

Pracovní list k předmětu Základy matematiky

Vzájemná poloha přímky a kuželosečky

1. Opakování

- http://www.studopory.vsb.cz/studijnimaterialy/Zaklady_matematiky/index.htm, tam Kapitola 7
- J. Polák, *Přehled středoškolské matematiky* 6. vyd. (Prometheus, Praha, 1995), Kapitola 10.13, s. 580.

Vzájemná poloha přímky a kuželosečky Přímka, která nemá s kuželosečkou žádný společný bod se nazývá *vnější přímka* kuželosečky. Přímka, která má s kuželosečkou společný právě jeden bod (a není rovnoběžná s asymptotou) se nazývá *tečna* kuželosečky. Přímka, která má s kuželosečkou společné právě dva body (nebo je rovnoběžná s asymptotou) se nazývá *sečna* kuželosečky.

Tečna ke kružnici $k(S = [m, n], r)$ v bodě dotyku $T = [t_1, t_2]$ má rovnici

$$(x - m)(t_1 - m) + (y - n)(t_2 - n) = r^2.$$

Tečna k elipse se středem $S = [m, n]$ a poloosami a, b v bodě dotyku $T = [t_1, t_2]$ má rovnici

$$b^2(x - m)(t_1 - m) + a^2(y - n)(t_2 - n) = a^2b^2.$$

Tečna k hyperbole v bodě dotyku $T = [t_1, t_2]$ má rovnici

$$b^2(x - m)(t_1 - m) - a^2(y - n)(t_2 - n) = a^2b^2.$$

asymptoty $a_{1,2} : y - n = \pm(a/b)(x - m)$,

Tečna k parabolě v bodě dotyku $T = [t_1, t_2]$ má rovnici

$$(x - m)(t_1 - m) = p(y - 2n + t_2).$$

2. Řešené úlohy ve skriptech

http://www.studopory.vsb.cz/studijnimaterialy/Zaklady_matematiky/index.htm, tam Kapitola 7

Opakujeme dva základní typy úloh:

- Sestavení rovnice tečny ke kuželosečce: příklady 7.3.2 (s. 212), 7.3.6 (s. 216), 7.3.7 (s. 217) 7.4.5 (s. 225), 7.4.6 (s. 226), 7.5.4 (s. 232), 7.6.3 (s. 237).
- Rozhodnutí o vzájemné poloze přímky a kuželosečky: příklady 7.3.3, 7.3.4, 7.3.5 (s. 213), 7.5.3 (s. 231), 7.5.5 (s. 232) 7.6.4 (s. 237).

3. Úlohy k řešení

1. Určete vzájemnou polohu přímky $m : x - 2y + 5 = 0$ a kružnice $k : x^2 + y^2 = 10$
2. Určete vzájemnou polohu přímky $p : x = 5 + 4t, y = 4 + 5t, t \in \mathbb{R}$ a hyperboly $x^2 - y^2 = 9$.
3. Určete vzájemnou polohu přímky $x - 2y + 4 = 0$ a paraboly $x^2 = 4y$. Napište souřadnice případných společných bodů.
4. Napište rovnici tečny t kružnice $k : (x-3)^2 + (y+12)^2 = 100$, která prochází bodem $T = [9, -4]$.
5. Z bodu $M = [5, 2]$ ved'te tečny ke kružnici k z předchozího příkladu.
6. Nalezněte tečny kružnice $k : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$, které jsou kolmé na přímkou $p : x = t, y = t, t \in \mathbb{R}$.
7. Nalezněte tečny kružnice $k : (x-2)^2 + (y+2)^2 = 52$, které jsou rovnoběžné s přímkou $p : x = 2t, y = -3t, t \in \mathbb{R}$
8. Napište rovnici tečny hyperboly $(x + 1)^2 - (y - 3)^2 = 9$, která prochází bodem $T = [-6, ?]$.
9. Napište rovnice tečen elipsy $x^2/100 + y^2/25 = 1$ v průsečících s přímkou $p : 7x - 2y = 50$.
10. Určete hodnotu parametru $p \in \mathbb{R}$ tak, aby přímka $x + 2y = 1$ byla tečnou paraboly $y^2 = 2px$.
11. Nalezněte tečny kružnice $k : (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 125$, které jsou kolmé na přímkou $p : x = 2t, y = t, t \in \mathbb{R}$.
12. Napište rovnici kružnice, která prochází bodem $A = [4, 4]$ a průsečíky kružnice $x^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$ s přímkou $x + y = 0$.