

VŠB TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA | FAKULTA STAVEBNÍ | KATEDRA STAVEBNÍ MECHANIKY

Téma 6: Osově namáhání

- Základní vztahy a předpoklady řešení
- Výpočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prutu
- Řešení staticky neurčitých osově namáhaných konstrukcí v pružném oboru
- Řešení staticky neurčité osově namáhané soustavy v pružno-plastickém oboru

08/09/22 Průžnost a plasticita 0

0

Osově namáhání

Osově namáhání (osový-prostý tah nebo tlak): Jedinou nenulovou složkou vnitřních sil v libovolném průřezu prutu je **normálová síla** N .

$N \neq 0$ $T = 0$ $V_y = V_z = 0$ $M_y = M_z = 0$

$N > 0$... **tah**

$N < 0$... **tlak**

08/09/22 Základní vztahy a předpoklady řešení 1

1

Předpoklady řešení

a) průřezy zůstávají **rovinnými** a **kolmými k ose** i po deformaci (Bernoulliho hypotéza)

Předpoklad má povahu deformačně – geometrickou. Příčné průřezy se nezkrvíví a zůstanou vzájemně rovnoběžné.

Důsledek:
 $\gamma_{xy} = \gamma_{xz} = 0 \rightarrow \tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$
 $\sigma_x = \text{konst.} \dots \text{pro } x = \text{konst.}$

b) podélná vlákna na sebe vzájemně netlačí

$\sigma_y = \sigma_z = 0$

Daniel Bernoulli
(1700 - 1782)

08/09/22 Základní vztahy a předpoklady řešení 2

2

Jednoosá napjatost

Ze 6 složek napětí je pouze 1 nenulová

Tensor napětí:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x \neq 0 & \tau_{xy} = 0 & \tau_{xz} = 0 \\ \text{sym.} & \sigma_y = 0 & \tau_{yz} = 0 \\ & & \sigma_z = 0 \end{bmatrix}$$

Vektor napětí:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x \neq 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T$$

Výpočet **normálového napětí:**

$$N = \int_A \sigma_x dA = \sigma_x \int_A dA = \sigma_x \cdot A \rightarrow \sigma_x = \frac{N}{A}$$

08/09/22

Základní vztahy a předpoklady řešení

3

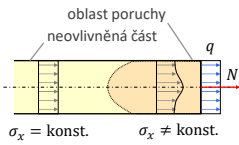
3

Omezená platnost předpokladů řešení

a) **Soustředěné zatížení na koncích prutu:**

V okolí konce prutu nastanou poruchy stavu napjatosti. Ze Saint-Venantova principu lokálnosti vyplývá, že tato oblast je omezená.

Saint - Venantův princip lokálního účinku



08/09/22

Základní vztahy a předpoklady řešení

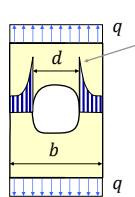
4

4

Omezená platnost předpokladů řešení

b) **Náhle změna průřezu:** Pro pruty s povlnnou změnou průřezu platí odvozené předpoklady. Náhlé průřezové změny, vyvolané otvorem, vruby či zúžením způsobí neplatnost předpokladu.

1)

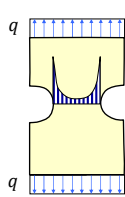


$$\sigma_{x,max} = k \cdot \frac{N}{A_{net}}$$

A_{net} ... průřezová plocha v místě oslabení
 k ... součinitel koncentrace napětí, závisí na geometrii prvku:

d/b	0,1	2,72
k	0,6	2,11

2)



08/09/22

Základní vztahy a předpoklady řešení

5

5

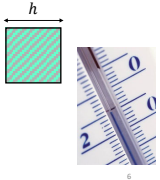
Přetvoření osově namáhaného prutu

$$\Delta l = \int_0^l \Delta dx = \int_0^l \varepsilon_x dx = \int_0^l \frac{\sigma_x}{E} dx = \frac{N}{E \cdot A} \int_0^l dx = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$$

$N = \frac{E \cdot A}{l} \cdot \Delta l = k \cdot \Delta l$ z Hookova zákona $k = \frac{EA}{l}$... tuhost prutu stálého průřezu v tahu/tlaku

Příčné deformace
 $\Delta h = h \cdot \varepsilon_z = h \cdot (-\nu \cdot \varepsilon_x) = h \cdot \left(-\nu \cdot \frac{\sigma_x}{E}\right) = -\nu \cdot \frac{N \cdot h}{E \cdot A}$

Deformace od rovnoměrné změny teploty ΔT [°C]
 $\Delta l_T = \int_0^l \varepsilon_{x,T} dx = \int_0^l \alpha_T \cdot \Delta T dx = \alpha_T \cdot \Delta T \cdot l$

