2}{2} - \frac{q \cdot l^3}{48} \right)$$

Rovnice ohybové čáry

$$w(x) = \frac{1}{E \cdot I_y} \cdot \left( F \cdot \frac{x^3}{6} + \frac{q \cdot (x - \frac{l}{2})^4}{24} - \frac{F \cdot l^2}{2} \cdot x - \frac{q \cdot l^3}{48} \cdot x + \frac{F \cdot l^3}{3} + \frac{7 \cdot q \cdot l^4}{384} \right)$$

Určení největšího průhybu:  $w_{\max} = w(x=0) = \frac{1}{E \cdot I_y} \cdot \left( \frac{F \cdot l^3}{3} + \frac{7 \cdot q \cdot l^4}{384} \right)$

06/12/22 Metody řešení založené na integraci diferenciální rovnice ohybové čáry 34

---

---

---

---

---

---

---

---

34

### Dimenzování ohýbaného prvku podle MSP

Návrh nosné konstrukce

↓

Zvýšit  $E \cdot I$

↓

Posouzení

↓

Realizace

$M_{Ek} = \max |M_k|, I_{\min}, E, \delta_{\max}$

Dimenzování

$\delta \leq \delta_{\max}$

**Předpoklady řešení:**

- Pružné chování materiálu.
- Zanedbání vliv smykových napětí.

06/12/22 Dimenzování nosného prvku namáhaného ohybem podle mezního stavu použitelnosti 35

---

---

---

---

---

---

---

---

35

### Příklad 3 Dimenzování prvku namáhaného ohybem

Nadimenzujte ohýbaný nosný prvek z profilu IPN

#### Vstupní údaje

$$g_k = 2,0 \text{ kN/m} \quad \gamma_G = 1,35$$

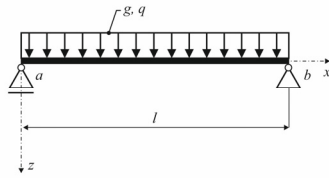
$$q_k = 6,0 \text{ kN/m} \quad \gamma_Q = 1,5$$

Ocel S235

$$f_{yk} = 235 \text{ MPa} \quad \gamma_M = 1,0$$

$$E = 210 \text{ GPa} \quad l = 6 \text{ m}$$

$$\delta_{\max} = \frac{l}{300} = 20 \text{ mm}$$



06/12/22

Dimenzování nosného prvku namáhaného ohybem

36

36

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 3 Dimenzování prvku namáhaného ohybem

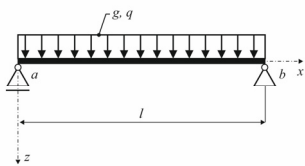
#### Ohybový moment

$$p_k = g_k + q_k = 2 + 6 = 8 \text{ kN/m}$$

$$p_d = g_k \cdot \gamma_G + q_k \cdot \gamma_Q = 2 \cdot 1,35 + 6 \cdot 1,5 = 11,7 \text{ kN/m}$$

$$M_{Ed} = \frac{1}{8} \cdot p_d \cdot l^2 = \frac{1}{8} \cdot 11,7 \cdot 6^2$$

$$= 52,65 \text{ kNm}$$



06/12/22

Dimenzování nosného prvku namáhaného ohybem

37

37

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 3 Dimenzování prvku namáhaného ohybem

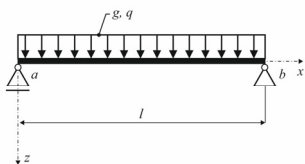
Návrh podle **mezního stavu únosnosti**:

$$W_{\min} = \frac{M_{Ed}}{\left(\frac{f_{yk}}{\gamma_M}\right)} = \frac{52,65 \cdot 10^3}{\left(\frac{235 \cdot 10^6}{1,0}\right)}$$

$$= 2,24 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$W_y(\text{IPN220}) = 2,78 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

Navržen profil podle **mezního stavu únosnosti**: IPN220



06/12/22

Dimenzování nosného prvku namáhaného ohybem

38

38

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 3 Dimenzování prvku namáhaného ohybem

Návrh podle **mezního stavu použitelnosti**:

$$I_{\min} = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_k \cdot l^4}{E \cdot \delta_{\max}} =$$

$$= \frac{5}{384} \cdot \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 6^4}{210 \cdot 10^9 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 3,21 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$I_y(\text{IPN240}) = 4,25 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$

