

Matematická analýza 2, zadání zkouškové písemné práce

Čas na práci: 100 minut

Za každý příklad lze získat maximálně 10 bodů. Řešení každého příkladu včetně postupu a úvah zapisujte čitelně a srozumitelně. Při hodnocení nebude přihlíženo k přeškrtnutým zápiskům.

1. Vypočtete integrál:

$$\int \frac{x^3 - 2x^2 - 2}{x^2 - 2x} dx.$$

2. Vypočtete integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3(x) dx.$$

3. Najděte maximální řešení Cauchyovy úlohy

$$\begin{aligned} y' - y &= e^{3x}, \\ y(0) &= 1. \end{aligned}$$

4. Určete a graficky znázorněte definiční obor funkce  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = \frac{\ln(2y - x^2)}{(1 + x - y)^2}.$$

5. Pomocí diferenciálu vhodné funkce přibližně vypočtete hodnotu  $e^{(0.98)^2(1.03)^3}$ .

6. Určete lokální extrémy funkce  $f(x, y) = 8x^3 + y^3 - 12xy + 4$ .

7a. Nechť  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $c \in Df$ . Diferenciál funkce  $f$  v bodě  $c$  (za předpokladu, že existuje) je

- a) vektor dimenze 2,
- b) matice rozměru  $2 \times 2$ ,
- c) lineární funkce dvou proměnných,
- d) kvadratická funkce jedné proměnné,
- e) reálné číslo? (3 body)

7b. Nechť  $f(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  je diferencovatelná funkce s definičním oborem  $Df = \mathbb{R}^2$ . Pro jaký vektor  $u$  platí v každém bodě  $c \in Df$  rovnost  $\frac{\partial f}{\partial y}(c) = \frac{df}{du}(c)$ ? (3 body)

7c. Doplňte definici: Funkce  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  je primitivní funkcí k funkci  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  na intervalu  $(a, b)$ , jestliže platí .... (4 body)