

Téma 2: Průřezové charakteristiky

- **Těžiště** (Základy stavební mechaniky)
- **Kvadratické momenty rovinných obrazců**, momenty setrvačnosti a deviační moment
- Centrální kvadratické momenty základních a složených obrazců
- Kvadratické momenty k potočeným osám
- Polární moment setrvačnosti

Těžiště

Hmotný útvar – v nejobecnějším případě trojrozměrné těleso z látky o měrné tíze γ [kN/m³], také idealizovaná tělesa jako např.:

- **Hmotný rovinný obrazec** (tuhá deska) – o měrné tíze γ [kN/m²]
- **Hmotná rovinná čára** – o měrné tíze γ [kN/m]

Tíhově homogenní hmotné útvary – měrná tíha je po celém útvaru konstantní

Fyzikální význam těžiště:

- a) Hmotný bod se soustředěnou hmotností útvaru.
- b) Bod, ve kterém lze hmotný útvar vystavený tíze podepřít proti posunutí aniž by docházelo k rotaci.

Těžiště je chápáno jako statický střed soustavy rovnoběžných sil v prostoru či rovině, které tvoří vlastní tíhy elementů hmotného útvaru.

Těžnice – osa procházející těžištěm



Center of Gravity of General 2D Lines

Rovinné čáry **jednoduché** (po celé délce jeden matematický předpis) a **složené** (několik spojených jednoduchých čar)

Jednoduché rovinné čáry – úsečka, kružnicový oblouk, parabolický oblouk.

Předpoklad: Čáry **tíhově homogenní**, u kterých hodnota měrné tíhy γ nemá na polohu těžiště žádný vliv, proto $\gamma = 1$ (bez fyzikálního rozměru)

Podle diferenciální geometrie rovinných křivek platí:

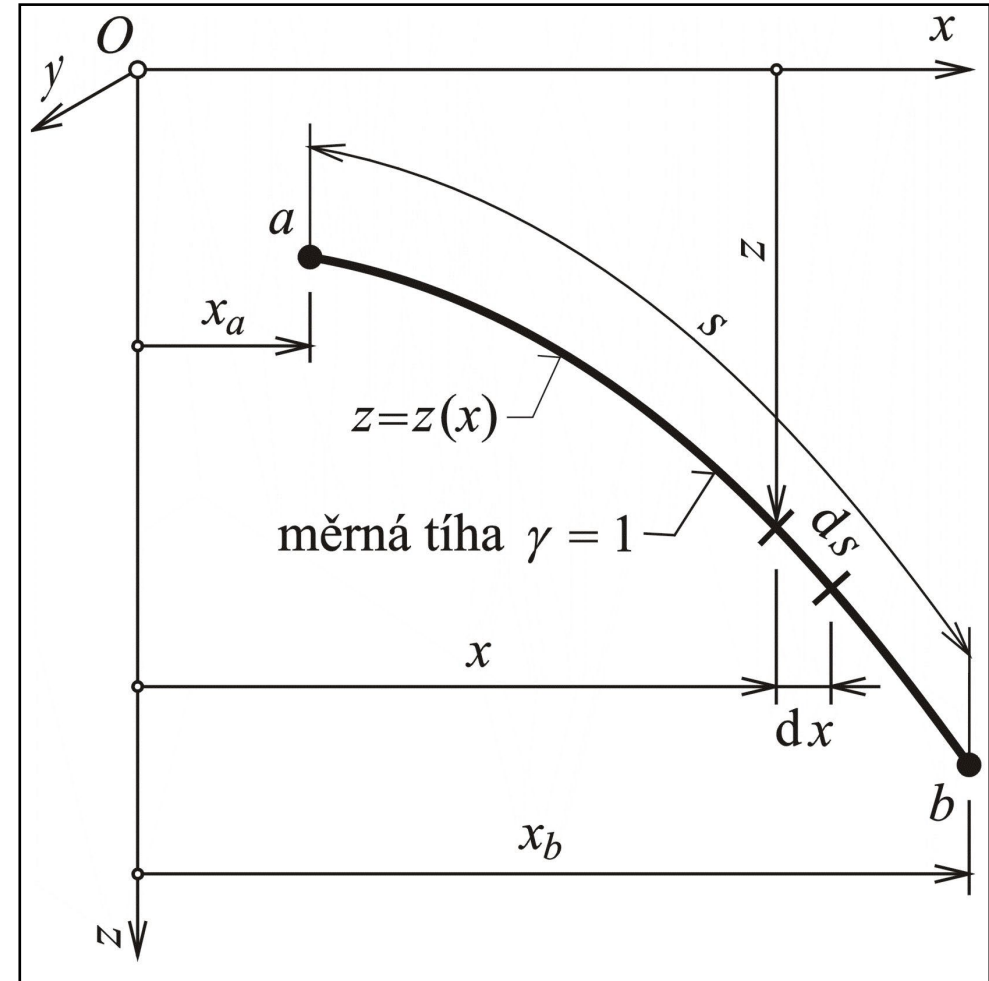
$$ds = \sqrt{1 + z'^2} dx$$

$$z' = \frac{dz}{dx}$$

Délka (a zároveň i tíha) čáry:

$$s = \int_s ds = \int_{x_a}^{x_b} \sqrt{1 + z'^2} dx$$

Rovinná čára (křivka)



Těžiště obecné rovinné čáry

V každém elementu působí elementární síla vyjadřující jeho vlastní tíhu: $dP = \gamma \cdot ds$

Vzniká **soustava rovnoběžných sil** se statickým středem v těžišti.

Směr **paprsků rovnoběžných sil** lze volit:

a) V rovině vyšetřované čáry xz (povaha **rovinné soustavy sil**) směr **svislý** (z), pak **vodorovný** (x)

Statické momenty sil k momentovému středu (k počátku O):

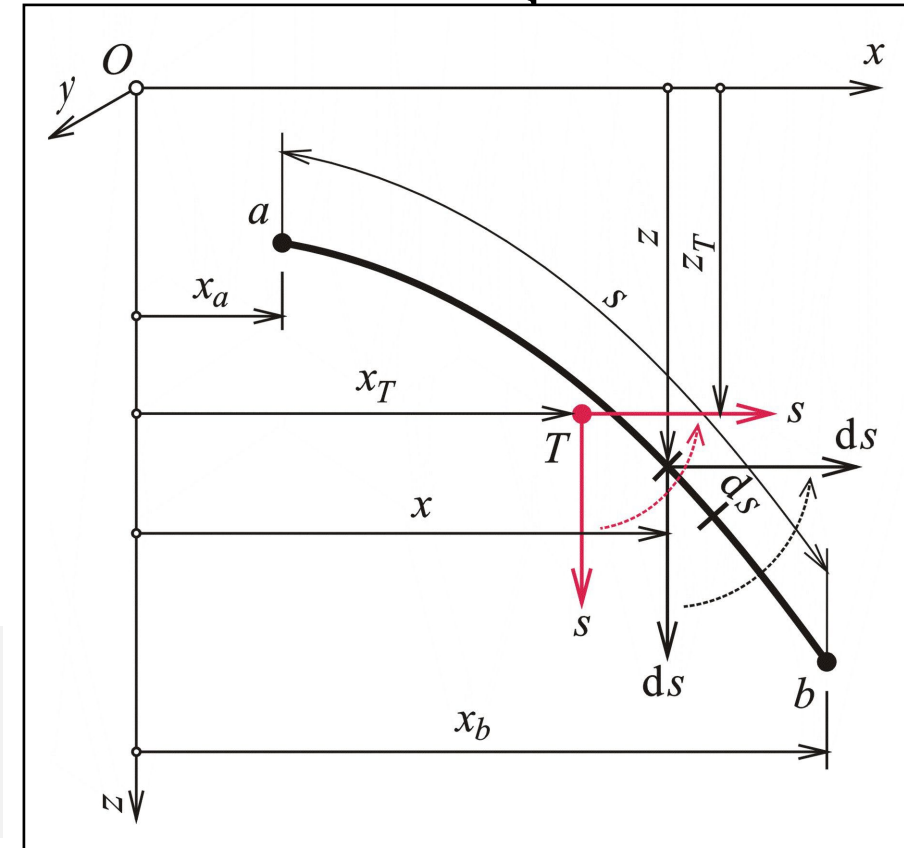
$$S_z = \int_s x ds = \int_{x_a}^{x_b} x \cdot \sqrt{1 + z'^2} dx$$

$$S_x = \int_s z ds = \int_{x_a}^{x_b} z \cdot \sqrt{1 + z'^2} dx$$

Z **Varignonovy věty**:

$$x_T = \frac{S_z}{S}$$

$$z_T = \frac{S_x}{S}$$



Těžiště rovinné čáry jako statický střed **rovinné soustavy rovnoběžných sil**

Těžiště obecné rovinné čáry

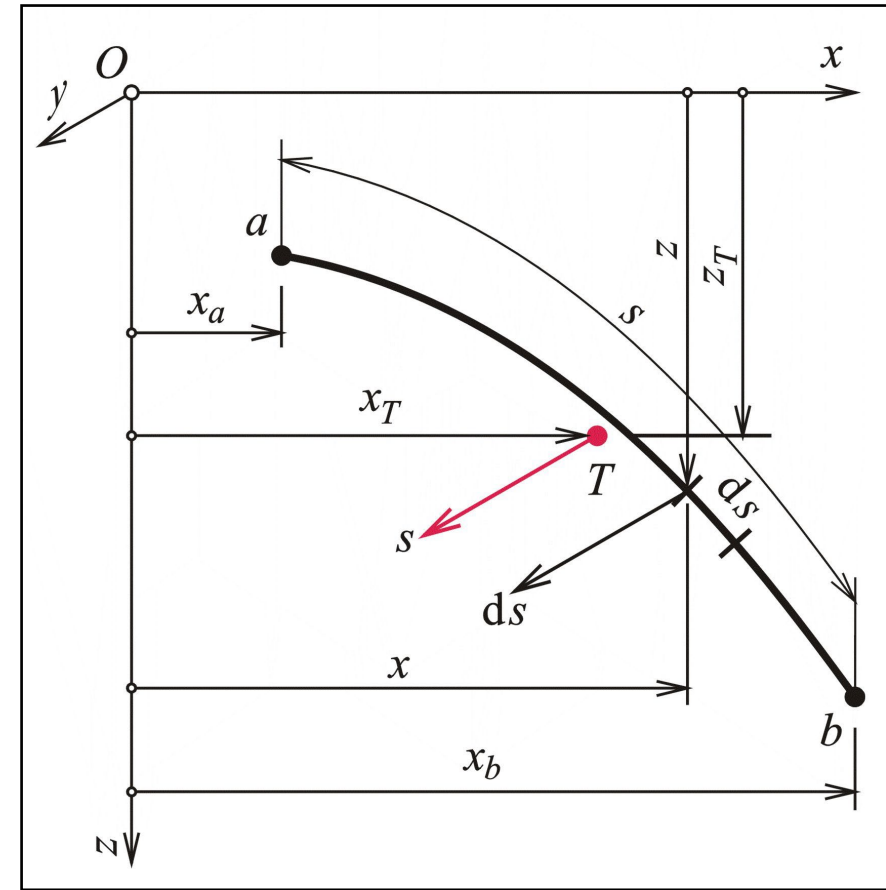
Směr **paprsků rovnoběžných sil** lze volit:

b) Kolmo k rovině vyšetřované čáry xz , tedy ve směru y (povaha **prostorové soustavy sil**). Výpočet statických momentů ke dvěma souřadnicovým osám (z a x).

Obě pojetí vedou ke shodným výsledkům.

Poučka: Je-li rovinná čára (nebo jakýkoli jiný vyšetřovaný útvar) symetrická podle nějaké osy symetrie, leží těžiště čáry (útvary) nutně na této ose symetrie.

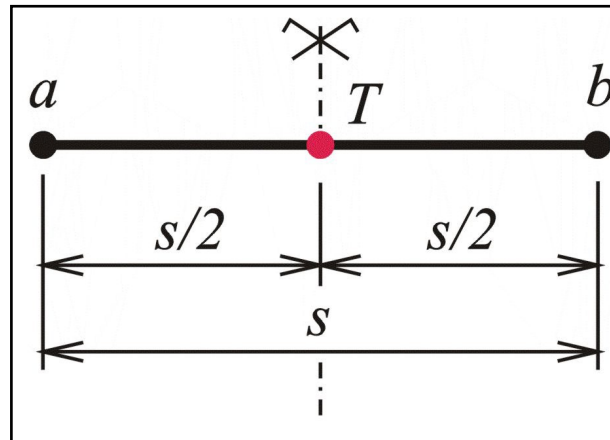
Má-li vyšetřovaný útvar dvě nebo více os symetrie – **těžiště leží v průsečíku os symetrie** a není třeba zjišťovat výpočtem.



Těžiště rovinné čáry jako statický střed **prostorové soustavy rovnoběžných sil**

Těžiště úsečky

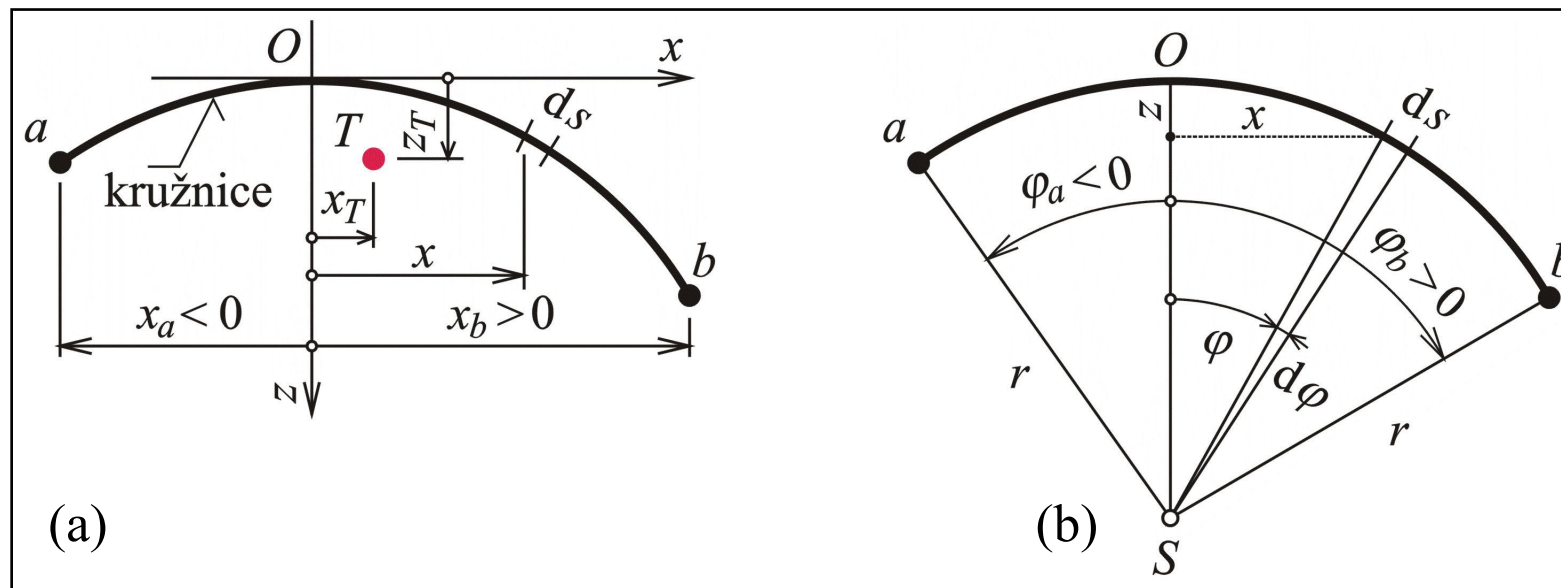
Úsečka má osu symetrie - těžiště leží uprostřed úsečky při jakémkoliv sklonu úsečky.



Těžiště úsečky

Těžiště kružnicového oblouku

- a) **Pravoúhlá soustava** – složité matematické výrazy
- b) **Polární soustava** – pól S ve středu kružnice, úhlová souřadnice φ měřena od svislice procházející středem S kružnice, kladná ve směru hodinových ručiček, v radiánech, středové úhly φ_a a φ_b , poloměr kružnice r .



Kružnicový oblouk v **pravoúhlé** (a) a **polární** (b) souřadnicové soustavě

Těžiště kružnicového oblouku

Platí: $x = r \cdot \sin \varphi$ $x_a = r \cdot \sin \varphi_a$ $x_b = r \cdot \sin \varphi_b$

$$z = r \cdot (1 - \cos \varphi) \quad ds = r \cdot d\varphi$$

Délka oblouku:

$$s = \int_s ds = r \cdot \int_{\varphi_a}^{\varphi_b} d\varphi = r \cdot (\varphi_b - \varphi_a)$$

Statické momenty:

$$S_x = \int_s z ds = r^2 \cdot \int_{\varphi_a}^{\varphi_b} (1 - \cos \varphi) d\varphi = r^2 \cdot [(\varphi_b - \varphi_a) - (\sin \varphi_b - \sin \varphi_a)]$$

$$S_z = \int_s x ds = r^2 \cdot \int_{x_a}^{x_b} \sin \varphi d\varphi = r^2 \cdot (\cos \varphi_a - \cos \varphi_b)$$

Souřadnice těžiště:

$$x_T = r \cdot \frac{\cos \varphi_a - \cos \varphi_b}{\varphi_b - \varphi_a}$$

$$z_T = r \cdot \frac{\varphi_b - \varphi_a - (\sin \varphi_b - \sin \varphi_a)}{\varphi_b - \varphi_a}$$

Těžiště kružnicového oblouku

a) **Symetrický kružnicový oblouk** podle osy z , středový úhel 2α , $\varphi_a = -\alpha$, $\varphi_b = +\alpha$

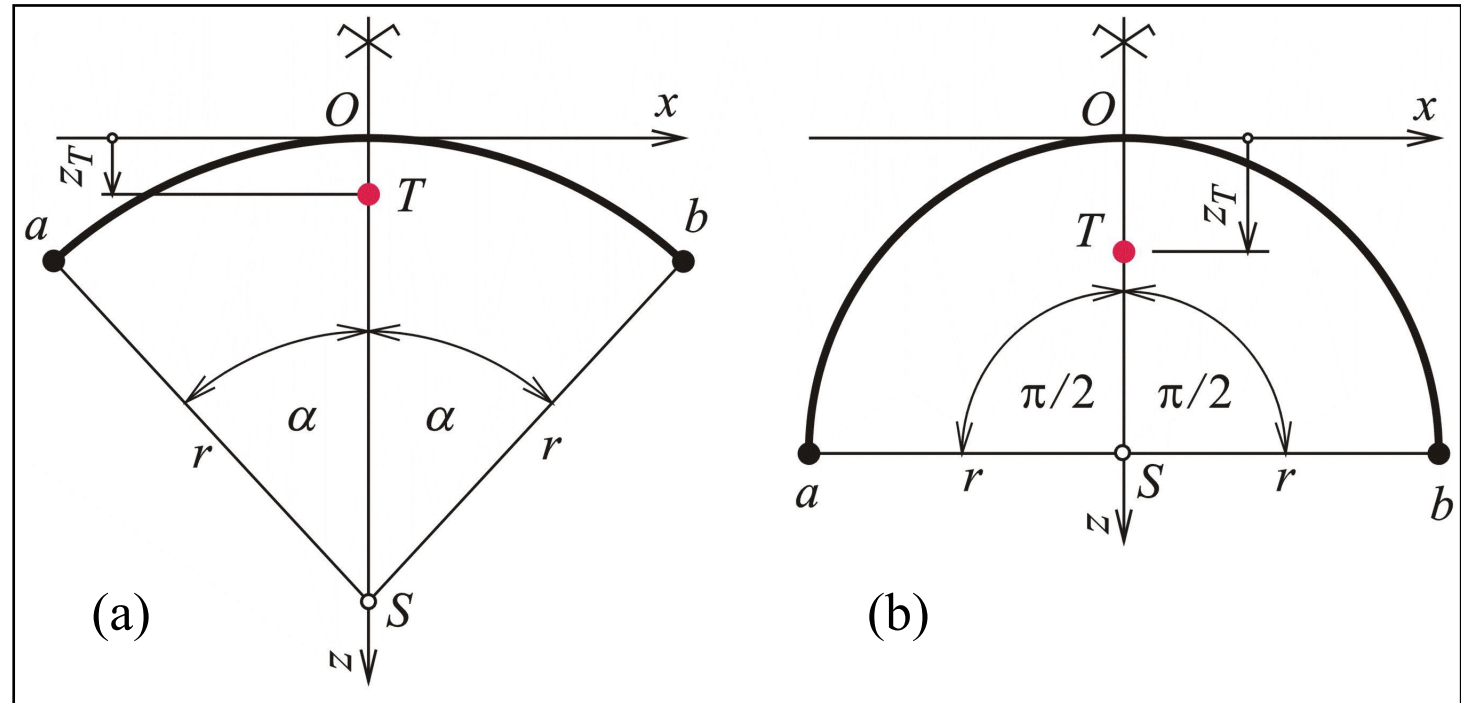
$$x_T = 0$$

$$z_T = r \cdot \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)$$

b) **Půlkružnice**, $\alpha = \frac{\pi}{2}$

$$x_T = 0$$

$$z_T = r \cdot \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \doteq 0,3634 \cdot r$$



Symetrický kružnicový oblouk (a) a půlkružnice (b)

Těžiště kružnicového oblouku, Příklad 1

Zadání: $r = 8 \text{ m}$

$$\varphi_a = -30^\circ = -\frac{30^\circ}{180^\circ} \cdot \pi = -0,52360 \text{ rad}$$

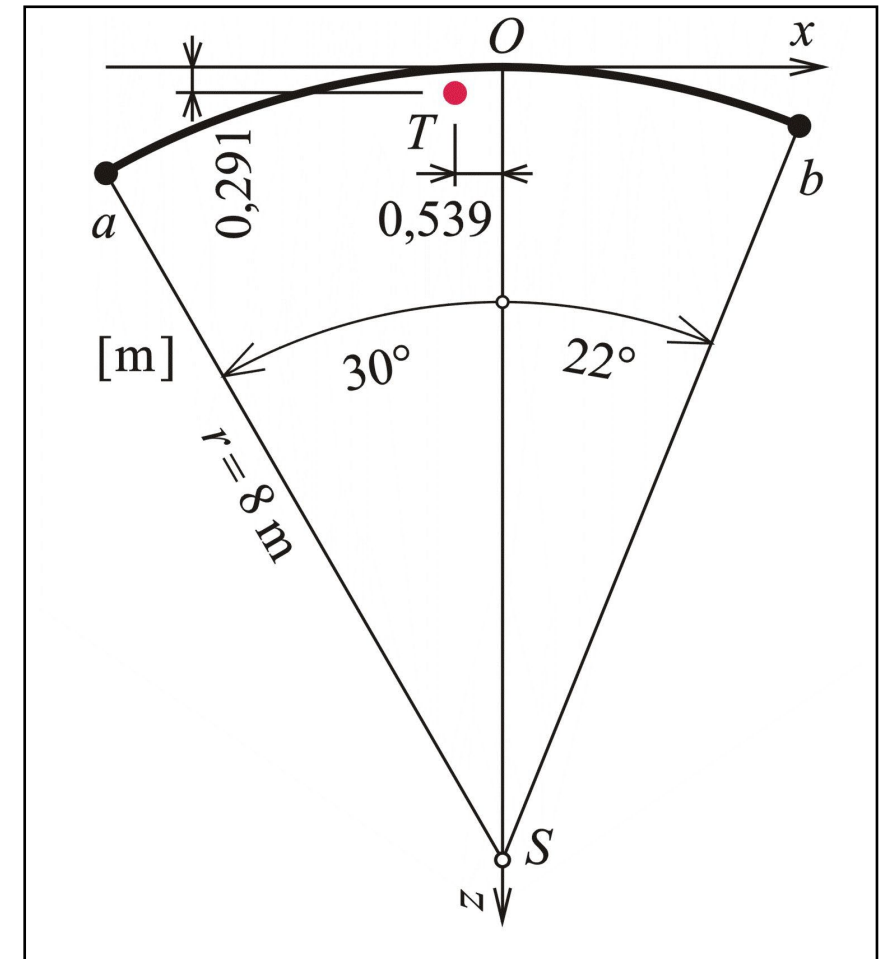
$$\varphi_b = +22^\circ = +0,38397 \text{ rad}$$

$$x_T = ? \quad z_T = ?$$

Řešení:

$$x_T = r \cdot \frac{\cos \varphi_a - \cos \varphi_b}{\varphi_b - \varphi_a} = -0,539 \text{ m}$$

$$z_T = r \cdot \frac{\varphi_b - \varphi_a - (\sin \varphi_b - \sin \varphi_a)}{\varphi_b - \varphi_a} = +0,291 \text{ m}$$



Zadání a výsledek příkladu 1

Težiště parabolického oblouku

Zadání: x_a, x_b, z_a nebo z_b .

Rovnice paraboly ve zvolené souřadnicové soustavě:

Derivace rovnice paraboly:

$$z = k \cdot x^2$$

$$z' = 2 \cdot k \cdot x$$

$$k = \frac{z_a}{x_a^2} = \frac{z_b}{x_b^2}$$

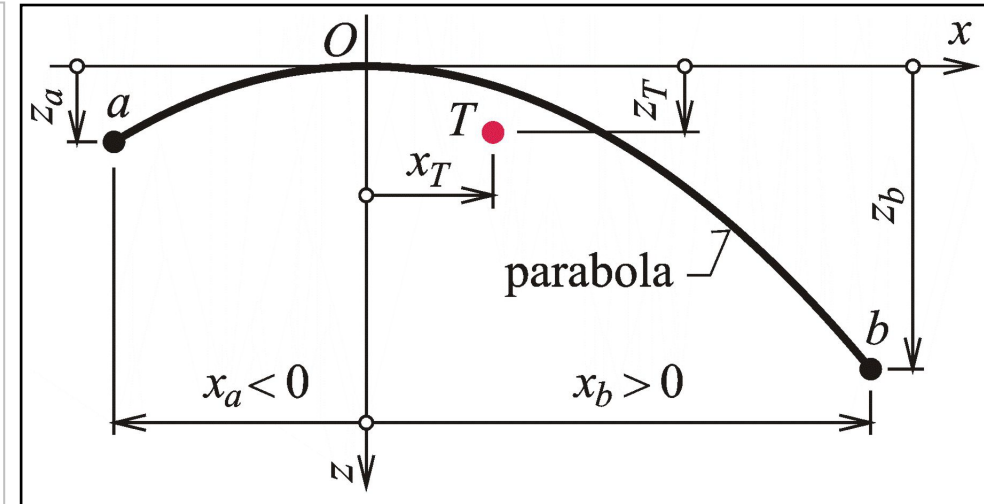
$$s = \int_{x_a}^{x_b} \sqrt{1 + 4 \cdot k^2 \cdot x^2} dx \quad S_x = \int_{x_a}^{x_b} k \cdot x^2 \cdot \sqrt{1 + 4 \cdot k^2 \cdot x^2} dx \quad S_z = \int_{x_a}^{x_b} x \cdot \sqrt{1 + 4 \cdot k^2 \cdot x^2} dx$$

S využitím:

$$S_x = \int_s z ds = \int_{x_a}^{x_b} z \cdot \sqrt{1 + z'^2} dx$$

$$s = \int_s ds = \int_{x_a}^{x_b} \sqrt{1 + z'^2} dx$$

$$S_z = \int_s x ds = \int_{x_a}^{x_b} x \cdot \sqrt{1 + z'^2} dx$$



Parabolický oblouk

Numerická integrace určitých integrálů

Výpočet určitých integrálů bývá pracný. Vhodným způsobem je numerická integrace s využitím **Simpsonova pravidla**.

Postup:

a) Rozdělení integračního oboru $x_b - x_a$ na sudý počet n dílů, body dělení $i = 0, 1, \dots, n$

$$\text{Délka jednoho dílku: } \Delta = \frac{x_b - x_a}{n}$$

b) Určení souřadnice $x_i = x_a + i \cdot \Delta$

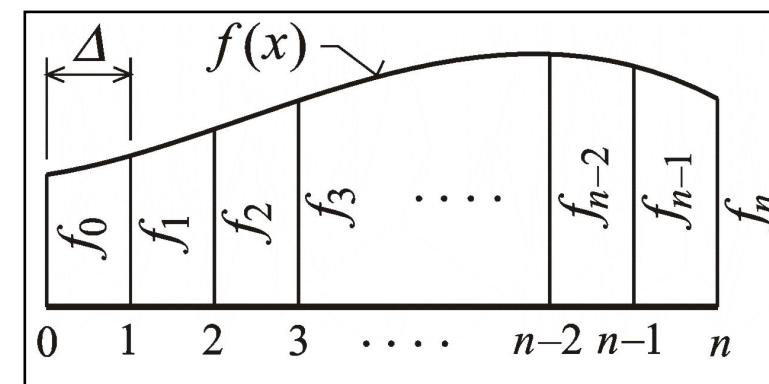
c) Výpočet číselné hodnoty f_i integrované funkce $f(x)$

d) Přibližná číselná **hodnota určitého integrálu** je pak:

$$\int_{x_a}^{x_b} f(x) dx \approx \left[f_0 + 4(f_1 + f_3 + \dots + f_{n-1}) + 2(f_2 + f_4 + \dots + f_{n-2}) + f_n \right] \cdot \frac{\Delta}{3}$$



Thomas Simpson
(1710-1761)



Přesnost výpočtu závislá na n , pro praktické účely stačí již $n = 4$.

Simpsonovo pravidlo

Težiště parabolického oblouku, Příklad 2

Zadání: x_a, x_b, z_b , hodnota z_a dopočtena z rovnice paraboly, $n = 4$.

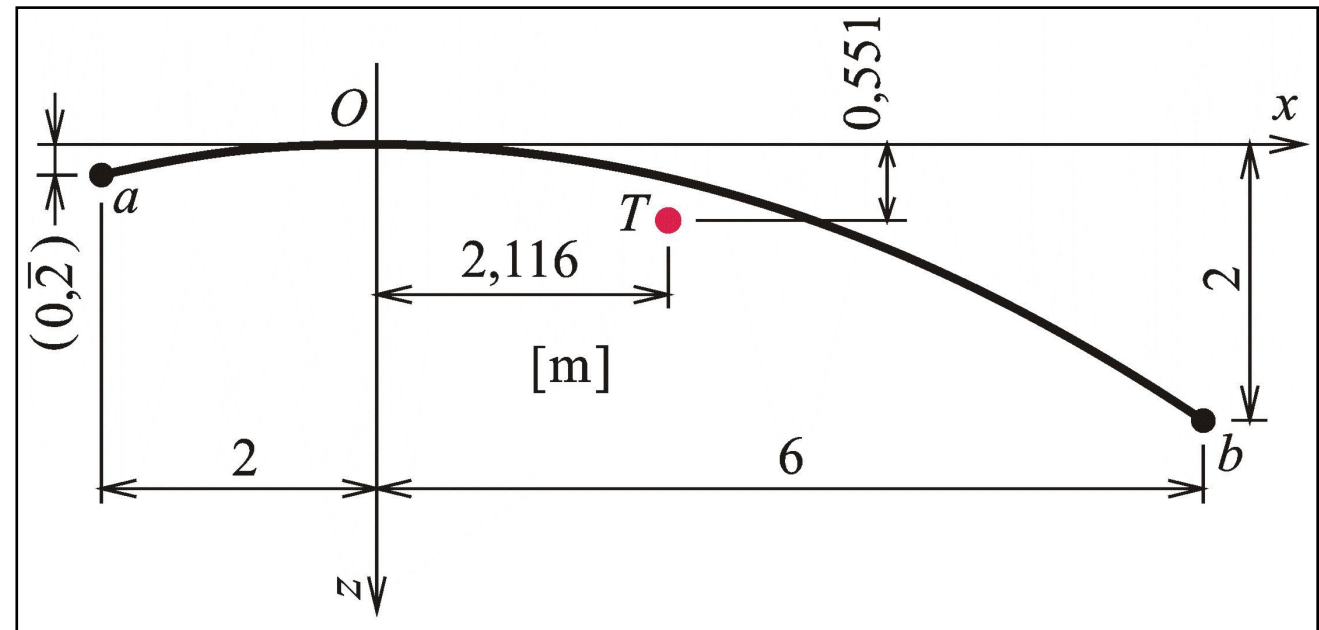
Výpočet těžiště:

Parametr paraboly: $k = \frac{z_b}{x_b^2} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} = 0,0\bar{5} \text{ m}^{-1}$

Délka diference: $\Delta = \frac{6 + 2}{4} = 2 \text{ m}$

Hodnota určitého integrálu pro $n = 4$:

$$\int_{-2}^{+6} f(x) dx \approx \left[\begin{array}{c} f_0 + 4(f_1 + f_3) \\ +2(f_2) + f_4 \end{array} \right] \cdot \frac{2}{3}$$



Zadání a výsledek příkladu 2

Težiště parabolického oblouku, Příklad 2

Výpočet v tabulkovém procesoru Excel:

Délka parabolického oblouku a statické momenty:

$$s = 8,4349 \text{ m}$$

$$S_x = 4,6517 \text{ m}^2$$

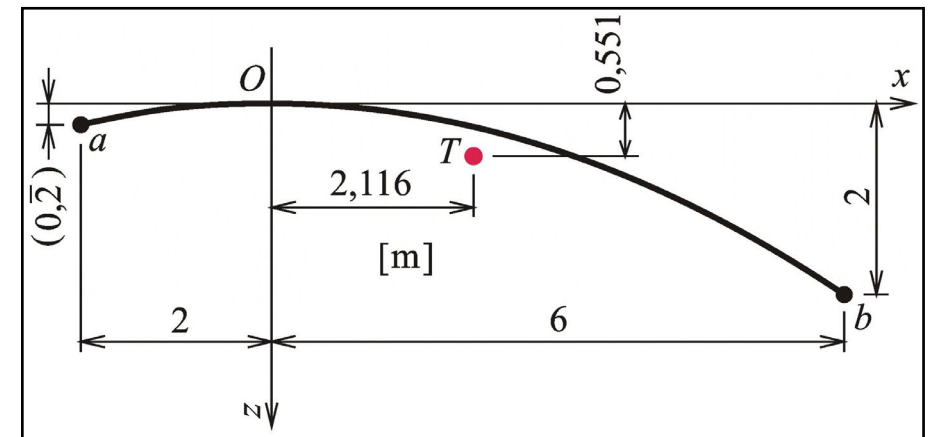
$$S_z = 17,8460 \text{ m}^2$$

Souřadnice těžiště:

$$x_T = \frac{S_z}{s} = 2,116 \text{ m}$$

$$z_T = \frac{S_x}{s} = 0,551 \text{ m}$$

i	x [m]	$\sqrt{1+(2kx)^2}$	$kx^2 \cdot \sqrt{1+(2kx)^2}$	$x\sqrt{1+(2kx)^2}$
0	-2	1,0244	0,2276	-2,0488
1	0	1,0000	0,0000	0,0000
2	2	1,0244	0,2276	2,0488
3	4	1,0943	0,9727	4,3773
4	6	1,2019	2,4037	7,2111
		8,4349	4,6517	17,8460



Zadání a výsledek příkladu 2

Těžiště rovinné složené čáry

Rovinná složená čára vzniká spojením několika (obecně n) jednoduchých rovinných čar v téže rovině. Prvky s označením $i = 1, \dots, n$ mohou mít různou měrnou tíhu γ_i , pokud je stejná - **homogenní** složená čára.