Navržen profil podle **mezního stavu použitelnosti: IPN240**

**Výsledný návrh** podle obou mezních stavů: **navržen profil IPN240**  
 ( $W_y = 3,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ ,  $I_y = 4,25 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$ )

06/12/22 Dimenzování nosného prvku namáhaného ohybem 39

39

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 3 Dimenzování prvku namáhaného ohybem

**Mezní stav únosnosti**  
 Posudek spolehlivosti:

$$M_{Rd} = f_{yd} \cdot W_y = 235 \cdot 10^6 \cdot 3,54 \cdot 10^{-4} = 83,19 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 83,19 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} = \frac{52,65}{83,19} \cong 0,6329 \leq 1,0$$

**Vyhoví** na ohyb podle mezního stavu únosnosti - rezerva 36,71 % ✓

**Mezní stav použitelnosti**

$$\delta = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_k \cdot l^4}{E \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 6^4}{210 \cdot 10^9 \cdot 4,25 \cdot 10^{-5}} = 0,01516 \text{ m} = 15,16 \text{ mm}$$

$\delta = 15,16 \text{ mm} \leq \delta_{\max} = 20 \text{ mm}$

**Vyhoví** na ohyb podle mezního stavu použitelnosti. ✓

06/12/22 Dimenzování nosného prvku namáhaného ohybem 40

40

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Přetvoření ohýbaných nosníků proměnného průřezu

Náročná integrace, neboť  $E \cdot I_y \neq \text{konst.}$  ( $I_y = I(x)$ )

Řešení:

**Okrajové podmínky:**  
 $w(x=0) = 0$        $w(x=l) = 0$

**Podmínky spojitosti:**  
 $w_j(a_j) = w_{j+1}(a_j)$        $w'_j(a_j) = w'_{j+1}(a_j)$

Soustava  $2 \cdot n$  lineárních rovnic,  $2 \cdot n$  neznámých  $C_{1,j}$ ;  $C_{2,j}$  ( $j = 1 \dots n$ )

06/12/22 Přetvoření nosníků namáhaných ohybem s proměnným průřezem 41

41

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**Donau-wald bridge, Winzer, Německo**



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s proměnným průřezem

42

42

---

---

---

---

---

---

---

---

**Donau-wald bridge, Winzer, Německo**



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s proměnným průřezem

43

43

---

---

---

---

---

---

---

---

**Bogenberg bridge, Bogen, Německo**



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s proměnným průřezem

44

44

---

---

---

---

---

---

---

---

### Kingstone Bridge, Glasgow, Skotsko



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s proměnným průřezem

45

45

---

---

---

---

---

---

---

---

### Kingstone Bridge, Glasgow, Skotsko



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s proměnným průřezem

46

46

---

---

---

---

---

---

---

---

### Kingstone Bridge, Glasgow, Skotsko



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s proměnným průřezem

47

47

---

---

---

---

---

---

---

---



### Lávka pro pěší přes řeku Ostravici, Ostrava-Kamenec



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s proměnným průřezem

48

48

---

---

---

---

---

---

---

---

### Lávka pro pěší přes řeku Ostravici, Ostrava-Kamenec



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s proměnným průřezem

49

49

---

---

---

---

---

---

---

---

### Centrum energetických a environmentálních technologií, VŠB-TUO



**Konzola ochozu:**

- Ocelový svařovaný a válcovaný profil I
- Trapézový plech
- Betonová podlaha

06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s proměnným průřezem

50

50

---

---

---

---

---

---

---

---

### Integrace diferenciální rovnice ohybové čáry IV. řádu

Metody výpočtu **staticky neurčitých** ohybaných nosníků:

- a) **Přímá integrace** diferenciální rovnice ohybové čáry IV. řádu
- b) **Silová metoda**
- c) Metody založené na **energetických principech**

