

Pružnost a plasticita II

3. ročník bakalářského studia

doc. Ing. Martin Krejsa, Ph.D.
Katedra stavební mechaniky



11

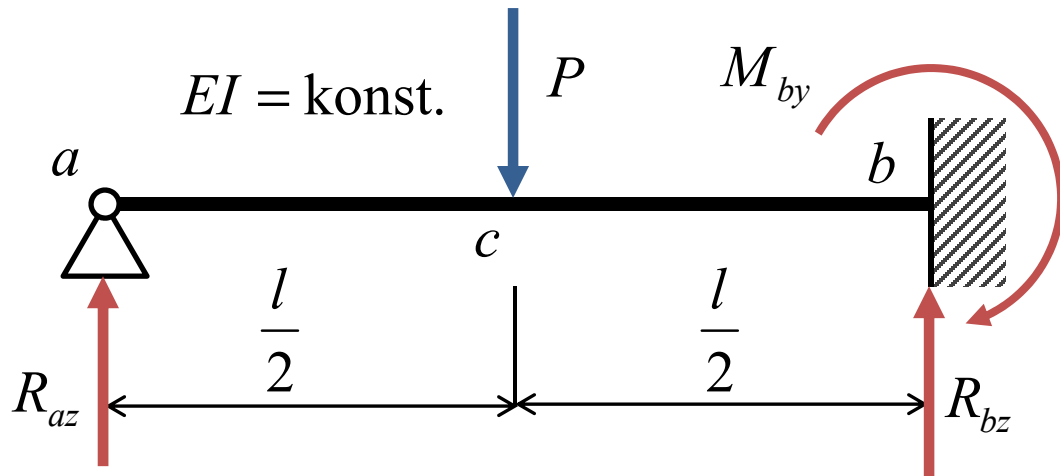
Mezní plastická únosnost prutových konstrukcí



Mezní stav únosnosti s uvažováním pružně-plastického chování materiálu

Zadání:

Určete mezní sílu P_m jednostranně vetknutého nosníku, zatíženého podle obrázku. Vyřešte statickou i kinematickou metodou.



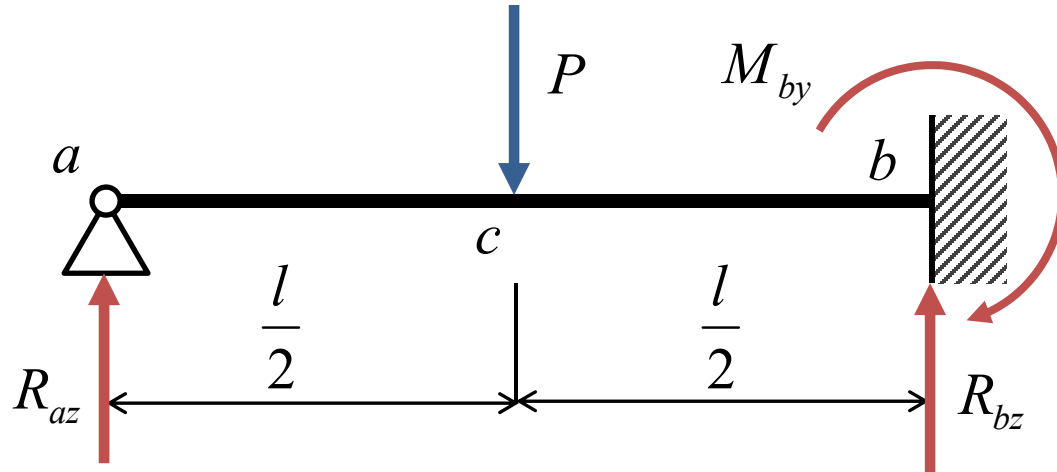
Řešení:

K určení výsledného průběhu ohybových momentů lze využít např. silovou metodu.