Postup:

- Umístění složené rovinné čáry do pravoúhlé souřadnicové soustavy xz
- Výpočet délky s_i a odpovídající tíhové síly $P_i = \gamma_i \cdot s_i$ pro každý prvek i
- Určení souřadnic x_i a z_i těžiště T_i pro každý prvek i
- Zavedení sil P_i do těžišť T_i a určení **výslednice** R a **statických momentů** S_x a S_z :

$$R = \sum_{i=1}^n P_i \quad S_x = \sum_{i=1}^n P_i \cdot z_i \quad S_z = \sum_{i=1}^n P_i \cdot x_i$$

- Výpočet **souřadnic těžiště** rovinné složené čáry:

$$x_T = \frac{S_z}{R} \quad z_T = \frac{S_x}{R}$$

Těžiště rovinné složené čáry, Příklad 3

Zadání:

a) **Svislá úsečka** s hraničními body a_1 a a_2 , $\gamma_1 = 1$

b) **Kružnicový oblouk** s hraničními body a_2 a a_3 , $\varphi_{a_2} = -1,1760$ rad, $\varphi_{a_3} = 0$, $r = 3,25$ m, $\gamma_2 = 1,5$

c) **Šikmá úsečka** s hraničními body a_3 a a_4 , $\gamma_3 = 1,2$

Řešení:

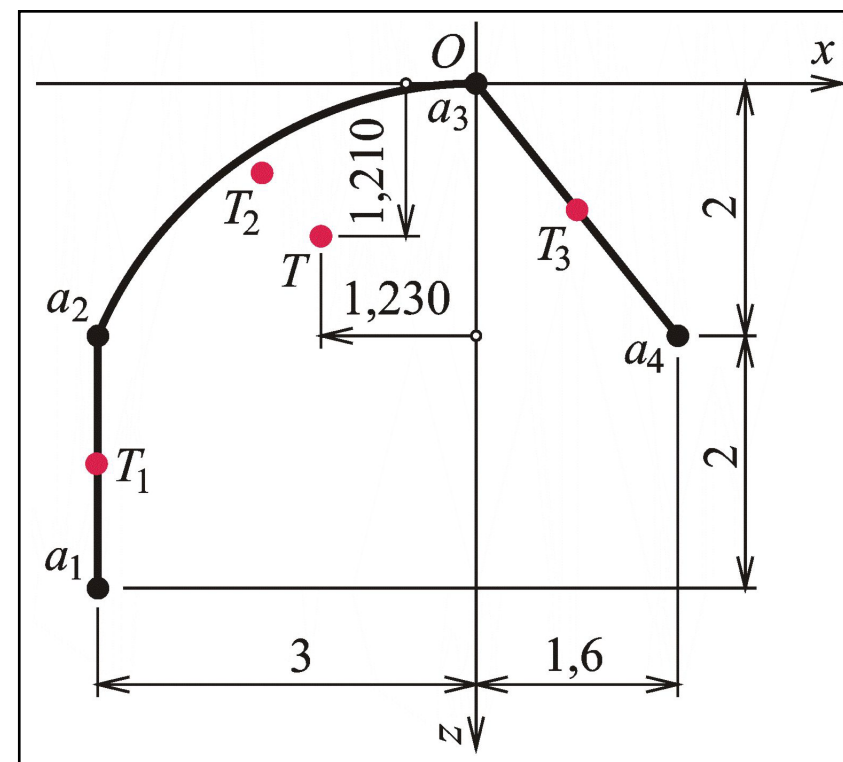
a) délky, tíhové síly a souřadnice těžišť prvků i
($x_2 = -1,7007$ m, $z_2 = 0,6990$ m)

b) Souřadnice těžiště:

$$R = 10,807 \text{ m} \quad S_x = 13,081 \text{ m}^2 \quad S_z = -13,291 \text{ m}^2$$

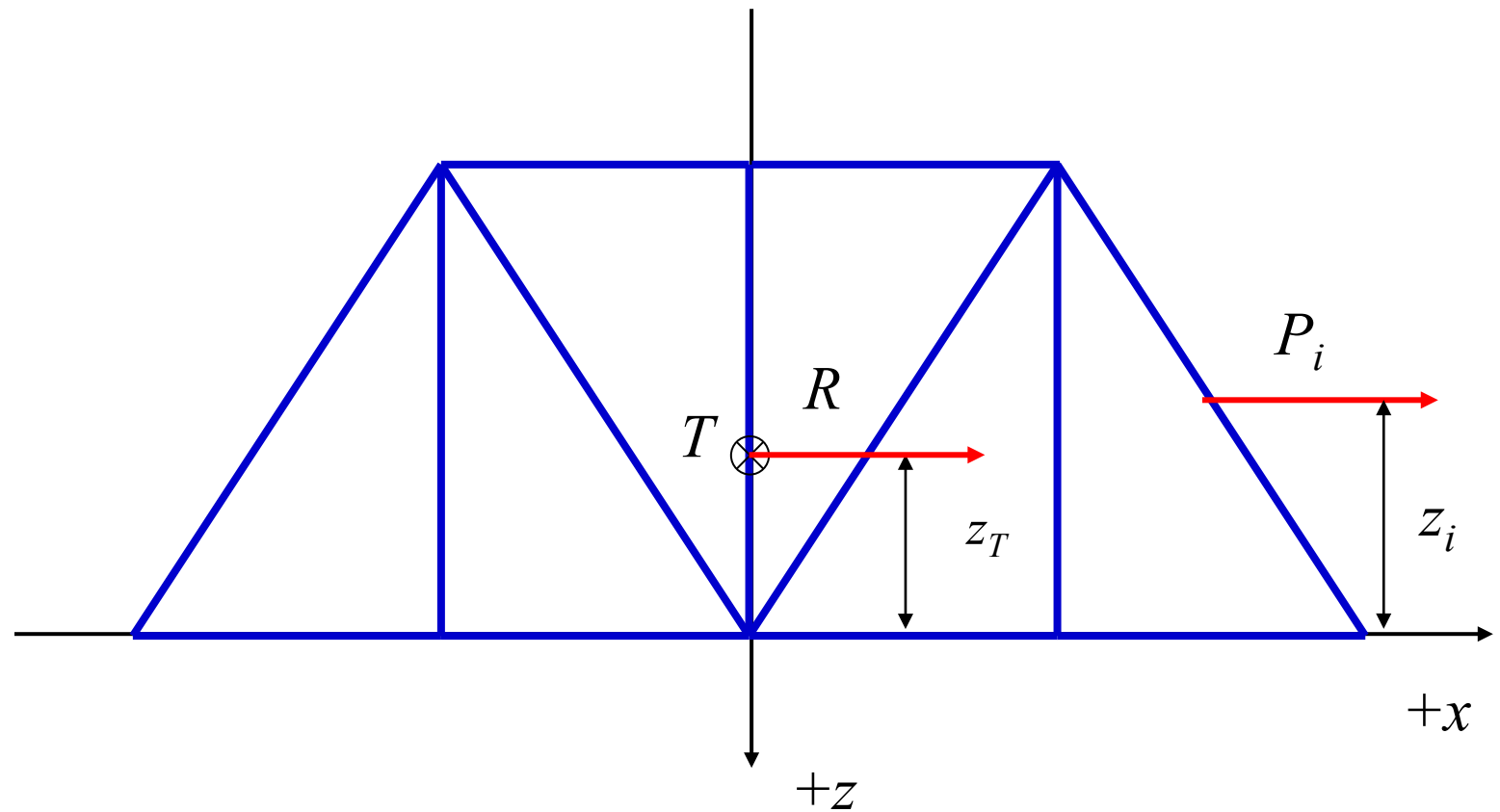
$$x_T = -1,230 \text{ m}$$

$$z_T = 1,210 \text{ m}$$



Zadání a výsledek příkladu 3

Těžiště rovinných příhradových vazníků



Dřevěné příhradové vazníky

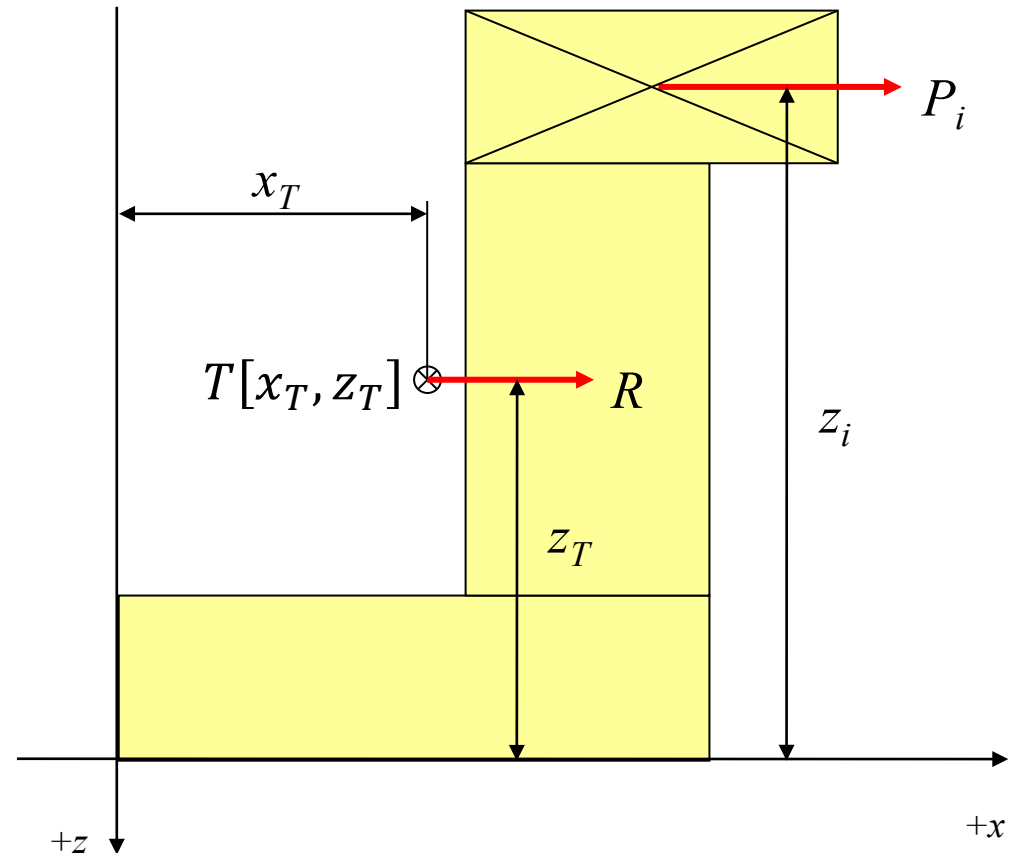


Těžiště rovinných obrazců

Jednoduchý rovinný obrazec – obrys umožňuje určit polohu těžiště bez výpočtu na základě symetrie nebo výpočtem podle jednoduchého matematického předpisu, tíhově homogenní.

Složený rovinný obrazec – několik spojených jednoduchých obrazců.

Příklad složeného rovinného obrazce profilu dřevěného nosníku, který se skládá ze tří jednoduchých obrazců (obdélníků).



Těžiště obecného rovinného obrazce

Plocha elementárního obdélníka: $dA = dx \cdot dz$

Celková plocha obrazce: $A = \iint_A dA = \iint_A dx dz$

Směr rovnoběžných elementárních sil $dP = \gamma \cdot dA = dA$ ($\gamma = 1$) lze volit:

- a) v rovině vyšetřovaného obrazce xz , povaha **rovinné soustavy sil**, směr **svislý** (z), pak **vodorovný** (x)

Statické momenty rovinného obrazce k momentovému středu O (rozměr m^3):

$$S_z = \iint_A x dA = \iint_A x dx dz$$

$$S_x = \iint_A z dA = \iint_A z dx dz$$

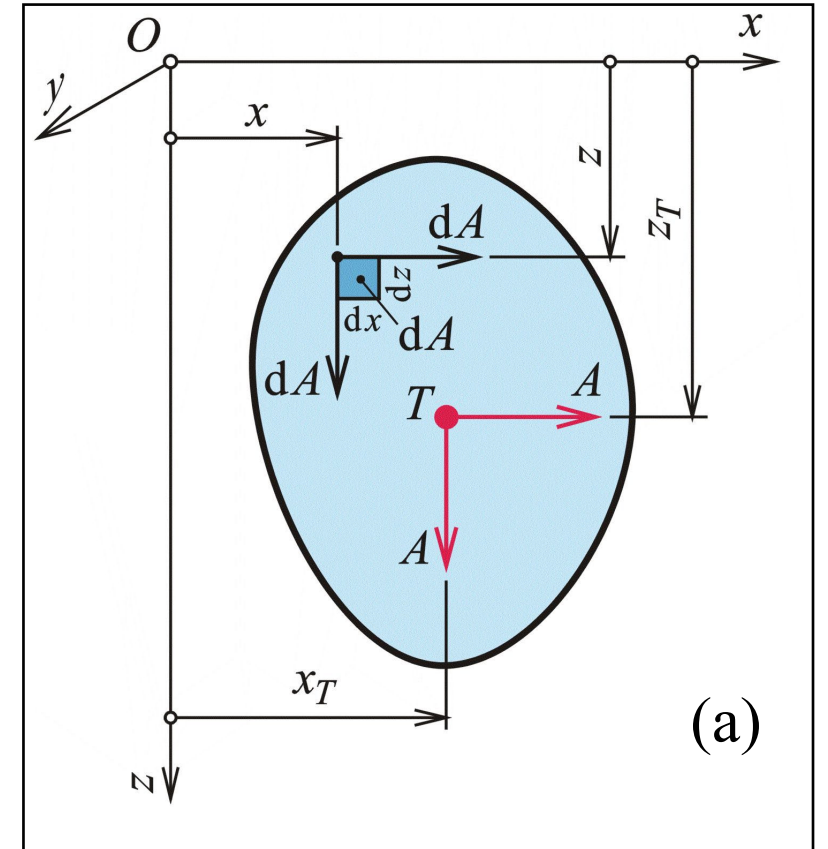
Souřadnice těžiště

(z Varignonovy věty):

$$x_T = \frac{S_z}{S}$$

$$z_T = \frac{S_x}{S}$$

Těžiště rovinného obrazce jako statický střed **rovinné soustavy rovnoběžných sil**



Těžiště obecného rovinného obrazce

Směr rovnoběžných elementárních sil $dP = \gamma \cdot dA = dA$ ($\gamma = 1$) lze volit:

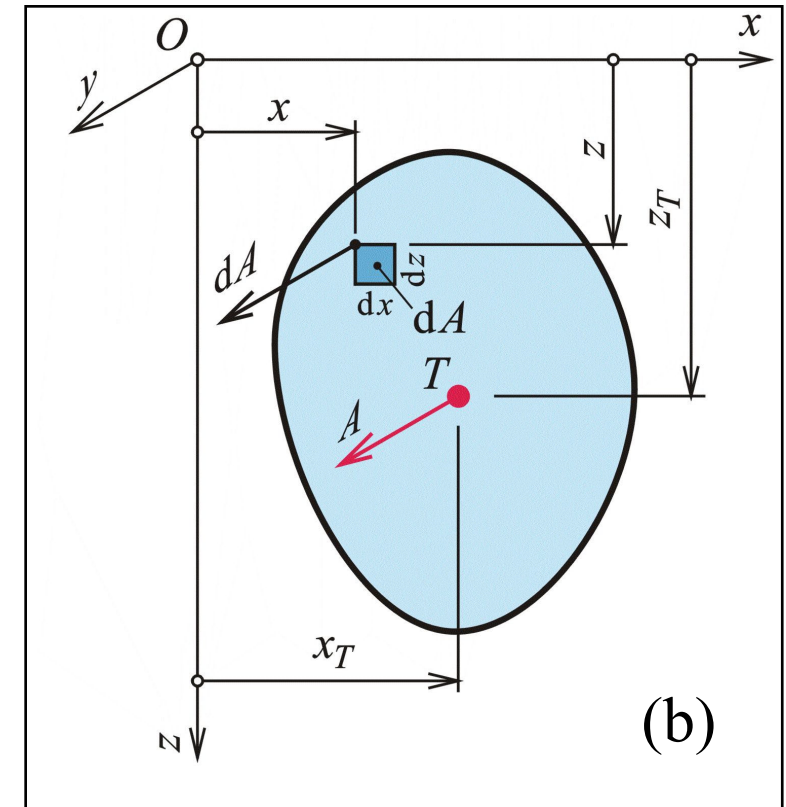
- b) **kolmo** k rovině vyšetřovaného obrazce xz , tedy ve směru y , povaha **prostorové soustavy sil**, výpočet statických momentů obrazce ke dvěma souřadnicovým osám (z a x)

Obě pojetí vedou ke shodným výsledkům.

Poučka:

Je-li rovinný obrazec symetrický podle nějaké osy symetrie, leží těžiště obrazce nutně na této ose symetrie.

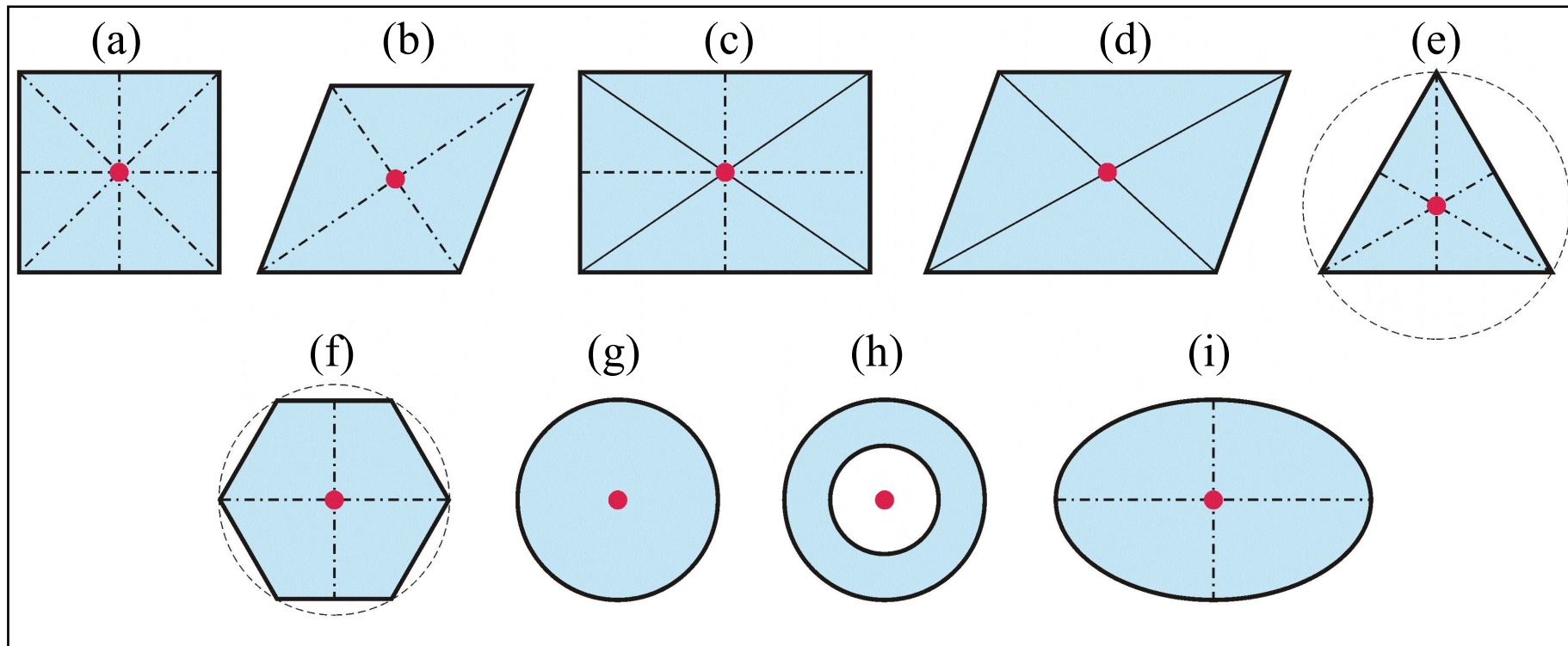
Má-li vyšetřovaný obrazec dvě nebo více os symetrie – **těžiště leží v průsečíku os symetrie** a není třeba zjišťovat výpočtem.



Těžiště rovinného obrazce jako statický střed **prostorové soustavy rovnoběžných sil**

Těžiště jednoduchých rovinných obrazců

- a) čtverec b) kosočtverec c) obdélník d) kosodélník e) rovnostranný trojúhelník
f) pravidelný šestiúhelník g) kruh h) mezikruží i) elipsa

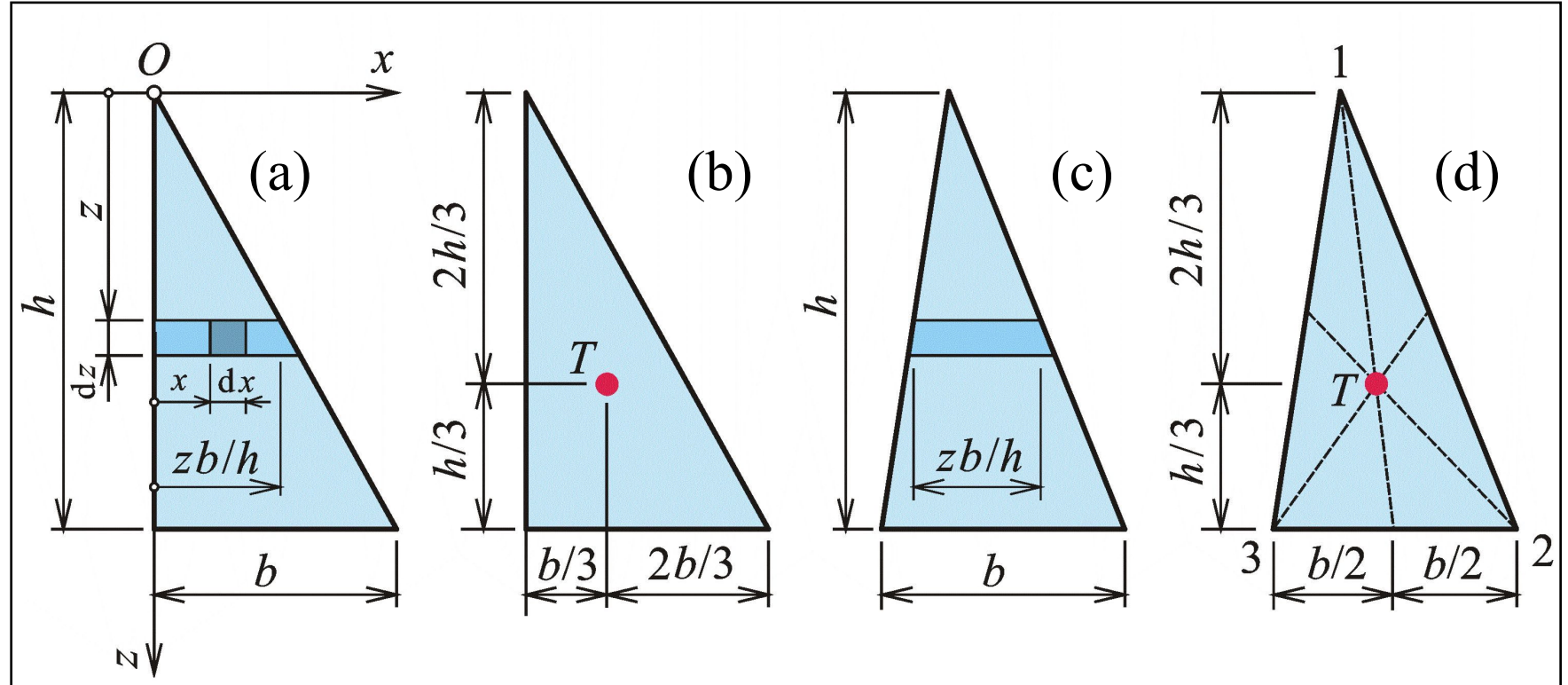


Těžiště některých jednoduchých rovinných obrazců

Těžiště pravoúhlého a obecného trojúhelníku

Plocha trojúhelníku:

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$$



Statický moment:

$$S_x = \iint_A z \, dx \, dz = \int_0^h z \left[\int_0^{zb/h} dx \right] dz = \int_0^h z \left[\frac{z \cdot b}{h} \right] dz = \frac{b}{h} \int_0^h z^2 \, dz = \frac{b \cdot h^2}{3}$$

Těžiště trojúhelníku

Těžiště pravoúhlého a obecného trojúhelníku

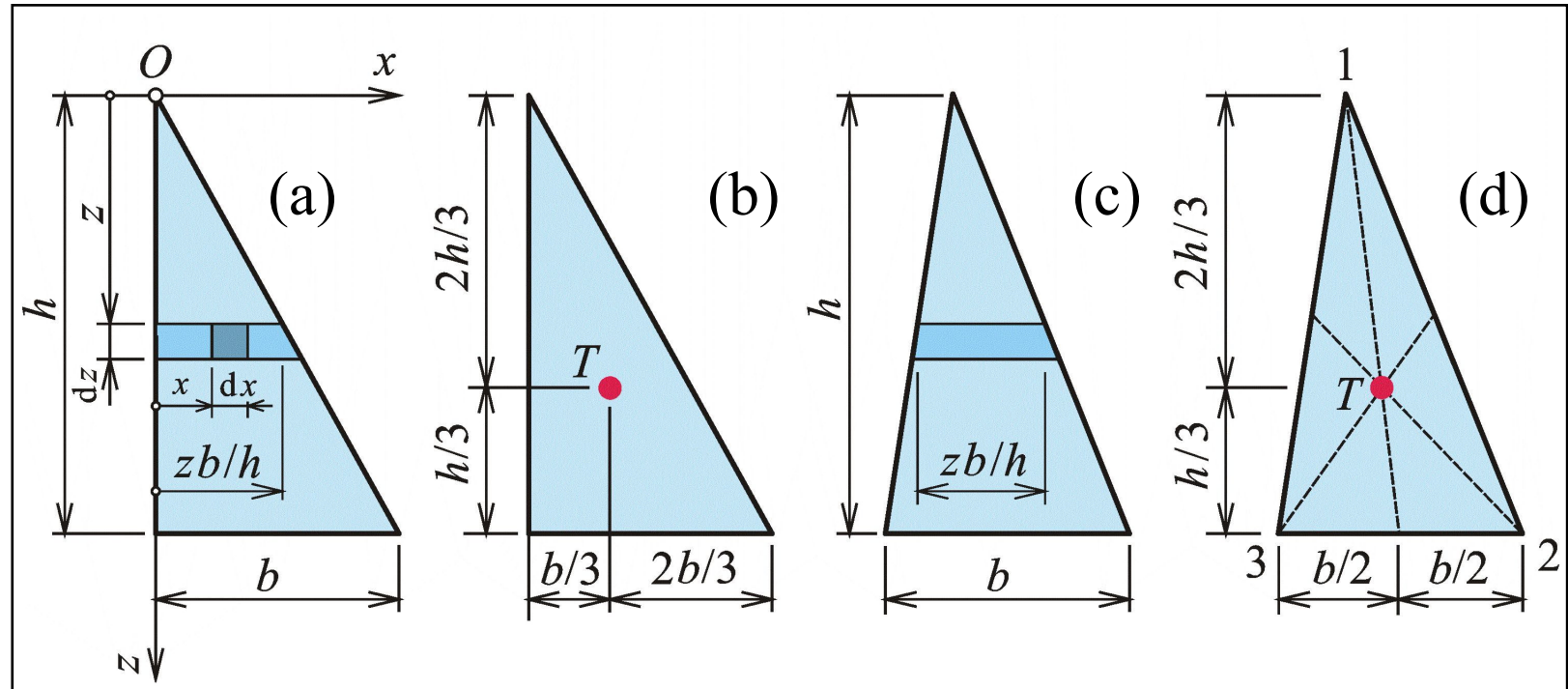
Svislá souřadnice těžiště:

$$z_T = \frac{b \cdot h^2}{3} \cdot \frac{2}{b \cdot h} = \frac{2}{3} \cdot h$$

Výpočet ze souřadnic vrcholů:

$$x_T = \frac{1}{3} \cdot (x_1 + x_2 + x_3)$$

$$z_T = \frac{1}{3} \cdot (z_1 + z_2 + z_3)$$



Těžiště trojúhelníku

Plocha kruhové úseče

Symetrie podle osy z, polární soustava – středový úhel 2α , poloměr kružnice r

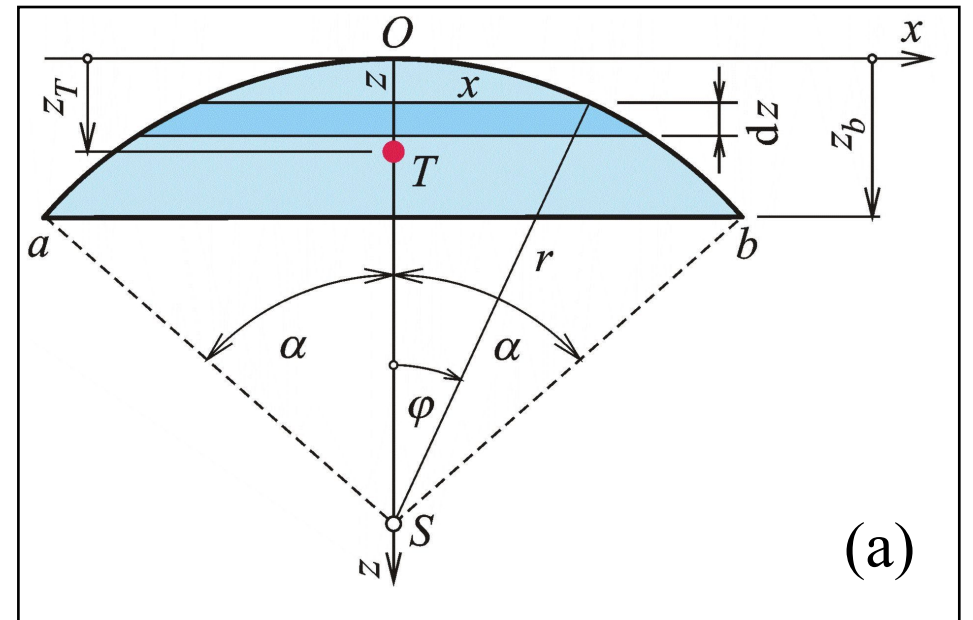
Platí (převod z pravouhlé soustavy do polární): $x = r \cdot \sin \varphi$ $z = r \cdot (1 - \cos \varphi)$

$$dx = r \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi \quad dz = r \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi$$

