8 Projekt – řešení vložte do odevzdávárny s klíčem `fy2s4bj`

Kombinatorika

8.1. Na šachovnici 8×8 polí chceme umístit dva bílé pěšce tak, aby oba byli ve stejném sloupci a nebylo mezi nimi volné pole. Dále budeme chtít, aby pěšci byli umístěni do obdélníku mezi sloupci c a f včetně a mezi 3. a 6. řadou včetně. Dále budeme chtít na šachovnici umístit oba krále, přičemž nechceme, aby některý z králů stál v šachu. Kolika způsoby můžeme všechny figury rozestavit? (Nápověda: Počet polí kam lze umístit bílého krále závisí na tom, zda černý král napadá nebo nenapadá pěšce.) (3 b)

8.2. Učitel má ve třídě 15 žáků: 6 dívek a 9 chlapců. Ti sedí na 15 židličkách, které jsou viditelně očíslované. Žáci si na učitele vymysleli následující taškařici. Každý den budou sedět v jiném rozsazení, a to způsobem, že si každý následující den sednou podle předem dané dohody. Šest dívek si na židličky zezadu připsalo ještě číslo židličky jedné ze svých spolužaček, na kterou si přesednou další den. Provedou tak nějakou permutaci šestiprvkové množiny židliček. Sedí-li například na židličkách s čísly $2, 6, 7, 11, 13, 14$, mohly si zvolit permutaci

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 7 & 11 & 13 & 14 \\ 6 & 2 & 11 & 7 & 14 & 13 \end{pmatrix}.$$

Dále jsou ve třídě čtyři chlapci, kteří se znají od mateřské školky. Tito chlapci si zvolí nějakou permutaci na svých čtyřech židličkách. Zbylých pět chlapců si zvolí nějakou permutaci na zbývajících pěti židličkách. Podle těchto zvolených permutací si budou všichni přesedat i v dalších dnech. Nevíme, jaká bude výsledná permutace, ale ptáme se, jestli budou žáci ještě s jistotou sedět v původním rozesazení někdy před koncem školního roku (počítejme na školní rok 200 dnů a neočekáváme, že by nějaký žák onemocněl)? Budou žáci ještě někdy s jistotou sedět v původním rozesazení někdy ve stejném měsíci (počítejme na měsíc 20 dnů a neočekáváme, že by nějaký žák onemocněl)? (2 b)