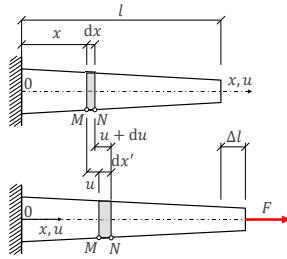


08/09/22 Vypočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prutu 6

6

Přetvoření osově namáhaného prutu

Obecný případ osově zatíženého prutu s **proměnným průřezem** nebo **proměnnou normálovou silou N**



Před deformací

Po deformaci

$$\varepsilon_x = \frac{dx' - dx}{dx} = \frac{dx + du - dx}{dx} = \frac{du}{dx}$$

$$dx' = dx + (u + du) - u = dx + du$$

08/09/22 Vypočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prutu 7

7

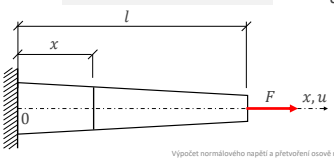
Přetvoření osově namáhaného prutu

Obecný případ osově zatíženého prutu s **proměnným průřezem** nebo **proměnnou normálovou silou N**

$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} \rightarrow \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \rightarrow \frac{N(x)}{A(x) \cdot E} = \frac{du}{dx}$ **Diferenciální rovnice osově namáhaného prutu**

Řešení: $u(x) = \int \frac{N(x)}{E \cdot A(x)} dx + C$ C ... integrační konstanta, kterou lze určit z tzv. **okrajové podmínky**

Okrajová podmínka
 $u_{(x=0)} = 0$



08/09/22 Vypočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prutu 8

8

Příklad 1 Osově namáhaný prut s **proměnnou průřezovou plochou**
 Zadání: Protažení táhla Δl ? ($N = \text{konst.}$)

08/09/22 9

9

Příklad 1 Osově namáhaný prut s **proměnnou průřezovou plochou**

$x \in (0, l)$
Průřezová plocha
 $A_{(x=0)} = h_0 \cdot b = A_0$
 $A_{(x=l)} = 2 \cdot h_0 \cdot b = 2 \cdot A_0$
 $A(x) = A_0 \cdot \frac{l+x}{l}$
Normálová síla
 $N_{(x)} = F = \text{konst.}$

$$u(x) = \int \frac{F}{E \cdot A(x)} dx = \int \frac{F \cdot l}{E \cdot A_0 \cdot (l+x)} dx = \frac{F}{E \cdot A_0} \cdot \int \frac{l}{l+x} dx = \frac{F}{E \cdot A_0} \cdot l \cdot \ln(x+l) + C$$

08/09/22 10

10

Příklad 1 Osově namáhaný prut s **proměnnou průřezovou plochou**

$u(x) = \frac{F}{E \cdot A_0} \cdot l \cdot \ln(x+l) + C$ $x \in (0, l)$
Okrajová podmínka $u_{(x=l)} = 0$
 $u_{(x=l)} = \frac{F}{E \cdot A_0} \cdot l \cdot \ln(l+l) + C = 0$
 $C = -\frac{F}{E \cdot A_0} \cdot l \cdot \ln(2l)$
Rovnice protažení
 $u(x) = \frac{F}{E \cdot A_0} \cdot l \cdot \ln(x+l) - \frac{F}{E \cdot A_0} \cdot l \cdot \ln(2 \cdot l)$
 $u(x) = \frac{F \cdot l}{E \cdot A_0} \cdot [\ln(x+l) - \ln(2 \cdot l)]$ $x \in (0, l)$

08/09/22 11

11

Příklad 1 Osově namáhaný prut s **proměnnou průřezovou plochou**

Výsledky

$$u(x) = \frac{F \cdot l}{E \cdot A_0} \cdot [\ln(x + l) - \ln(2 \cdot l)]$$

Maximální protažení Δl : $u_{\max} = u(x=0)$

$$\Delta l = u(x=0) = \frac{F \cdot l}{E \cdot A_0} \cdot [\ln(l) - \ln(2 \cdot l)] = -\ln(2) \cdot \frac{F \cdot l}{E \cdot A_0} = -0,693147 \cdot \frac{F \cdot l}{E \cdot A_0}$$

08/09/22 Vypočet normálového napětí a přetožení osově namáhaného prutu 12

12

Příklad 1 Osově namáhaný prut s **proměnnou průřezovou plochou**

Výsledky

08/09/22 Vypočet normálového napětí a přetožení osově namáhaného prutu 13

13

Příklad 2 Osově namáhaný prut s **proměnnou normálovou silou**

Zadání: Protažení táhla Δl ? ($A = \text{konst.}$)