Plocha úseče: $A = \iint_A dx dz = 2 \cdot \int_0^\alpha r \cdot \sin \varphi \cdot r \cdot \sin \varphi d\varphi = 2 \cdot r^2 \int_0^\alpha \sin^2 \varphi \cdot r d\varphi = r^2 \cdot \left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right)$

Statický moment:

$$\begin{aligned} S_x &= \iint_A z dx dz = 2 \cdot \int_0^\alpha x \cdot z dz = \\ &= 2 \cdot \int_0^\alpha r \cdot \sin \varphi \cdot r \cdot (1 - \cos \varphi) \cdot r \cdot \sin \varphi d\varphi = \\ &= 2 \cdot r^3 \int_0^\alpha (1 - \cos \varphi) \cdot \sin^2 \varphi d\varphi = \\ &= 2 \cdot r^3 \cdot \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\sin 2\alpha}{4} - \frac{\sin^3 \alpha}{3} \right) \end{aligned}$$



Těžiště kruhové úseče

Těžiště kruhové úseče, půlkruhu a čtvrtkruhu

Souřadnice **kruhové úseče**:

Půlkruh: $\alpha = \frac{\pi}{2}$

$$z_T = \frac{S_x}{A} = r \cdot \left(1 - \frac{4}{3 \cdot \pi}\right) \doteq 0,5756 \cdot r$$

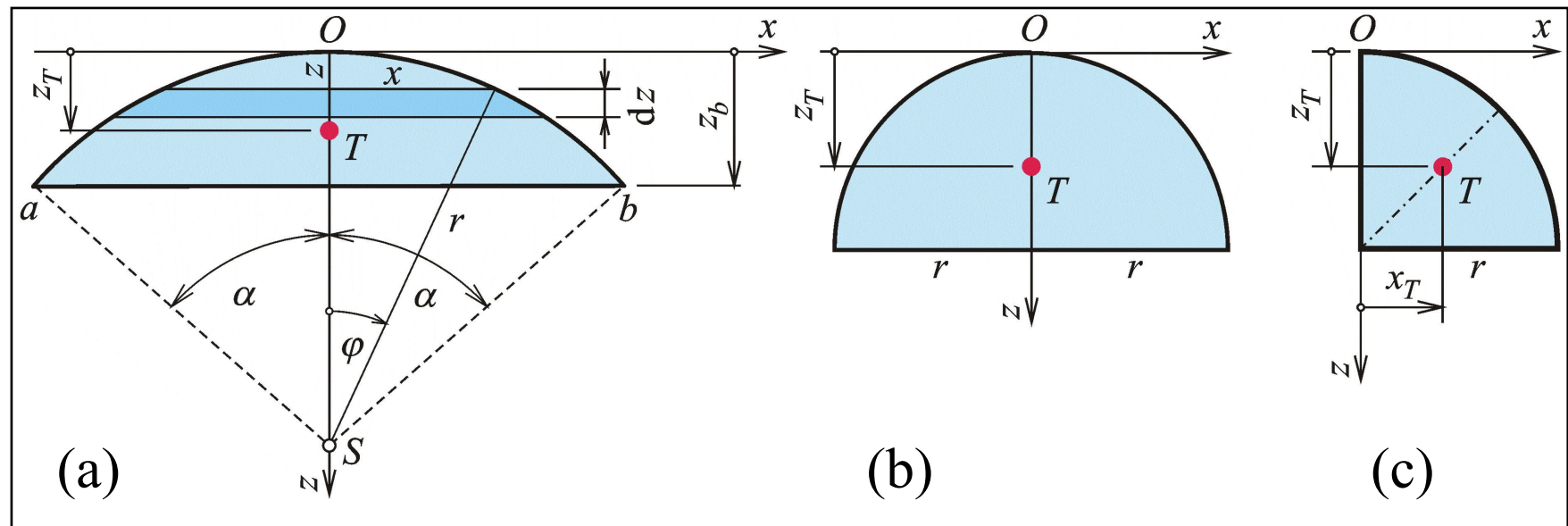
$$z_T = \frac{S_x}{A} = \frac{2 \cdot r^3 \cdot \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\sin 2\alpha}{4} - \frac{\sin^3 \alpha}{3}\right)}{r^2 \cdot \left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2}\right)} =$$

$$= r \cdot \left(1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{\sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}\right)$$

Čtvrtkruh:

$$x_T = r - z_T =$$

$$= \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi} \doteq 0,4244 \cdot r$$



Těžiště **kruhové úseče** (a), **půlkruhu** (b) a **čtvrtkruhu** (c)

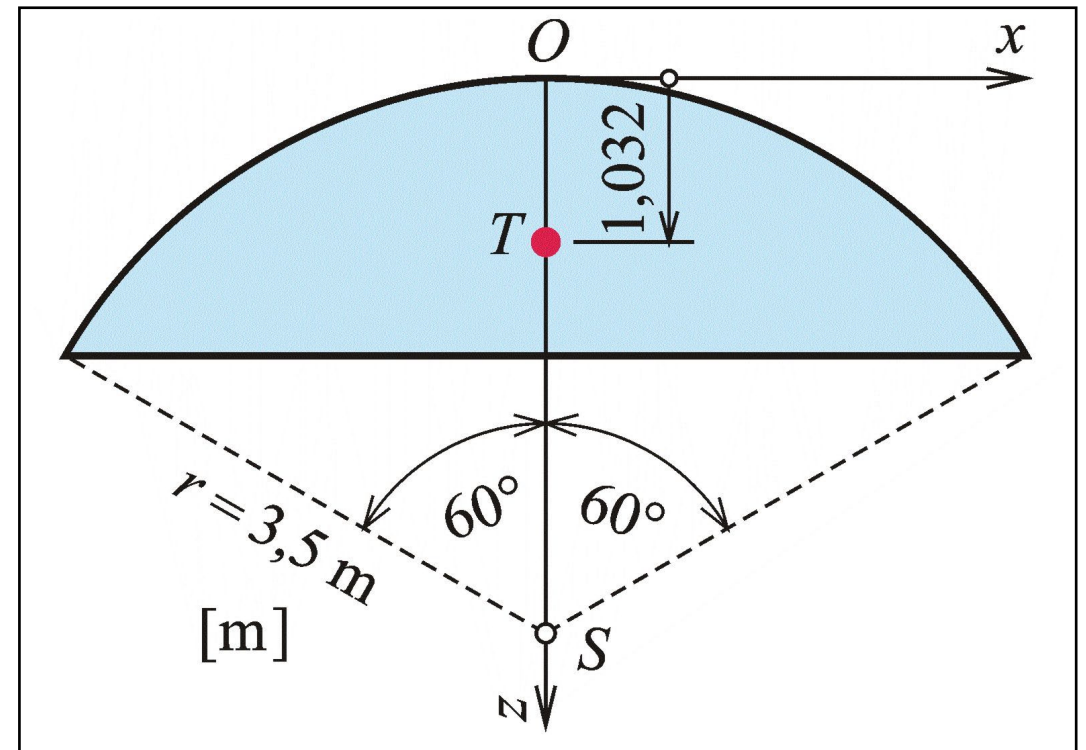
Těžiště kruhové úseče, Příklad 4

Zadání: $r = 3,5 \text{ m}$ $2\alpha = 120^\circ \rightarrow \alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3} = 1,0472 \text{ rad}$

$z_T = ?$

Výsledek:

$$z_T = \frac{S_x}{A} = r \cdot \left(1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{\sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha} \right) = 1,032 \text{ m}$$



Zadání a výsledek příkladu 4

Těžiště parabolické úseče

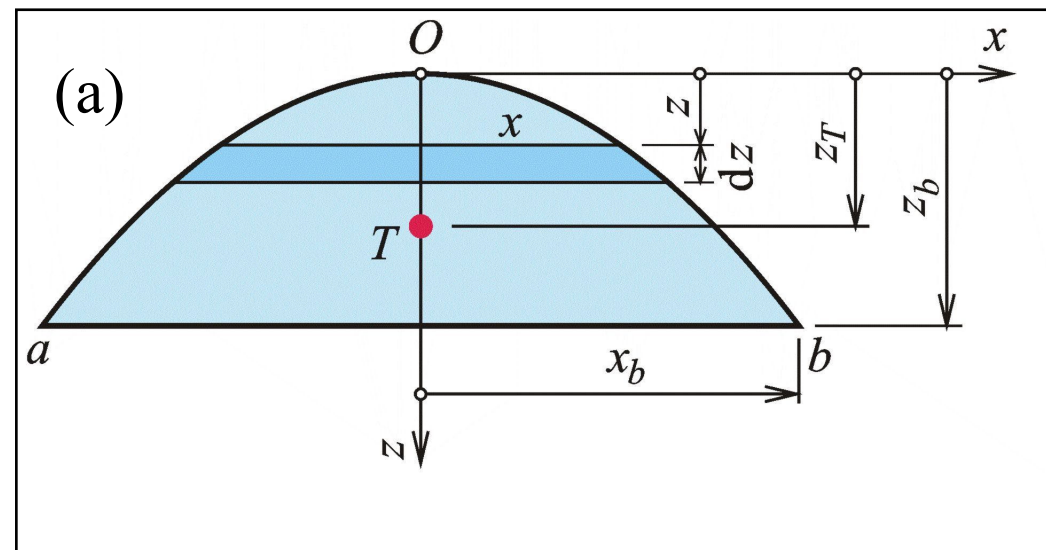
Plocha parabolické úseče:
$$A = \iint_A dx dz = 2 \cdot \int_0^{z_b} x dz = 2 \cdot \int_0^{x_b} x \cdot 2 \cdot k \cdot x dx = 4 \cdot k \cdot \int_0^{x_b} x^2 dx = \frac{4}{3} \cdot \frac{z_b}{x_b^2} \cdot x_b^3 = \frac{4}{3} \cdot x_b \cdot z_b$$

Statický moment

parabolické úseče:
$$S_x = \iint_A z dx dz = 2 \cdot \int_0^{z_b} z \cdot x dz = 2 \cdot \int_0^{x_b} k \cdot x^3 \cdot 2 \cdot k \cdot x dx = 4 \cdot k^2 \cdot \int_0^{x_b} x^4 dx = \frac{4}{5} \cdot \frac{z_b^2}{x_b^4} \cdot x_b^5 = \frac{4}{5} \cdot x_b \cdot z_b^2$$

Souřadnice těžiště:

$$z_T = \frac{4}{5} \cdot x_b \cdot z_b^2 \cdot \frac{3}{4 \cdot x_b \cdot z_b} = \frac{3}{5} \cdot z_b$$



Těžiště parabolické úseče

Těžiště poloviny parabolické úseče

Plocha poloviny parabolické úseče: $A = \frac{2}{3} \cdot x_b \cdot z_b$

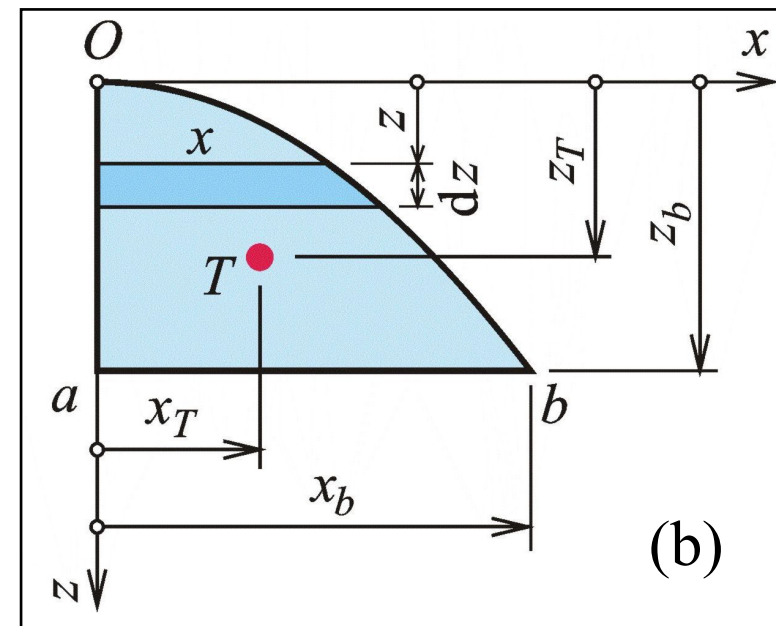
Statický moment

poloviny
parabolické
úseče:

$$S_z = \iint_A x \, dx \, dz = \int_0^{z_b} \left[\int_0^x x \, dx \right] dz = \int_0^{x_b} \frac{x^2}{2} \cdot 2 \cdot k \cdot x \, dx = k \cdot \int_0^{x_b} x^3 \, dx = \frac{z_b}{x_b^2} \cdot \frac{x_b^4}{4} = \frac{1}{4} \cdot x_b^2 \cdot z_b$$

Souřadnice těžiště:

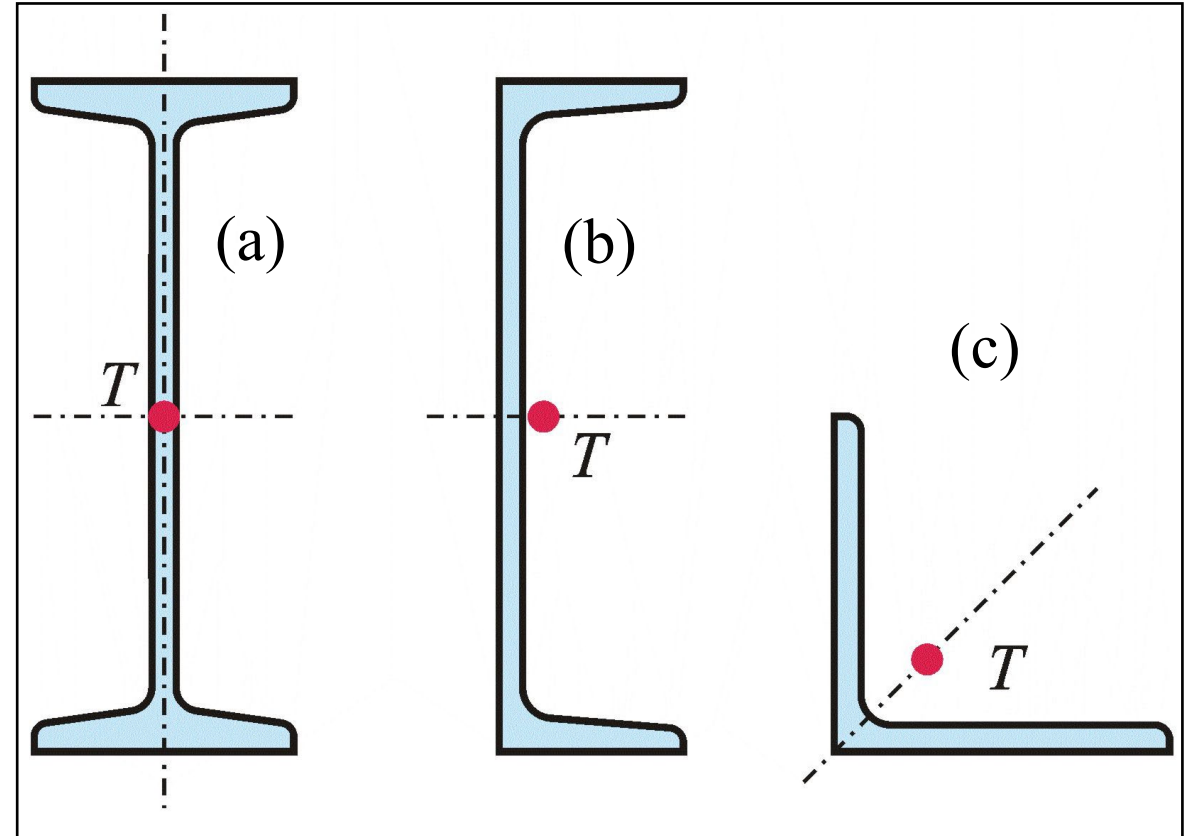
$$x_T = \frac{1}{4} \cdot x_b^2 \cdot z_b \cdot \frac{3}{2 \cdot x_b \cdot z_b} = \frac{3}{8} \cdot x_b$$



Těžiště poloviny parabolické úseče

Těžiště ocelových válcovaných tyčí

Válcované průřezy (profily): různé tvary, I-profil, U-profil, rovnoramenný úhelník



Příklady válcovaných profilů

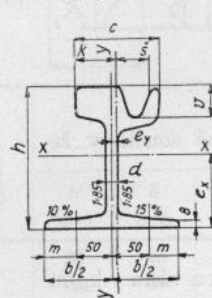
Ocelové válcované profily



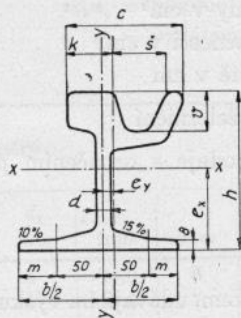
Tabulky ocelových válcovaných profilů

3.43. Žlábkové kolejnice

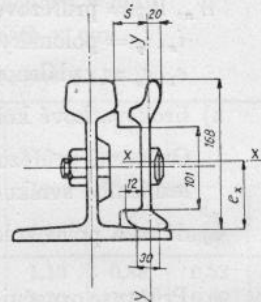
č. NP 1, 2, 3, 3a



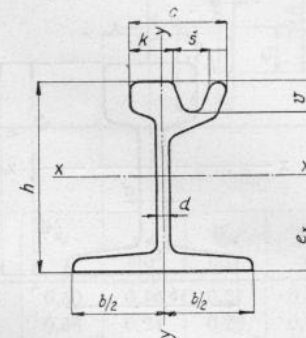
č. NP 4



č. NP 5



č. 200/210



J_x, J_y = momenty setrvačnosti v cm^4
 i_x, i_y = poloměry setrvačnosti v cm
 W_x, W_y = průřezové moduly v cm^3

e_x = vzdálenost těžiště od patky v cm
 e_y = vzdálenost těžiště od svislé osy (u L pro NP 5 od pravého kraje stěny) v cm

Označení průřezu	Rozměry				Žlábek		Plocha průřezu F cm^2	Váha G $\text{kg/m}'$	Poloha těžiště		$x - x$			$y - y$			
	h mm	b mm	c mm	k mm	d mm	ξ mm			v mm	e_x cm	e_y cm	J cm^4	W_x cm^3	i_x cm	J_y cm^4	W_y cm^3	i_y cm
NP 1	160	150	96	47	12	33	37	59,18	46,45	8,13	0,57	2053	251,0	5,89	486	60,2	2,87
NP 2	180	160	101	50	13	33	40	67,12	52,70	9,22	0,62	3034	329,5	6,72	602	69,8	2,99
NP 3	180	180	108	55	13	33	40	73,32	57,55	9,18	0,63	3352	365,0	6,76	853	88,6	3,41
NP 3a	180	180	121	55	13	36	40	79,00	62,00	9,55	1,10	3561	372,9	6,71	1058	104,7	3,66
NP 4	180	180	134	56	14	60	45	82,90	65,08	9,25	1,30	3450	373,0	6,45	1220	118,4	3,84
NP 5	180	180	53	53	14	—	—	61,30	48,12	7,91	0,01	2840	281,4	6,81	536	59,5	2,96
L pro NP 5	168	—	—	20	11	—	—	27,25	21,39	8,42	0,22	920	105,5	5,72	49	21,4	1,34
200/210	210	200	110	52	11,5	36	33	78,60	61,75	10,60	—	5180	488,7	8,12	—	—	—

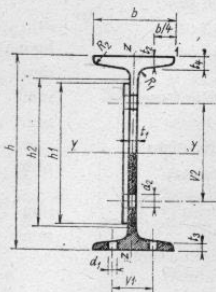
Tabulky ocelových válcovaných profilů

3 SORTIMENT VÁLCOVANÝCH PRŮŘEZŮ

3.1 PRŮŘEZY VÁLCOVANÉ ZA TEPLA

3.1.1 TYČE PRŮŘEZU I, IE, IPE, HEB

3.1.1.1 Tyče průřezu I



Sklon přírub: I 80—I 380 14 %
I 400 15 %
I 450 16 %
I 500 17 %

1. Odpovídající normy:

ČSN 42 5550 Tyče průřezu I. Rozměrová norma.
ON 73 1580 Hodnoty statických veličin průřezů.
ČSN 42 0135 Technické dodací podmínky.

2. Tyče průřezu I se vyrábějí

z oceli 11 373.0 v rozměrech I 80—I 240
z oceli 11 375.0 v rozměrech I 260—I 500
z oceli 11 523.0 v rozměrech I 80—I 500

3. Tyče průřezu I se dodávají:

- Ve výrobních délkách. Při objednávce se jejich délka nepředepisuje. Dodavatel dodá tyče v délkách 3 až 12 m.
- V omezených délkách. Omezené délky volí objednatel v rozsahu výrobních délek v celých metrech s rozmezím nejméně 1,0 m.
- V přesných délkách. Jmenovanou délkou volí objednatel v rozmezích 3 až 12 m.

Mezní úchytky jsou:

±100 mm; ±50 mm; ±25 mm; ±10 mm
+200 mm; +100 mm; +50 mm; +20 mm

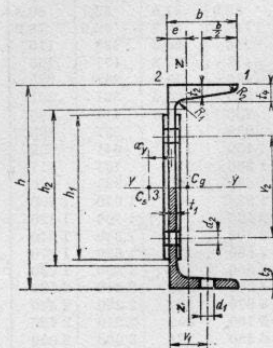
Mezní úchytky musí být v objednávce uvedena. Pokud není, dodá hut tyče v mezní úchytky ±100 mm.

- V násobcích přesných délek. Při objednávce tyčí v násobcích se dodávají tyče s přídatkem 10 mm na každý řez s celkovou úchytkou +200 mm na délku celé tyče.
- Délky větší než 12,0 m jen po dohodě s hutí.

Průřez I	Jmenovité rozměry										Vrtání				Povrch
	b	h	h ₁	h ₂	t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	R ₁	R ₂	v ₁	d ₁	v ₂	d ₂	A _{su}
	mm														m ² m ⁻¹
80	42	80	45	59	3,9	5,9	4,43	7,4	3,9	2,3	22	8,5	—	13	0,304
100	50	100	65	75	4,5	6,8	5,05	8,6	4,5	2,7	26	11	—	13	0,370
120	58	120	80	92	5,1	7,7	5,67	9,7	5,1	3,1	30	11	40	13	0,439
140	66	140	100	109	5,7	8,6	6,29	10,9	5,7	3,4	34	11	60	13	0,502
160	74	160	110	125	6,3	9,5	6,91	12,1	6,3	3,8	38	13	60	17	0,575
180	82	180	130	142	6,9	10,4	7,53	13,3	6,9	4,1	44	13	80	17	0,640
200	90	200	150	159	7,5	11,3	8,15	14,4	7,5	4,5	46	17	90	21	0,709
220	98	220	160	175	8,1	12,2	8,77	15,6	8,1	4,9	52	17	100	21	0,775
240	106	240	180	192	8,7	13,1	9,39	16,8	8,7	5,2	56	17	120	21	0,844
260	113	260	200	208	9,4	14,1	10,2	18,1	9,4	5,6	58	17	130	21	0,906
280	119	280	210	225	10,1	15,2	11,0	19,4	10,1	6,1	62	21	140	25	0,966
300	125	300	230	241	10,8	16,2	11,8	20,6	10,8	6,5	64	21	150	25	1,03
320	131	320	250	257	11,5	17,3	12,7	21,9	11,5	6,9	70	21	170	25	1,09
340	137	340	270	274	12,2	18,3	13,5	23,1	12,2	7,3	74	21	190	25	1,15
360	143	360	290	290	13,0	19,5	14,5	24,5	13,0	7,8	74	21	200	25	1,21
380	149	380	300	306	13,7	20,5	15,3	25,7	13,7	8,2	80	21	220	25	1,27
400	155	400	320	323	14,4	21,6	16,2	27,0	14,4	8,6	84	25	240	25	1,33
450	170	450	360	363	16,2	24,3	18,4	30,3	16,2	9,7	92	25	280	25	1,48
500	185	500	400	404	18,0	27,0	20,5	33,5	18,0	10,8	100	25	320	25	1,63

3.1.2 TYČE PRŮŘEZU U, UE, UPE

3.1.2.1 Tyče průřezu U



Sklon přírub 8 %

1. Odpovídající normy:

ČSN 42 5570 Tyče průřezu U. Rozměrová norma.
ON 73 1580 Hodnoty statických veličin průřezů.
ČSN 42 0135 Technické dodací podmínky.

2. Tyče U se vyrábějí

z oceli 11 373.0 v rozměrech U 50—U 240,
z oceli 11 375.0 v rozměrech U 260—U 300,
z oceli 11 523.0 v rozměrech U 80—U 300.

3. Tyče U se dodávají:

- Ve výrobních délkách. Při objednávce se délka nepředepisuje. Dodavatel dodá tyče v délkách 3 až 12 m.
- V omezených délkách. Omezené délky volí objednatel v rozsahu výrobních délek v celých metrech s rozmezím nejméně 1,0 m.
- V přesných délkách. Délky volí objednatel v rozmezí 3 až 12 m.

Mezní úchytky jsou:

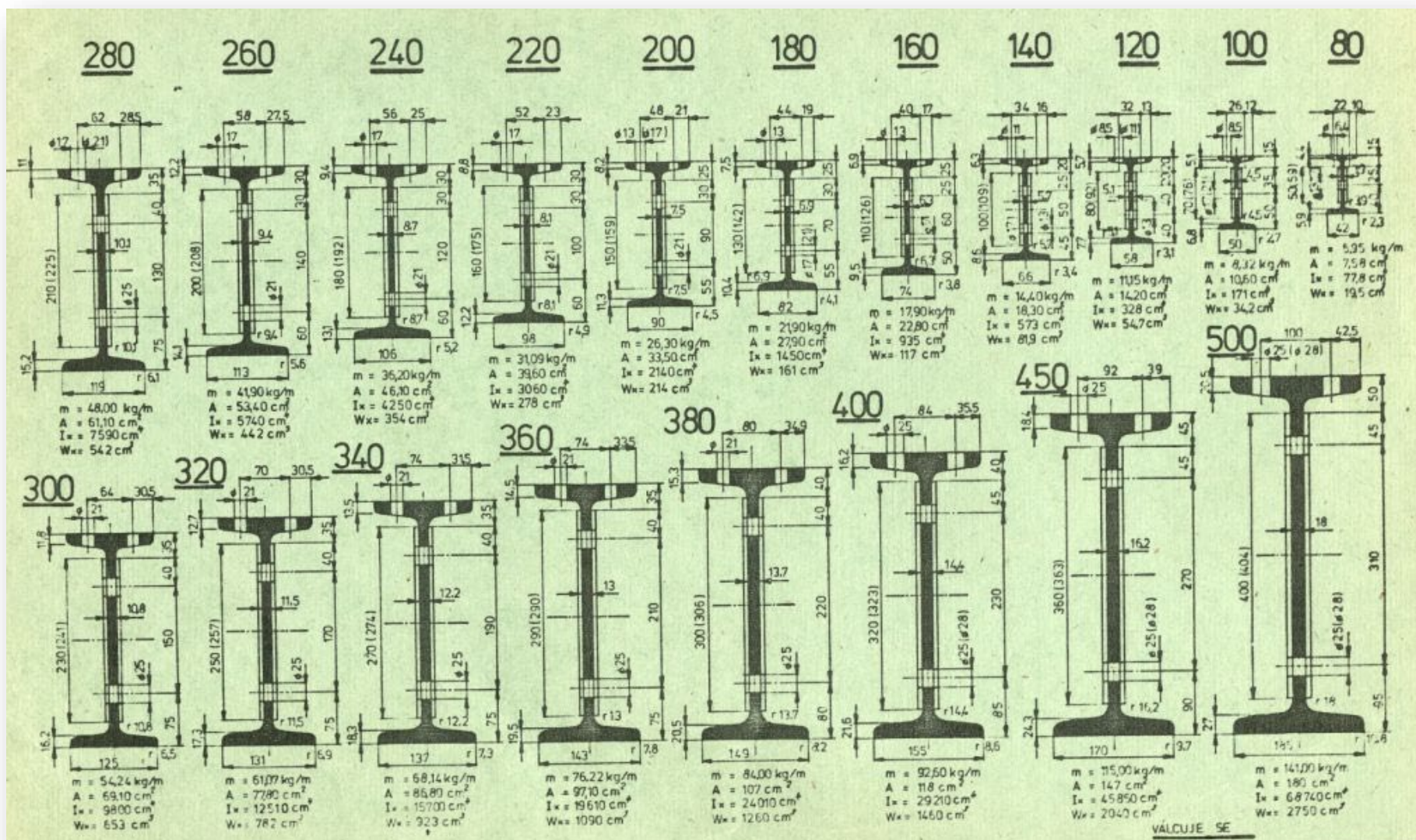
±100 mm; ±50 mm; ±25 mm; ±10 mm
+200 mm; +100 mm; +50 mm; +20 mm

Mezní úchytky musí být uvedena v objednávce. Není-li uvedena, dodá hut tyče s mezní úchytkou ±100 mm.

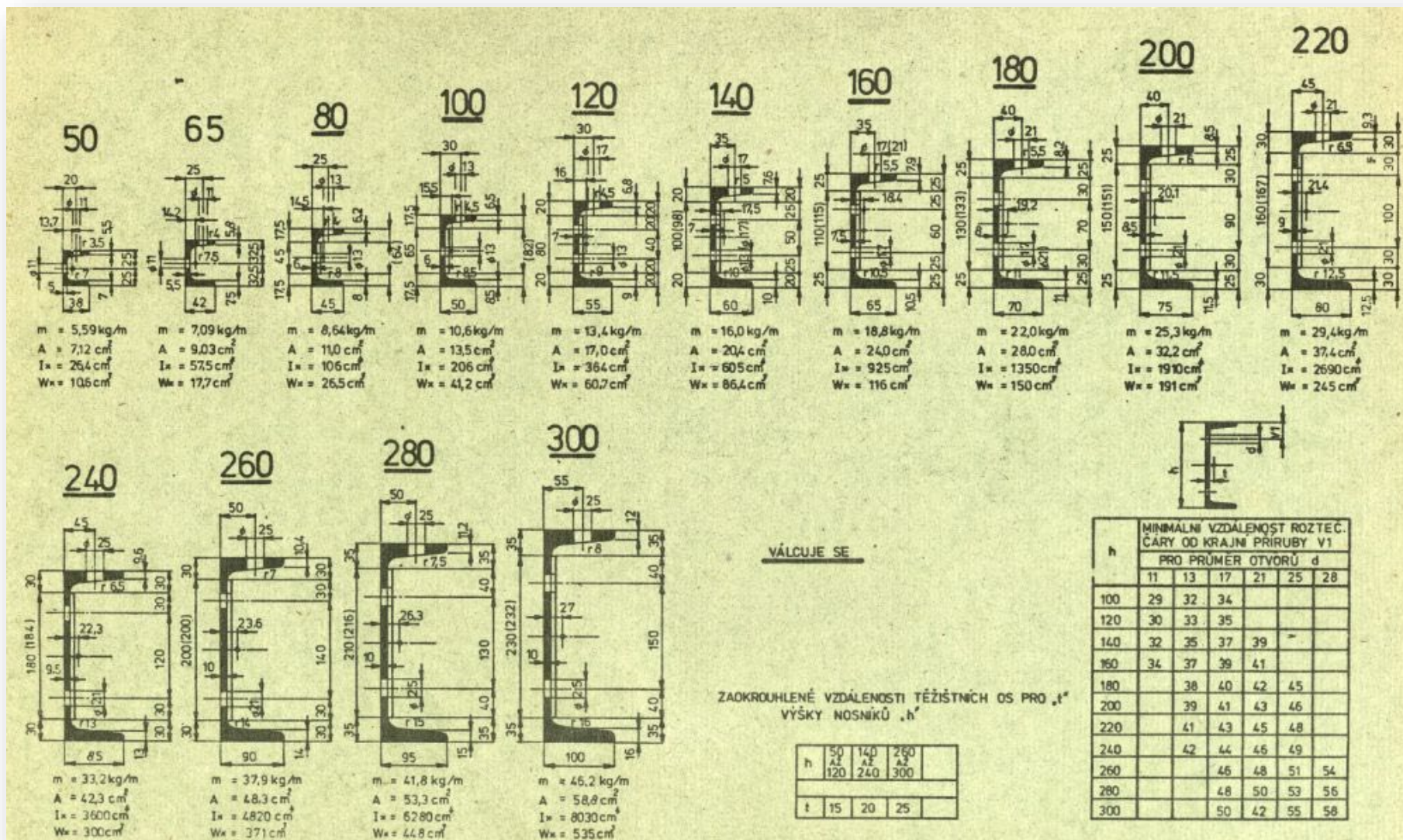
- V násobcích přesných délek. Tyče se dodávají s přídatkem 10 mm na každý řez a s celkovou úchytkou +200 mm na délku celé tyče.
- Větší délky než 12,0 m se dodávají jen po dohodě s hutí.