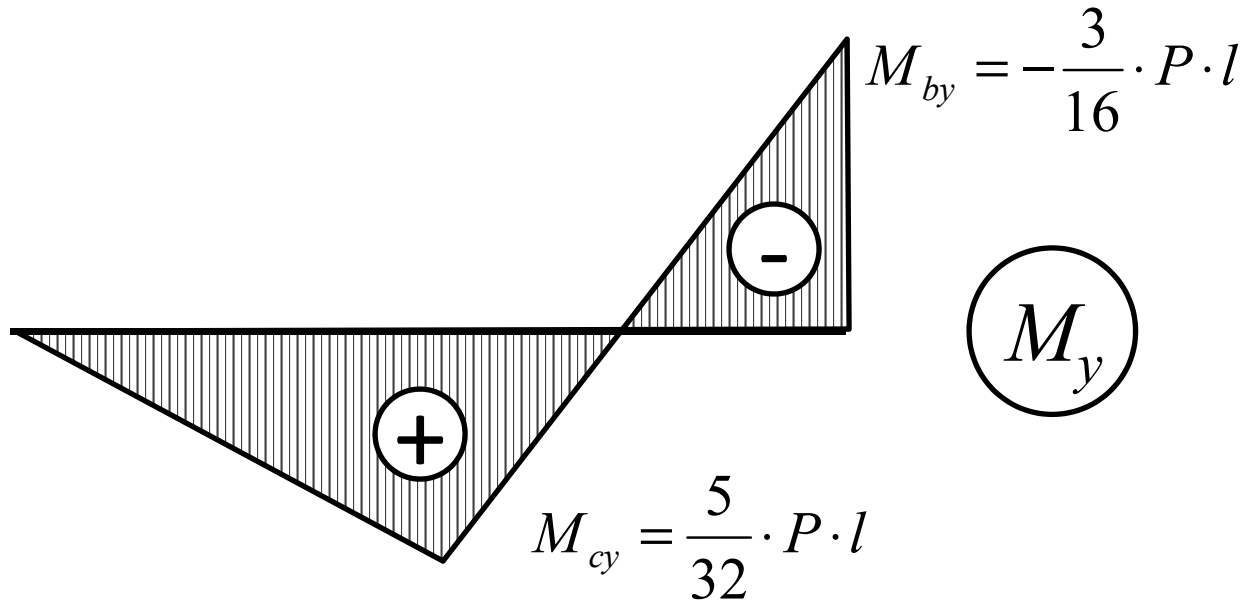
$$\left[R_{az} = \frac{5}{16} \cdot P \quad R_{bz} = \frac{11}{16} \cdot P \quad M_{by} = -\frac{3}{16} \cdot P \cdot l \right]$$

Mezní stav únosnosti s uvažováním pružně-plastického chování materiálu

Řešení:



Výsledný průběh ohybových momentů:



Mezní stav únosnosti s uvažováním pružně-plastického chování materiálu

Statická metoda

Řešení:

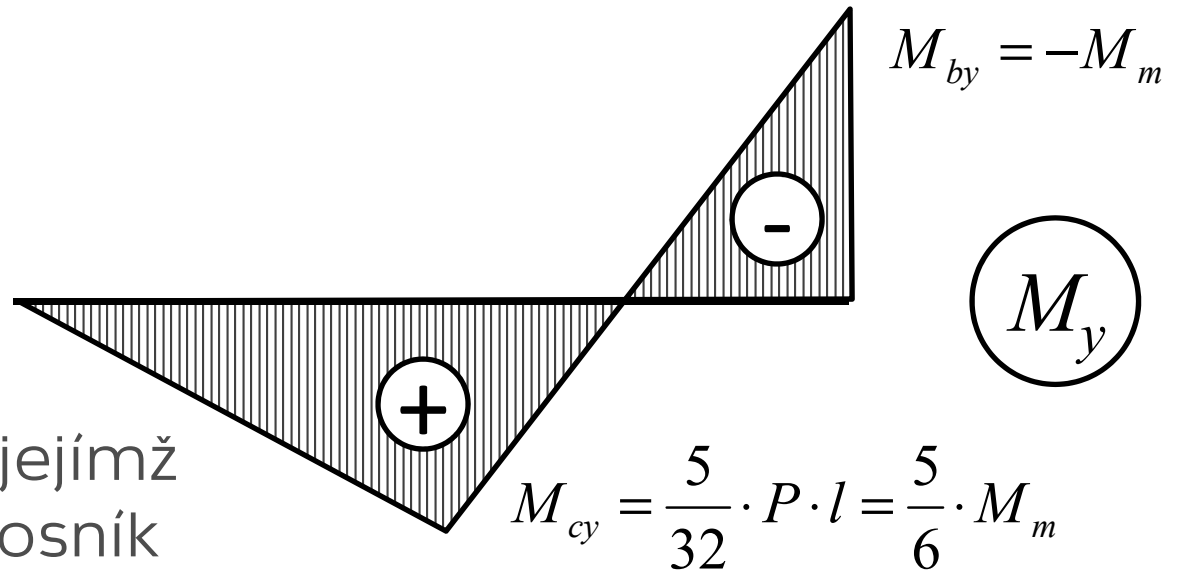
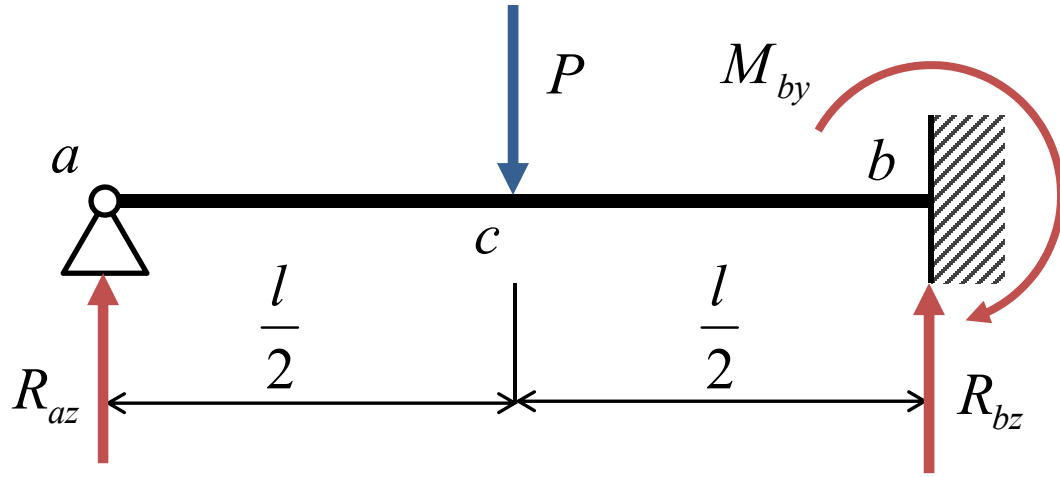
1. stav