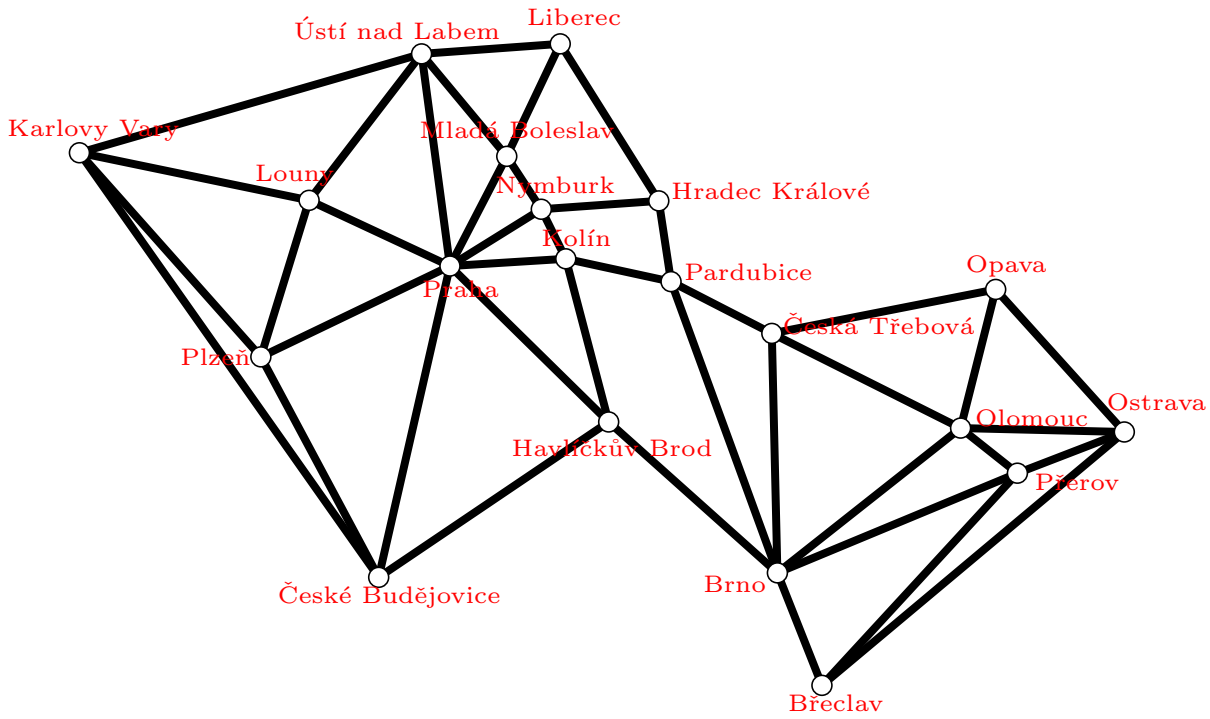
Teorie grafů

8.3. Nepřátele z planety AlphaCentauris se rozhodli získat pro sebe planetu Zemi. Jako výchozí tábor chtějí získat Českou republiku. Jejich špehové zajistili odříznutí České republiky od ostatních států. Dále zjistili, že pokud by se lidé z Ostravy dali dohromady s lidmi z Karlových Varů, Českou republiku by nezískali. Mají ovšem jeden zásadní problém, vzhledem k velké vzdálenosti mezi Zemí a jejich planetou musí použít co nejméně munice, na zničení železničních spojení (Obrázek 1).

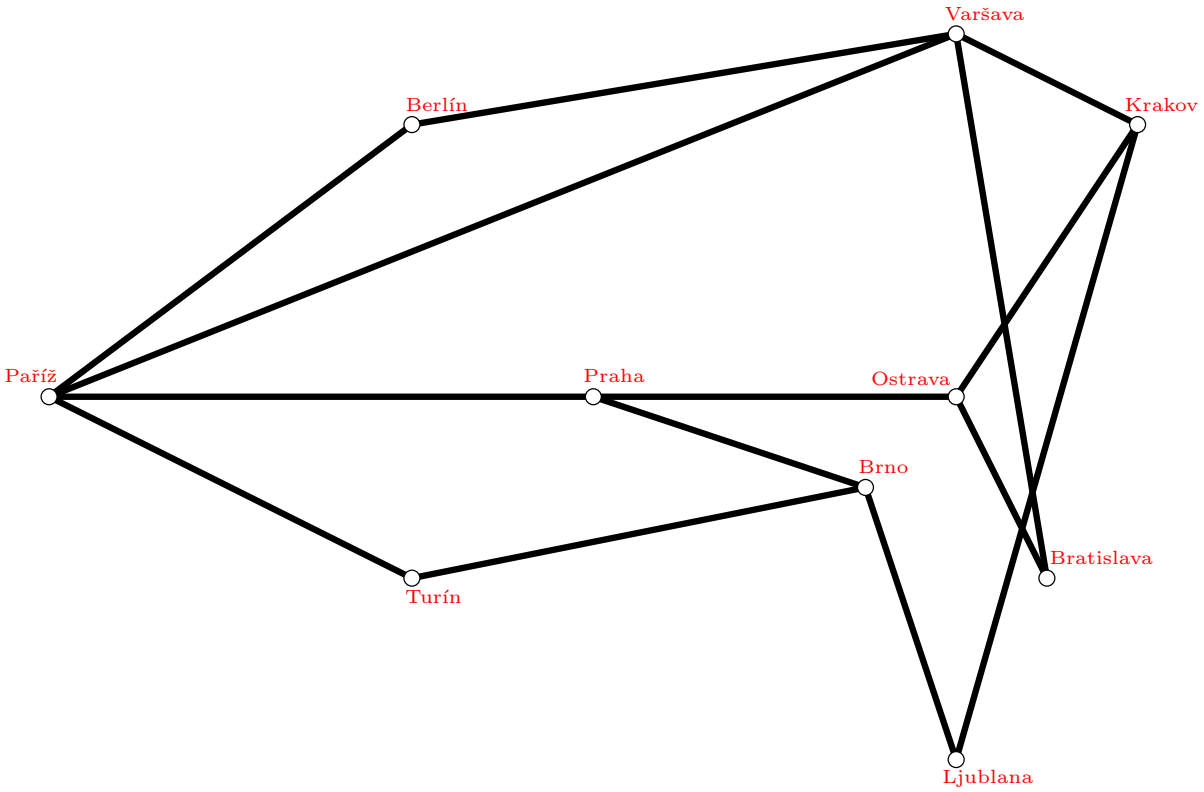
1. Kolik železničních nádraží by nejméně museli zničit, aby se lidé nedostali z Ostravy do Karlových Varů (nádraží v Ostravě a Karlových Varech chtějí nepřátele využít jako přestupní terminál, neboť tam by je nikdo terminál nehledal)?
2. Kolik tratí by nejméně museli zničit, aby se lidé nedostali z Ostravy do Karlových Varů?