Průřez U	Jmenovité rozměry										Vrtání				Povrch
	b	h	h ₁	h ₂	t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	R ₁	R ₂	v ₁	d ₁	v ₂	d ₂	A _{su}
	mm														m ² m ⁻¹
50	38	50	—	—	5,0	7,0	5,48	8,52	7,0	3,5	13,7	20	11	—	0,23
65	42	65	—	—	5,5	7,5	5,82	9,18	7,5	4,0	14,2	25	11	—	0,27
80	45	80	45	46	6,0	8,0	6,2	9,80	8,0	4,0	14,5	25	13	—	0,31
100	50	100	65	64	6,0	8,5	6,5	10,5	8,5	4,5	15,5	30	13	—	0,37
120	55	120	80	82	7,0	9,0	6,8	11,2	9,0	4,5	16,1	30	17	40	0,43
140	60	140	100	98	7,0	10,0	7,6	12,4	10,0	5,0	17,6	35	17	60	0,49
160	65	160	110	115	7,5	10,5	7,9	13,1	10,5	5,5	18,4	35	17	60	0,54
180	70	180	130	133	8,0	11,0	8,2	13,8	11,0	5,5	19,3	40	21	80	0,60
200	75	200	150	151	8,5	11,5	8,5	14,5	11,5	6,0	20,1	40	21	90	0,66
220	80	220	160	167	9,0	12,5	9,3	15,7	12,5	6,5	21,4	45	21	100	0,72
240	85	240	180	184	9,5	13,0	9,6	16,4	13,0	6,5	22,4	45	21	120	0,78
260	90	260	200	200	10,0	14,0	10,4	17,6	14,0	7,0	23,7	50	21	140	0,83
280	95	280	210	216	10,0	15,0	11,2	18,8	15,0	7,5	25,3	50	21	130	0,89
300	100	300	230	232	10,0	16,0	12,0	20,0	16,0	8,0	27,0	55	21	150	0,95

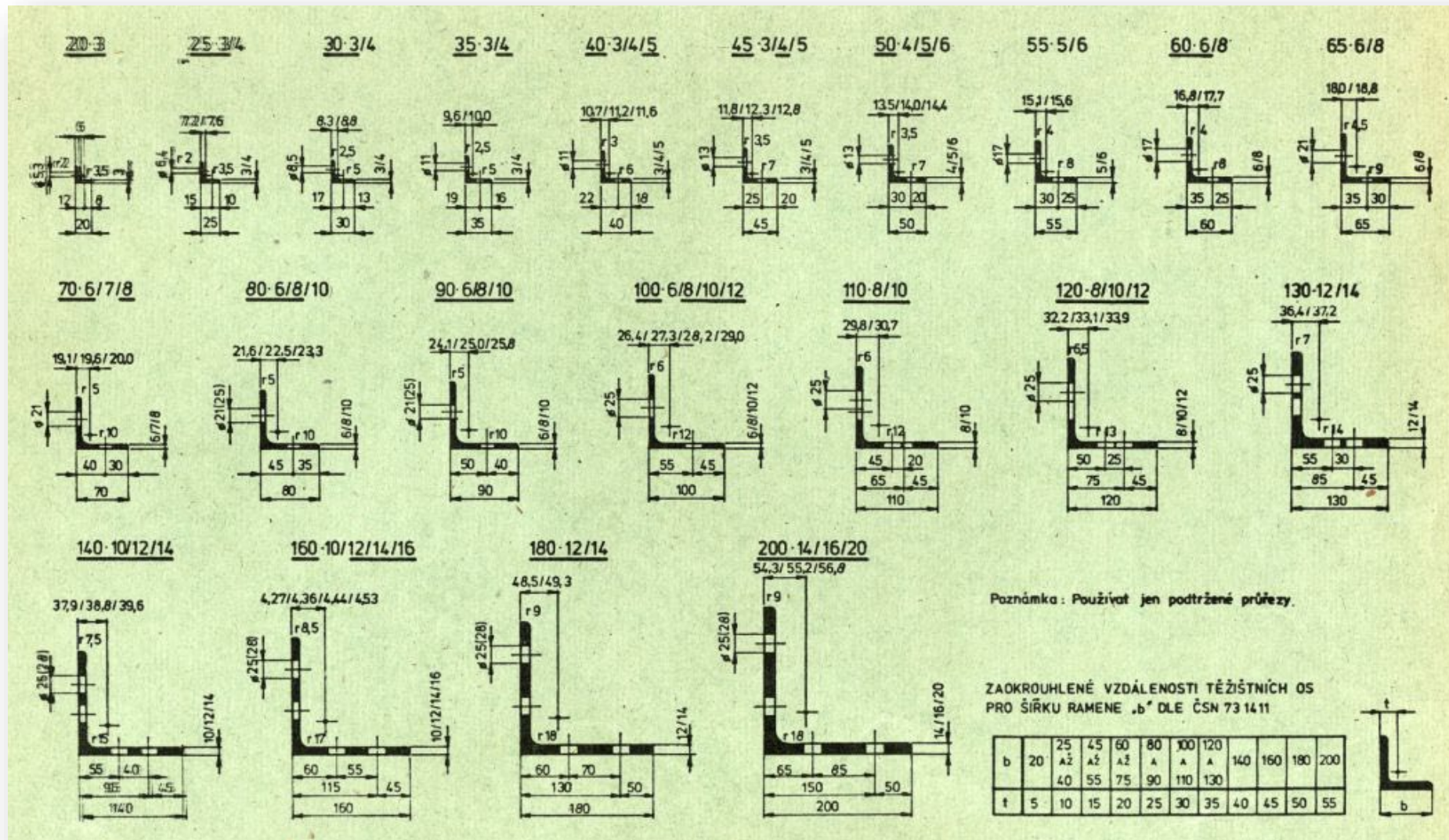
Ocelové válcované tyče profilu I



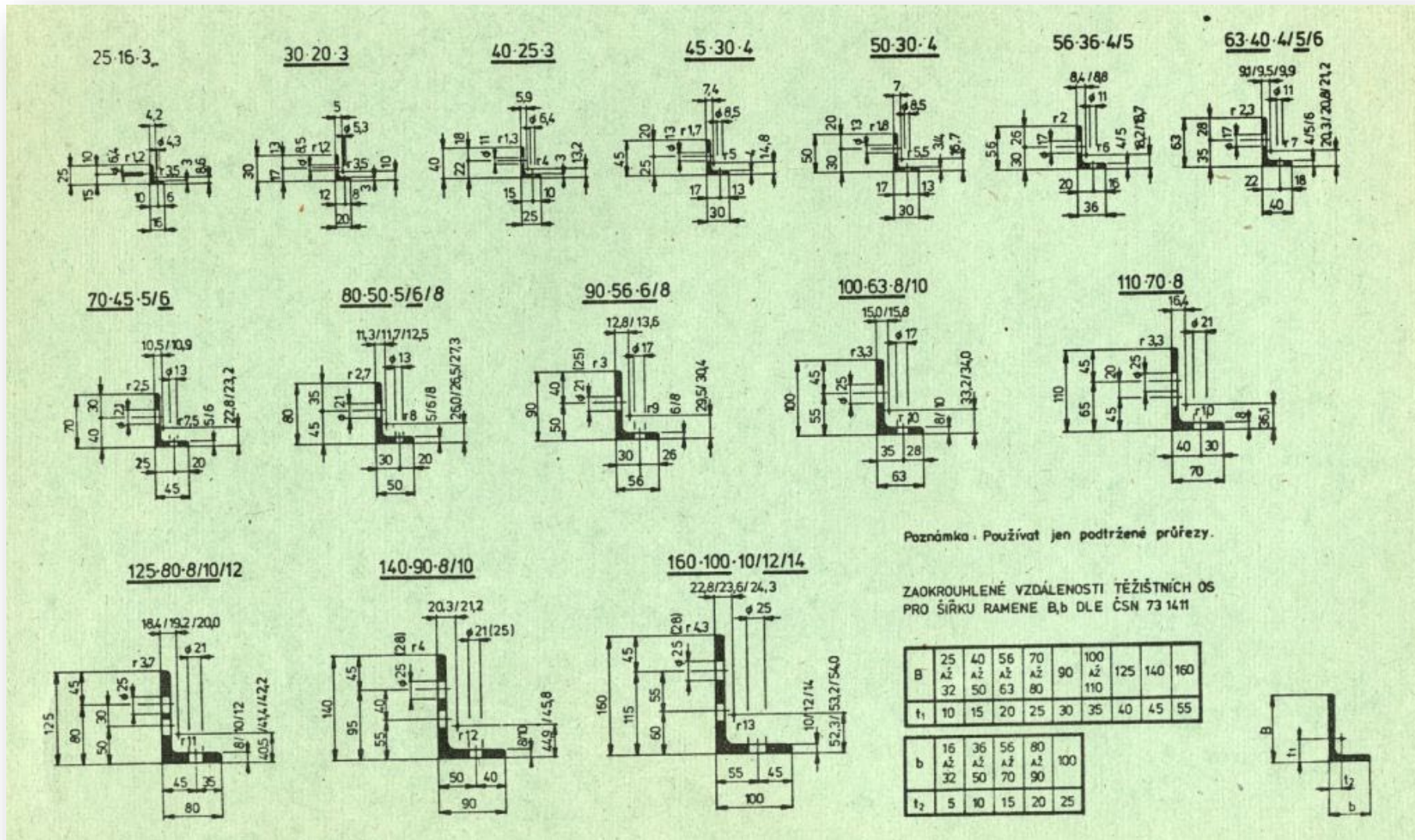
Ocelové válcované tyče profilu U



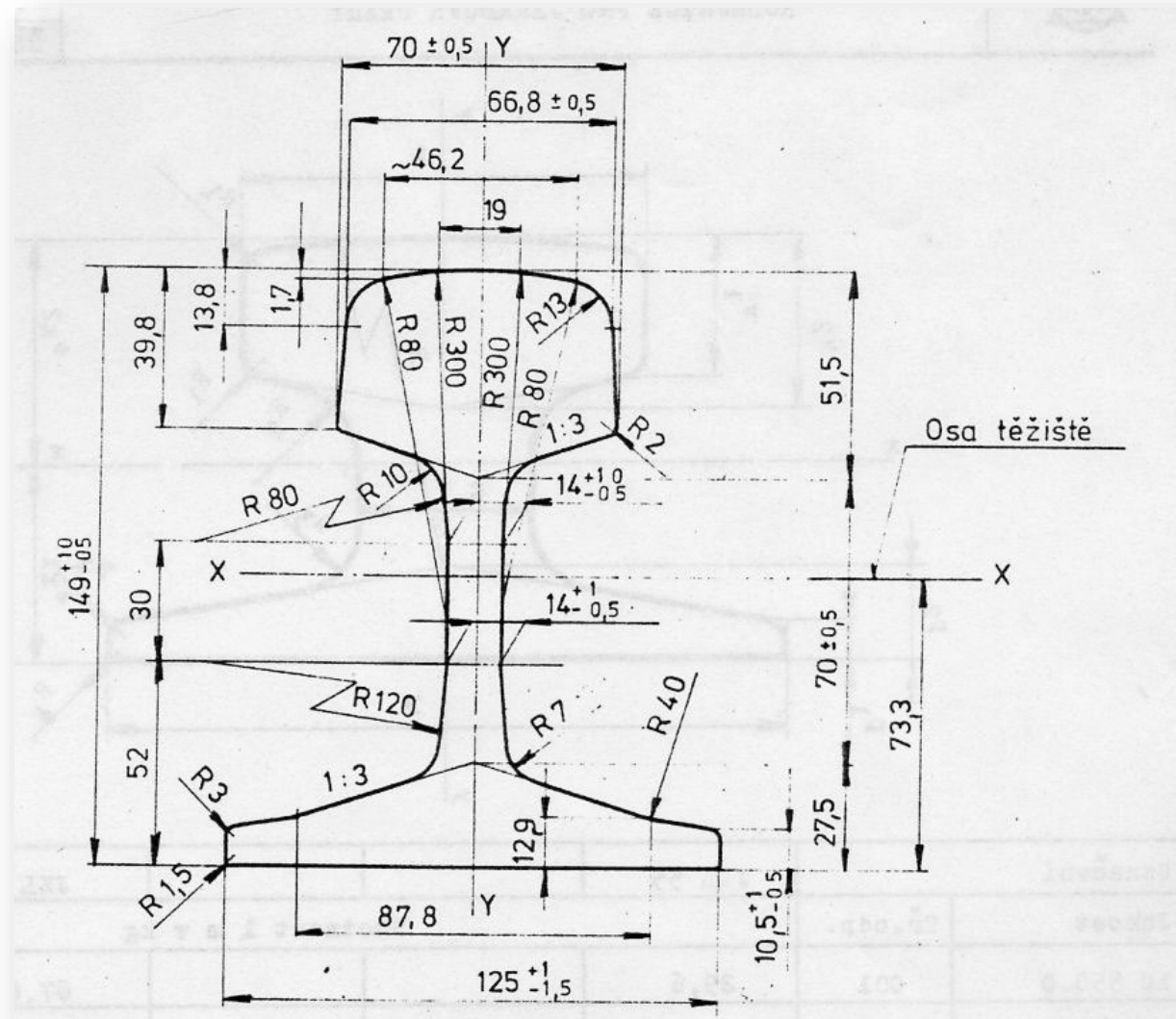
Ocelové válcované rovnoramenné úhelníky



Ocelové válcované nerovnoramenné úhelníky



Geometrie ocelové železniční kolejnice



Těžiště složených rovinných obrazců

Složený rovinný obrazec vzniká spojením několika (obecně n) jednoduchých rovinných obrazců v téže rovině. Prvky s označením $i = 1, \dots, n$ mohou mít různou měrnou tíhu γ_i , pokud je stejná - **homogenní** složený rovinný obrazec.

Postup:

- Umístění složeného rovinného obrazce do pravoúhlé souřadnicové soustavy xz
- Výpočet ploch A_i a odpovídajících tíhových sil $P_i = \gamma_i \cdot A_i$ pro každý prvek i
- Stanovení souřadnic x_i a z_i těžišť T_i pro každý prvek i (možno použít lokální souřadnicovou soustavu)
- Zavedení sil P_i do těžišť T_i a určení **výslednice** a **statických momentů** (pro homogenní obrazce platí $R = A$):

$$R = \sum_{i=1}^n P_i \quad S_x = \sum_{i=1}^n P_i \cdot z_i \quad S_z = \sum_{i=1}^n P_i \cdot x_i$$

- Vypočet **souřadnic těžiště** složeného rovinného obrazce:

$$x_T = \frac{S_z}{R}$$

$$z_T = \frac{S_x}{R}$$

Těžiště kosodélníku, lichoběžníku a obecného čtyřúhelníku

a) **Kosodélník** – úhlopříčka je totožná s osou z

b) **Lichoběžník:** $A_1 = \frac{b \cdot h_1}{2}$ $x_1 = \frac{b}{3}$ $z_1 = \frac{h_1}{3}$ $A_2 = \frac{b \cdot h_2}{2}$ $x_2 = \frac{2 \cdot b}{3}$ $z_2 = \frac{(h_1 + h_2)}{3}$

$$R = A = \frac{b \cdot (h_1 + h_2)}{2}$$

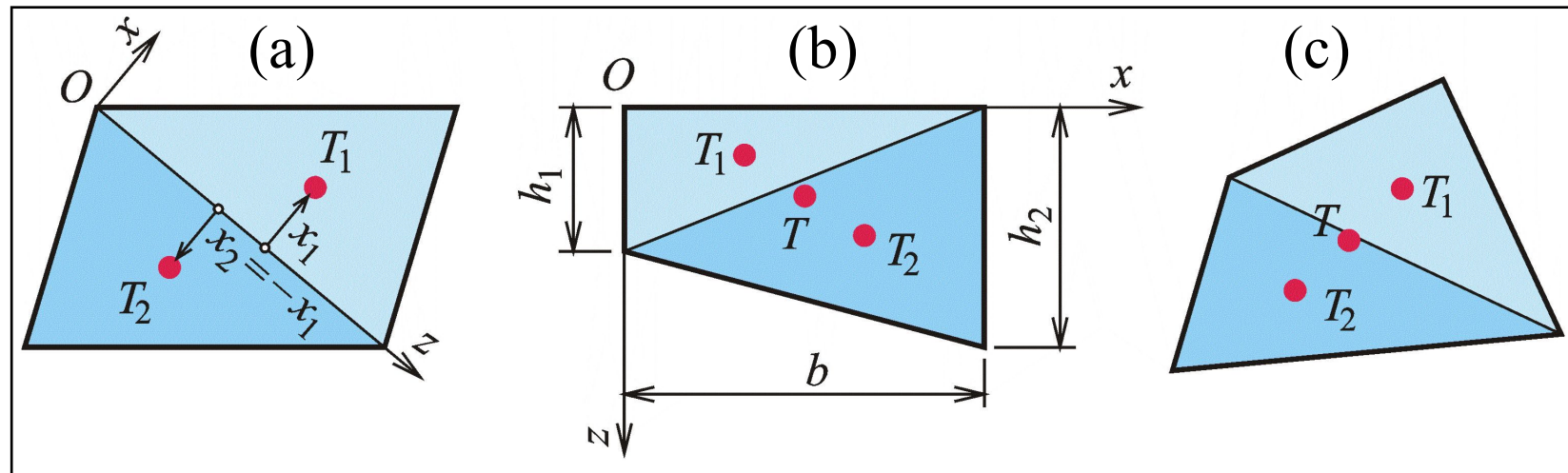
$$S_x = \frac{b \cdot h_1}{2} \cdot \frac{h_1}{3} + \frac{b \cdot h_2}{2} \cdot \frac{(h_1 + h_2)}{3} = \frac{b}{6} \cdot (h_1^2 + h_1 \cdot h_2 + h_2^2)$$

$$S_z = \frac{b \cdot h_1}{2} \cdot \frac{b}{3} + \frac{b \cdot h_2}{2} \cdot \frac{2 \cdot b}{3} = \frac{b^2}{6} \cdot (h_1 + 2 \cdot h_2)$$

$$x_T = \frac{b}{3} \cdot \frac{h_1 + 2 \cdot h_2}{h_1 + h_2}$$

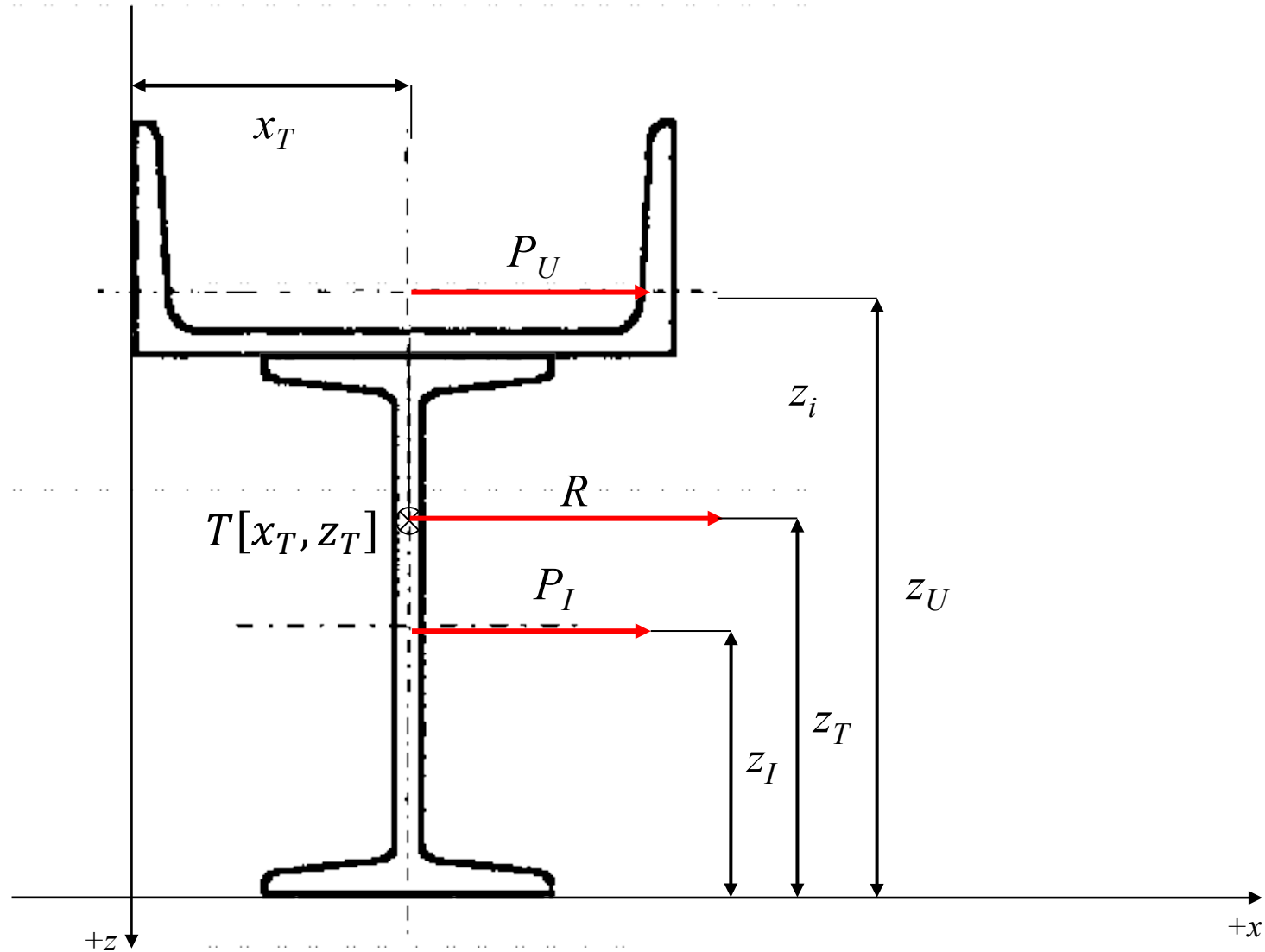
$$z_T = \frac{1}{3} \cdot \frac{h_1^2 + h_1 \cdot h_2 + h_2^2}{h_1 + h_2}$$

c) **Obecný čtyřúhelník** – obrazec složený ze dvou trojúhelníků



Těžiště **kosodélníku** (a), **lichoběžníku** (b) a **obecného čtyřúhelníku** (c)

Těžiště složeného rovinného průřezu z válcovaných tyčí

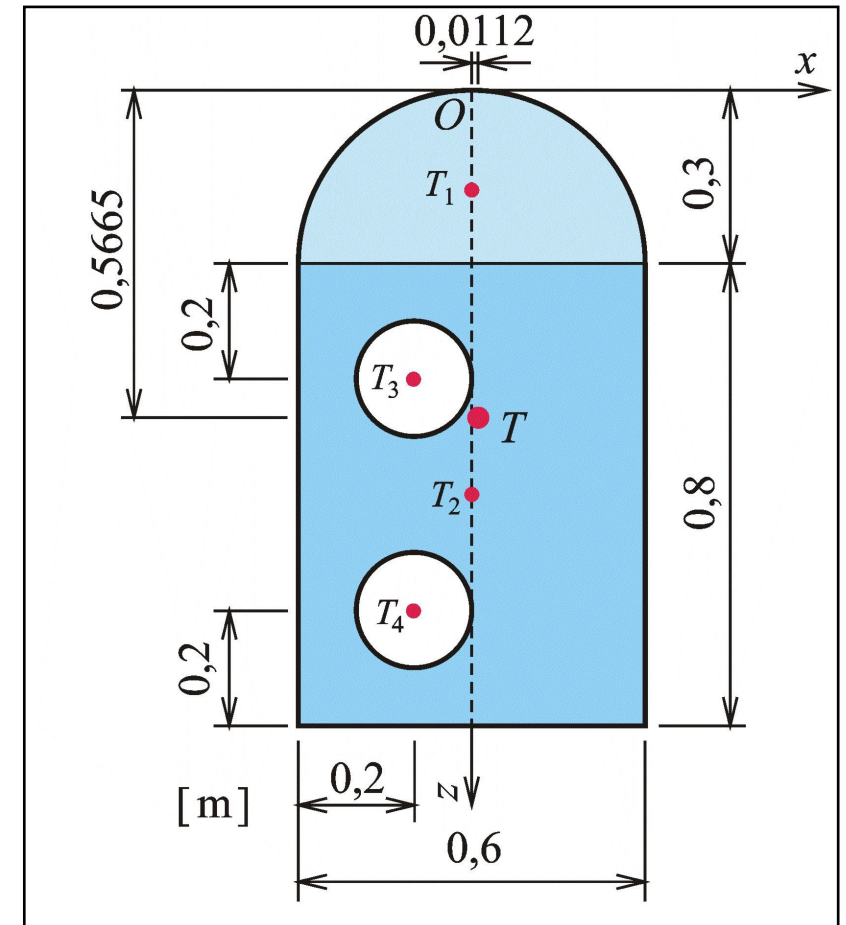


Těžiště složených obrazců s otvory a výřezy

Zvláštní případ složených obrazců – s **otvory** (s oslabením) nebo s **výřezy** (otvory sousedící s obrysem obrazce).

Výpočet:

Jednotlivé obrazce považovat za samostatné prvky bez otvorů, otvory považovat za další prvky se **zápornou plochou** a měrnou tíhou stejnou jako obrazec obklopující.



Těžiště složených rovinných obrazců s otvorem, Příklad 5

Zadání:

Tíhově homogenní složený rovinný obrazec oslabený otvory, složený z půlkruhu $r = 0,3$ m, obdélníku a dvou kruhových otvorů o $r = 0,1$ m.

Výpočet těžiště:

- a) Určení **ploch** a **souřadnic těžišť** pro jednotlivé obrazce i
- b) Výpočet **výslednice** a **statických momentů** složeného průřezu

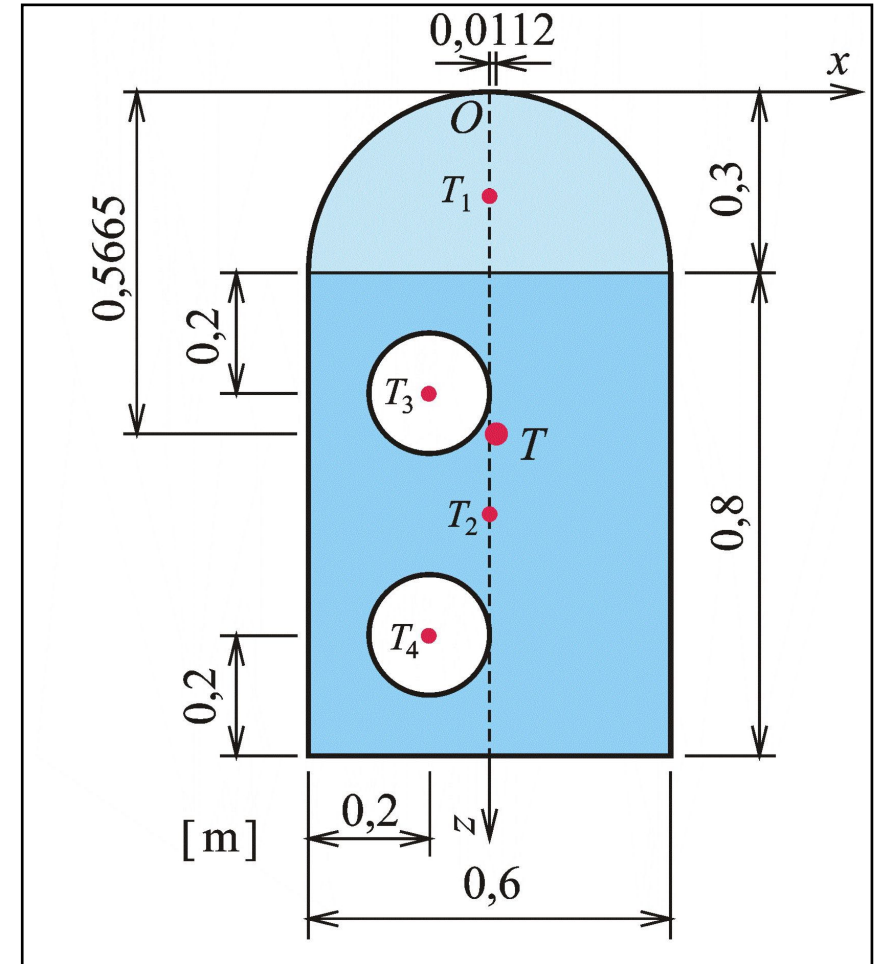
$$R = 0,5585 \text{ m}^2$$

$$S_x = 0,3164 \text{ m}^3 \quad S_z = +0,00628 \text{ m}^3$$

- c) **Souřadnice těžiště** složeného obrazce

$$x_T = 0,0112 \text{ m}$$

$$z_T = 0,5665 \text{ m}$$



Zadání a výsledky příkladu 5

Těžiště složených rovinných obrazců s otvorem, Příklad 6

Zadání:

Tíhově homogenní rovinný obrazec tvaru L (lze řešit jako dva obdélníky nebo jako obdélník, který je opsán průřezu, a jeho obdélníkový výřez)

Výpočet těžiště:

- Určení **ploch** a **souřadnic těžišť** pro jednotlivé obrazce i
- Výpočet **výslednice** a **statických momentů** složeného průřezu

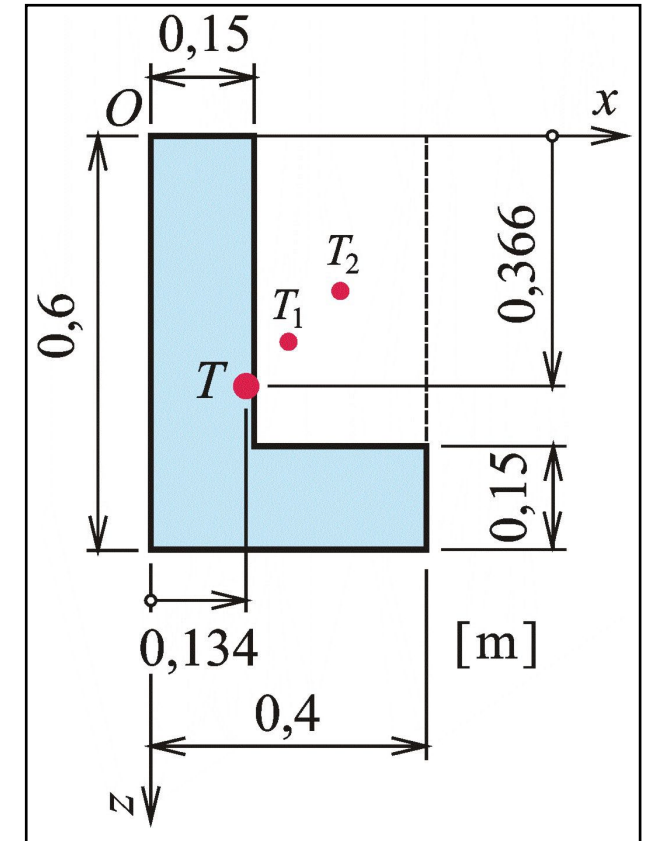
$$R = 0,1275 \text{ m}^2$$

$$S_x = 0,04669 \text{ m}^3 \quad S_z = 0,01706 \text{ m}^3$$

- Souřadnice těžiště** složeného obrazce

$$x_T = 0,134 \text{ m}$$

$$z_T = 0,366 \text{ m}$$



Zadání a výsledky příkladu 6

Těžiště složených rovinných obrazců, Příklad 7

Zadání:

Tíhově nehomogenní rovinný obrazec složený ze tří obdélníků, γ_1 a $\gamma_2 = 1$, $\gamma_3 = 3$.

