2 Výběry bez opakování

2.1. Z 11 hráčů basketbalu je 7 dobrých střelců „trojek“. Kolika různými způsoby může z těchto hráčů vybrat trenér sestavu pěti hráčů tak, aby v sestavě byli alespoň 2 dobří střelci „trojek“?

Jde o neuspořádané výběry, pouze některých hráčů, proto půjde o užití KOMBINACÍ bez opakování.

V tomto prípadě je nejvýhodnější postupovat takto:

- Vypočítat počet všech možností, jak může vybrat trenér sestavu pěti hráčů (bez jakéhokoliv omezení). Zjevně existuje $C(11,5) = \binom{11}{5} = \frac{11!}{5!6!} = \frac{11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{5\cdot4\cdot3\cdot2} = 42\cdot11 = 462$ možností.
- Potom zjistíme počet „špatných“ výběrů, tj. takových, kde je buď žádný, nebo právě jeden dobrý střelec „trojek“. Přímo ze zadání ale vidíme, že sestavu, kde není vůbec žádný dobrý střelec NELZE VYBRAT.
- Počet výběrů, kde je přesně jeden dobrý střelec „trojek“ je $C(7,1)\cdot C(4,4)$. První kombinační číslo říká, kolika způsoby můžeme vybrat toho jediného dobrého střelce, a druhé, kolika způsoby k němu dokážeme dobrat střelce, kteří nejsou dobří. Máme $\binom{7}{1}\binom{4}{4} = 7\cdot1 = 7$ možností.
- Když od všech možností odečteme počet „špatných“, dostaneme počet hledaných „dobrých“ možností. Tj. takových, kde jsou alespoň dva dobří střelci. Celkový výsledek tedy je $x = 462-7 = 455$.

2.2. V hodině tělesné výchovy nastoupilo do řady 7 žáků. Víme, že Petr stojí na kraji řady a Václav s Jiřím stojí vedle sebe. Kolik takových řad existuje?

V tomto případě nás pořadí výběru ZAJÍMÁ a vybíráme VŠECHNY prvky množiny. Proto jde o PERMUTACE bez opakování.

- Pro umístění Petra máme 2 možnosti. Buď bude stát úplně vlevo, nebo úplně vpravo. Na ostatních 6 pozicích můžeme rozmístit ostatní žáky libovolně s tím, že Václav s Jiřím musí být vedle sebe.
- Potom ovšem bude šikovné z Václava a Jiřího vytvořit jediný prvek. Buď JK, nebo KJ. V tuto chvíli ale už permutujeme pouze 5 prvků. JK, nebo KJ, plus další 4 žáky. Proto máme $2\cdot P(5) = 2\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2 = 240$ možností.
- Celkem tedy existuje $x = 2\cdot240 = 480$ možností.

2.3. Máme k dispozici číslice z celočíselného intervalu $[0,5] = \{0,1,2,3,4,5\}$*. Kolik různých trojciferných čísel dokážeme z těchto číslic sestavit, pokud každé trojciferné číslo musí být dělitelné pěti a v každém trojciferném čísle jsou* **navzájem různé číslice**.

POŘADÍ číslic v těchto výběrech nás ZAJÍMÁ a vybíráme NĚKTERÉ číslice. Jde tedy o VARIACE bez opakování.

- Protože mají být čísla dělitelná pětkou, tak musí končit buď číslicí 0, nebo 5.
- Uvažujme, že číslo končí nulou. Potom na zbylé dvě pozice můžeme dát libovolnou dvojici číslic z množiny $\{1,2,3,4,5\}$ a tu budeme permutovat. Máme tedy $a = V(5,2) = C(5,2)\cdot P(2) = \binom{5}{2}2! = 10\cdot2 = 20$ možností. Alternativně bychom mohli vybrat posloupnost dvou zbývajících číslic a měli bychom $a = V(5,2) = 5\cdot4 = 20$ možností.
- Rozeberme případ, kdy číslo končí pětkou. Potom na zbylé dvě pozice můžeme dát libovolnou dvojici číslic z množiny $\{0,1,2,3,4\}$ a tu budeme permutovat. Na první pozici však nesmí být 0. Proto máme $b = V(5,2) - 4 = C(5,2)\cdot P(2) - 4$ možností. Číslo 4 udává počet čísel, které mají na konci 5 a na začátku 0. Dopočítáme, $b = \binom{5}{2}2! - 4 = 20 - 4 = 16$. Alternativně bychom mohli vybrat posloupnost dvou zbývajících číslic a měli bychom $a = V(5,2) = 5\cdot4 = 20$ možností, od kterých odečteme 4 možnosti, kdy číslo začíná na konci 5 a na začátku 0. Opět bychom dostali $b = V(5,2) - 4 = 20 - 4 = 16$.

- Je patrné, že celkový počet hledaných trojciferných čísel bude $x = a + b = 20 + 16 = 36$.

2.4. Platí pro každé dva náhodné jevy A, B, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$? Vysvětlete!

Neplatí. Uvedená rovnost je platná pouze pro DISJUNKTNÍ náhodné jevy, kdy $P(A \cap B) = 0$. Obecně platí $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.