Normálová síla:
 Tíha spodní oddělené části prutu.
 $N(x=0) = 0$
 $N(x=l) = \gamma \cdot A \cdot l$
 $\gamma = \rho \cdot g$... měrná tíha

$$u(x) = \int \frac{\gamma \cdot A \cdot x}{E \cdot A} dx$$

$$u(x) = \frac{\gamma}{E} \cdot \frac{x^2}{2} + C$$

08/09/22 Vypočet normálového napětí a přetožení osově namáhaného prutu 14

14

Příklad 2 Osově namáhaný prut s **proměnnou normálovou silou**

$$u(x) = \frac{\gamma}{E} \cdot \frac{x^2}{2} + C \quad x \in (0; l)$$

Okrajová podmínka $u(x=l) = 0$

$$u(x=l) = \frac{\gamma \cdot l^2}{2 \cdot E} + C = 0 \quad C = -\frac{\gamma \cdot l^2}{2 \cdot E}$$

Rovnice protažení

$$u(x) = \frac{\gamma \cdot x^2}{2 \cdot E} - \frac{\gamma \cdot l^2}{2 \cdot E} = \frac{\gamma}{2 \cdot E} \cdot (x^2 - l^2)$$

$$u(x) = -\frac{\gamma}{2 \cdot E} \cdot (l^2 - x^2) \quad x \in (0; l)$$

08/09/22 Výpočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prutu 15

15

Příklad 2 Osově namáhaný prut s **proměnnou normálovou silou**

Výsledky

Protažení táhla

$$u(x) = -\frac{\gamma}{2 \cdot E} \cdot (l^2 - x^2)$$

x [m]	0	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	
u [mm]	0.00000	-0.011862	-0.011865	-0.011874	-0.011881	-0.011888	-0.011893	-0.011898	-0.011901	-0.011904	-0.011906	-0.020000

Maximální protažení Δl :

$$u_{\max} = u(x=0) \quad \Delta l = u(x=0) = -\frac{\gamma \cdot l^2}{2 \cdot E}$$

08/09/22 Výpočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prutu 16

16

Příklad 2 Osově namáhaný prut s **proměnnou normálovou silou**

Výsledky

08/09/22 Výpočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prutu 17

17

Dimenzování osově namáhaného prvku podle MSÚ

Návrh nosné konstrukce

↓

Posouzení

↓

Realizace

$N_{Ed} \cdot A_{min} \cdot f_d$

$A_{min} = \frac{N_{Ed}}{f_d}$ $f_d = \frac{f_k}{\gamma_M}$

Dimenzování

$N_{Ed} \leq N_{Rd} = A \cdot f_d$

$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \leq 1$

08/09/22 Výpočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prutu 18

18

Příklad 3 Dimenzování nosného osově namáhaného prvku

Vstupní údaje

$g_k = 60 \text{ kN/m}$ $\gamma_G = 1,35$
 $q_k = 140 \text{ kN/m}$ $\gamma_Q = 1,5$

Ocel S275
 $f_{yk} = 275 \text{ MPa}$ $\gamma_M = 1,0$
 $E = 210 \text{ GPa}$
 $\delta_{max} = 5 \text{ mm}$

Nadimenzujte osově namáhaný nosný prvek z profilu **2xUPN**

08/09/22 Výpočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prutu 19

19

Příklad 3 Dimenzování nosného osově namáhaného prvku

Normálová síla

$p_k = g_k + q_k = 60 + 140 = 200 \text{ kN/m}$

$\sum M_a = 0:$

$$-\frac{p_k \cdot L^2}{2} + R_{cx,k} \cdot L = 0$$

$R_{cx,k} = N_{Ek} = \frac{p_k \cdot L}{2} = \frac{200 \cdot 6}{2} = \boxed{600 \text{ kN}}$

08/09/22 Výpočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prutu 20

20

Příklad 3 Dimenzování nosného osově namáhaného prvku

Normálová síla

$$p_d = g_k \cdot \gamma_G + q_k \cdot \gamma_Q =$$

$$= 60 \cdot 1,35 + 140 \cdot 1,5 =$$

$$= 291 \text{ kN/m}$$

$$\sum M_a = 0:$$

$$-\frac{p_d \cdot L^2}{2} + R_{cx,d} \cdot L = 0$$

$$R_{cx,d} = N_{Ed} = \frac{p_d \cdot L}{2} =$$

$$= \frac{291 \cdot 6}{2} = \boxed{873 \text{ kN}}$$

08/09/22 Vypočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prvku 21

21

Příklad 3 Dimenzování nosného osově namáhaného prvku

Návrh podle **mezního stavu únosnosti**:

$$A_{\min} = \frac{N_{Ed}}{\left(\frac{f_{yk}}{\gamma_M}\right)} = \frac{873 \cdot 10^3}{\left(\frac{275 \cdot 10^6}{1,0}\right)} =$$

$$= 3,174545 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cong$$

$$\cong 3174,55 \text{ mm}^2$$

$$A_{1,\min}(1 \times \text{UPN}) = \frac{A_{\min}}{2} =$$

$$= \frac{3174,55}{2} \cong \boxed{1587,27 \text{ mm}^2}$$

$$A(\text{UPN120}) = 1700 \text{ mm}^2$$

08/09/22 Vypočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prvku 22

22

Příklad 3 Dimenzování nosného osově namáhaného prvku

Návrh podle **mezního stavu použitelnosti**:

$$A_{\min} = \frac{N_{Ek} \cdot l}{E \cdot \delta_{\max}} = \frac{600 \cdot 10^3 \cdot 4}{210 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 2,285714 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cong 2285,71 \text{ mm}^2$$

$$A_{1,\min}(1 \times \text{UPN}) = \frac{A_{\min}}{2} =$$

$$= \frac{2285,71}{2} \cong \boxed{1142,86 \text{ mm}^2}$$

$$A(\text{UPN100}) = 1350 \text{ mm}^2$$

Výsledný návrh podle obou mezních stavů: **2xUPN120**
 ($A = 2 \cdot 1700 = 3400 \text{ mm}^2$)

08/09/22 Vypočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prvku 23

23

Příklad 3 Dimenzování nosného osově namáhaného prvku

Posudek spolehlivosti: **Výsledný návrh** podle obou mezních stavů: **2xUPN120**
 Mezní stav únosnosti ($A = 2 \cdot 1700 = 3400 \text{ mm}^2$)

$$N_{Rd} = f_{yd} \cdot A = 275 \cdot 10^6 \cdot 3400 \cdot 10^{-6} = 935 \cdot 10^3 \text{ N} = 935 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = \frac{873}{935} \cong 0,9337 \leq 1,0$$

Vyhovuje podle mezního stavu únosnosti
 pro osové namáhání - rezerva 6,63 %.

Mezní stav použitelnosti

$$\Delta l = \frac{N_{Ek} \cdot l}{E \cdot A} = \frac{600 \cdot 10^3 \cdot 4}{210 \cdot 10^9 \cdot 3400 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= 3,3613 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cong 3,36 \text{ mm}$$

$$\Delta l \cong 3,36 \text{ mm} \leq \delta_{\max} = 5 \text{ mm}$$

Vyhovuje podle mezního stavu použitelnosti
 pro osové namáhání.

08/09/22

Vypočet normálového napětí a přetvoření osově namáhaného prutu

24

24

Vstupní prostor nádraží v Sofii, Bulharsko



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

25

25

Vstupní prostor nádraží v Sofii, Bulharsko



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

26

26

Vstupní prostor nádraží v Sofii, Bulharsko



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

27

27

Vstupní prostor nádraží v Sofii, Bulharsko



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

28

28

Loděnice Slavia, Praha



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

29

29

Pavilon V z roku 2000, Výstaviště, Brno



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

30

30

Pavilon V z roku 2000, Výstaviště, Brno



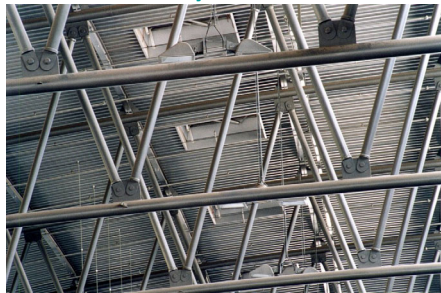
08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

31

31

Pavilon V z roku 2000, Výstaviště, Brno



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

32

32

Pavilon V z roku 2000, Výstaviště, Brno



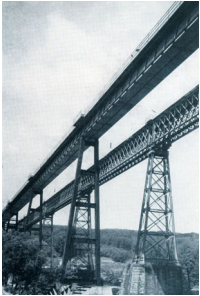
08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