Výpočet těžiště:

- a) Určení **ploch**, **souřadnic těžišť** a **tíhových sil** pro jednotlivé obrazce i
- b) Výpočet **výslednice** a **statických momentů** složeného průřezu

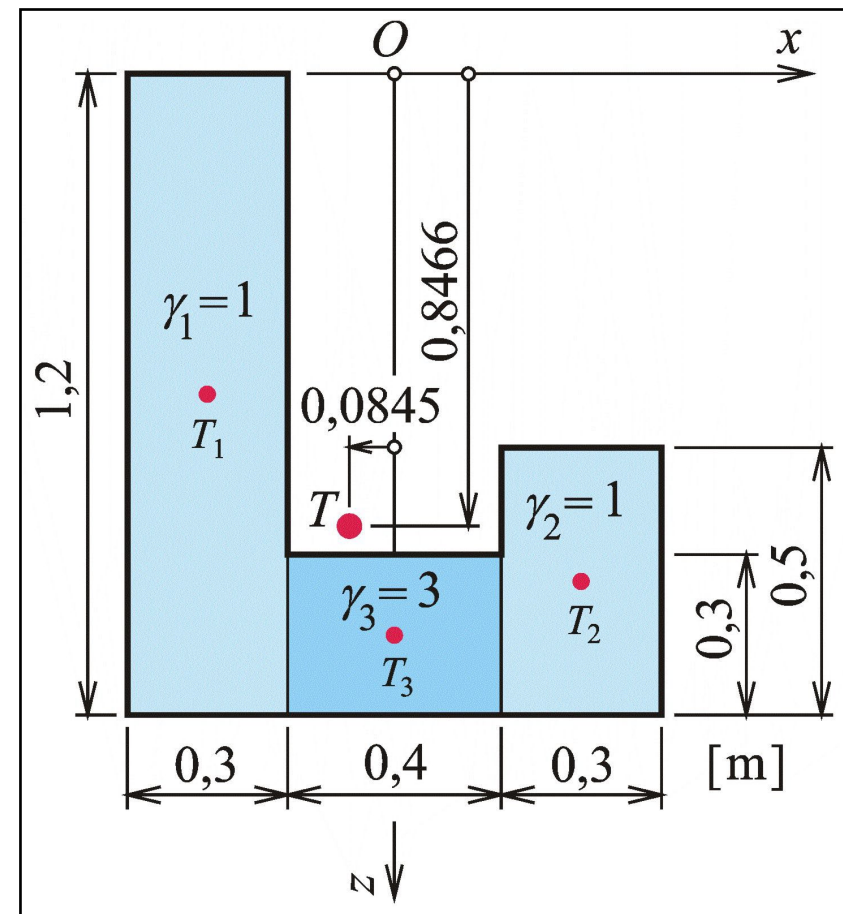
$$R = 0,87 \text{ m}^2$$

$$S_x = 0,7365 \text{ m}^3 \quad S_z = -0,0735 \text{ m}^3$$

- c) **Souřadnice těžiště** složeného obrazce

$$x_T = -0,0845 \text{ m}$$

$$z_T = 0,8466 \text{ m}$$



Zadání a výsledky příkladu 7

Průřezy prutových konstrukčních prvků

Výpočet deformovatelných prutů vyžaduje tzv. **geometrické charakteristiky průřezu**:

- Průřezová plocha A
- Statické momenty S_x a S_z průřezu k momentovým osám x a z
- Souřadnice x_T, z_T těžiště T
- Momenty setrvačnosti I_x, I_z k osám x, z
- Deviační moment D_{xz} k osám x, z

Předpoklad:

průřez **tíhově homogenní**, fiktivní měrná tíha $\gamma = 1$ (bez fyzikálního rozměru)



Kvadratické momenty rovinných obrazců

Plocha elementárního obdélníkového dílku: $dA = dx \cdot dz$

V počátečním bodě dílku působí elementární fiktivní síla **kolmá** k rovině průřezu:

$$dP = \gamma \cdot dA = dA \quad \gamma = 1 \rightarrow A = \gamma \cdot A$$

Moment setrvačnosti (vždy kladný) a **deviační moment** (kladný nebo záporný) k osám x, z – **osy setrvačnosti**:

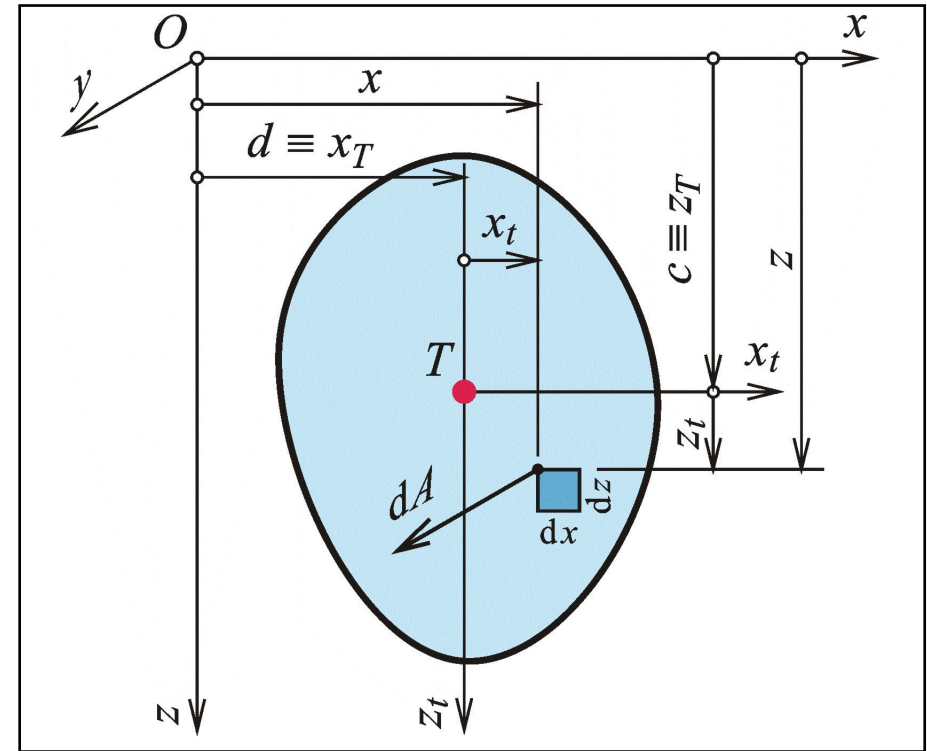
$$I_x = \iint_A z^2 dA$$

$$I_z = \iint_A x^2 dA$$

$$D_{xz} = \iint_A x \cdot z dA$$

Poznámka: elementy plochy násobeny **kvadráty** souřadnic x^2 a z^2 nebo **součinem** souřadnic xz , proto **kvadratické momenty průřezu**, statické momenty – **lineární**

Rozměr [délka⁴], obvykle m⁴ nebo mm⁴



K výkladu kvadratických momentů

Kvadratické momenty rovinných obrazců

Centrální kvadratické momenty průřezu jsou kvadratické momenty k osám x_t, z_t , které procházejí těžištěm T – **centrální osy setrvačnosti**, hlavní osy setrvačnosti (mohou být pootočené).

Pravidlo o kvadratických momentech k rovnoběžně posunutým osám:

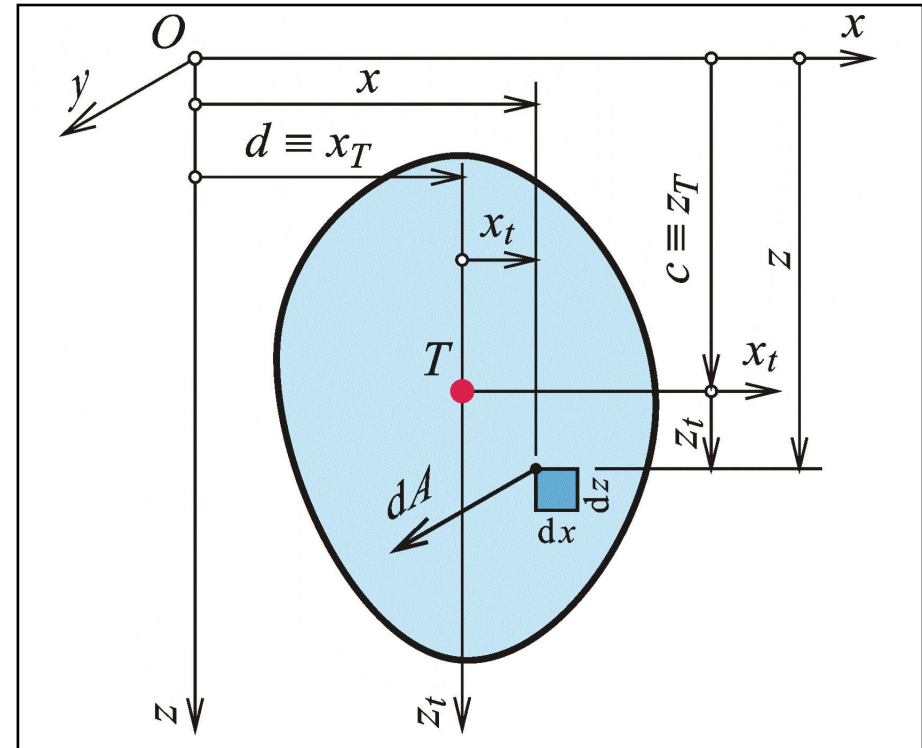
$$c = z - z_t = z_T$$

$$d = x - x_t = x_T$$

$$\begin{aligned} I_x &= \iint_A (z_t + c)^2 dA = \iint_A z_t^2 dA + 2 \cdot c \cdot \iint_A z_t dA + c^2 \cdot \iint_A dA = \\ &= I_{x_t} + 2 \cdot c \cdot S_{x_t} + c^2 \cdot A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_z &= \iint_A (x_t + d)^2 dA = \iint_A x_t^2 dA + 2 \cdot d \cdot \iint_A x_t dA + d^2 \cdot \iint_A dA = \\ &= I_{z_t} + 2 \cdot d \cdot S_{z_t} + d^2 \cdot A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{xz} &= \iint_A (z_t + c) \cdot (x_t + d) dA = \\ &= \iint_A x_t \cdot z_t dA + c \cdot \iint_A x_t dA + d \cdot \iint_A z_t dA + c \cdot d \cdot \iint_A dA = \\ &= D_{x_t z_t} + c \cdot S_{z_t} + d \cdot S_{x_t} + c \cdot d \cdot A \end{aligned}$$



K výkladu kvadratických momentů

Kvadratické momenty rovinných obrazců

Statické momenty průřezu k těžištním osám průřezu:

$$S_{x_t} = S_{z_t} = 0$$

Výsledné tvary vztahů pro kvadratické momenty k osám x, z , které neprocházejí těžištěm průřezu:

$$I_x = I_{x_t} + c^2 \cdot A$$

**Steinerova
věta**

$$I_z = I_{z_t} + d^2 \cdot A$$

$$D_{xz} = D_{x_t z_t} + c \cdot d \cdot A$$

Po úpravě lze rovněž použít:

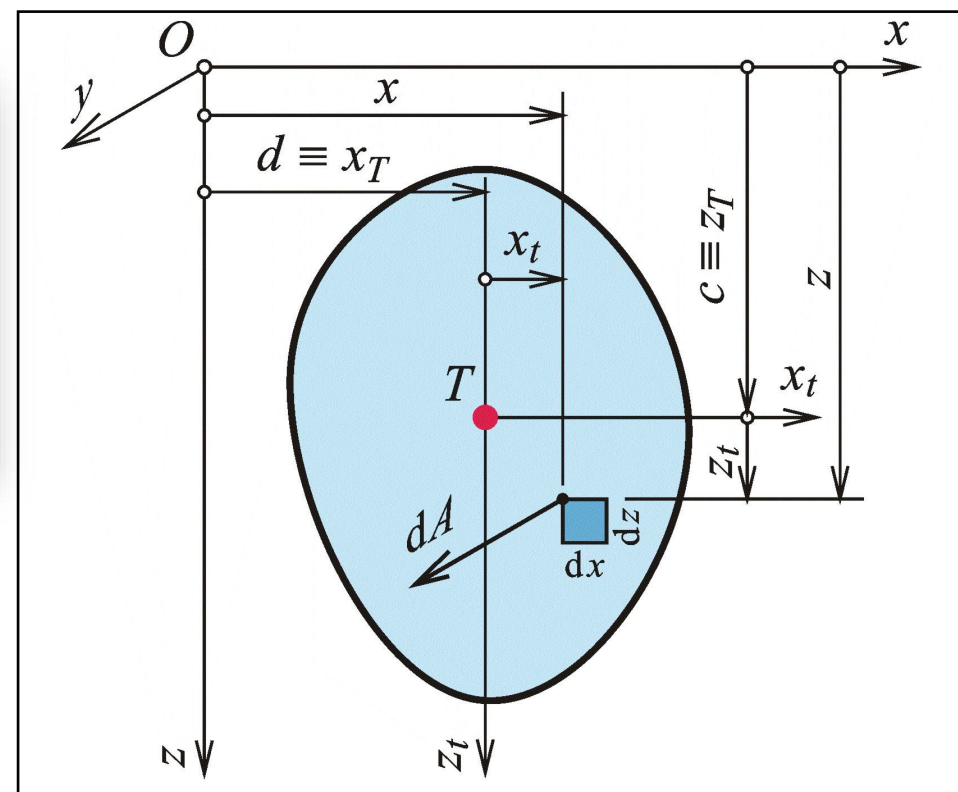
$$I_{x_t} = I_x - c^2 \cdot A$$

$$I_{z_t} = I_z - d^2 \cdot A$$

$$D_{x_t z_t} = D_{xz} - c \cdot d \cdot A$$



Jakob Steiner
(1796-1863)



K výkladu kvadratických momentů

Centrální kvadratické momenty obdélníku

Zvoleno: $O \equiv T \rightarrow x \equiv x_t, z \equiv z_t \rightarrow D_{xz} = 0$

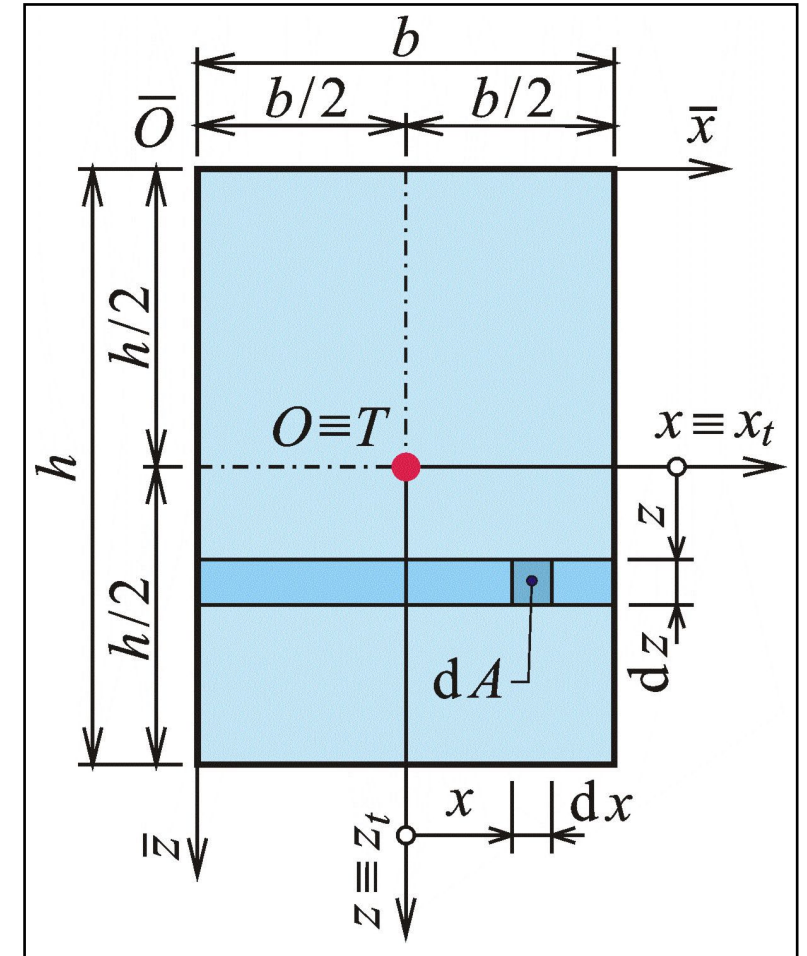
Výpočet **hlavních centrálních momentů setrvačnosti**:

$$\begin{aligned} I_x &= \iint_A z^2 dA = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 \left[\int_{-b/2}^{b/2} dx \right] dz = b \cdot \int_{-h/2}^{h/2} z^2 dz = \\ &= b \cdot \left[\frac{z^3}{3} \right]_{-h/2}^{h/2} = \frac{b}{3} \cdot \left(\frac{h^3}{8} + \frac{h^3}{8} \right) = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 \end{aligned}$$

Obdobně: $I_z = \frac{1}{12} \cdot b^3 \cdot h$

Důkaz nulového deviačního momentu:

$$\begin{aligned} D_{xz} &= \iint_A x \cdot z dA = \int_{-h/2}^{h/2} z \left[\int_{-b/2}^{b/2} x dx \right] dz = \\ &= \int_{-h/2}^{h/2} z \cdot \left[\frac{x^2}{2} \right]_{-b/2}^{b/2} dz = \int_{-h/2}^{h/2} z \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b^2}{4} - \frac{b^2}{4} \right) dz = 0 \end{aligned}$$



Obdélník

Kvadratické momenty obdélníku ve složeném obrázci

Zvoleno: $\bar{O} \neq T \rightarrow [\bar{x}_T, \bar{z}_T] \equiv \left[c = \frac{h}{2}, d = \frac{b}{2} \right]$

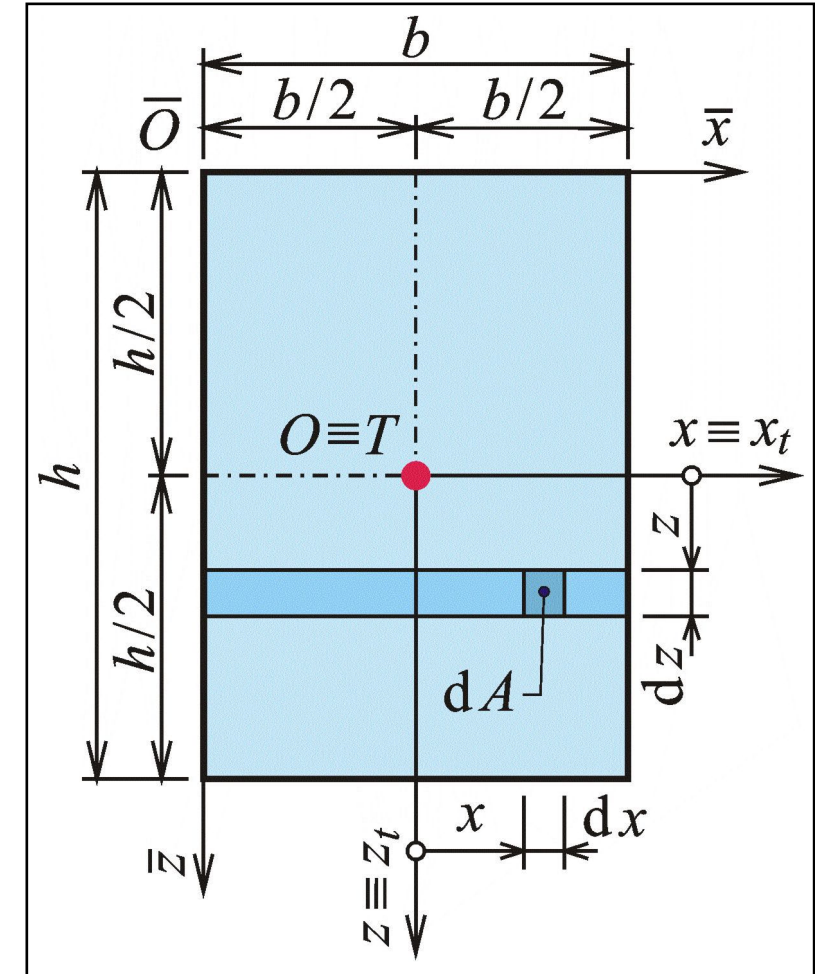
Výpočet momentů setrvačnosti:

Steinerova věta

$$I_{\bar{x}} = I_{x_t} + c^2 \cdot A = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 + \frac{h^2}{4} \cdot b \cdot h = \frac{1}{3} \cdot b \cdot h^3$$

$$I_{\bar{z}} = I_{z_t} + d^2 \cdot A = \frac{1}{12} \cdot b^3 \cdot h + \frac{b^2}{4} \cdot b \cdot h = \frac{1}{3} \cdot b^3 \cdot h$$

$$D_{\bar{x}\bar{z}} = D_{x_t z_t} + c \cdot d \cdot A = 0 + \frac{b}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{4} \cdot b^2 \cdot h^2$$



Obdélník

Kvadratické momenty čtverce

Čtverec o straně a : $b = h = a$

Výpočet **hlavních centrálních momentů setrvačnosti**:

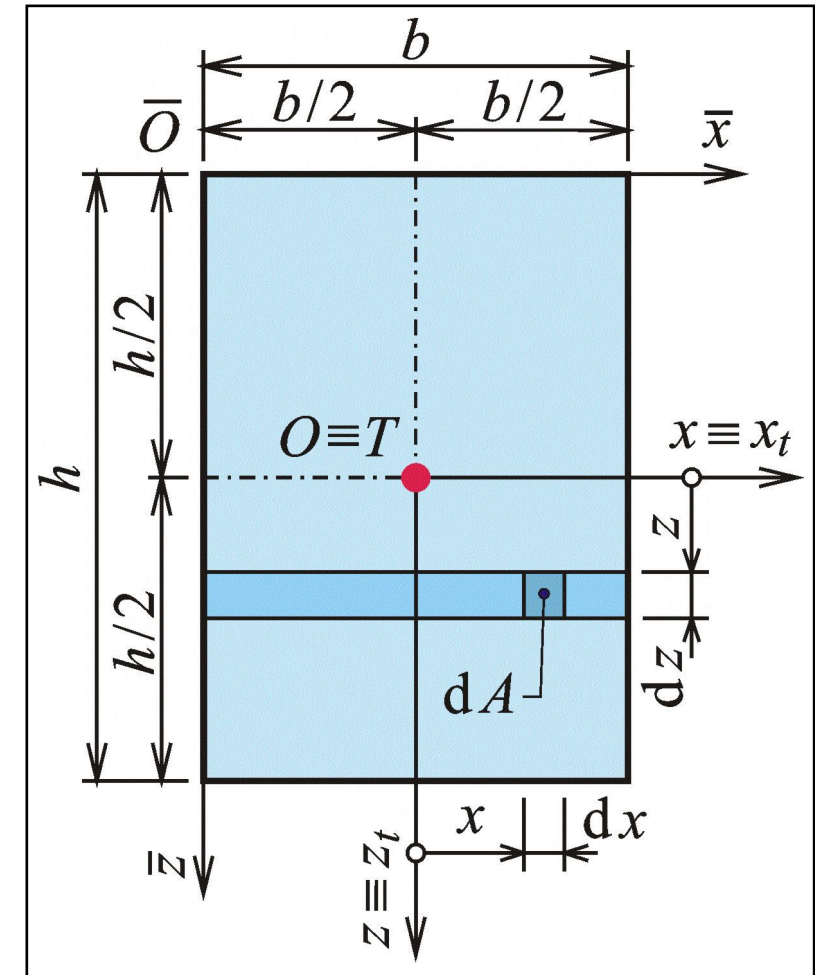
$$I_x = I_z = \frac{1}{12} \cdot a^4$$

Kvadratické momenty čtverce k osám \bar{x} , \bar{z} , které procházejí jeho stranami:

$$I_{\bar{x}} = I_{x_t} + c^2 \cdot A = \frac{1}{12} \cdot a^4 + \frac{a^2}{4} \cdot a^2 = \frac{1}{3} \cdot a^4$$

$$I_{\bar{z}} = I_{\bar{x}} = \frac{1}{3} \cdot a^4$$

$$D_{\bar{x}\bar{z}} = D_{x_t z_t} + c \cdot d \cdot A = 0 + \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a^2 = \frac{1}{4} \cdot a^4$$



Obdélník

Centrální kvadratické momenty pravoúhlého trojúhelníku

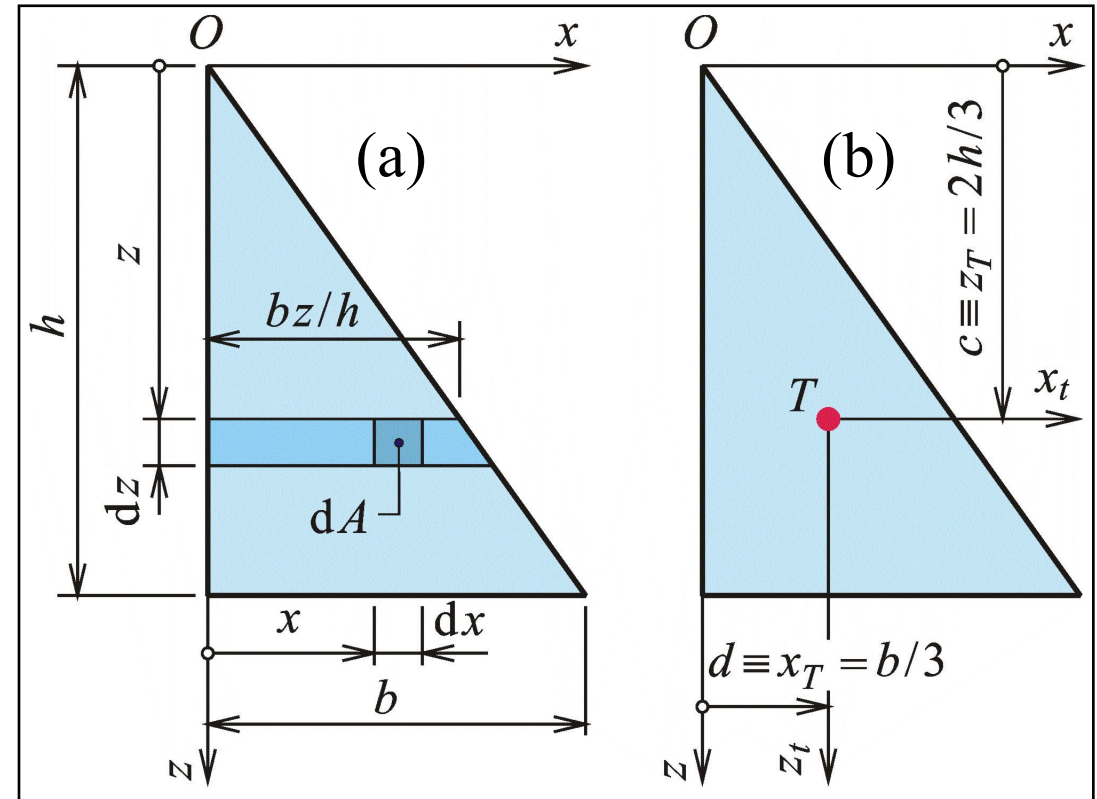
Zvoleno: O ve vrcholu trojúhelníku

Nejprve výpočet kvadratických momentů k vodorovné ose x a svislé ose z :

$$I_x = \iint_A z^2 dx dz = \int_0^h z^2 \left[\int_0^{bz/h} dx \right] dz = \frac{b}{h} \cdot \int_0^h z^3 dz = \frac{1}{4} \cdot b \cdot h^3$$

$$I_z = \iint_A x^2 dx dz = \int_0^h \left[\int_0^{bz/h} x^2 dx \right] dz = \frac{b^3}{3 \cdot h^3} \cdot \int_0^h z^3 dz = \\ = \frac{b^3}{3 \cdot h^3} \cdot \frac{h^4}{4} = \frac{1}{12} \cdot b^3 \cdot h$$

$$D_{xz} = \iint_A x \cdot z dx dz = \int_0^h z \left[\int_0^{b \cdot z/h} x dx \right] dz = \frac{b^2}{2 \cdot h^2} \int_0^h z^3 dz = \\ = \frac{b^2}{2 \cdot h^2} \cdot \frac{h^4}{4} = \frac{1}{8} \cdot b^2 \cdot h^2$$



Pravoúhlý trojúhelník

Centrální kvadratické momenty pravoúhlého trojúhelníku

Výpočet **centrálních momentů setrvačnosti** (nejsou ale hlavní momenty):

Steinerova věta

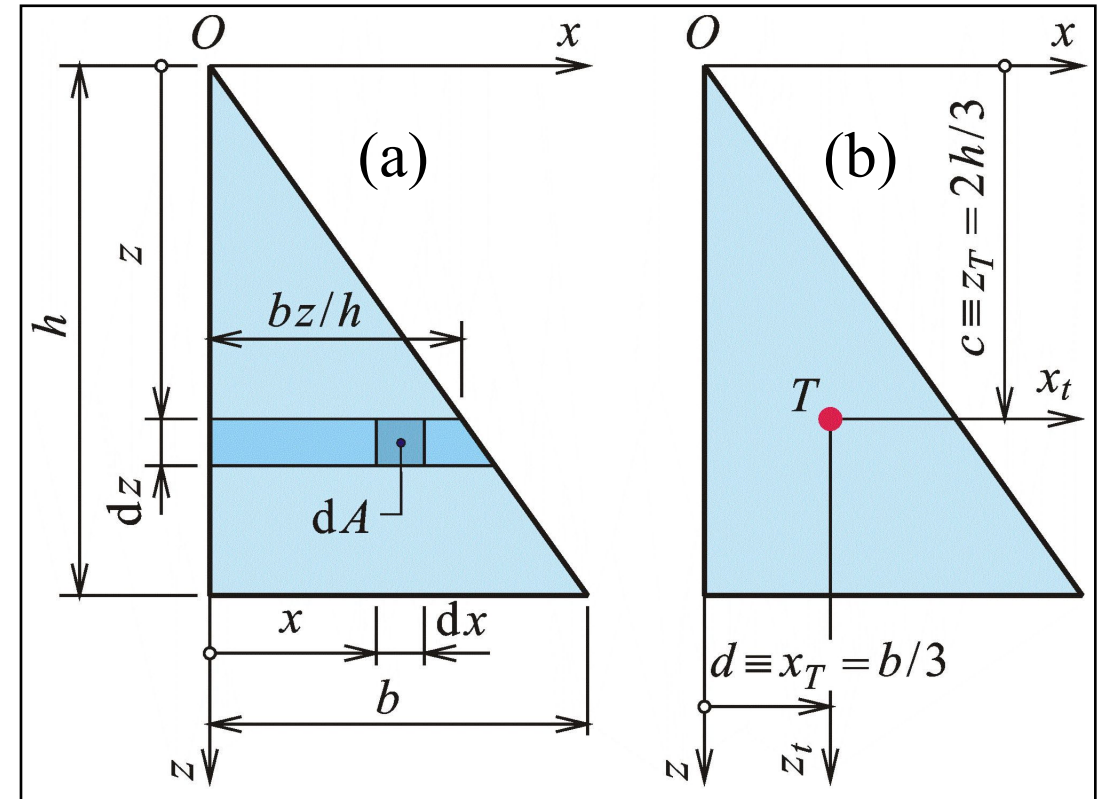
$$c = \frac{2}{3} \cdot h$$

$$d = \frac{1}{3} \cdot b$$

$$I_{x_t} = I_x - c^2 \cdot A = \frac{1}{4} \cdot b \cdot h^3 - \frac{4}{9} \cdot h^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{36} \cdot b \cdot h^3$$

$$I_{z_t} = I_z - d^2 \cdot A = \frac{1}{12} \cdot b^3 \cdot h - \frac{1}{9} \cdot b^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{36} \cdot b^3 \cdot h$$

$$D_{x_t z_t} = D_{xz} - c \cdot d \cdot A = \frac{1}{8} \cdot b^2 \cdot h^2 - \frac{2}{3} \cdot h \cdot \frac{1}{3} \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{72} \cdot b^2 \cdot h^2$$



Pravoúhlý trojúhelník

Centrální kvadratické momenty rovnoramenného trojúhelníku

Rovnoramenný trojúhelník – lze rozdělit na dva symetrické pravoúhlé trojúhelníky

$$I_x = 2 \cdot \left(\frac{1}{36} \cdot \frac{b}{2} \cdot h^3 \right) = \frac{1}{36} \cdot b \cdot h^3$$

$$I_z = 2 \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot \left(\frac{b}{2} \right)^3 \cdot h \right] = \frac{1}{48} \cdot b^3 \cdot h$$

Svislá osa symetrie – jsou zároveň hlavní momenty setrvačnosti a nulový deviační moment

Kvadratické momenty ve složeném obrazci – k vodorovným osám \bar{x} , $\bar{\bar{x}}$:

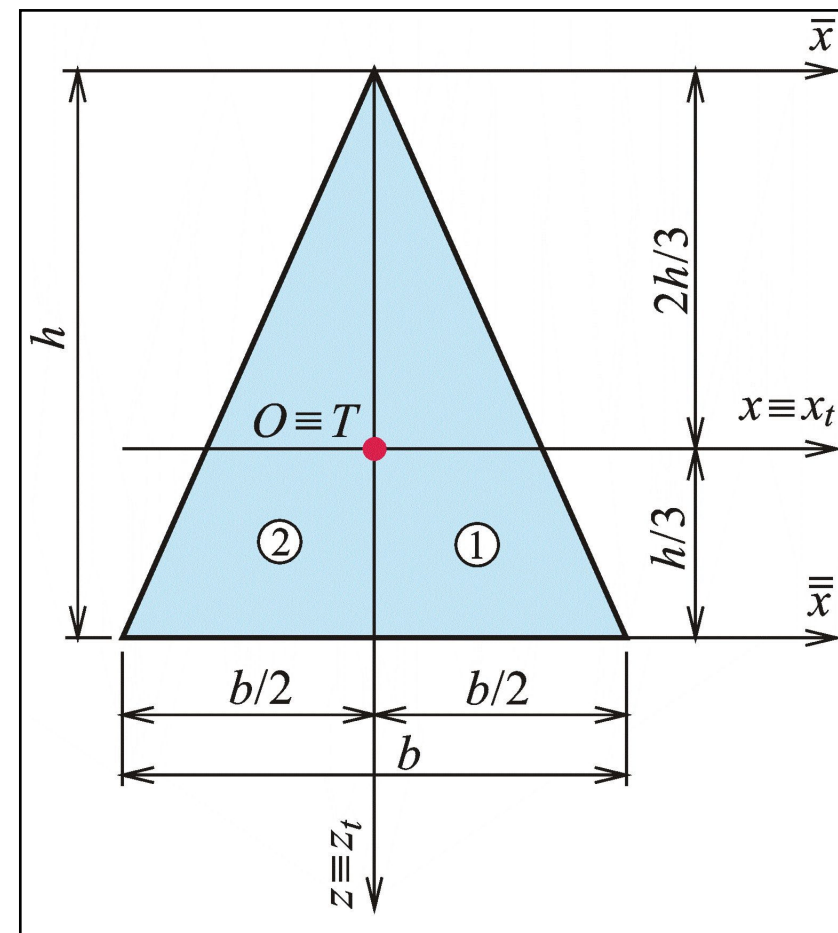
$$I_{\bar{x}} = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{b}{2} \cdot h^3 = \frac{1}{4} \cdot b \cdot h^3$$

$$I_{\bar{\bar{x}}} = 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{b}{2} \cdot h^3 = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3$$