**Přímá integrace diferenciální rovnice ohybové čáry IV. řádu**

**Schwedlerovy vztahy**

$w(x) = ?$ $\varphi_y(x) = w'(x)$ $M_y(x) = -E \cdot I_y \cdot w''(x)$ $V_z(x) = -E \cdot I_y \cdot w'''(x)$ $q_z(x) = E \cdot I_y \cdot w^{(IV)}(x)$	$E \cdot I_y \cdot w^{(IV)}(x) = q_z(x)$ $E \cdot I_y \cdot w'''(x) = \int q_z(x) + C_1 = -V_z(x)$ $E \cdot I_y \cdot w''(x) = \iint q_z(x) + C_1 \cdot x + C_2 = -M_y(x)$ $E \cdot I_y \cdot w'(x) = \iiint q_z(x) + C_1 \cdot \frac{x^2}{2} + C_2 \cdot x + C_3$ $E \cdot I_y \cdot w(x) = \int \int \int q_z(x) + C_1 \cdot \frac{x^3}{6} + C_2 \cdot \frac{x^2}{2} + C_3 \cdot x + C_4$	<p><b>Řešení: 4 neznámé integrační konstanty</b>  <math>C_1, C_2, C_3, C_4</math></p> <p>↓</p> <p><b>4 okrajové podmínky</b></p>
---	---	--

06/12/22 Staticky neurčitá případy ohybu 51

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

51

### Statické a deformační okrajové podmínky

Typ okraje	Deformační okrajové podmínky	Statické okrajové podmínky
Volný okraj	$w(a) \neq 0$ $\varphi(a) \neq 0$	$M(a) = 0 \rightarrow w''(a) = 0$ $V(a) = 0 \rightarrow w'''(a) = 0$
Prostě podepřený okraj	$w(a) = 0$ $\varphi(a) \neq 0$	$M(a) = 0 \rightarrow w''(a) = 0$ $V(a) \neq 0 \rightarrow w'''(a) \neq 0$
Vetknutí	$w(a) = 0$ $\varphi(a) = 0$	$M(a) \neq 0 \rightarrow w''(a) \neq 0$ $V(a) \neq 0 \rightarrow w'''(a) \neq 0$

06/12/22 Staticky neurčitá případy ohybu 52

---

---

---

---

---

---

---

---

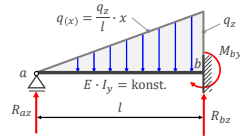
---

---

52

### Příklad 4

**Zadání:** Stanovte statické a přetvárné veličiny **staticky neurčitého nosníku** metodou přímé integrace diferenciální rovnice ohybové čáry IV. řádu.



**Řešení:**

**Zatížení**  $E \cdot I_y \cdot w^{(IV)}(x) = q_z(x) = \frac{q_z}{l} \cdot x$

**Posouvající síla**  
 $-V_z(x) = E \cdot I_y \cdot w'''(x) = \int q_z(x) + C_1 = \int \frac{q_z}{l} \cdot x dx + C_1 = \frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^2}{2} + C_1$

**Ohybový moment**  
 $-M_y(x) = E \cdot I_y \cdot w''(x) = \iint q_z(x) + C_1 \cdot x + C_2 = \frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^3}{6} + C_1 \cdot x + C_2$

**Pootočení**  
 $E \cdot I_y \cdot w'(x) = \iiint q_z(x) + C_1 \cdot \frac{x^2}{2} + C_2 \cdot x + C_3 = \frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^4}{24} + C_1 \cdot \frac{x^2}{2} + C_2 \cdot x + C_3$

**Ohybová čára**  
 $E \cdot I_y \cdot w(x) = \int \int \int q_z(x) + C_1 \cdot \frac{x^3}{6} + C_2 \cdot \frac{x^2}{2} + C_3 \cdot x + C_4 = \frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^5}{120} + C_1 \cdot \frac{x^3}{6} + C_2 \cdot \frac{x^2}{2} + C_3 \cdot x + C_4$

**Řešení: 4 neznámé integrační konstanty**  
 $C_1, C_2, C_3, C_4$

↓

**4 okrajové podmínky**

06/12/22 Staticky neurčitá případy ohybu 53

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

53

### Příklad 4 – okrajové podmínky a integrační konstanty

Na každém okraji lze definovat 2 **okrajové podmínky**:

Levý okraj	Pravý okraj
$w(x=0) = 0$ Deformační	$w'(x=l) = 0$ Deformační
$M_y(x=0) = 0$ Statická	$w(x=l) = 0$ Deformační

Určení integračních konstant:

- $w(x=0) = 0$   $E \cdot I_y \cdot w(x=0) = \frac{q_z}{l} \cdot \frac{0^5}{120} + C_1 \cdot \frac{0^3}{6} + C_2 \cdot \frac{0^2}{2} + C_3 \cdot 0 + C_4 = 0 \rightarrow C_4 = 0$
- $M_y(x=0) = 0$   $M_y(x=0) = -\frac{q_z}{l} \cdot \frac{0^3}{6} - C_1 \cdot 0 - C_2 = 0 \rightarrow C_2 = 0$
- $w'(x=l) = 0$   $E \cdot I_y \cdot w'(x=l) = \frac{q_z}{l} \cdot \frac{l^4}{24} + C_1 \cdot \frac{l^2}{2} + 0 \cdot l + C_3 = 0$  2 rovnice o 2 neznámých  $C_1$  a  $C_3$
- $w(x=l) = 0$   $E \cdot I_y \cdot w(x=l) = \frac{q_z}{l} \cdot \frac{l^5}{120} + C_1 \cdot \frac{l^3}{6} + 0 \cdot \frac{l^2}{2} + C_3 \cdot l + 0 = 0$

$$C_1 = -\frac{q_z \cdot l}{10}$$

$$C_3 = \frac{q_z \cdot l^3}{120}$$

06/12/22 Staticky neutřité případy ohybu 54

54

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 4 – výsledné rovnice

Výsledné integrační konstanty:

$$C_1 = -\frac{q_z \cdot l}{10} \quad C_2 = 0 \quad C_3 = \frac{q_z \cdot l^3}{120} \quad C_4 = 0$$

**Posouvající síla:** Rovnice po dosažení vypočtených integračních konstant

$$V_z(x) = -\frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^2}{2} - C_1 = -\frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{q_z \cdot l}{10} = q_z \cdot \left( -\frac{x^2}{2 \cdot l} + \frac{l}{10} \right) = \frac{q_z}{10 \cdot l} \cdot (l^2 - 5 \cdot x^2)$$

**Reake:**  $R_{az} = V_z(x=0) = \frac{1}{10} \cdot q_z \cdot l$   
 $R_{bz} = -V_z(x=l) = -\frac{q_z}{10 \cdot l} \cdot (l^2 - 5 \cdot l^2) = \frac{2}{5} \cdot q_z \cdot l$

**Kontrola:**  $R_z = 0: R_{az} + R_{bz} - \frac{q_z \cdot l}{2} = q_z \cdot l \cdot \left( \frac{1}{10} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} \right) = 0$

06/12/22 Staticky neutřité případy ohybu 55

55

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 4 – výsledné rovnice

Výsledné integrační konstanty:

$$C_1 = -\frac{q_z \cdot l}{10} \quad C_2 = 0 \quad C_3 = \frac{q_z \cdot l^3}{120} \quad C_4 = 0$$

**Ohybový moment - rovnice po dosažení vypočtených integračních konstant:**

$$M_y(x) = -\frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^3}{6} - C_1 \cdot x - C_2 = -\frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^3}{6} + \frac{q_z \cdot l}{10} \cdot x = \frac{q_z \cdot x}{30 \cdot l} \cdot (3 \cdot l^2 - 5 \cdot x^2)$$

**Reake:**  $M_{ay} = M_y(x=0) = 0$   
 $M_{by} = -M_y(x=l) = -\frac{q_z \cdot l}{30 \cdot l} \cdot (3 \cdot l^2 - 5 \cdot l^2) = \frac{1}{15} \cdot q_z \cdot l^2$

**Kontrola:**  $\sum M_{l,b} = 0: -R_{az} \cdot l + \frac{q_z \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{3} - M_{by} = -\frac{q_z \cdot l^2}{10} + \frac{q_z \cdot l^2}{6} - \frac{q_z \cdot l^2}{15} = 0$

06/12/22 Staticky neutřité případy ohybu 56

56

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 4 – výsledné rovnice

Výsledné integrační konstanty:

$$C_1 = -\frac{q_z \cdot l}{10} \quad C_2 = 0 \quad C_3 = \frac{q_z \cdot l^3}{120} \quad C_4 = 0$$