M_b je roven M_m
(mezní ohybový moment)

$$|M_{by}| = \frac{3}{16} \cdot P \cdot l = M_m$$

$$P_m = \frac{16}{3} \cdot \frac{M_m}{l} = 5,33 \cdot \frac{M_m}{l}$$

P_m je mezní síla, při jejímž dosažení se stává nosník mechanismem.

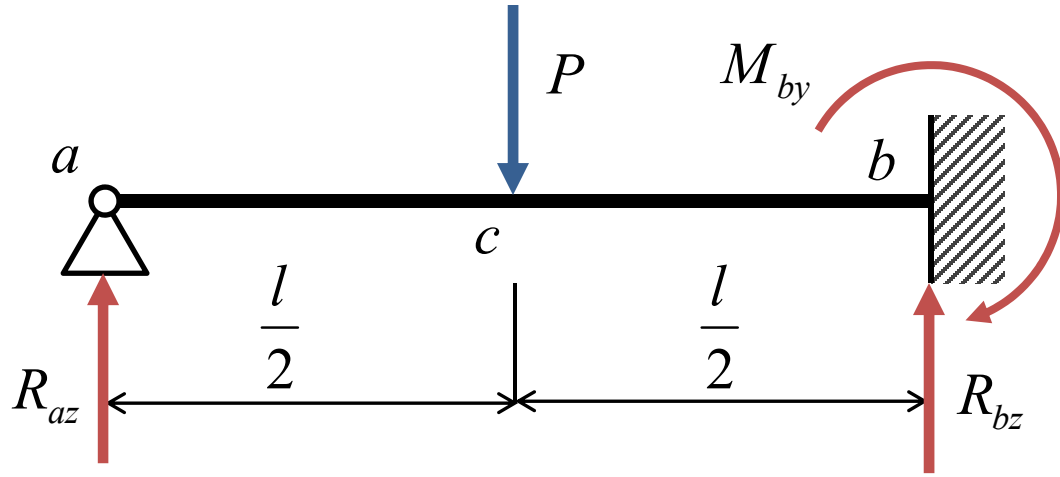


Mezní stav únosnosti s uvažováním pružně-plastického chování materiálu

Řešení:

2. stav

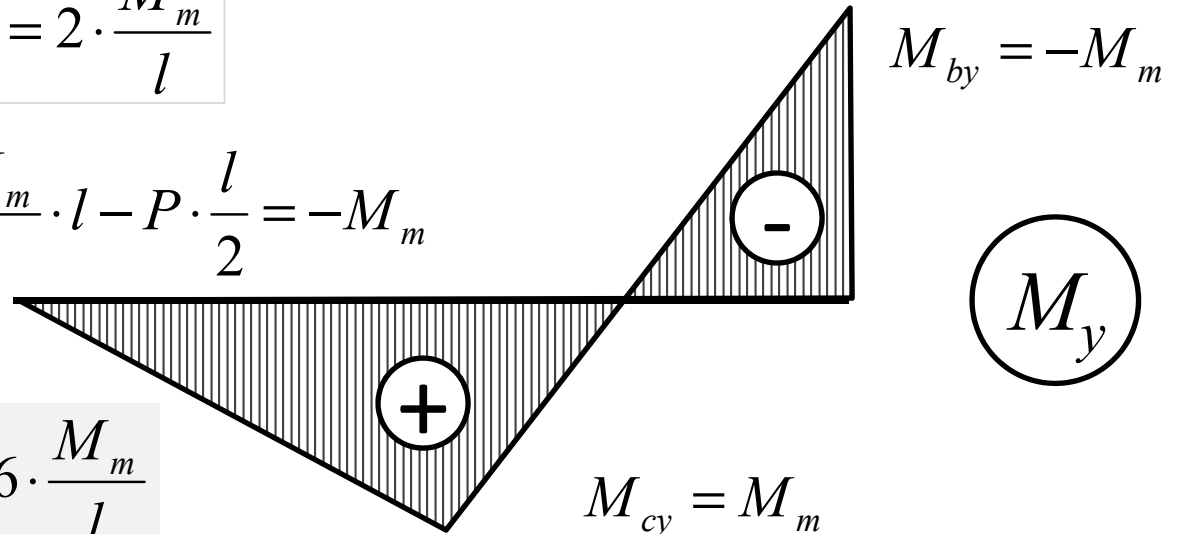
M_m je roven rovněž M_c (vznik mechanismu)



$$M_{cy} = R_{az} \cdot \frac{l}{2} = M_m \rightarrow R_{az} = 2 \cdot \frac{M_m}{l}$$

$$M_{by} = R_{az} \cdot l - P \cdot \frac{l}{2} = 2 \cdot \frac{M_m}{l} \cdot l - P \cdot \frac{l}{2} = -M_m$$

$$4 \cdot M_m - P \cdot \frac{l}{2} = 0 \rightarrow P_m = 6 \cdot \frac{M_m}{l}$$



$$M_{cy} = M_m$$

Mezní stav únosnosti s uvažováním pružně-plastického chování materiálu

Řešení
přírustkovou metodou:

1. stav - shodný

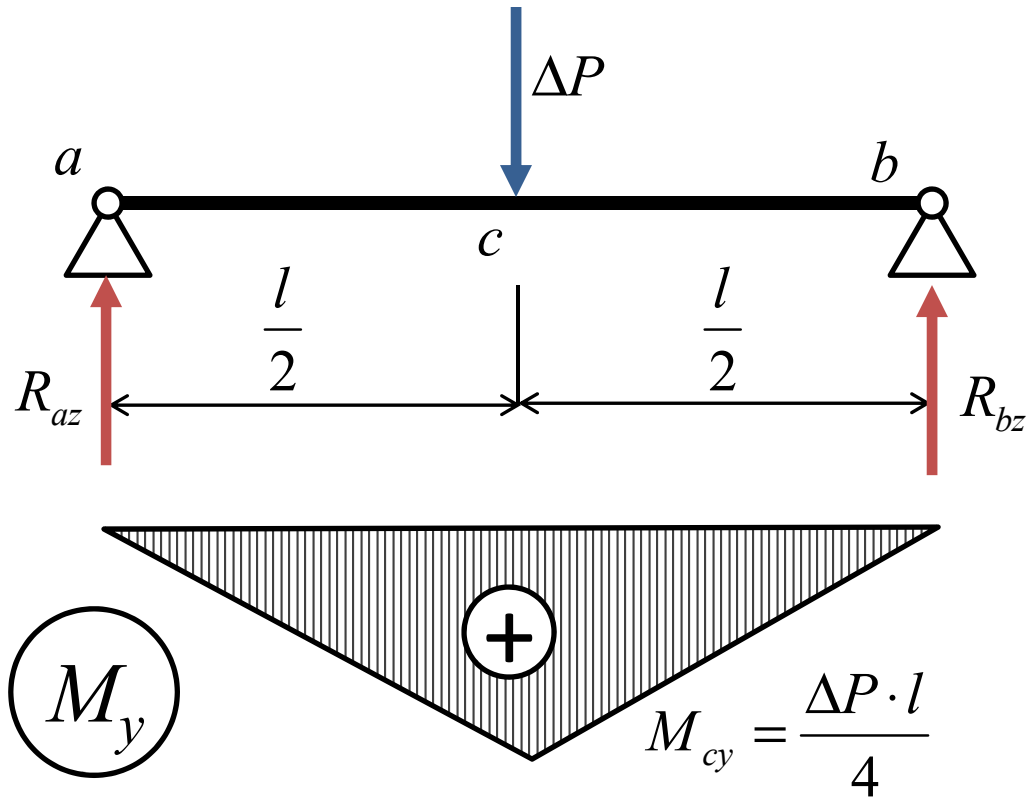
$$P_m = \frac{16}{3} \cdot \frac{M_m}{l}$$