Rovnostranný trojúhelník o straně b :

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot b$$

$$I_x = I_z = \frac{\sqrt{3}}{96} \cdot b^4 \doteq 0,01804 \cdot b^4$$



Rovnoramenný trojúhelník

Centrální kvadratické momenty čtvrtkruhu

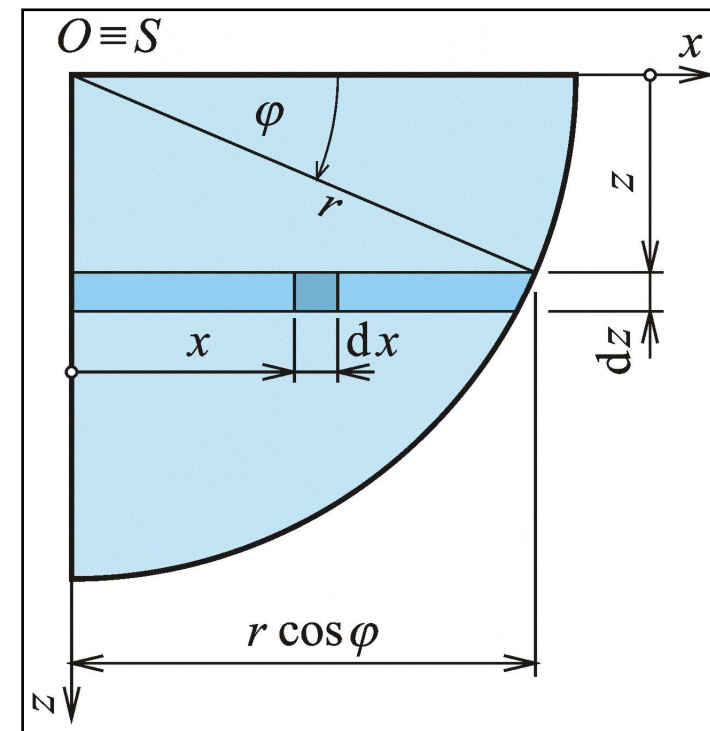
Zvoleno: $O \equiv S$ Platí: $z = r \cdot \sin \varphi$ $dz = r \cdot \cos \varphi d\varphi$

Moment setrvačnosti k vodorovné ose x :

$$I_x = \iint_A z^2 dx dz = \int_0^r z^2 \left[\int_0^{r \cdot \cos \varphi} dx \right] dz = \int_0^{\pi/2} r^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot r \cdot \cos \varphi \cdot r \cdot \cos \varphi d\varphi =$$
$$= r^4 \cdot \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi d\varphi = r^4 \cdot \left[\frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 4\varphi}{32} \right]_0^{\pi/2} = \frac{1}{16} \cdot \pi \cdot r^4$$

Osa symetrie skloněná o 45° - $I_x = I_z$

$$D_{xz} = \iint_A x \cdot z dx dz = \int_0^r z \left[\int_0^{r \cdot \cos \varphi} x dx \right] dz =$$
$$= \int_0^{\pi/2} r \cdot \sin \varphi \cdot \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot r \cdot \cos \varphi d\varphi = \frac{r^4}{2} \cdot \int_0^{\pi/2} \sin \varphi \cdot \cos^3 \varphi d\varphi =$$
$$= -\frac{r^4}{8} \cdot [\cos^4 \varphi]_0^{\pi/2} = \frac{1}{8} \cdot r^4$$



Čtvrtkruh

Centrální kvadratické momenty čtvrtkruhu

Kvadratické momenty k netěžištním osám tedy:

$$I_x = I_z = \frac{1}{16} \cdot \pi \cdot r^4$$

$$D_{xz} = \frac{1}{8} \cdot r^4$$

Souřadnice těžiště:

$$c = d = \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi} \doteq 0,4244 \cdot r$$

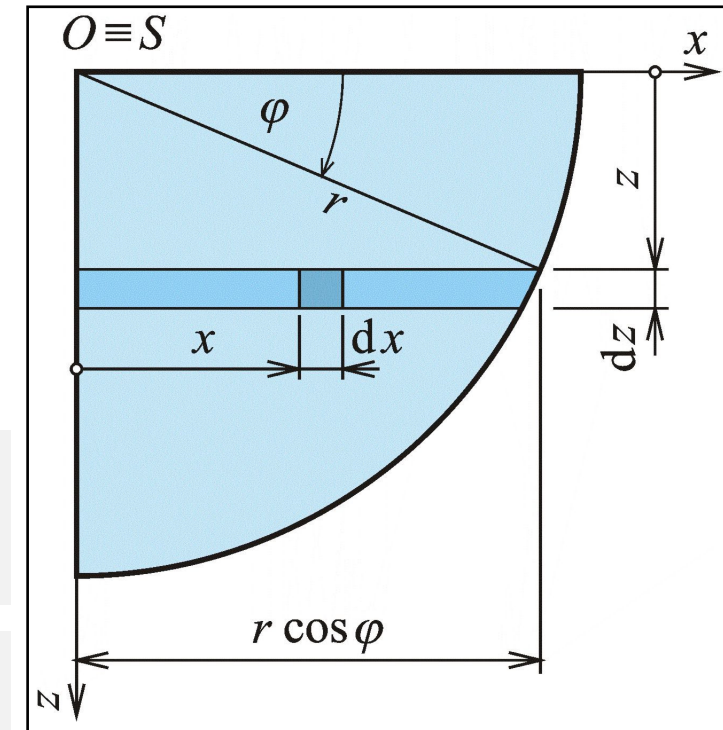
Plocha:

$$A = \frac{\pi \cdot r^2}{4}$$

Centrální kvadratické momenty k těžištním osám, které jsou rovnoběžné s osami x, z :

$$I_{x_t} = I_{z_t} = I_x - c^2 \cdot A = \frac{1}{16} \cdot \pi \cdot r^4 - \frac{16 \cdot r^2}{9 \cdot \pi^2} \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{4} = r^4 \cdot \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi} \right) \doteq 0,05488 \cdot r^4$$

$$D_{x_t z_t} = D_{xz} - c \cdot d \cdot A = \frac{1}{8} \cdot r^4 - \frac{16 \cdot r^2}{9 \cdot \pi^2} \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{4} = r^4 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{4}{9\pi} \right) \doteq -0,01647 \cdot r^4$$



Čtvrtkruh

Centrální kvadratické momenty půlkruhu

Složený obrazec ze dvou čtvrtkruhů, které mají k obou osám stejné momenty setrvačnosti, ale deviační momenty s opačným znaménkem:

$$I_x = I_z = 2 \cdot \frac{1}{16} \cdot \pi \cdot r^4 = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot r^4$$

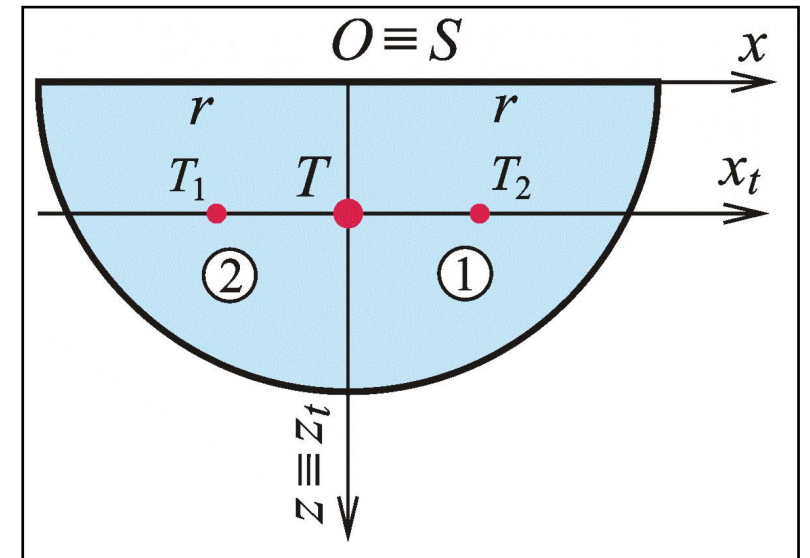
$$D_{xz} = 0$$

Osa z – osa symetrie, hlavní centrální osa setrvačnosti: $z \equiv z_t$

Hlavní centrální momenty setrvačnosti tedy:

$$I_{x_t} = 2 \cdot r^4 \cdot \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi} \right) = r^4 \cdot \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right) \doteq 0,10976 \cdot r^4$$

$$I_{z_t} = I_z = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot r^4$$



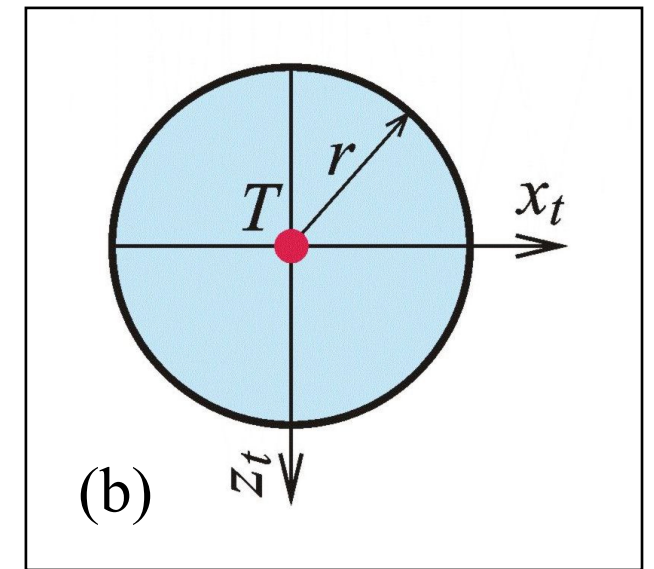
Půlkruh

Centrální kvadratické momenty kruhu a mezikruží

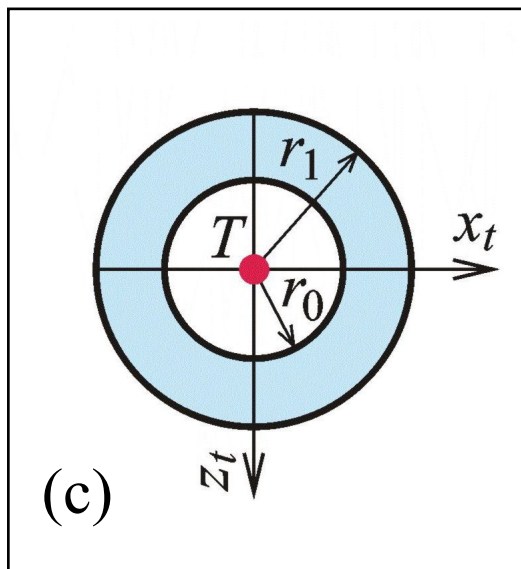
Kruh:

Složený obrazec ze dvou půlkruhů, kterákoliv těžištní osa je osou symetrie, moment setrvačnosti ke kterékoliv těžištní ose je hlavní centrální moment setrvačnosti.

$$I_{x_t} = I_{z_t} = 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot r^4 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^4$$



Kruh



Mezikruží

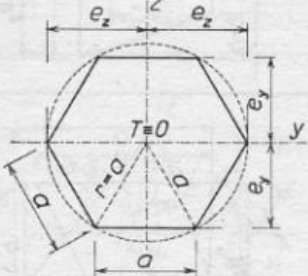
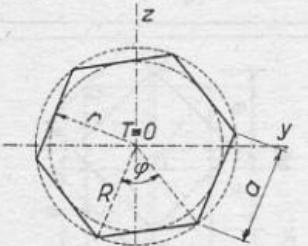
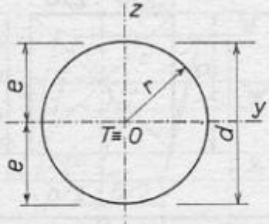
Mezikruží:

Složený obrazec z vnějšího kruhu o poloměru r_1 a odečítaný vnitřní kruh o poloměru r_0 .

$$I_{x_t} = I_{z_t} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (r_1^4 - r_0^4)$$

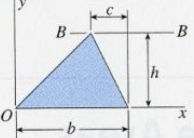
Výpočet kvadratických momentů pomocí tabulek

pokračování tab. C.3.

Průřez	Plocha A	e	I	W
	$\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2 \doteq 2,598\ 1a^2$	$e_y = \frac{\sqrt{3}}{2}a \doteq 0,866\ 0a$ $e_z = a$	$I_y = I_z = \frac{5\sqrt{3}}{16}a^4 \doteq 0,541\ 3a^4$	$W_y = \frac{I_y}{e_y} = \frac{5}{8}a^3 = 0,625\ 0a^3$ $W_z = \frac{I_z}{e_z} = \frac{5\sqrt{3}}{16}a^3 \doteq 0,541\ 3a^3$
<p>pravidelný n-úhelník</p>  <p>r... poloměr vepsané kružnice R... poloměr opsané kružnice</p>	$\frac{nar}{2} = \frac{1}{2}nR^2\sin\frac{2\pi}{n}$ <p>$(\varphi = \frac{2\pi}{n})$</p>		$I_y = I_z = \frac{A}{12}(3r^2 + \frac{1}{4}a^2) = \frac{nar}{24}(3r^2 + \frac{1}{4}a^2)$ $I_0 = \frac{nar}{12}(3r^2 + \frac{1}{4}a^2) = \frac{A}{6}(3r^2 + \frac{1}{4}a^2)$	
	$\pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$	$e = r = \frac{d}{2}$	$I_y = I_z = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64} \doteq 0,785\ 4r^4 = 0,0049\ 09d^4$ $I_0 = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32} \doteq 1,570\ 8r^4 \doteq 0,0098\ 17d^4$	$W_y = W_z = \frac{\pi r^3}{4} = \frac{\pi d^3}{32} \doteq 0,785\ 4r^3 \doteq 0,098\ 17d^3$

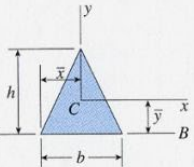
Výpočet kvadratických momentů pomocí tabulek

878 APPENDIX D Properties of Plane Areas

4  **Triangle** (Origin of axes at vertex)

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_y = \frac{bh}{12}(3b^2 - 3bc + c^2)$$

$$I_{xy} = \frac{bh^2}{24}(3b - 2c) \quad I_{BB} = \frac{bh^3}{4}$$

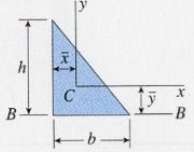
5  **Isosceles triangle** (Origin of axes at centroid)

$$A = \frac{bh}{2} \quad \bar{x} = \frac{b}{2} \quad \bar{y} = \frac{h}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36} \quad I_y = \frac{hb^3}{48} \quad I_{xy} = 0$$

$$I_P = \frac{bh}{144}(4h^2 + 3b^2) \quad I_{BB} = \frac{bh^3}{12}$$

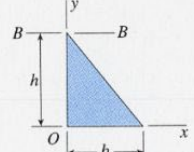
(Note: For an equilateral triangle, $h = \sqrt{3} b/2$.)

6  **Right triangle** (Origin of axes at centroid)

$$A = \frac{bh}{2} \quad \bar{x} = \frac{b}{3} \quad \bar{y} = \frac{h}{3}$$

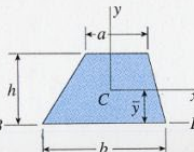
$$I_x = \frac{bh^3}{36} \quad I_y = \frac{hb^3}{36} \quad I_{xy} = -\frac{b^2h^2}{72}$$

$$I_P = \frac{bh}{36}(h^2 + b^2) \quad I_{BB} = \frac{bh^3}{12}$$

7  **Right triangle** (Origin of axes at vertex)

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_y = \frac{hb^3}{12} \quad I_{xy} = \frac{b^2h^2}{24}$$

$$I_P = \frac{bh}{12}(h^2 + b^2) \quad I_{BB} = \frac{bh^3}{4}$$

8  **Trapezoid** (Origin of axes at centroid)

$$A = \frac{h(a+b)}{2} \quad \bar{y} = \frac{h(2a+b)}{3(a+b)}$$

$$I_x = \frac{h^3(a^2 + 4ab + b^2)}{36(a+b)} \quad I_{BB} = \frac{h^3(3a+b)}{12}$$

886 APPENDIX E Properties of Structural-Steel Shapes

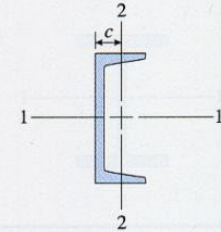


TABLE E-3 PROPERTIES OF CHANNEL SECTIONS (C SHAPES)
(ABRIDGED LIST)

Designation	Weight per foot	Area	Depth	Web thickness	Flange		Axis 1-1			Axis 2-2			
					Width	Average thickness	I	S	r	I	S	r	c
	lb	in. ²	in.	in.	in.	in.	in. ⁴	in. ³	in.	in. ⁴	in. ³	in.	in.
C 15 × 50	50.0	14.7	15.00	0.716	3.716	0.650	404	53.8	5.24	11.0	3.78	0.867	0.798
C 15 × 40	40.0	11.8	15.00	0.520	3.520	0.650	349	46.5	5.44	9.23	3.37	0.886	0.777
C 15 × 33.9	33.9	9.96	15.00	0.400	3.400	0.650	315	42.0	5.62	8.13	3.11	0.904	0.787
C 12 × 30	30.0	8.82	12.00	0.510	3.170	0.501	162	27.0	4.29	5.14	2.06	0.763	0.674
C 12 × 25	25	7.35	12.00	0.387	3.047	0.501	144	24.1	4.43	4.47	1.88	0.780	0.674
C 12 × 20.7	20.7	6.09	12.00	0.282	2.942	0.501	129	21.5	4.61	3.88	1.73	0.799	0.698
C 10 × 30	30.0	8.82	10.00	0.673	3.033	0.436	103	20.7	3.42	3.94	1.65	0.669	0.649
C 10 × 25	25	7.35	10.00	0.526	2.886	0.436	91.2	18.2	3.52	3.36	1.48	0.676	0.617
C 10 × 20	20.0	5.88	10.00	0.379	2.739	0.436	78.9	15.8	3.66	2.81	1.32	0.692	0.606
C 10 × 15.3	15.3	4.49	10.00	0.240	2.600	0.436	67.4	13.5	3.87	2.28	1.16	0.713	0.634
C 8 × 18.75	18.75	5.51	8.00	0.487	2.527	0.390	44.0	11.0	2.82	1.98	1.01	0.599	0.565
C 8 × 13.75	13.75	4.04	8.00	0.303	2.343	0.390	36.1	9.03	2.99	1.53	0.854	0.615	0.553
C 8 × 11.5	11.5	3.38	8.00	0.220	2.260	0.390	32.6	8.14	3.11	1.32	0.781	0.625	0.571
C 6 × 13	13.0	3.83	6.00	0.437	2.157	0.343	17.4	5.80	2.13	1.05	0.642	0.525	0.514
C 6 × 10.5	10.5	3.09	6.00	0.314	2.034	0.343	15.2	5.06	2.22	0.866	0.564	0.529	0.499
C 6 × 8.2	8.2	2.40	6.00	0.200	1.920	0.343	13.1	4.38	2.34	0.693	0.492	0.537	0.511
C 4 × 7.25	7.25	2.13	4.00	0.321	1.721	0.296	4.59	2.29	1.47	0.433	0.343	0.450	0.459
C 4 × 5.4	5.4	1.59	4.00	0.184	1.584	0.296	3.85	1.93	1.56	0.319	0.283	0.449	0.457

Notes: 1. Axes 1-1 and 2-2 are principal centroidal axes.

2. The distance c is measured from the centroid to the back of the web.

3. For axis 2-2, the tabulated value of S is the smaller of the two section moduli for this axis.

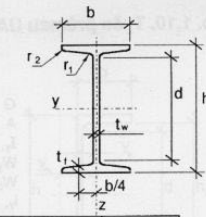
Výpočet kvadratických momentů pomocí tabulek

Tab. 1.9. Tyče průřezu IPN
(I podle ON 73 1580)



G hmotnost,
A plocha,
 I_y, I_z momenty setrvačnosti k příslušným osám,
 W_y, W_z moduly průřezů v ohybu k příslušným osám,
 $W_{pl,y}, W_{pl,z}$ plastické moduly průřezů k příslušným osám,
 i_y, i_z poloměry setrvačnosti k příslušným osám,
 A_{vz} plocha stěny ve smyku,
 I_t moment tuhosti v prostém kroucení,
 I_w výšečový moment setrvačnosti.

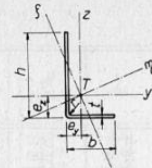
rozměry	statické veličiny												
	G	h	b	t_w	t_f	r_1	r_2	A	d	I_y	W_y	$W_{pl,y}$	i_y
	kg/m	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	mm	mm ⁴	mm ³	mm ³	mm
Násobitel								10 ³		10 ⁶	10 ³	10 ³	
IPN 80	5,9	80,0	42	3,9	5,9	3,9	2,30	0,757	59,0	0,778	19,50	22,80	32,0
IPN 100	8,3	100,0	50	4,5	6,8	4,5	2,70	1,06	75,7	1,71	34,20	39,80	40,1
IPN 120	11,1	120,0	58	5,1	7,7	5,1	3,10	1,42	92,4	3,28	54,70	63,60	48,1
IPN 140	14,3	140,0	66	5,7	8,6	5,7	3,40	1,83	109,1	5,73	81,90	95,40	56,1
IPN 160	17,9	160,0	74	6,3	9,5	6,3	3,80	2,28	125,8	9,35	117	136	64,0
IPN 180	21,9	180,0	82	6,9	10,4	6,9	4,10	2,79	142,4	14,50	161	187	72,0
IPN 200	26,2	200,0	90	7,5	11,3	7,5	4,50	3,34	159,1	21,40	214	250	80,0
IPN 220	31,1	220,0	98	8,1	12,2	8,1	4,90	3,95	175,8	30,60	278	324	88,0
IPN 240	36,2	240,0	106	8,7	13,1	8,7	5,20	4,61	192,5	42,50	354	412	95,9
IPN 260	41,9	260,0	113	9,4	14,1	9,4	5,60	5,33	208,9	57,40	442	514	104,0
IPN 280	47,9	280,0	119	10,1	15,2	10	6,10	6,10	225,1	75,90	542	632	111,0
IPN 300	54,2	300,0	125	10,8	16,2	11	6,50	6,90	241,6	98,00	653	762	119,0
IPN 320	61,0	320,0	131	11,5	17,3	12	6,90	7,77	257,9	125,1	782	914	127,0
IPN 340	68,0	340,0	137	12,2	18,3	12	7,30	8,67	274,3	157,0	923	1080	135,0
IPN 360	76,1	360,0	143	13,0	19,5	13	7,80	9,70	290,2	196,1	1090	1276	142,0
IPN 380	84,0	380,0	149	13,7	20,5	14	8,20	10,70	306,7	240,1	1260	1482	150,0
IPN 400	92,4	400,0	155	14,4	21,6	14	8,60	11,80	322,9	292,1	1460	1714	157,0
IPN 450	115,0	450,0	170	16,2	24,3	16	9,70	14,70	363,6	458,5	2040	2400	177,0
IPN 500	141,0	500,0	185	18,0	27,0	18	10,80	17,90	404,3	687,4	2750	3240	196,0
IPN 550	166,0	550,0	200	19,0	30,0	19	11,90	21,20	445,6	991,8	3610	4240	216,0



A_{vz}	I_z	W_z	$W_{pl,z}$	i_z	I_t	I_w	Klasifikace dle ENV						
							Ohyb			Tlak			Násobitel
mm ²	mm ⁴	mm ³	mm ³	mm	mm ³	mm ⁶	S	S	S	S	S	S	
10 ³	10 ³	10 ³	10 ³		10 ³	10 ⁹	235	355	460	235	355	460	
0,341	62,9	3,00	5,00	9,1	8,7	0,09	1	1	1	1	1	1	IPN 80
0,485	122,0	4,88	8,10	10,7	16,0	0,27	1	1	1	1	1	1	IPN 100
0,663	215,0	7,41	12,40	12,3	27,1	0,69	1	1	1	1	1	1	IPN 120
0,865	352,0	10,70	17,90	14,0	43,2	1,54	1	1	1	1	1	1	IPN 140
1,083	547,0	14,80	24,90	15,5	65,7	3,14	1	1	1	1	1	1	IPN 160
1,335	813,0	19,80	33,20	17,1	95,8	5,92	1	1	1	1	1	1	IPN 180
1,603	1170	26,00	43,50	18,7	135,0	10,50	1	1	1	1	1	1	IPN 200
1,906	1620	33,10	55,70	20,2	186,0	17,80	1	1	1	1	1	1	IPN 220
2,233	2210	41,70	70,00	22,0	250,0	28,70	1	1	1	1	1	1	IPN 240
2,608	2880	51,00	85,90	23,2	335,0	44,10	1	1	1	1	1	1	IPN 260
3,018	3640	61,20	103	24,5	442,0	64,60	1	1	1	1	1	1	IPN 280
3,458	4510	72,20	121	25,6	568,0	91,80	1	1	1	1	1	1	IPN 300
3,926	5550	84,70	143	26,7	725,0	129	1	1	1	1	1	1	IPN 320
4,427	6740	98,40	166	28,0	904,0	176	1	1	1	1	1	1	IPN 340
4,995	8180	114	194	29,0	1150	240	1	1	1	1	1	1	IPN 360
5,555	9750	131	221	30,2	1410	319	1	1	1	1	1	1	IPN 380
6,169	1160	149	253	31,3	1700	420	1	1	1	1	1	1	IPN 400
7,779	1730	203	345	34,3	2670	791	1	1	1	1	1	1	IPN 450
9,560	24800	268	456	37,2	4020	1400	1	1	1	1	1	1	IPN 500
11,13	34900	349	592	40,2	5440	2390	1	1	1	1	1	1	IPN 550

Výpočet kvadratických momentů pomocí tabulek

Tabulka C.26. Nerovnoramenný úhelník (ČSN 42 6949)



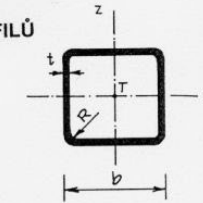
Jmenovité rozměry (mm)			A (mm ²)	m (kg m ⁻¹)	e ₁ (mm)	e ₂ (mm)	I _y (mm ⁴)	W _y (mm ³)	i _y (mm)	I _z (mm ⁴)	W _z (mm ³)
h	b	t									
15	10	1,5		0,27							
15	10	2		0,34							
20	10	2	52	0,42	2,5	7,9	0,209	0,173	6,33	0,037	0,050
20	10	3	72	0,59	3,0	8,6	0,274	0,239	6,15	0,049	0,070
20	12	2	56	0,45	3,1	7,4	0,227	0,180	6,35	0,064	0,072
20	15	2	62	0,50	4,1	6,8	0,249	0,189	6,33	0,123	0,113
20	15	3	87	0,71	4,6	7,3	0,337	0,266	6,21	0,165	0,159
25	15	2	72	0,58	3,7	9,0	0,464	0,289	8,02	0,132	0,117
25	15	3	102	0,83	4,1	9,6	0,634	0,411	7,87	0,179	0,165
25	20	2	82	0,66	5,4	8,0	0,520	0,306	7,95	0,301	0,206
30	10	2	72	0,58	2,1	12,6	0,648	0,373	9,48	0,042	0,053
30	15	2	82	0,66	3,4	11,2	0,767	0,409	9,66	0,138	0,119
30	20	2	92	0,74	4,9	10,1	0,861	0,433	9,67	0,318	0,211
30	20	3	132	1,06	5,4	10,7	1,201	0,622	9,53	0,442	0,302
30	25	2	102	0,81	6,6	9,2	0,936	0,451	9,57	0,599	0,326
30	25	3	147	1,18	7,1	9,8	1,316	0,650	9,45	0,841	0,470
35	15	3	132	1,06	3,5	14,2	1,627	0,782	11,09	0,197	0,172
35	20	2	102	0,81	4,5	12,3	1,315	0,580	11,35	0,332	0,215
35	30	2	122	0,97	7,9	10,5	1,530	0,623	11,19	1,050	0,475
40	12	2	96	0,77	2,3	16,8	1,552	0,669	12,70	0,076	0,078
40	20	2	112	0,89	4,2	14,6	1,895	0,745	13,00	0,344	0,218
40	20	3	162	1,30	4,6	15,2	2,672	1,077	12,83	0,480	0,313
40	25	2	122	0,97	5,7	13,4	2,064	0,777	13,00	0,653	0,339
40	25	3	177	1,42	6,2	14,0	2,930	1,128	12,85	0,921	0,439
40	30	3	192	1,53	7,8	13,0	3,148	1,168	12,79	1,554	0,701
45	35	2,5	188	1,49	8,8	14,0	3,937	1,269	14,48	2,131	0,814
50	20	2	132	1,05	3,7	19,2	3,485	1,130	16,24	0,362	0,223
50	20	3	192	1,53	4,2	19,8	4,949	1,640	16,04	0,508	0,320
50	25	2	142	1,13	5,0	17,9	3,792	1,180	16,33	0,692	0,347
50	25	3	207	1,65	5,5	18,5	5,418	1,720	16,16	0,979	0,502
50	30	3	222	1,82	7,0	17,4	5,823	1,784	16,18	1,660	0,721
50	40	2	172	1,36	9,8	14,9	4,499	1,283	16,17	2,615	0,867
60	20	2	152	1,20	3,4	23,9	5,733	1,587	19,41	0,376	0,226
60	25	2	162	1,28	4,5	22,5	6,224	1,658	19,59	0,721	0,353
60	30	3	252	2,00	6,3	21,8	9,594	2,514	19,50	1,741	0,735
60	40	3	282	2,24	9,4	19,7	10,704	2,654	19,47	3,972	1,297
70	40	2	212	1,71	8,2	23,4	11,223	2,410	23,00	2,870	0,901
70	50	2	232	1,83	11,3	21,5	12,143	2,504	22,87	5,366	1,388
Násobitel			—	—	—	—	10 ⁴	10 ³	—	10 ⁴	10 ³

2. TABULKY PRŮŘEZOVÝCH HODNOT TENKOSTĚNNÝCH PROFILŮ

Tab. 2.1. Čtvercové profily

A
I_y, I_z
W_y, W_z
i_y, i_z
I_t

plocha,
momenty setrvačnosti k příslušným osám,
moduly průřezů v ohybu k příslušným osám,
poloměry setrvačnosti k příslušným osám,
moment tuhosti v prostém kroucení.