**Pootočení** - rovnice po dosazení vypočtených integračních konstant:

$$E \cdot I_y \cdot w'(x) = \frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^4}{24} + C_1 \cdot \frac{x^2}{2} + C_2 \cdot x + C_3 = \frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^4}{24} - \frac{q_z \cdot l}{10} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{q_z \cdot l^3}{120} = q_z \cdot \left[ \frac{x^4}{24 \cdot l} - \frac{l \cdot x^2}{20} + \frac{l^3}{120} \right]$$

**Koncové hodnoty:**

$$\varphi_a = w'(x=0) = \frac{q_z \cdot l^3}{120 \cdot E \cdot I_y}$$

$$\varphi_b = w'(x=l) = \frac{q_z \cdot l^3}{E \cdot I_y} \cdot \left[ \frac{1}{24} - \frac{1}{20} + \frac{1}{120} \right] = \frac{q_z \cdot l^3}{E \cdot I_y} \cdot \left[ \frac{5}{120} - \frac{6}{120} + \frac{1}{120} \right] = 0$$

06/12/22 57

57

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 4 – výsledné rovnice

Výsledné integrační konstanty:

$$C_1 = -\frac{q_z \cdot l}{10} \quad C_2 = 0 \quad C_3 = \frac{q_z \cdot l^3}{120} \quad C_4 = 0$$

**Ohybová čára** - rovnice po dosazení vypočtených integračních konstant:

$$E \cdot I_y \cdot w(x) = \frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^5}{120} + C_1 \cdot \frac{x^3}{6} + C_2 \cdot \frac{x^2}{2} + C_3 \cdot x + C_4 = \frac{q_z}{l} \cdot \frac{x^5}{120} - \frac{q_z \cdot l}{10} \cdot \frac{x^3}{6} + \frac{q_z \cdot l^3}{120} \cdot x = q_z \cdot \left[ \frac{x^5}{120 \cdot l} - \frac{l \cdot x^3}{60} + \frac{l^3 \cdot x}{120} \right]$$

**Koncové hodnoty:**  $w_a = w(x=0) = 0$

$$w_b = w(x=l) = \frac{q_z}{E \cdot I_y} \cdot \left[ \frac{l^4}{120} - \frac{l^4}{60} + \frac{l^4}{120} \right] = 0$$

Největší průhyb  $\rightarrow \varphi_{y(x)} = w'(x) = 0$

06/12/22 58

58

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Příklad 4 – největší průhyb

Největší průhyb  $\rightarrow \varphi_{y(x)} = w'(x) = 0$

Řešením lze získat 4 kořeny:

$$x_1 = l \quad x_2 = -l \quad x_3 = \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot l \approx 0,447213 \cdot l \quad x_4 = -\frac{\sqrt{5}}{5} \cdot l$$

**Reálný kořen**

Největší průhyb:  $w_{\max} = w(x_3) = \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{1875} \cdot \frac{q_z \cdot l^4}{E \cdot I_y}$

06/12/22 59

59

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Vliv smyku na přetvoření ohýbaného nosníku

Průhyb bez účinku smyku

$$w_{\max, M} = w_{(x=l)} = \frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I_y}$$

Z Hookova zákona ve smyku:  $\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$  Pootočení vlivem smyku:  $\gamma_{xz} = \frac{V_z}{G \cdot A^*} = w_V'$

Smykové napětí:  $\tau_{xz} = \frac{V_z}{A^*}$   $A^*$  ... redukovaná průřezová plocha (smyková)

Typ průřezu	$A^*$	Typ průřezu	$A^*$
obdélník	$0,833 \cdot A$	kruh	$0,844 \cdot A$
I-profil	$A_w$	mezikruží	$0,5 \cdot A$

06/12/22 Vliv smyku na přetvoření ohýbaného nosníku 60

60

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Vliv smyku na přetvoření ohýbaného nosníku

Pootočení vlivem smyku:  $w_V' = \frac{V_z}{G \cdot A^*} = \frac{q_z \cdot (l - x)}{G \cdot A^*}$

$$w_V = \int \frac{q_z \cdot (l - x)}{G \cdot A^*} dx + C_1^* = \frac{q_z}{G \cdot A^*} \cdot \left( l \cdot x - \frac{x^2}{2} \right) + C_1^*$$

