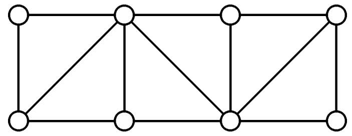
8 Domácí úkol – Kapitola 6

8.1. Určete v grafu G na obrázku



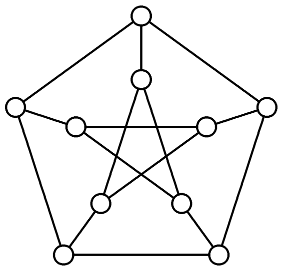
Obrázek 8.1: *Graf G.*

(a) největší nezávislou množinu vrcholů, kde $X \subseteq V(G)$ je největší nezávislá množina, pokud obsahuje největší možný počet vrcholů grafu G takových, že mezi žádnými dvěma není hrana.

(b) nejdelší cestu a nejdelší cyklus.

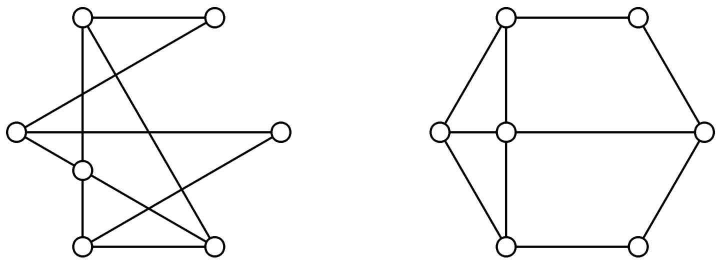
(c) nejdelší indukovanou cestu a nejdelší indukovaný cyklus, kde indukovaný cyklus resp. cesta je indukovaný podgraf grafu G izomorfní s nějakým cyklem resp. cestou.

8.2. Nalezněte v Petersenově grafu na Obrázku 8.2 největší nezávislou množinu vrcholů, nejdelší cyklus a nejdelší cestu.



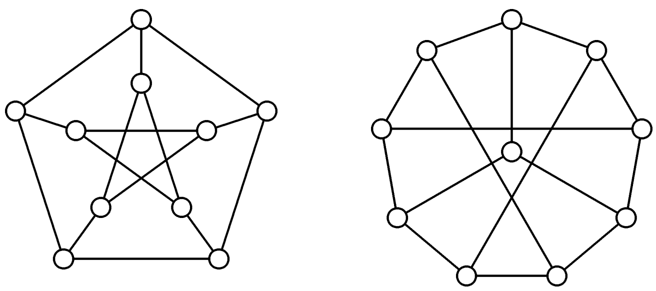
Obrázek 8.2: *Petersenův graf.*

8.3. Jsou grafy G a H na Obrázku 8.3 izomorfní? Pokud ano, popište izomorfismus mezi nimi.



Obrázek 8.3: *Grafy G a H.*

8.4. Jsou grafy G a H na Obrázku 8.4 izomorfní? Pokud ano, popište izomorfismus mezi nimi.



Obrázek 8.4: *Grafy G a H.*

8.5. Nalezněte alespoň dva neizomorfní grafy se stupňovou posloupností

(a) $(3, 3, 3, 3, 3, 3)$

(b) $(3, 3, 2, 2)$.

Je to v obou případech možné? Vysvětlete!

8.6. Nalezněte alespoň dva neizomorfní grafy se stupňovou posloupností $(5, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 1)$. Zdůvodněte, proč jsou neizomorfní.

8.7. Nechť $A = \{1, 2, 3\}$. Nakreslete graf G s vrcholovou množinou $V(G) = 2^A$, ve kterém platí, že $XY \in E(G) \Leftrightarrow X \cap Y \neq \emptyset$ pro $X, Y \in 2^A, X \neq Y$.

(a) Určete stupně všech vrcholů v grafu G a $\delta(G), \Delta(G)$.

(b) Nalezněte nejdelší cestu a nejdelší indukovanou cestu v G.

(c) Nalezněte nejdelší kružnici a nejdelší indukovanou kružnici v G.

(d) Určete největší nezávislou množinu vrcholů v G.

8.8. Kolik existuje neizomorfních grafů na 4 vrcholech.

8.9.* Nalezněte všechny neizomorfní grafy se stupňovou posloupností $(3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2)$. Návod: Zanedbejte vrcholy stupně 2, tím dostanete multigraf (vícenásobné hrany) s případnými smyčkami, který má dva vrcholy stupně 3. Pak zpětným „navlékáním“ šesti vrcholů stupně 2 na jednotlivé hrany vytvářejte všechny možné neizomorfní jednoduché grafy (bez smyček a násobných hran).