33

33

Ivančický viadukt, výstavba 1887 a 1976



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

34

34

Dálničně-železniční most přes Dunaj, Bratislava



Rozpětí 460,8 m, 4 pole,
modul příhrady 12,8 m

08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

35

35

Dálničně-železniční most přes Dunaj, Bratislava



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

36

36

Dálničně-železniční most přes Dunaj, Bratislava



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

37

37

Pavilon G1 z roku 1996, Výstaviště, Brno



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

38

38

Pavilon G1 z roku 1996, Výstaviště, Brno



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

39

39

Pavilon G1 z roku 1996, Výstaviště, Brno



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

40

40

Klenba s táhlem v Chrámu sv.Víta, Praha



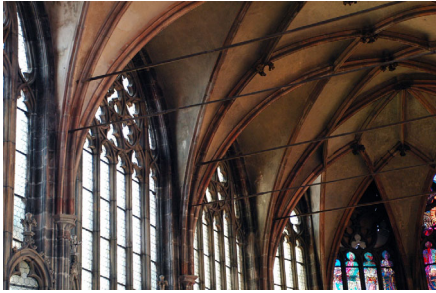
08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

41

41

Klenba s táhlem v Chrámu sv.Víta, Praha



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

42

42

Zastřešení hangáru F, Praha - Ruzyně



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

43

43

Zastřešení hangáru F, Praha - Ruzyně



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

44

44

Rozhledna Holedná, výstavba 2020, výška 35 m, Brno

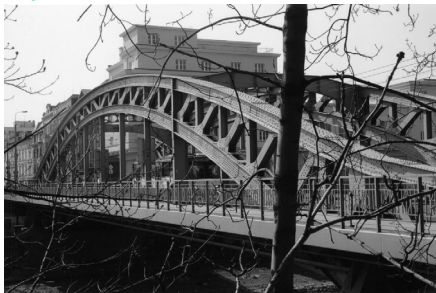


08/09/22 Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky 45

45

Most Miloše Sýkory, Ostrava

Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzezpetí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.



08/09/22 Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky 46

46

Most Miloše Sýkory, Ostrava

Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzezpetí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.



08/09/22 Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky 47

47

Most Miloše Sýkory, Ostrava

Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzepětí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

48

48

Most Miloše Sýkory, Ostrava

Ocelový příhradový oblouk o rozpětí 60 m a vzepětí 7 m, celková délka 92 m, šířka 16 m, vyrobeno 1913.



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

49

49

Ostravar Aréna, výstavba 1980, Ostrava - Vítkovice

Půdorys 125x109 m, výška 31 m



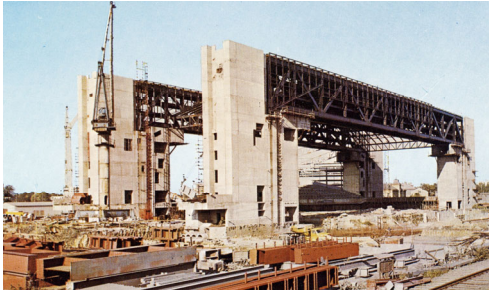
08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

50

50

Ostravar Aréna, výstavba 1980, Ostrava - Vítkovice



Půdorys
125x109 m,
výška 31 m

08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvků

51

51

Železniční most, výstavba 1964, Ostrava - Zábřeh



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvků

52

52

**Železniční most,
tzv. Polanecká spojka,
výstavba 1964, Ostrava-Zábřeh**



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvků

53

53

Železniční most, výstavba 1964, Ostrava - Zábřeh



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

54

54

Výzkumné energetické centrum, VŠB-TU Ostrava



Konstrukce střechy tvořená soustavou dřevěných příhradových vazníků

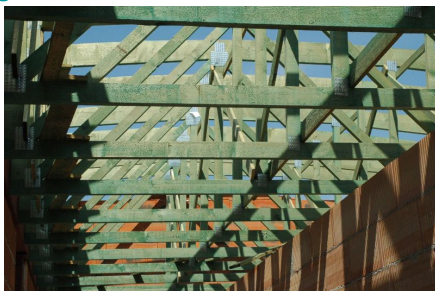
08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