Okrajová podmínka  $w_V(x=0) = 0 \rightarrow C_1^* = 0$

$$w_{\max, V} = w_{(x=l)} = \frac{q_z}{G \cdot A^*} \cdot \left( l \cdot l - \frac{l^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_z \cdot l^2}{G \cdot A^*}$$

Přetvoření včetně vlivu smyku

$$w_{(x)} = w_M(x) + w_V(x) \rightarrow w_{\max, M} = w_{(x=l)} = \frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I_y} + \frac{1}{2} \cdot \frac{q_z \cdot l^2}{G \cdot A^*}$$

06/12/22 Vliv smyku na přetvoření ohýbaného nosníku 61

61

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Vliv smyku na přetvoření ohýbaného nosníku

	$w_{\max} = w_{(x=l)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{F \cdot l^3}{E \cdot I_y} + \frac{F \cdot l}{G \cdot A^*}$
	$w_{\max} = w_{(x=l/2)} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_z \cdot l^4}{E \cdot I_y} + \frac{1}{8} \cdot \frac{q_z \cdot l^2}{G \cdot A^*}$
	$w_{\max} = w_{(x=l/2)} = \frac{1}{48} \cdot \frac{F \cdot l^3}{E \cdot I_y} + \frac{1}{4} \cdot \frac{F \cdot l}{G \cdot A^*}$

Čím je nosník štíhlejší, tím je vliv smyku na jeho přetvoření menší:

$l/h = 10$	10%
$l/h = 20$	2,5%
$l/h > 20$	Lze zanedbat

$l$  ... rozpětí nosníku  
 $h$  ... výška průřezu

06/12/22 Vliv smyku na přetvoření ohýbaného nosníku 62

62

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Nová budova Národního muzea, Praha



### Vierendeelúv (rámový) nosník:

- Realizace 1968 až 1973
- Půdorys 59x83 m
- 6 pilířů

06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými prvky významně namáhaných smykem

63

63

---

---

---

---

---

---

---

---

## Silniční most přes řeku Olši, Karviná-Darkov



### Železobetonový obloukový most z roku 1925:

- Vierendeelúv (rámový) nosník
- Unikátní příčné ztužení
- Výška 6,25 m
- Délka mostovky 55,8 m
- Šířka 5,6 m

Foto:

Ing. Renata Zdařilová, Ph.D.

06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými prvky významně namáhaných smykem

64

64

---

---

---

---

---

---

---

---

## Silniční most přes řeku Olši, Karviná-Darkov



### Železobetonový obloukový most z roku 1925:

- Vierendeelúv (rámový) nosník
- Unikátní příčné ztužení
- Výška 6,25 m
- Délka mostovky 55,8 m
- Šířka 5,6 m

Foto:

Ing. Renata Zdařilová, Ph.D.

06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými prvky významně namáhaných smykem

65

65

---

---

---

---

---

---

---

---

## Silniční most přes řeku Olši, Karviná-Darkov

### Železobetonový obloukový most z roku 1925:

- Vierendeelův (rámový) nosník
- Unikátní příčné ztužení
- Výška 6,25 m
- Délka mostovky 55,8 m
- Šířka 5,6 m

Foto:  
Ing. Renata Zdařilová, Ph.D.



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými prvky významně namáhanými smykem

66

66

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Silniční most přes řeku Olši, Karviná-Darkov

### Železobetonový obloukový most z roku 1925:

- Vierendeelův (rámový) nosník
- Unikátní příčné ztužení
- Výška 6,25 m
- Délka mostovky 55,8 m
- Šířka 5,6 m

Foto:  
Ing. Renata Zdařilová, Ph.D.



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými prvky významně namáhanými smykem

67

67

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Silniční most přes řeku Olši, Karviná-Darkov

### Železobetonový obloukový most z roku 1925:

- Vierendeelův (rámový) nosník
- Unikátní příčné ztužení
- Výška 6,25 m
- Délka mostovky 55,8 m
- Šířka 5,6 m

Foto:  
Ing. Renata Zdařilová, Ph.D.



06/12/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými prvky významně namáhanými smykem

68

68

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Hala Tatran / Bonver Aréna, Ostrava



06/12/22

Ukázký stavebních konstrukcí a nosnými prvky významně namáhaných smykem

69

69

---

---

---

---

---

---

---

---