$$M_{cy} = \frac{5}{32} \cdot P \cdot l = \frac{5}{6} \cdot M_m$$

2. stav

$$\frac{\Delta P \cdot l}{4} = M_m - \frac{5}{32} \cdot P \cdot l = M_m - \frac{5}{6} \cdot M_m = \frac{M_m}{6} \rightarrow \Delta P = \frac{2}{3} \cdot \frac{M_m}{l}$$

$$P_m = \frac{16}{3} \cdot \frac{M_m}{l} + \frac{2}{3} \cdot \frac{M_m}{l} = 6 \cdot \frac{M_m}{l}$$



Mezní stav únosnosti s uvažováním pružně-plastického chování materiálu

Kinematická metoda

Řešení:

$$\tan \alpha \cong \alpha = \frac{\Delta}{l \cdot 0,5} \rightarrow \Delta = \frac{\alpha \cdot l}{2}$$

Práce síly:

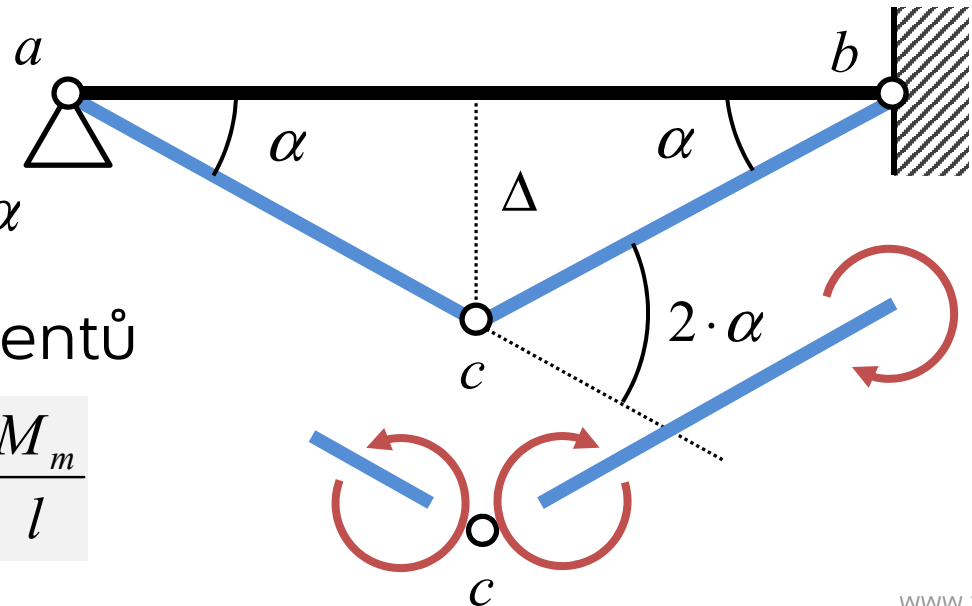
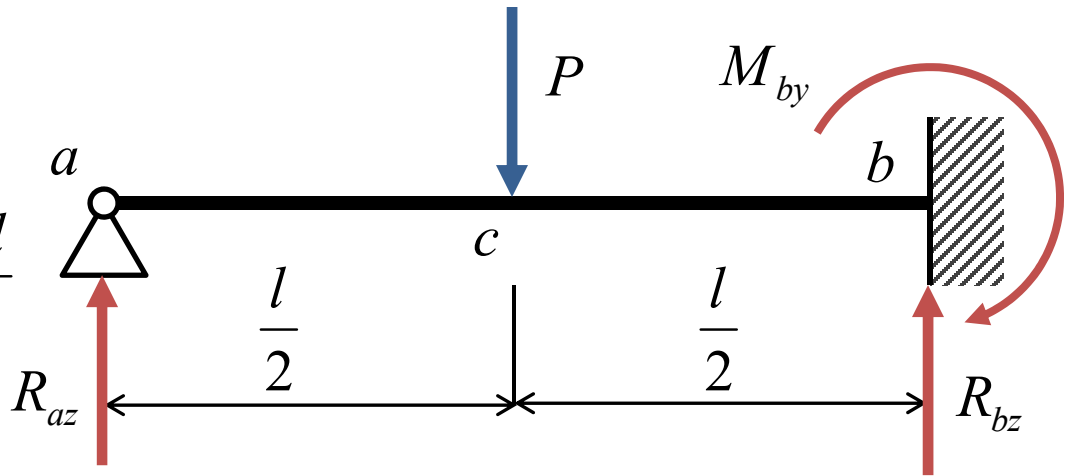
$$P \cdot \Delta = P \cdot \frac{\alpha \cdot l}{2}$$