55

55

Výzkumné energetické centrum, VŠB-TU Ostrava



Konstrukce střechy tvořená soustavou dřevěných příhradových vazníků

08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

56

56

Výzkumné energetické centrum, VŠB-TU Ostrava

Konstrukce
obloukové nosné
konstrukce s táhlem



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

57

57

Výzkumné energetické centrum, VŠB-TU Ostrava

Konstrukce
obloukové nosné
konstrukce s táhlem



08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

58

58

Výzkumné energetické centrum, VŠB-TU Ostrava

Konstrukce
obloukové nosné
konstrukce s táhlem




08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osovými namáháními prvky

59

59

Avion Shopping Park Ostrava

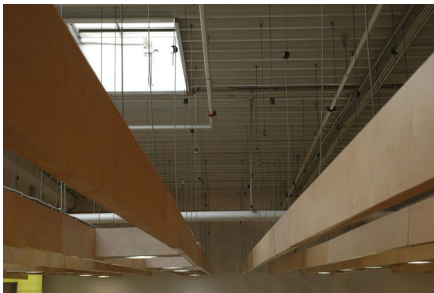


Zavěšení podhledů systémem táhel

08/09/22 Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky 60

60

Avion Shopping Park Ostrava



Zavěšení podhledů systémem táhel

08/09/22 Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky 61

61

Avion Shopping Park Ostrava



Zavěšení podhledů systémem táhel

08/09/22 Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky 62

62

Avion Shopping Park Ostrava



Zavěšení podhledů
systémem táhel

08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

63

63

Avion Shopping Park Ostrava



Zavěšení podhledů
systémem táhel

08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

64

64

Avion Shopping Park Ostrava



Zavěšení podhledů
systémem táhel

08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

65

65

Avion Shopping Park Ostrava



Stojkování
betonového stropu

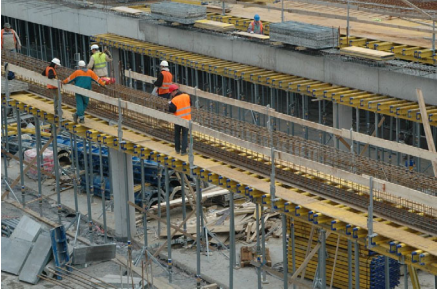
08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

66

66

Avion Shopping Park Ostrava



Stojkování
betonového stropu

08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

67

67

Avion Shopping Park Ostrava



Stojkování
betonového stropu

08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

68

68

Avion Shopping Park Ostrava



Stojkování
betonového stropu

08/09/22

Ukázky stavebních konstrukcí s nosnými osově namáhanými prvky

69

69

Statically neurčitě osově namáhané konstrukce

Předpoklad řešení: Pružné chování materiálu

Statically neurčitě úlohy:

Počet neznámých

>

Počet podmínek rovnováhy

Řešení:

Počet neznámých

=

Podmínky rovnováhy

+

Podmínky deformační

08/09/22

Řešení staticky neurčitých konstrukcí

70

70

Úloha 1: Oboustranně vetknutý prut

Předpoklad: Pružné chování materiálu

Neznámé v úloze:

$$R_a (= -N_1); R_b (= N_2)$$

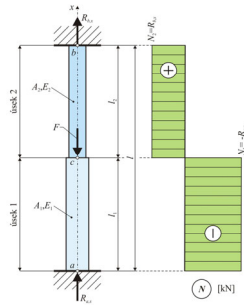
Podmínka rovnováhy:

$$R_z = 0: \quad R_a + R_b - F = 0$$

Deformační podmínka:

$$\Delta l = 0:$$

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{N_1 l_1}{E_1 \cdot A_1} + \frac{N_2 l_2}{E_2 \cdot A_2} = 0$$



08/09/22

Řešení staticky neurčitých osově namáhaných konstrukcí v průběžném oboru

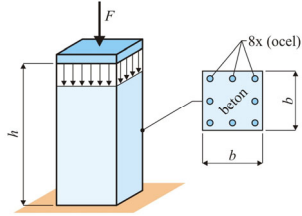
71

71

Úloha 2: Železobetonový sloup

Předpoklad:

Pružné chování materiálu, rovnoměrné roznesení zatížení do průřezu sloupu.



Neznámé v úloze:

$N_s; N_c$ ocel (steel), beton (concrete)

Podmínka rovnováhy:

$$R_z = 0: F = N_s + N_c$$

Deformační podmínka:

$$\Delta l_s = \Delta l_c \quad \frac{N_s \cdot l}{E_s \cdot A_s} = \frac{N_c \cdot l}{E_c \cdot A_c}$$

08/09/22

Řešení staticky neurčitých osově namáhaných konstrukcí v průřezném oboru

72

72

Úloha 3: Tuhá deska zavěšená na soustavě táhel

Předpoklad: Pružné chování materiálu táhel, tuhá deska.

Neznámé v úloze: $N_1; N_2 \dots N_n$

Podmínka rovnováhy:

$$\sum M_a = 0:$$

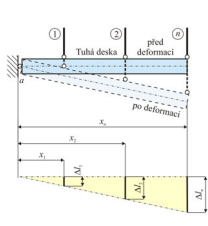
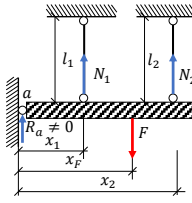
$$N_1 \cdot x_1 + N_2 \cdot x_2 - F \cdot x_F = 0$$

Deformační podmínka:

$$\frac{\Delta l_1}{x_1} = \frac{\Delta l_2}{x_2}$$

$$\frac{N_1 \cdot l_1}{E_1 \cdot A_1} = \frac{N_2 \cdot l_2}{E_2 \cdot A_2} \cdot \frac{x_1}{x_2}$$

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 \cdot \frac{x_1}{x_2}$$



08/09/22

Řešení staticky neurčitých osově namáhaných konstrukcí v průřezném oboru

73

73

Úloha 3: Tuhá deska zavěšená na soustavě táhel

Předpoklad: Pružné chování materiálu táhel, tuhá deska.