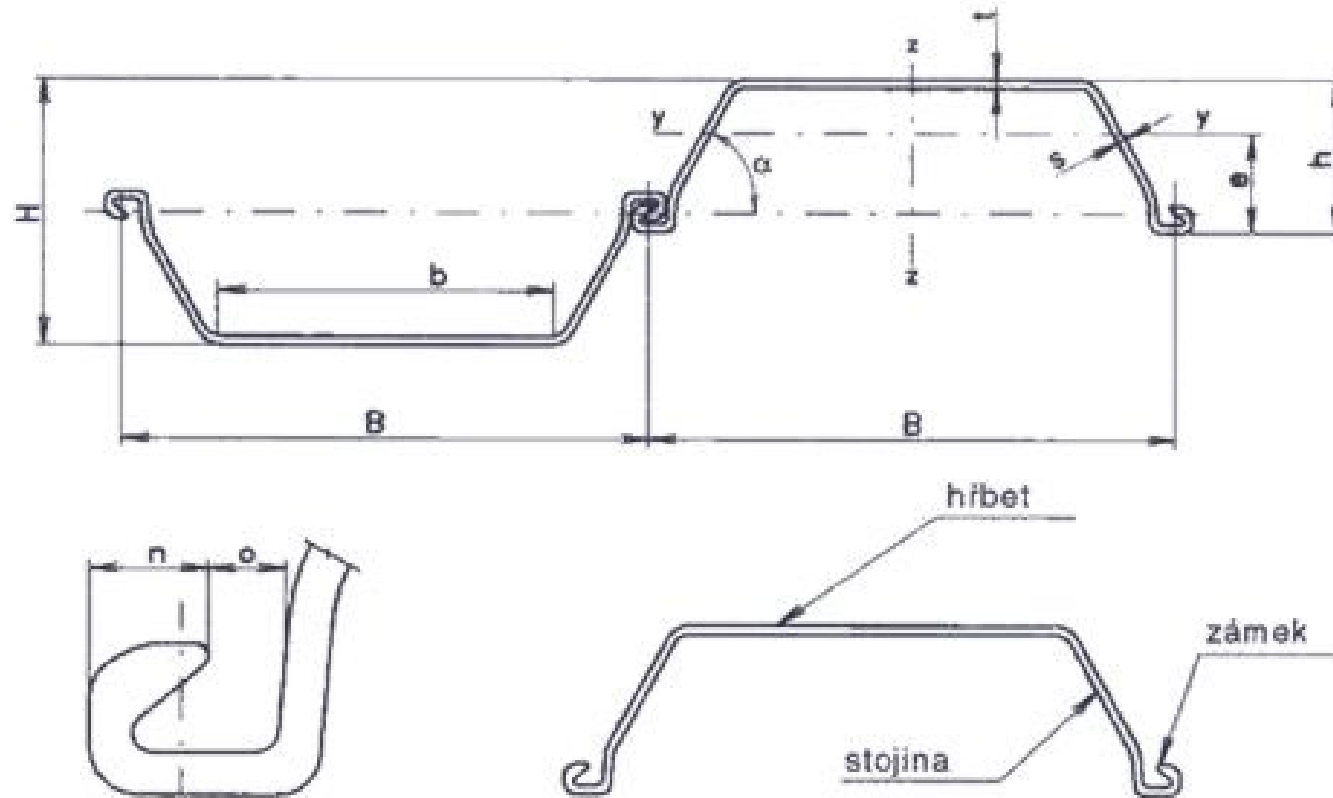


$$R = 0,5t \div t$$

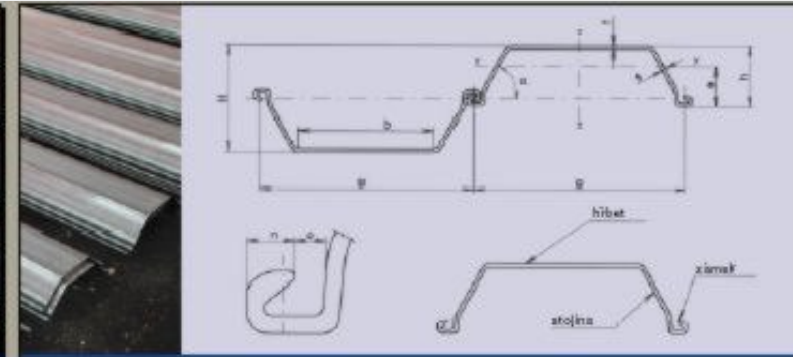
Rozměr h x b x t	A mm ²	hmotnost kg/m	I _y = I _z mm ⁴	W _y = W _z mm ³	i _y = i _z mm	I _t mm ⁴
40 x 40 x 1,5	2,224	1,79	5,394	2,697	15,57	8,729
x 2	2,887	2,39	6,778	3,389	15,32	11,238
x 2,5	3,511	2,94	7,975	3,988	15,07	13,539
x 3	4,095	3,49	8,998	4,499	14,82	15,620
45 x 45 x 1,5	2,524	2,05	7,831	3,480	17,62	12,569
x 2	3,287	2,7	9,909	4,404	17,36	16,256
x 2,5	4,010	3,33	11,745	5,220	17,11	19,681
x 3	4,695	3,96	13,351	5,934	16,86	22,841
50 x 50 x 1,5	2,824	2,27	10,910	4,364	19,66	17,396
x 2	3,687	3,01	13,882	5,553	19,40	22,576
x 2,5	4,511	3,73	16,547	6,619	19,15	27,437
x 3	5,295	4,43	18,921	7,569	18,90	31,973
55 x 55 x 2	4,087	3,33	18,795	6,834	21,45	30,349
x 2,5	5,011	4,12	22,507	8,184	21,19	36,994
x 3	5,895	4,88	25,858	9,403	20,94	43,248
60 x 60 x 2	4,487	3,64	24,749	8,250	23,49	39,725
x 2,5	5,511	4,51	29,749	9,916	23,24	48,540
x 3	6,495	5,37	34,312	11,437	22,98	56,893
x 4	8,347	7,10	42,196	14,065	22,48	72,188
100 x 100 x 3	11,295	8,95	174,552	34,910	39,31	278,333
x 3,5	13,041	10,40	198,956	39,791	39,06	320,407
x 4	14,747	11,85	222,104	44,421	38,81	361,215
Násobitel	10 ²	—	10 ⁴	10 ³	—	10 ⁴

Výpočet kvadratických momentů pomocí tabulek

Profily štětovicových stěn



Výpočet kvadratických momentů pomocí tabulek



Základní parametry štětovnicových stěn

Profil	Šířka		Tloušťka		Sílka		Zářek		Hřbet	Hledce		Překrojová plocha
	B	H	t	a	b	c	d	e		f	g	
Uln	428	270	8,5	7,5	200	30	24,5	79,2	15,5	40,8	122,4	1 900
VL 500	508	340	3,7	5,4	200	30	24,5	53,4	140,4	107,3	1 350	
VL 500K	508	340	16,0	9,0	200	30	24,5	53,4	140,4	107,3	1 300	
VL 500Z	508	340	18,0	11,0	200	30	24,5	53,4	140,4	107,3	1 310	
VL 601	608	370	7,5	8,4	200	30	24,5	43,4	138,3	87,3	1 240	
VL 601L	608	370	10,0	7,5	200	30	24,5	43,4	138,3	87,3	1 240	
VL 602	608	370	8,2	8,2	200	30	24,5	43,4	138,3	87,3	1 240	
VL 602L	608	370	9,7	8,4	200	30	24,5	43,4	138,3	87,3	1 240	
VL 602K	608	370	18,0	9,0	200	30	24,5	43,4	138,3	87,3	1 240	
VL 602Z	608	370	18,0	16,0	200	30	24,5	43,4	138,3	87,3	1 240	
VL 604	608	380	18,5	9,0	200	30	24,5	55,5	141,3	109,3	1 620	
VL 604D	608	380	11,5	9,0	200	30	24,5	55,5	141,3	109,3	1 620	
VL 805	808	470	12,5	9,0	300	30	24,5	55,5	174,3	137,3	2 800	
VL 805K	808	470	18,0	16,0	300	30	24,5	55,5	174,3	137,3	2 800	
VL 806	808	480	18,5	9,2	300	30	24,5	65,0	200,3	158,3	2 900	

© Dimenzování materiálů pro požární odolnost, GfL a spol. pro a.s. Všechny práva vyhrazeny. Všechny rozměry jsou v mm. Pro více informací navštivte stránku www.gfl.cz.

Rozměry a statické parametry jednotlivého profilu štětovnice

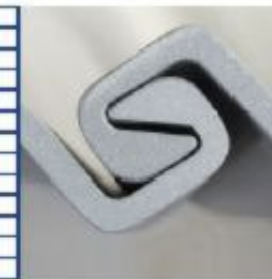
Profil	Plocha		Plocha špičky	Překrojová plocha		Módule setrvačnosti			
	S	I		W_x	W_y	I_x	I_y	I_z	I_w
Uln	287	109	109,9	340	300	1 200	1 200	1 200	1 200
VL 500	174,7	100	113,7	324	300	2 041	1 620	7,0	14,6
VL 500K	175,2	100	113,5	327	300	2 055	1 621	7,1	17,6
VL 500Z	182,2	101	114,1	323	300	2 041	1 620	7,1	17,8
VL 601	59	175,5	107,8	223	370	2 401	2 400	6,4	20,3
VL 601L	65,3	175,5	107,5	221	370	2 395	2 400	6,4	20,3
VL 602	68,2	175,5	107,3	219	370	2 349	2 400	6,3	20,1
VL 602L	82,0	177	107,1	227	370	2 402	2 400	6,6	20,0
VL 602K	85,9	177	115,9	317	370	2 079	2 400	6,6	20,9
VL 602Z	91,5	177	124,2	340	370	2 290	2 399	6,6	21,2
VL 604	34,4	210	127,8	410	370	1 202	1 202	7,8	21,0
VL 604D	36,4	212	140,4	400	370	1 202	1 202	7,8	21,7
VL 805	124,3	220	152,0	470	370	1 202	1 202	1,3	21,3
VL 805K	127,7	220	149,5	450	370	1 202	1 202	1,3	21,5
VL 806	120,6	220,7	152,1	500	370	1 182	1 182	1,3	21,4

Roční výroba	Roční výroba	Roční výroba	Plocha	Číslo obrobků	Číslo obrobků
L	L	L	obrobků	obrobků	obrobků
10 000	20 000	30 000	100	100	100
20 000	40 000	60 000	200	200	200
30 000	60 000	90 000	300	300	300
40 000	80 000	120 000	400	400	400
50 000	100 000	150 000	500	500	500
60 000	120 000	180 000	600	600	600
70 000	140 000	210 000	700	700	700
80 000	160 000	240 000	800	800	800
90 000	180 000	270 000	900	900	900
100 000	200 000	300 000	1 000	1 000	1 000



Tolerance dle ČSN EN 10 248-2

Parametr	Rozsah přesnosti	Tolerance
Výška profilu h	h ≤ 200 mm	± 4 mm
	h > 200 mm	± 5 mm
Šířka profilu B		± 2% B
Šířka přirovnávacího profilu B0		± 3% B0
Tloušťka hřbetu, stojiny	t ≤ 8,5 mm	± 0,5 mm
	t > 8,5 mm	± 6% t
Obtížený z dělá		± 2 mm
Šířka nosu z dělá		± 2,5 mm
Délka L		± 100 mm
Přímčnost		q ≤ 0,2% L
Kolovitost tvaru		q ≤ 2% B
Hrúbost		± 5%



Výpočet kvadratických momentů pomocí tabulek

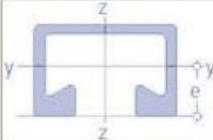


Kotevní kolejnice JORDAHL a příslušenství

obsah katalogu
domovská strana
Jordahl & Pfeifer



Montážní kolejnice: materiál a provedení, geometrické hodnoty

Profil	Váha profilu ⁽¹⁾ [kg/m]	Ocel				Průřez A [cm]	Těžiště e [cm]											
		^	^	^	^			Moment setrvačnosti		Průřezový moment								
Ušlechtilá ocel A4	Ušlechtilá ocel A2					wb, hladce válcovaná	sv, galvanicky pozinkované	fv, žárově pozinkované	I _y [cm ³]	I _z [cm ³]	W _y [cm ³]	W _z [cm ³]	W _{pl,y} [cm ³]					
														Montážní kolejnice JM				
														W 74/48	8,99	x	x	x
W 54/43	6,78	x		x	x	8,64	2,25	19,94	35,96	8,86	13,32	12,93						
W 53/34	5,02	x	x	x	x	6,39	1,67	9,53	24,39	5,51	9,29	7,62						
W 50/30	3,25	x	x	x	x	4,14	1,53	5,33	14,32	3,48	5,79	4,59						
W 40/22	2,02	x	x	x	x	2,57	1,20	1,95	5,63	1,62	2,85	2,19						
K 72/48	8,09	x	x	x	x	10,31	2,83	28,12	75,36	9,92	20,93	15,30						
K 53/34	4,47	x	x	x	x	5,69	2,01	8,08	22,25	4,02	8,32	6,12						
K 50/40	3,41	x		x	x	4,34	2,23	9,37	16,46	4,19	6,59	6,81						
K 50/30	3,04	x	x	x	x	3,87	1,82	4,68	13,71	2,56	5,49	3,85						
K 48/26	2,25	x		x	x	2,87	1,50	2,65	9,23	1,76	3,85	2,52						
K 41/41	2,61	x		x	x	3,32	2,30	7,03	9,02	3,05	4,40	4,37						
K 40/25	2,01	x	x	x	x	2,56	1,48	1,97	5,65	1,33	2,86	2,02						
K 40/22	1,53	x		x	x	1,95	1,26	1,29	4,34	1,02	2,17	1,46						
K 38/17	1,77	x	x	x	x	2,25	1,05	0,82	4,11	0,78	2,16	1,19						
K 36/36	2,22	x	x	x	x	2,83	2,07	4,61	6,09	2,23	3,34	3,24						
K 36/20	1,44	x		x	x	1,83	1,20	0,95	3,38	0,80	1,88	1,18						
K 28/28	1,39	x	x	x	x	1,77	1,58	1,77	2,20	1,12	1,57	1,59						
K 28/15	1,08	x	x	x	x	1,38	0,89	0,39	1,39	0,44	1,00	0,66						
K 28/12	0,89	x	x	x	x	1,13	0,71	0,21	1,12	0,29	0,80	0,43						
K 21/12	0,58	x			x	0,74	0,72	0,13	0,46	0,18	0,44	0,28						

Výpočet kvadratických momentů pomocí tabulek

Kovové profily s.r.o. - Microsoft Internet Explorer

Adresa: <http://www.kovprof.cz/isortiment.htm>

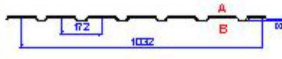
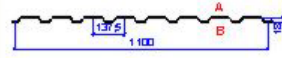
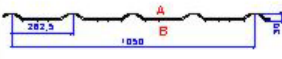
Odkazy: ALPA Ostrava, centrum.cz, FaSt, Google, iDNES.cz, Jirka, Lezec, Martin Krejsa, MFOF.CZ, Mirek, Seznam, VŠB

KOVOVÉ PROFILY

profil společnosti | kontakty | sortiment | ceník | podpora projektantům | podpora montážníkům | reference

[Trapézové profily](#)

- [Přehled sortimentu](#)
- [Střešní krytinový profil](#)
- [Obkloukové trap. profily](#)
- [Soft-Line](#)
- [Barevné odstíny](#)
- [Tabulky únosnosti](#)
- [Průřezové charak.](#)
- [TR 8/172](#)
- [TR 20/137,5](#)
- [TR 30/262,5](#)
- [TR 35/207](#)
- [TR 39/333](#)
- [TR 40/183](#)
- [TR 40S/160](#)
- [TR 40/160](#)
- [TR 45/333](#)
- [TR 50/250](#)
- [TR 50/260](#)
- [TR 50/262,5](#)
- [TR 55/250](#)
- [TR 56/222,5](#)
- [TR 58/315](#)

Výkres	Profil	Tloušťka (mm)	Hmotnost (kg/m ²)	PLNÝ PRŮŘEZ		EFEKTIVNÍ PRŮŘEZ			
				A _g (mm ²)	I _{y,g} (mm ⁴)	W _{y,eff+} (mm ²)	W _{y,eff-} (mm ²)	I _{y,eff+} (mm ⁴)	I _{y,eff-} (mm ⁴)
	TR 8/172	0,63	5,38	652	0,007	0,97	0,91	0,004	0,006
		0,70	5,98	725	0,008	1,17	1,08	0,005	0,007
		0,75	6,41	776	0,009	1,32	1,21	0,005	0,007
		0,88	7,52	911	0,010	1,63	1,54	0,007	0,009
		1,00	8,54	1035	0,011	1,88	1,87	0,009	0,011
	TR 20/137,5	0,63	5,74	700	0,040	2,97	2,95	0,027	0,036
		0,75	6,83	833	0,047	3,74	3,77	0,035	0,045
		0,88	8,02	977	0,055	4,50	4,70	0,045	0,055
		1,00	9,11	1110	0,063	5,20	5,40	0,055	0,063
		1,13	10,29	1255	0,071	5,96	6,10	0,065	0,071
	TR 30/262,5	0,56	5,17	614	0,085	3,65	2,62	0,065	0,061
		0,63	5,82	690	0,096	4,12	3,26	0,076	0,075
		0,70	6,46	767	0,106	4,58	3,93	0,088	0,089
		0,75	6,93	822	0,114	4,92	4,43	0,096	0,099
		0,88	8,13	964	0,133	5,79	5,54	0,117	0,122
		1,00	9,23	1095	0,152	6,59	6,61	0,137	1,144
		0,63	6,08	730	0,138	4,54	4,67	0,082	0,113

Centrální kvadratické momenty složených obrazců

Průřezy složené ze základních rovinných obrazců

Postup výpočtu:

- Volba pomocné souřadnicové soustavy \bar{x}, \bar{z}
- Rozdělení složeného obrazce na n jednodušších prvků $i=1, \dots, n$
- Pro každý prvek určit A_i a souřadnice jeho těžiště \bar{x}_i, \bar{z}_i v pomocné souřadnicové soustavě (otvory mají plochu se znaménkem mínus)
- Určení plochy A celého průřezu (součtem A_i), určení souřadnic těžiště celého složeného obrazce \bar{x}_T, \bar{z}_T . Centrální osy setrvačnosti průřezu $x \equiv x_t, z \equiv z_t$.
- Pro každý prvek určit ramena těžiště T_i : $c_i = \bar{z}_i - \bar{z}_T, d_i = \bar{x}_i - \bar{x}_T$
- Výpočet centrálních kvadratických momentů celého obrazce s využitím **Steinerovy věty**:

$$I_x = \sum_{i=1}^n (I_{x_i} + c_i^2 \cdot A_i)$$

$$I_z = \sum_{i=1}^n (I_{z_i} + d_i^2 \cdot A_i)$$

$$D_{xz} = \sum_{i=1}^n (D_{x_i z_i} + c_i \cdot d_i \cdot A_i)$$

(Otvory mají momenty setrvačnosti se znaménkem mínus, deviační momenty s opačným znaménkem)

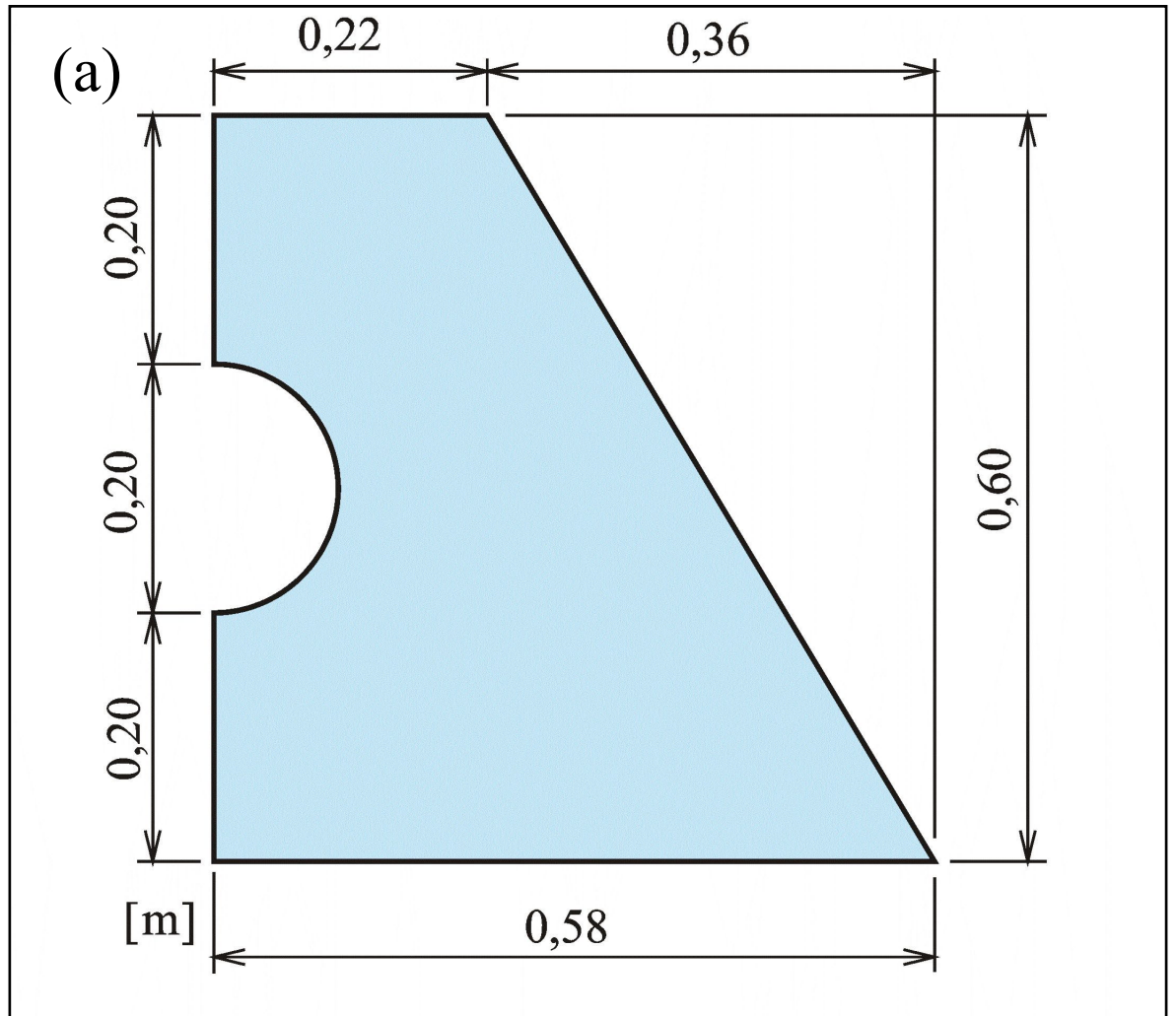
Centrální kvadratické momenty, Příklad 8

Požadavek:

Určení centrálních kvadratických momentů setrvačnosti

Složený obrazec:

Ze tří jednoduchých prvků – **pravoúhlý trojúhelník**, **obdélník** a výřez tvaru **půlkruhu**

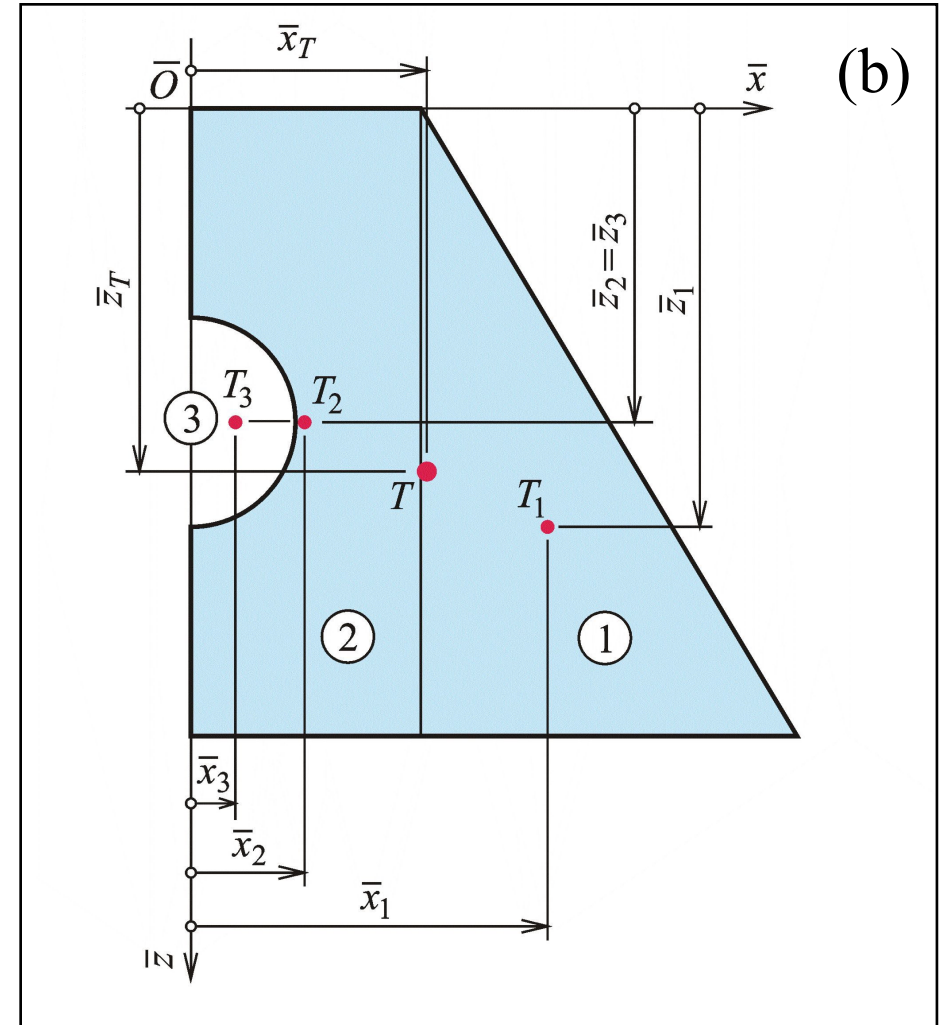


Zadání příkladu 8

Centrální kvadratické momenty, Příklad 8

Postup výpočtu:

- Rozdělení na prvky
- Určení ploch jednotlivých prvků a souřadnic jejich těžišť v pomocné souřadnicové soustavě
- Výpočet plochy celého složeného obrazce a souřadnic jeho těžiště



Řešení příkladu 8

Centrální kvadratické momenty, Příklad 8

Postup výpočtu:

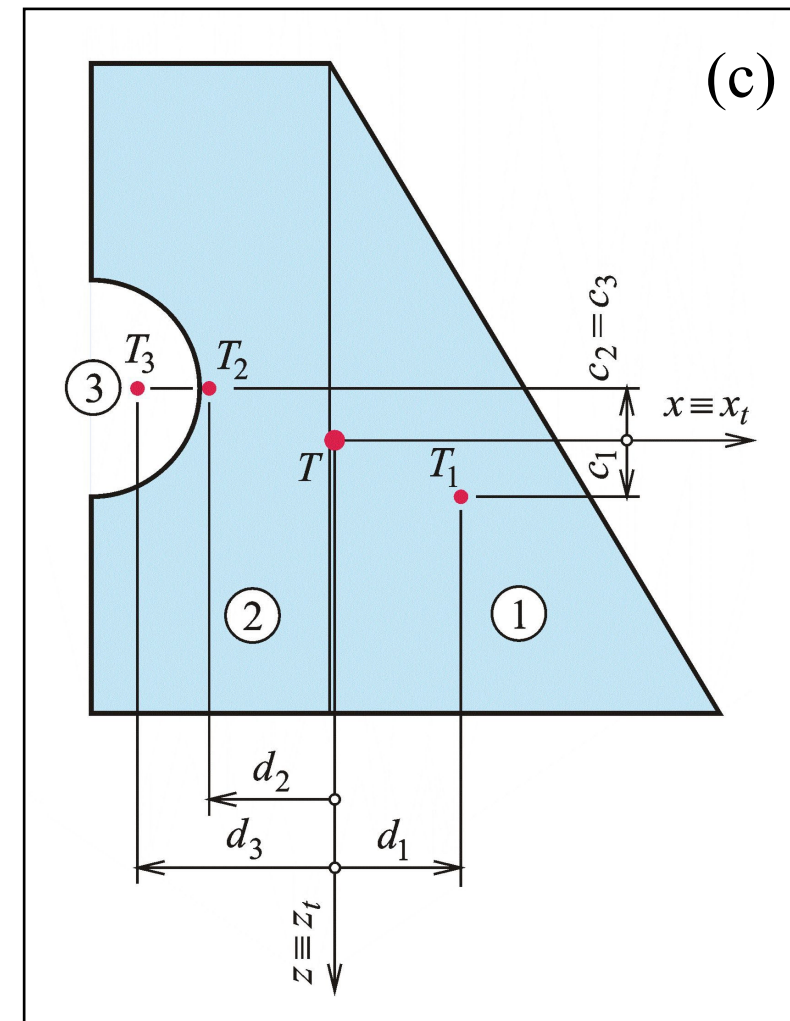
d) Kvadratické momenty prvků a ramena jejich těžišť

e) Centrální kvadratické momenty průřezu:

$$I_x = \sum_{i=1}^n (I_{x_i} + c_i^2 \cdot A_i) = 0,006641 \text{ m}^4$$

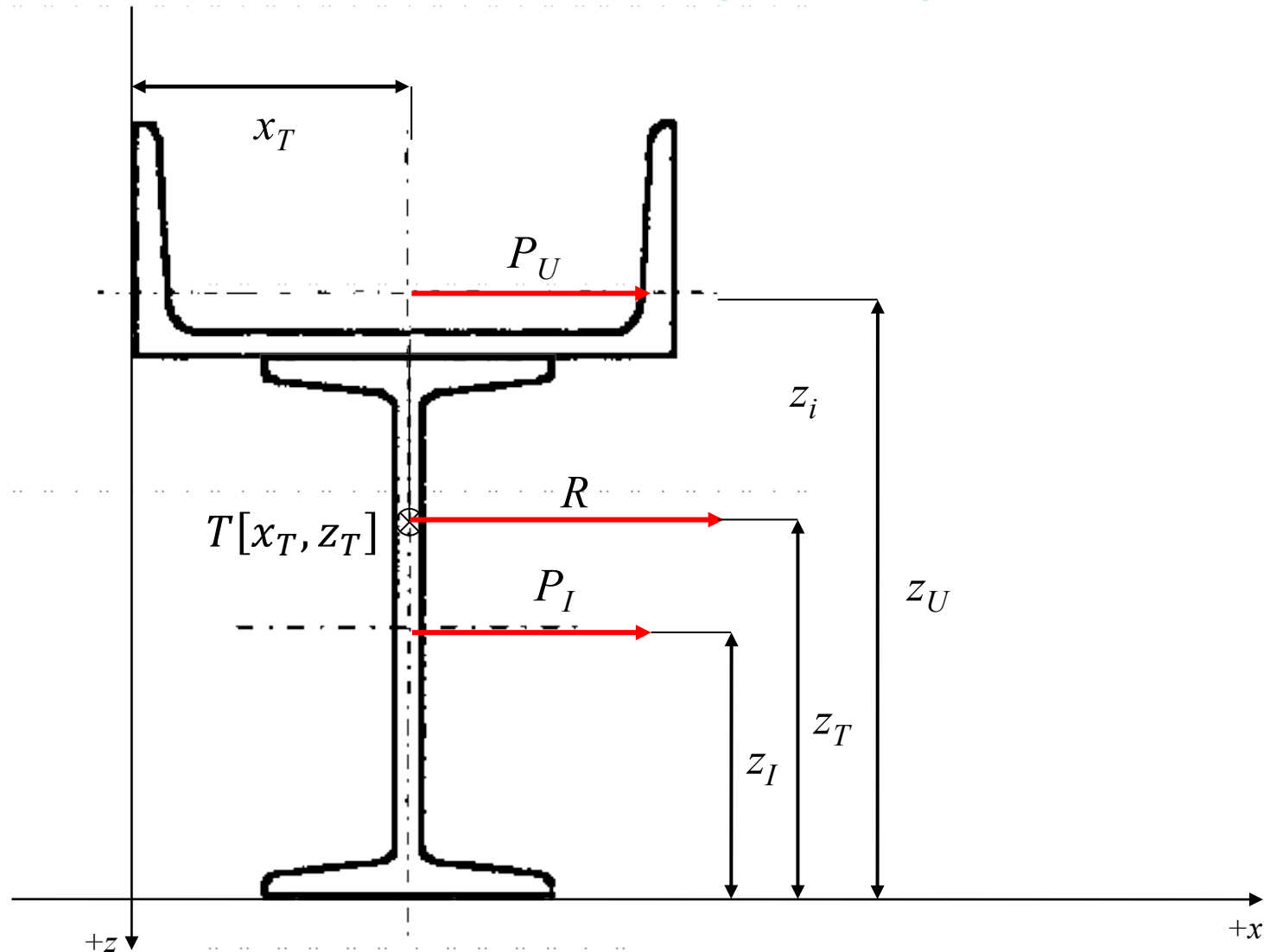
$$I_z = \sum_{i=1}^n (I_{z_i} + d_i^2 \cdot A_i) = 0,003921 \text{ m}^4$$

$$D_{xz} = \sum_{i=1}^n (D_{x_i z_i} + c_i \cdot d_i \cdot A_i) = 0,001885 \text{ m}^4$$



Řešení příkladu 8

Průřezy složené z válcovaných tyčí



Kvadratické momenty k pootočeným osám

Geometrická transformace souřadnic při pootočení souřadnicových os:

$$x' = x \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha \quad z' = x \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha$$

Kvadratické momenty obrazce k pootočeným osám:

$$I_{x'} = \iint_A z'^2 dA$$

$$I_{z'} = \iint_A x'^2 dA$$

$$D_{x'z'} = \iint_A x' \cdot z' dA$$

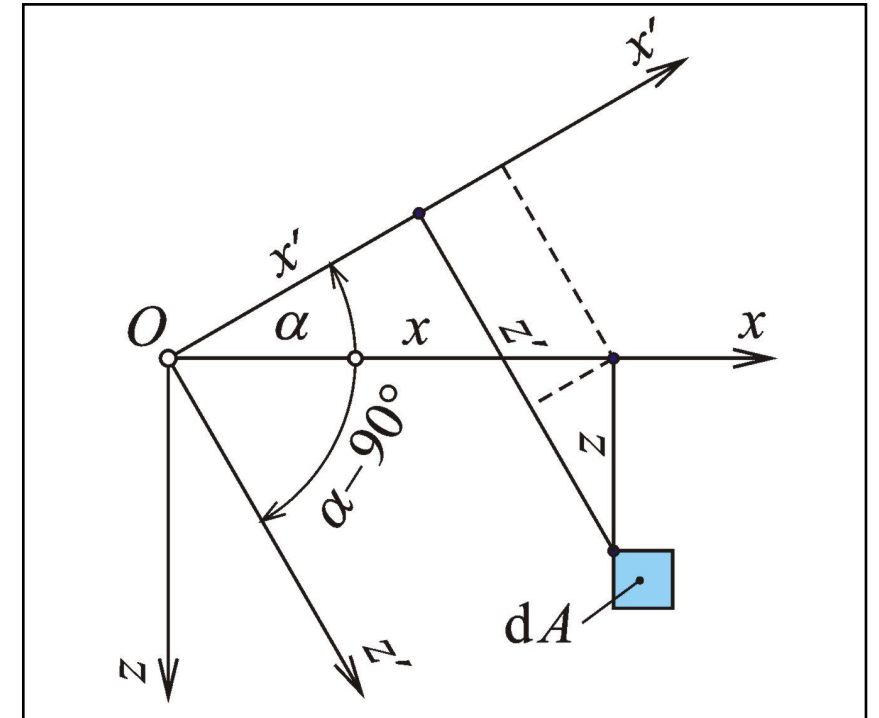
1.

$$I_{x'} = \iint_A z'^2 dA$$

$$I_{x'} = \iint_A (x \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha)^2 dA = \sin^2 \alpha \cdot \iint_A x^2 dA +$$

$$+ 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \iint_A x \cdot z dA + \cos^2 \alpha \cdot \iint_A z^2 dA =$$

$$= I_z \cdot \sin^2 \alpha + D_{xz} \cdot \sin 2 \alpha + I_x \cdot \cos^2 \alpha = I_x \cdot \cos^2 \alpha + I_z \cdot \sin^2 \alpha + D_{xz} \cdot \sin 2 \alpha$$



Geometrická transformace souřadnic při pootočení os

Kvadratické momenty k pootočeným osám

Geometrická transformace souřadnic při pootočení souřadnicových os:

$$x' = x \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha \quad z' = x \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha$$

2. $I_{z'} = \iint_A x'^2 \, dA$

$$I_{z'} = \iint_A (x \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha)^2 \, dA$$

$$= \cos^2 \alpha \cdot \iint_A x^2 \, dA - 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \iint_A x \cdot z \, dA + \sin^2 \alpha \cdot \iint_A z^2 \, dA =$$

$$= I_z \cdot \cos^2 \alpha - D_{xz} \cdot \sin 2\alpha + I_x \cdot \sin^2 \alpha = I_x \cdot \sin^2 \alpha + I_z \cdot \cos^2 \alpha - D_{xz} \cdot \sin 2\alpha$$

Kvadratické momenty k pootočeným osám

Geometrická transformace souřadnic při pootočení souřadnicových os:

$$x' = x \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha \quad z' = x \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha$$

3. $D_{x'z'} = \iint_A x' \cdot z' \, dA$

$$D_{x'z'} = \iint_A (x \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha) \cdot (x \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha) \, dA =$$

$$= \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \iint_A x^2 \, dA + (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \cdot \iint_A x \cdot z \, dA - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \iint_A z^2 \, dA =$$

$$= I_z \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha + D_{xz} \cdot \cos 2\alpha - I_x \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha = (I_z - I_x) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 2\alpha + D_{xz} \cdot \cos 2\alpha$$

Určení pootočení os setrvačnosti α , kdy oba momenty setrvačnosti nabývají **extrémních** hodnot (maximální a minimální).