Práce momentů:

$$M_m \cdot (2 \cdot \alpha) + M_m \cdot \alpha = 3 \cdot M_m \cdot \alpha$$

práce síly = práce momentů

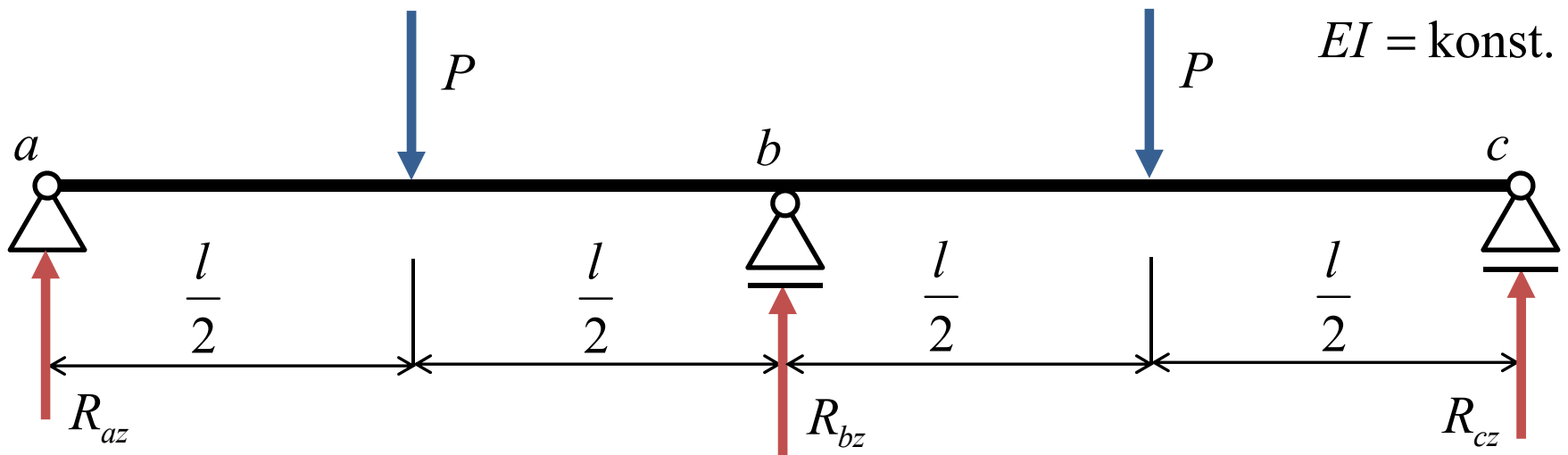
$$P \cdot \frac{\alpha \cdot l}{2} = 3 \cdot M_m \cdot \alpha \rightarrow P_m = 6 \cdot \frac{M_m}{l}$$



Mezní stav únosnosti s uvažováním pružně-plastického chování materiálu

Zadání:

Určete mezní sílu P_m spojitého nosníku, zatíženého podle obrázku. Vyřešte statickou i kinematickou metodou.



Řešení:

K určení výsledného průběhu ohybových momentů lze využít např. silovou metodu.

$$\left[P_m = 6 \cdot \frac{M_m}{l} \right]$$

Mezní stav únosnosti s uvažováním pružně-plastického chování materiálu

Zadání dalších příkladů k procvičení:

Určete statickou i kinematickou metodou mezní sílu P_m :