Zadání:

Geometrie: $l_1 = l_2 = 2 \text{ m}$ $x_1 = 3 \text{ m}$

$x_2 = 5 \text{ m}$

$x_F = 4 \text{ m}$

Průřez táhel:

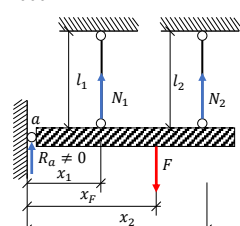
$d_1 = d_2 = 20 \text{ mm}$

$A_1 = A_2 = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

Zatížení: $F = 80 \text{ kN}$

Materiál: Ocel S235 $\gamma_M = 1,15$

$E = 210 \text{ GPa}$



08/09/22

Řešení staticky neurčitých osově namáhaných konstrukcí v průřezném oboru

74

74

Úloha 3: Tuhá deska zavěšená na soustavě táhel

Předpoklad: Pružné chování materiálu táhel, tuhá deska.

Podmínka rovnováhy:

$$\sum M_a = 0: \quad N_1 \cdot x_1 + N_2 \cdot x_2 - F \cdot x_F = 0$$

$$N_1 = \frac{F \cdot x_F - N_2 \cdot x_2}{x_1}$$

Deformační podmínka:

$$\frac{\Delta l_1}{x_1} = \frac{\Delta l_2}{x_2} \quad \Delta l_1 = \Delta l_2 \cdot \frac{x_1}{x_2} \quad \frac{N_1 \cdot l}{E \cdot A} = \frac{N_2 \cdot l}{E \cdot A} \cdot \frac{x_1}{x_2}$$

$$N_1 = N_2 \cdot \frac{x_1}{x_2}$$

Výsledky:

$$N_1 = F \cdot x_F \cdot \frac{x_1}{x_1^2 + x_2^2} \quad N_2 = F \cdot x_F \cdot \frac{x_2}{x_1^2 + x_2^2}$$

08/09/22 Řešení staticky neurčitých osově namáhaných konstrukcí v pružném oboru 75

75

Úloha 3: Tuhá deska zavěšená na soustavě táhel

Předpoklad: Pružné chování materiálu táhel, tuhá deska.

Konkrétně:

$$N_1 = F \cdot x_F \cdot \frac{x_1}{x_1^2 + x_2^2} = 28,235 \text{ kN}$$

$$N_2 = F \cdot x_F \cdot \frac{x_2}{x_1^2 + x_2^2} = 47,059 \text{ kN}$$

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l}{E \cdot A} = 0,856 \text{ mm} \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l}{E \cdot A} = 1,427 \text{ mm}$$

Kontrola výsledku:

$$\sum M_c = 0: \quad R_a = \frac{F \cdot (x_2 - x_F) - N_1 \cdot (x_2 - x_1)}{x_2} = 4,706 \text{ kN} \quad R_a + N_1 + N_2 = F = 80 \text{ kN}$$

$$R_z = 0:$$

08/09/22 Řešení staticky neurčitých osově namáhaných konstrukcí v pružném oboru 76

76

Staticky neurčité soustavy v pružno-plastickém oboru

Předpoklad: Ideálně pružno-plastické chování materiálu táhel, tuhá deska.

Mezní plastická únosnost v tahu

$$N_{pl} = f_{yd} \cdot A = 64,198 \text{ kN}$$

$$\Delta_{pl} = \frac{N_{pl} \cdot l}{E \cdot A} = 1,946 \text{ mm}$$

a) Zplastizování prutu 2:

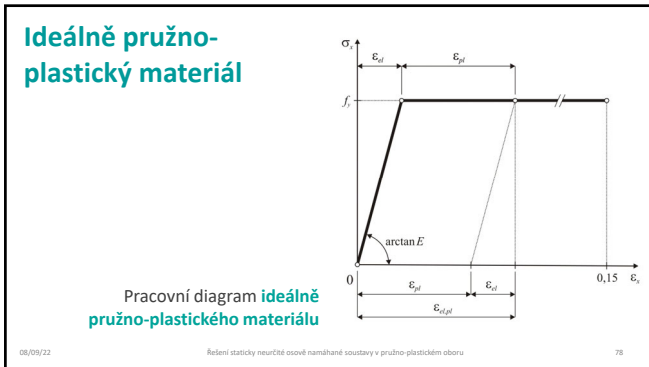
$$N_2 = N_{pl} \quad \Delta l_2 = \Delta_{pl} \quad \Delta l_1 = \Delta_{pl} \cdot \frac{x_1}{x_2} = 1,168 \text{ mm}$$

$$N_1 = \Delta l_1 \cdot \frac{E \cdot A}{l} = 38,519 \text{ kN}$$

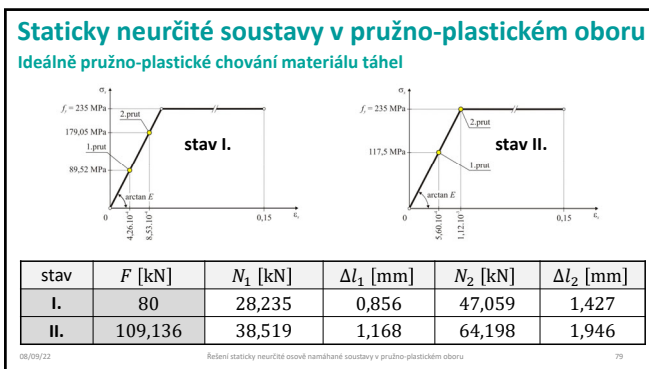
$$F = \frac{N_1 \cdot x_1 + N_{pl} \cdot x_2}{x_F} = 109,136 \text{ kN}$$

08/09/22 Řešení staticky neurčitých osově namáhaných soustav v pružno-plastickém oboru 77

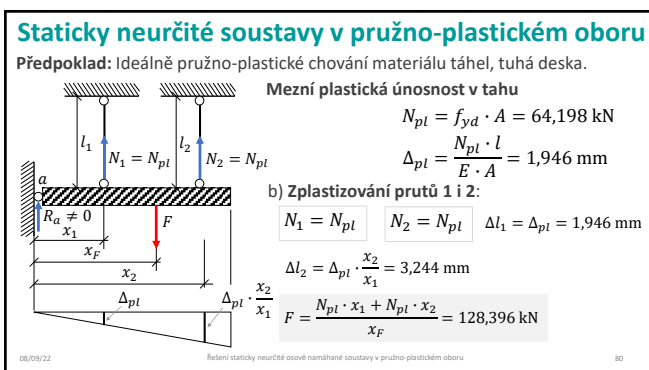
77



78

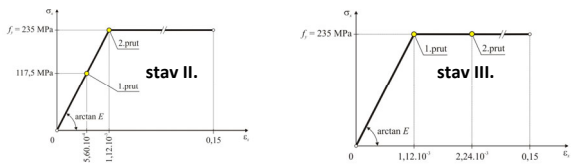


79



80

Statically neurčitě soustavy v pružno-plastickém oboru

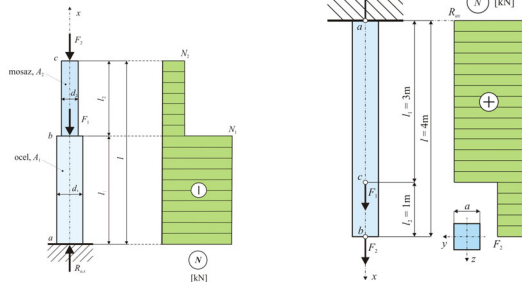


stav	F [kN]	N ₁ [kN]	Δl ₁ [mm]	N ₂ [kN]	Δl ₂ [mm]
I.	80	28,235	0,856	47,059	1,427
II.	109,136	38,519	1,168	64,198	1,946
III.	128,396	64,198	1,946	64,198	3,244

08./09./22 Řešení staticky neurčitě osově namáhané soustavy v pružno-plastickém oboru 81

81

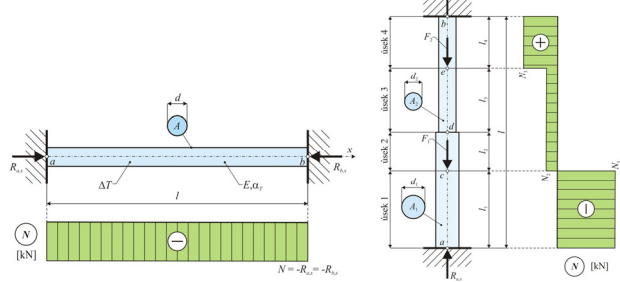
Příklady k procvičení



08./09./22 Osově namáhané nosné prvky 82

82

Příklady k procvičení



08./09./22 Osově namáhané nosné prvky 83

83