(2 b)

8.4. Petr se rozhodl, že si udělá v létě cestu po Evropě. Našel si na poslední chvíli volná letecká spojení (Obrázek 2). V každém městě chce strávit jeden den a jednu noc, a pak letět do dalšího města. Z finančních důvodu nechce žádné město navštívit dvakrát a začíná v Ostravě. Povede se mu to vzhledem ke spojením, která našel? Pokud ano, zapište tuto cestu jako posloupnost vrcholů. Pokud ne, zdůvodněte, proč a přidejte co nejmenší počet leteckých spojení navíc tak, aby se mu to povedlo. (3 b)



Obrázek 1: Graf vlakových spojení



Obrázek 2: Graf leteckých spojení

Pokyny

Projekt vypracujte na počítači včetně titulního listu, na kterém uvedete následující údaje: jméno studenta, osobního číslo, číslo projektu, rok, tabulka pro bodování příkladů (podobně jako ve vzorovém projektu). Dále bude text obsahovat vzorově vypracované řešení všech zadaných příkladů. Pečlivě vysvětlete jednotlivé kroky postupu. V případě, že se rozhodnete některý příklad neřešit, je nutno do vypracování napsat například „*Příklad X jsem se rozhodl(a) neřešit*“. Text napište na počítači v rozsahu asi 2 až 5 stran A4.

V projektu se hodnotí každý příklad zvlášť, bodové hodnocení je 0 až 2, resp. 0 až 3, celé body (podle zadání).

Způsob odevzdání

Projekty odevzdávejte elektronicky ve formátu PDF přes tzv. odevzdávárnu. Nejprve na adrese `http://odevzdej.cz` vyplníte klíč (je uveden nahoře v zadání projektu) a stisknete tlačítko „Použít klíč“. Potom vyplníte své jméno a osobní číslo (ve formátu „`Jan Novák NOV0001`“) a nahrajete soubor s řešením projektu tlačítkem vložit. Systém automaticky provede kontrolu na plagiáty. Pokud máte na serveru `odevzdej.cz` založený účet, budete o výsledku kontroly informováni.

Termín odevzdání

Termín odevzdání je nejpozději **v pondělí 10.12.2018 ve 23:59**. Po tomto termínu již systém odevzdání neumožní.