# 11 Projekt – řešení zasílejte na adresu `michael.kubesa@vsb.cz`

## Kombinatorika

11.1. V kasínu jsou dva strojky na míchání karet. První strojek každé liché míchání provádí podle permutace $\pi$ a každé sudé podle permutace $\sigma$, zatímco druhý provádí každé liché míchání dle permutace $\sigma$ a každé sudé dle permutace $\pi$. Bylo zjištěno, že až po $2k$ zamícháních v prvním strojku dosáhneme toho, že pořadí karet je stejné jako na počátku. Dokažte, že po $2k$ zamícháních ve druhém strojku bude pořadí karet také stejné jako na počátku.

*Návod:* Uvědomte si, že skládání permutací je asociativní, tzn. například $(\pi\circ\tau)\circ\omega\circ\sigma = \pi\circ(\tau\circ\omega)\circ\sigma = \pi\circ\tau\circ(\omega\circ\sigma) = (\pi\circ\tau\circ\omega)\circ\sigma = \pi\circ(\tau\circ\omega\circ\sigma)$. Skládání permutací můžeme libovolně uzávorkovat. Dále, každou rovnost typu $\pi\circ\sigma = \omega\circ\tau$ můžeme upravit například takto: $\pi^{-1}/\pi\circ\sigma = \omega\circ\tau$ a dostaneme $\pi^{-1}\circ\pi\circ\sigma = \pi^{-1}\circ\omega\circ\tau$, odtud $id\circ\sigma = \pi^{-1}\circ\omega\circ\tau$ a máme $\sigma = \pi^{-1}\circ\omega\circ\tau$. Nebo takto: $\pi\circ\sigma = \omega\circ\tau/\tau^{-1}$ a dostaneme $\pi\circ\sigma\circ\tau^{-1} = \omega\circ\tau\circ\tau^{-1}$, odtud $\pi\circ\sigma\circ\tau^{-1} = \omega\circ id$ a máme $\pi\circ\sigma\circ\tau^{-1} = \omega$. Je to něco takového, jako roznásobování rovnice nenulovým číslem, ale musíme dávat pozor, zda roznásobujeme zprava nebo zleva, protože skládání permutací není komutativní.

## Teorie grafů

11.2. Mějme graf $G(V,E)$, kde $V = \binom{X}{2}$ (množina všech dvojprvkových podmnožin množiny $X$), $X = [1,n]$ a $n \in \mathbb{N}$, přičemž vrcholy $u$ a $v$ jsou sousední právě tehdy, když $u$ a $v$ reprezentují disjunktní množiny. Dokažte, že graf $G$ je souvislý pro každé $n \geq 5$.

## Pokyny

Vypracovaný projekt bude mít formu odborného článku včetně abstraktu, úvodu a použité literatury. Projekt doplňte o titulní list, na kterém uvedete následující údaje: jméno studenta, osobního číslo, číslo projektu, rok, tabulka pro bodování příkladů (jako ve vzorovém projektu). Abstrakt je odstavec shrnující o čem projekt je a co je hlavním přínosem vaší práce. Zahrnuje i podstatu (nikoliv opis) zadání. Zadání projektu nekopírujte do výsledného textu, ale vlastními slovy v úvodu popište co jste řešili. V případě, že se rozhodnete některý příklad neřešit, je nutno do vypracování napsat například „*Příklad X jsem se rozhodl(a) neřešit*“. Text napište na počítači v rozsahu asi 2 až 5 stran A4.

Projekty odevzdávejte e-mailem ve formátu PDF, případně postscript, přičemž v e-mailu musíte uvést studentské číslo a soubor přikládáte nesbalený! Součástí názvu souboru bude Váš login.

Student, který se rozhodne vypracovat některý projekt varianty ”Pro ty, kteří se chtějí něco naučit”mohou v případě mimořádně kvalitního řešení příkladu získat 10 bodů za příklad.

Termín odevzdání je nejpozději v pondělí 5.12.2011 ve 12:00.