Kvadratické momenty k pootočeným osám

Derivace obou momentů setrvačnosti podle α je rovna 0:

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\alpha} I_{x'} &= -I_x \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + I_z \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + D_{xz} \cdot 2 \cdot \cos 2\alpha = \\ &= (I_z - I_x) \cdot \sin 2\alpha + D_{xz} \cdot 2 \cdot \cos 2\alpha = 2 \cdot D_{x'z'} = 0 \Rightarrow D_{x'z'} = 0\end{aligned}$$

Závěr: Oba momenty setrvačnosti nabývají extrémní hodnoty, když je deviační moment nulový. Jeden z nich je maximální, druhý minimální.

Hlavní osy setrvačnosti se sklonem α_0 :

$$(I_z - I_x) \cdot \sin 2\alpha_0 + D_{xz} \cdot 2 \cdot \cos 2\alpha_0 = 0 \Rightarrow \operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot D_{xz}}{I_x - I_z} \quad \alpha_2 = \alpha_1 \pm 90^\circ$$

Hlavní momenty setrvačnosti:

$$\begin{aligned}I_{x'} &= I_x \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos 2\alpha_0) + I_z \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos 2\alpha_0) + D_{xz} \cdot \sin 2\alpha_0 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (I_x + I_z) + \frac{1}{2} \cdot (I_x - I_z) \cdot \cos 2\alpha_0 + D_{xz} \cdot \sin 2\alpha_0 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (I_x + I_z) + \frac{1}{2} \cdot (I_x - I_z) \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha_0}} + D_{xz} \cdot \frac{\operatorname{tg} 2\alpha_0}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha_0}} =\end{aligned}$$

Kvadratické momenty k pootočeným osám

Hlavní centrální momenty setrvačnosti:
$$I_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot (I_x + I_z) \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(I_x - I_z)^2 + 4 \cdot D_{xz}^2}$$

Znaménko před odmocninou: **plus** $\rightarrow I_1 = I_{\max}$, **mínus** $\rightarrow I_2 = I_{\min}$

Hlavní osy setrvačnosti se sklonem $\alpha_{1,2}$:

$$\operatorname{tg} \alpha_{1,2} = \frac{I_{1,2} - I_x}{D_{xz}} \quad \alpha_1 \rightarrow I_{\max} \quad \alpha_2 \rightarrow I_{\min} \quad \alpha_2 = \alpha_1 \pm 90^\circ$$

Poučka:

Součet momentů setrvačnosti ke dvěma vzájemně kolmým osám setrvačnosti se při otáčení obou os kolem počátku nemění, zůstává **konstantní** (neměnný, invariantní).

$$I_x + I_z = I_{x'} + I_{z'} = I_1 + I_2$$

Kvadratické momenty k potočeným osám, Příklad 9

Požadavek:

Určení hlavních centrálních momentů setrvačnosti a sklony jim příslušných hlavních os

Postup:

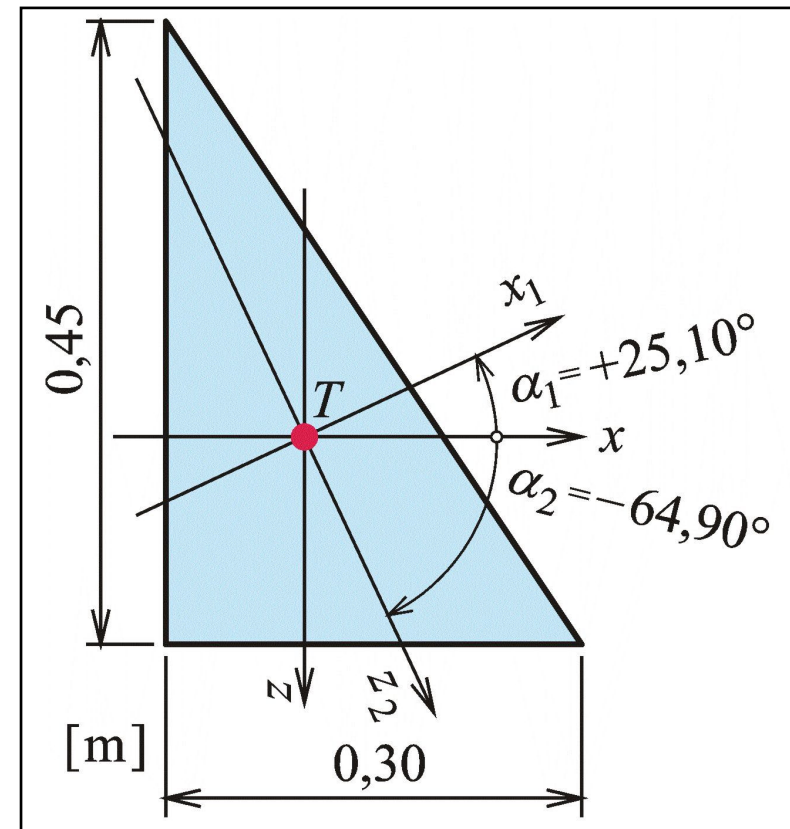
- Centrální kvadratické momenty k vodorovné a svislé ose
- Hlavní centrální momenty setrvačnosti
- Sklon hlavních centrálních os setrvačnosti

$$I_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot (I_x + I_z) \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(I_x - I_z)^2 + 4 \cdot D_{xz}^2}$$

$$I_1 = I_{\max} = 0,0008997 \text{ m}^4$$

$$I_2 = I_{\min} = 0,0002189 \text{ m}^4$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1,2} = \frac{I_{1,2} - I_x}{D_{xz}}$$



Příklad 9

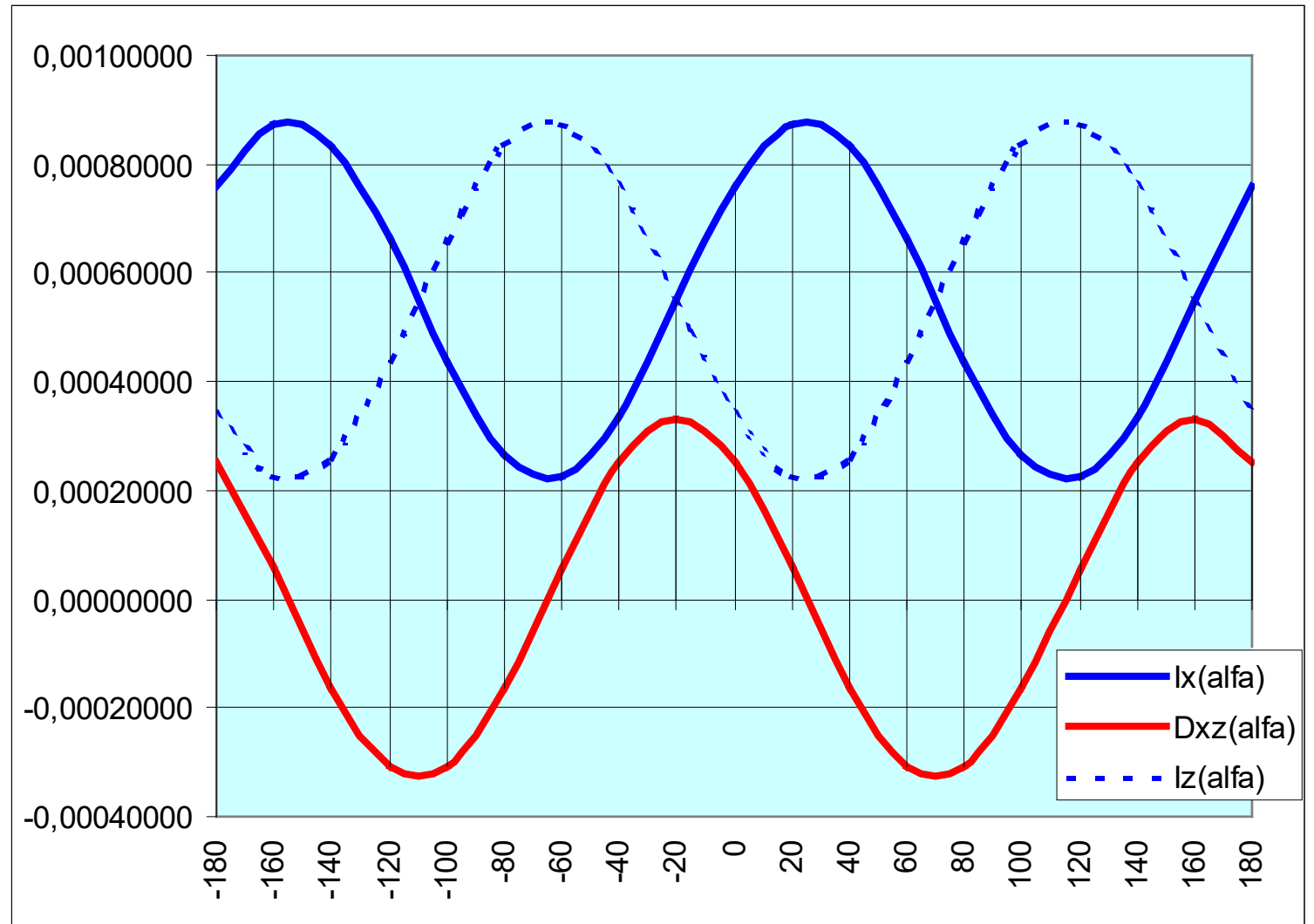
Kvadratické momenty k pootočeným osám, Příklad 9

$$I_x = 0,0007594 \text{ m}^4$$

$$I_z = 0,0003375 \text{ m}^4$$

$$D_{xz} = 0,0002531 \text{ m}^4$$

$$\alpha = -180^\circ \div 180^\circ$$



Kvadratické momenty k pootočeným osám, Příklad 9

$$I_x = 0,0007594 \text{ m}^4$$

$$I_z = 0,0003375 \text{ m}^4$$

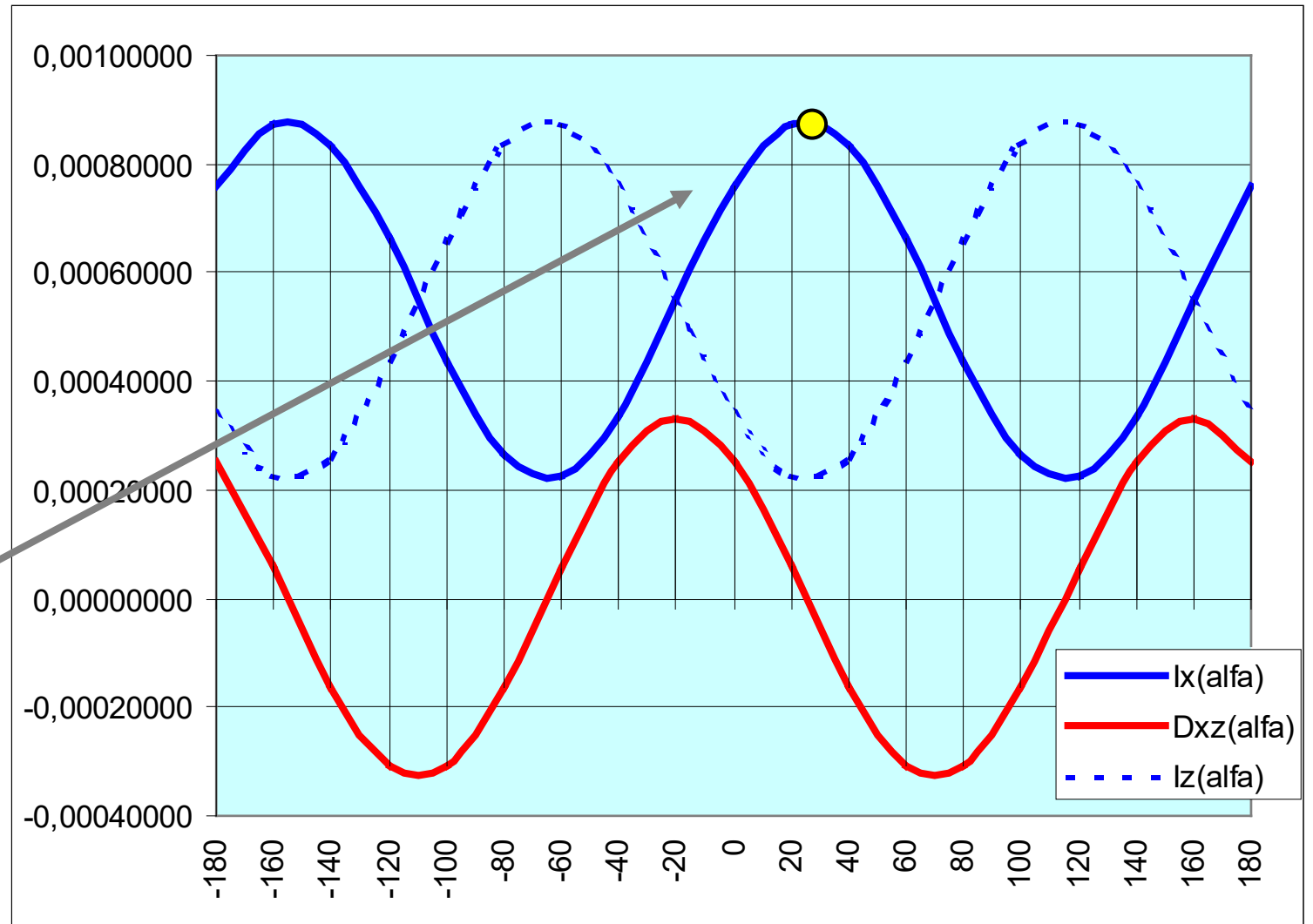
$$D_{xz} = 0,0002531 \text{ m}^4$$

$$\alpha = -180^\circ \div 180^\circ$$

$$I_1 = 0,0008779 \text{ m}^4$$

$$\alpha_1 = +25,10^\circ$$

$$D_{x'z'} = 0,000000 \text{ m}^4$$



Kvadratické momenty k potočeným osám, Příklad 9

$$I_x = 0,0007594 \text{ m}^4$$

$$I_z = 0,0003375 \text{ m}^4$$

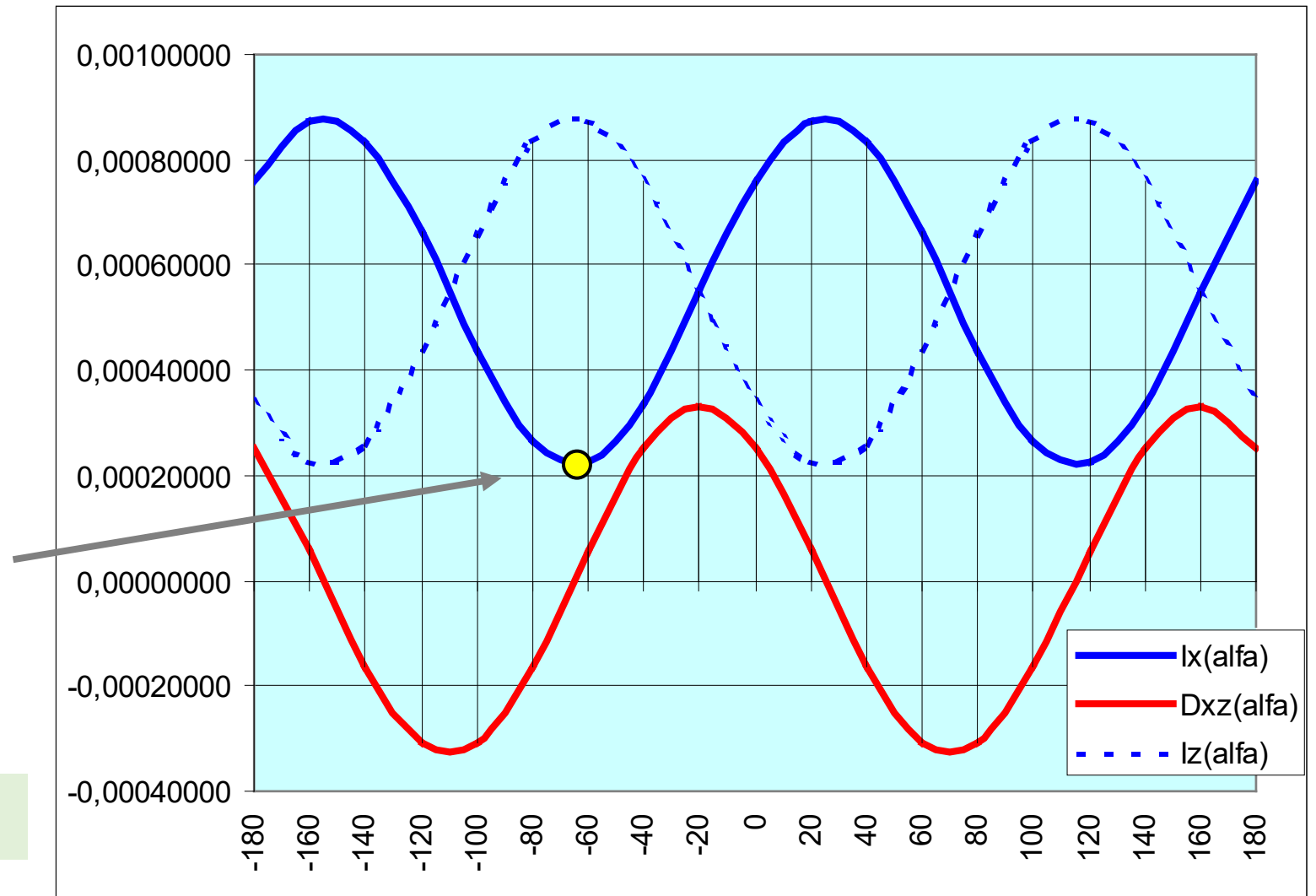
$$D_{xz} = 0,0002531 \text{ m}^4$$

$$\alpha = -180^\circ \div 180^\circ$$

$$I_2 = 0,0002189 \text{ m}^4$$

$$\alpha_2 = -64,90^\circ$$

$$D_{x'z'} = 0,000000 \text{ m}^4$$



Kvadratické momenty k potočeným osám, Příklad 10

Požadavek:

Určení hlavních centrálních momentů setrvačnosti a sklony jim příslušných hlavních os

Postup:

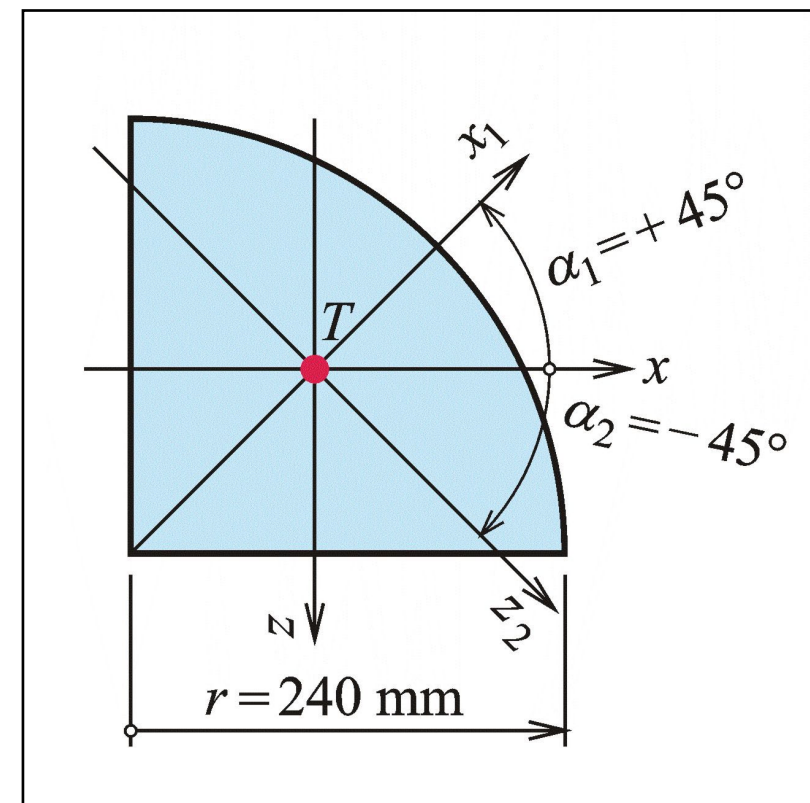
- Centrální kvadratické momenty k vodorovné a svislé ose
- Hlavní centrální momenty setrvačnosti
- Sklon hlavních centrálních os setrvačnosti

$$I_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot (I_x + I_z) \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(I_x - I_z)^2 + 4 \cdot D_{xz}^2}$$

$$I_1 = I_{\max} = 2,3672 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = I_{\min} = 1,2743 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1,2} = \frac{I_{1,2} - I_x}{D_{xz}}$$



Příklad 10

Kvadratické momenty k potočeným osám, Příklad 11

Požadavek:

Určení hlavních centrálních momentů setrvačnosti a sklony jim příslušných hlavních os

Postup:

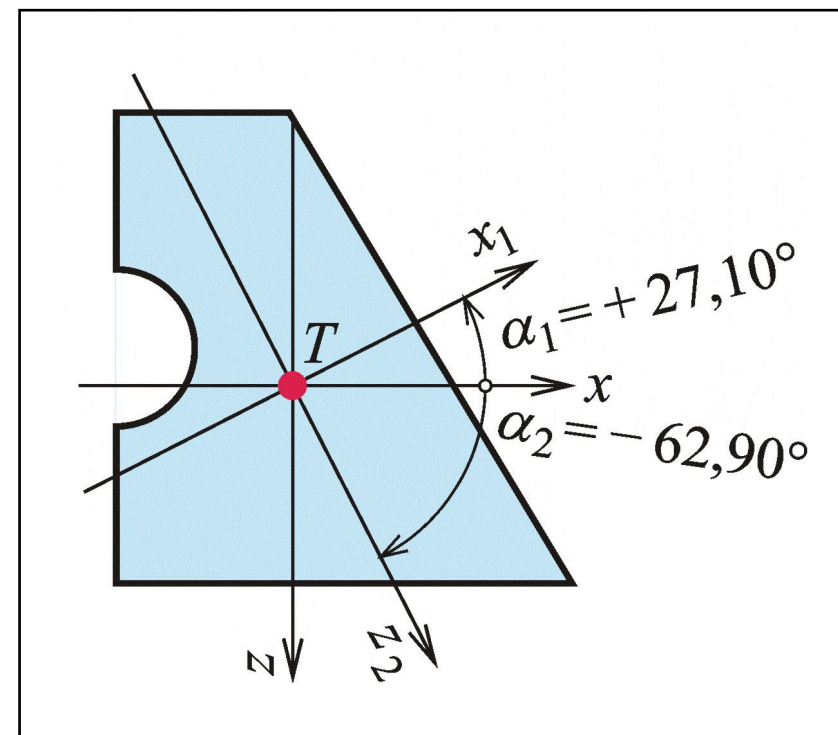
- Centrální kvadratické momenty k vodorovné a svislé ose
- Hlavní centrální momenty setrvačnosti
- Sklon hlavních centrálních os setrvačnosti

$$I_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot (I_x + I_z) \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(I_x - I_z)^2 + 4 \cdot D_{xz}^2}$$

$$I_1 = I_{\max} = 0,007605 \text{ m}^4$$

$$I_2 = I_{\min} = 0,002957 \text{ m}^4$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1,2} = \frac{I_{1,2} - I_x}{D_{xz}}$$



Příklad 11

Poloměr setrvačnosti

Geometrická charakteristika průřezu:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$$

Hlavní centrální poloměry setrvačnosti:

$$i_{\max} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{A}}$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$$

Hlavní centrální poloměry setrvačnosti pro **obdélníkový** průřez (šířka b , výška h):

$$i_{\max} = \sqrt{\frac{b \cdot h^3}{12 \cdot b \cdot h}} = \sqrt{\frac{h^2}{12}} = \sqrt{\frac{1}{12}} \cdot h \cong 0,2887 \cdot h \qquad i_{\min} \cong 0,2887 \cdot b$$

Hlavní centrální poloměry setrvačnosti pro **čtvercový** průřez (o straně a):

$$i_{\max} = i_{\min} \cong 0,2887 \cdot a$$

Hlavní centrální poloměry setrvačnosti pro **kruhový** průřez:

$$i_{\max} = i_{\min} = \sqrt{\frac{\pi \cdot r^4}{4 \cdot \pi \cdot r^2}} = \sqrt{\frac{r^2}{4}} = \frac{r}{2}$$

Polární moment setrvačnosti

Polární moment setrvačnosti (p je vzdálenost od pólu): $I_p = \iint_A p^2 dA$

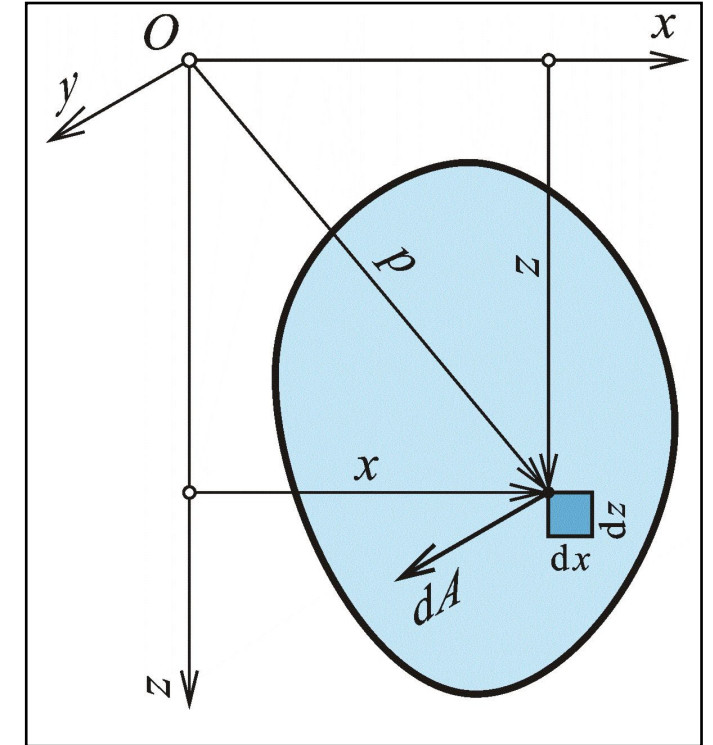
Kvadratický moment, rozměr [délka⁴], obvykle m⁴ nebo mm⁴

$$I_p = \iint_A (x^2 + z^2) dA = \iint_A x^2 dA + \iint_A z^2 dA = I_z + I_x = I_x + I_z$$

Poučka:

Polární moment setrvačnosti k pólu O je roven součtu axiálních momentů setrvačnosti k jakýmkoli dvěma vzájemně kolmým osám setrvačnosti, které tímto pólem procházejí.

Ve stavařské praxi – pólem je výhradně **těžiště průřezu**, **centrální polární moment setrvačnosti**, využití u rotačně symetrických průřezů.



K výkladu polárního momentu setrvačnosti

Polární moment setrvačnosti, Příklad 12

Požadavek: Určení centrálního polárního momentu setrvačnosti ocelové trubky

Řešení:

Centrální polární moment setrvačnosti pro **kruh**:

$$I_p = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^4 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^4$$

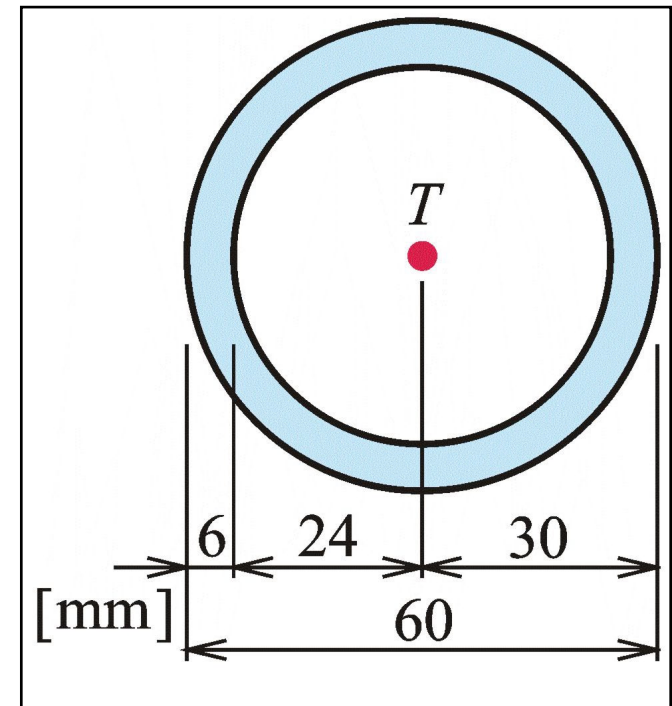
Centrální polární moment setrvačnosti pro **mezikruží**:

$$I_p = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (r_1^4 - r_0^4)$$

Konkrétně:

$$r_1 = 30 \text{ mm} \quad r_0 = 24 \text{ mm}$$

$$I_p = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (30^4 - 24^4) = 7,5119 \cdot 10^5 \text{ mm}^4$$



Zadání příkladu 12