

Diskrétní pravděpodobnost

Konečný pravděpodobnostní prostor:

$$(\Omega, \mathcal{P})$$

Klasická pravděpodobnost $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

Ω - uniformní

každý elem. jev má stejnou šanci (pravdep.) nastat

Vlastnosti \mathcal{P}

- $0 \leq P(A) \leq 1 \quad \forall A \subseteq \Omega$
- $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$
- $\forall A, B \subseteq \Omega : P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
pro $A \cap B = \emptyset$

Je-li: $A \cap B = \emptyset$ - říkáme A, B jsou disjunktí

① Házíme 6 stěnou kostkou. Jako je pravděp. že

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

a) padne liché číslo

$$P(A) = P(\text{liché číslo}) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Pro sprav. kostku
uniformní

b) padne prvočíslo

$$A \subseteq \Omega$$

$$P(B) = P(\text{padne prvočíslo}) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{1}{2}$$

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \{2, 3, 5\}$$

c) padne 1 nebo 2

$$P(C) = P(\text{padne 1 nebo 2}) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$C = \{1, 2\}$$

d) součet horní a dolní stěny je 7

$$P(D) = \frac{|D|}{|\Omega|} = \frac{6}{6} = 1 = P(\Omega)$$

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

e) součet horní a dolní stěny je 3

(normální kostka)

$$P(E) = 0 = P(\emptyset) = 0$$

$$E(\emptyset)$$

② Při hodu dvěma kostkami

a) Je pravděpodobnější, že padne 5 a 6, nebo že padnou dvě 3?

$$\Omega_1 = \{ \{1,1\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \dots \}$$

$$|\Omega_1| = \binom{6}{2} + 6 = \frac{6 \cdot 5}{2} = 21$$

Ω_1 není uniformní

$$\left. \begin{array}{cc} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{2}{2} \end{array} \right\} \text{rozl.}$$

$$\Omega_2 = \{ (1,1), (1,2), (2,1), (3,1), (1,3), \dots \}$$

$$|\Omega_2| = V_r^*(6,2) = 6^2 = 6 \cdot 6 = 36$$

Ω_2 je uniformní

$$P_A(5 \wedge 6) = \frac{|A|}{|\Omega_2|} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$A = \{ (5,6), (6,5) \}$$

$$P_B(3 \wedge 3) = \frac{|B|}{|\Omega_2|} = \frac{1}{36}$$

$$B = \{ (3,3) \}$$

$$C = \{ (5,5), (4,6), (6,4) \}$$

c) Součet 10

$$P(C) = \frac{|C|}{|\Omega_2|} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

d) Žská je pravděp, že padne součin 12

$$P(D) = \frac{|D|}{|\Omega_2|} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \quad D = \{ (4,3), (3,4), (6,2), (2,6) \}$$

③ sestavte funkci $P(n)$ pro pravděpodobnost, že při současném hodu n -kostkami, $n \geq 1$

a) podle součet n

$$\Omega = \{ (1, 1, 1, 1, \dots, 1), (2, 1, 1, \dots) \dots \dots \dots \}$$

$$|\Omega| = 6 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 6 = 6^n = V^+(6, n)$$

$$P(A) = P(\text{součet je } n) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1}{6^n}$$

$$A = \{ (1, 1, \dots, 1) \}$$

b) podle součet 3

⋮

$$P_n(B) = P(\text{součet je } 3 \text{ na } n \text{ kostkách}) =$$

$$\text{Pro } n > 3 \quad P_n(B) = 0$$

$$\text{Pro } 1 \leq n \leq 3 \quad P_n(B) = ?$$

↗
určit sami

④ Máme balíček 32 hracích karet.

Žádej je pravděp, že:



a) první karta je Eso. $\Omega_1 = \{ \text{možná uspoř. karet v balíčku} \}$

$$P(A) = \frac{1}{8} = \frac{4}{32} = \frac{4 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \dots 1}{32!}$$

$$|\Omega_1| = P(32) = 32!$$

$\Omega_2 = \{ \text{možnosti pro horní kartu.} \}$

b) třetí karta v balíčku je 10. $|\Omega_2| = 32$

$$P(B) = \frac{1}{8} = \frac{31 \cdot 30 \cdot 4 \cdot 29 \cdot 28 \dots 1}{32!} = \frac{4}{82}$$

c) třetí je 10, víme-li, že první dvě karty jsou $\neq 10$.

$$P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{3! \cdot 29!}{32!}$$

$\Omega_3 = \{ \text{uspořádaní zbylých} \}$

30 karet, když víme, že $\neq 10$ už je použito $|\Omega_3| = 30!$

Pro 3 pozici

$$P(C) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

d) karty od každé barvy jsou v balíčku v sebě



$$(8 \text{ kare}) (8 \text{ kare}) () ()$$

$$P(D) = \frac{|D|}{|\Omega|} = \frac{4! \cdot 8! \cdot 8! \cdot 8!}{32!}$$

$$|D| = 8! \cdot 4! \cdot 8! \cdot 8! \cdot 8!$$

jiný způsob

$$4!$$

$$P(D) = \frac{\binom{32}{8} \binom{24}{8} \binom{16}{8} \binom{8}{8}}{\binom{32}{8} \binom{24}{8} \binom{16}{8} \binom{8}{8}}$$

5) Při hodu třemi 6-stennými kostkami

a) Je lepší si vsadit, že nepadne žádná 6-ka, nebo že padne alespoň 1 6-ka.

b) Jaké je pravidlo, že padne právě 1 šestka.

6) Házíme 4x minci. Jaká je pravděp, že

a) padne 4x za sebou hlava?

b) padne H O O H

c) padne 2x H a 2x O v lib. pořadí.

d) padne alespoň 1x H.

⑦ Ve třídě je 25 žáků. S jakou pravděp.
budou alespoň 2 slavit narozeniny
ve stejném dni. (Narození ve stejném dni
v roce)