9 Domácí úkol – Kapitola 7

9.1. Kolik nejvýše komponent může mít 4-pravidelný graf na 30 vrcholech? Své rozhodnutí zdůvodněte!

9.2. Kolik nejvýše komponent může mít 4-pravidelný graf na 34 vrcholech? Své rozhodnutí zdůvodněte!

9.3. Kolik existuje neizomorfních 2-pravidelných grafů na 9 vrcholech?

9.4.* Kolik nejvýše hran může mít nesouvislý graf na 23 vrcholech?

9.5.* Dokažte, že eulerovský graf neobsahuje most.

9.6. *Excentricita vrcholu* v, značeno $ecc(v)$, je vzdálenost z v do nejvzdálenějšího vrcholu v grafu. Platí v $K_{m,n}$, že pro každé dva vrcholy u, v je $ecc(u)$ rovno $ecc(v)$? Své rozhodnutí zdůvodněte!

9.7. Graf *kolo*, značeno W_n, vznikne z cyklu C_n, $V(C_n) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, tak, že k němu přidáme vrchol v_0 a všechny hrany v_0v_i pro $i = 1, 2, \ldots, n$. Platí ve W_n pro každé dva vrcholy u, v, že $ecc(u) = ecc(v)$? Své rozhodnutí zdůvodněte!

9.8. Největší excentricita vrcholu v grafu se nazývá *průměr* grafu a značíme jej $diam(G)$. Určete $diam(K_n)$, $diam(K_{m,n})$, $diam(W_n)$ a $diam(C_n)$.

9.9. Definujme kompletní pětipartitní graf K_{n_1,n_2,n_3,n_4,n_5}. Musí existovat rozklad $V(K_{n_1,n_2,n_3,n_4,n_5})$ na nezávislé vrcholové množiny $N_i, i = 1, 2, 3, 4, 5$, tak, že $|N_i| = n_i$ a $E(K_{n_1,n_2,n_3,n_4,n_5}) = \{x_iy_j | x_i \in N_i \wedge y_j \in N_j \wedge i \neq j \wedge i, j \in [1, 5]\}$. Určete $diam(K_{n_1,n_2,n_3,n_4,n_5})$.

9.10. Dokažte, že pro každé tři vrcholy $u, v, w \in V(G)$ platí $dist(u, v) + dist(v, w) \geq dist(u, w)$.