TEORIE PRAVDĚPODOBNOSTI

2. cvičení

Základní pojmy

- **Náhodný pokus** - je každý konečný děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za kterých probíhá, a který je, alespoň teoreticky, neomezeně opakovatelný.

  Např. – hod kostkou, zjištění výšky jedince, zjištění životnosti žárovky

Základní pojmy

- **Základní prostor Ω** (elementárních jevů) je množinou všech možných výsledků náhodného pokusu.

Např.Ω = {rub, líc} – při hodu mincí

Ω = {1,2,3,4,5,6} - při hodu kostkou

Základní pojmy

- **Elementární jev {ω}** je prvek, popřípadě jednoprvková podmnožina, základního prostoru

  Např. $\omega = \{3\}$ při hodu kostkou

- Jevy které nejsou elementární označujeme jako jevy **složené.**

  Např. $A = \{2,4,6\}$ – při hodu kostkou

Základní pojmy

- **Náhodný jev *A*** je libovolná podmnožina základního prostoru (A). Pro náhodné jevy platí algebraické zákony a rovnosti stejné jako pro množiny.

  Např. A = padne sudé číslo – při hodu kostkou

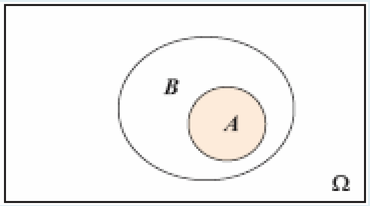
- **Jev jistý** – nastane nutně při každé realizaci náhodného pokusu, ozn. Ω.

  Např. A = padne číslo menší než 7 – při hodu klas. kostkou

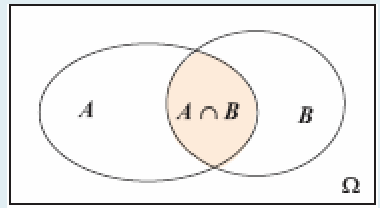
- **Jev nemožný** – nemůže nastat nikdy při realizaci náhodného pokusu, ozn. $\emptyset$

  Např. A = padne číslo větší než 7 – při hodu klas. kostkou

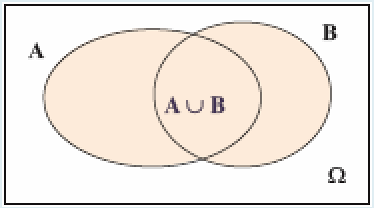
Náhodné jevy a Vennovy diagramy



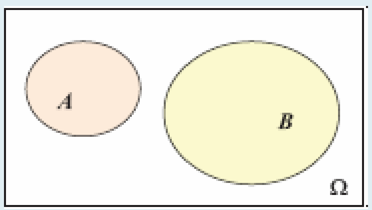
podjev



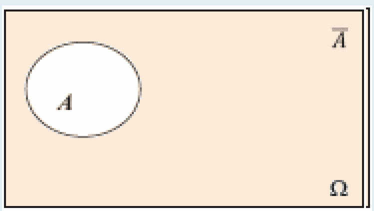
průnik jevů



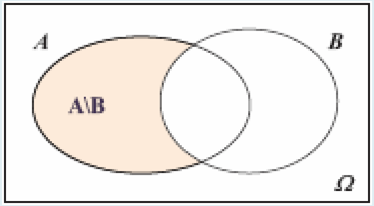
sjednocení jevů



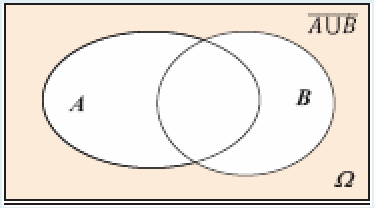
disjunktní jevy



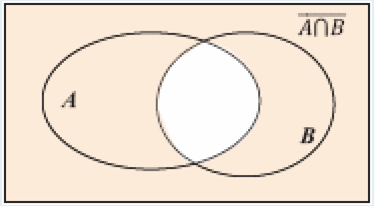
doplněk jevu



rozdíl jevů



1. de Morganův zákon



2. de Morganův zákon

Základní pojmy

- **Úplná množina vzájemně disjunktních jevů** je množina po dvou disjunktních jevů $\{A_1, A_2, A_3, \ldots A_n\}$, $P(A_i) > 0$, jejichž sjednocení tvoří množinu Ω.

Klasická definice pravděpodobnosti

Založena na předpokladu, že náhodný pokus může mít *n* různých, avšak rovnocenných výsledků.

Pravděpodobnost, že při realizaci náhodného pokusu jev *A* nastane je:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

m … Počet výsledků **příznivých** jevu A

n … Počet **všech** možných výsledků

Označení taky jako „Laplaceova“ definice pravděpodobnosti – Laplace (1812)

Statistická definice pravděpodobnosti

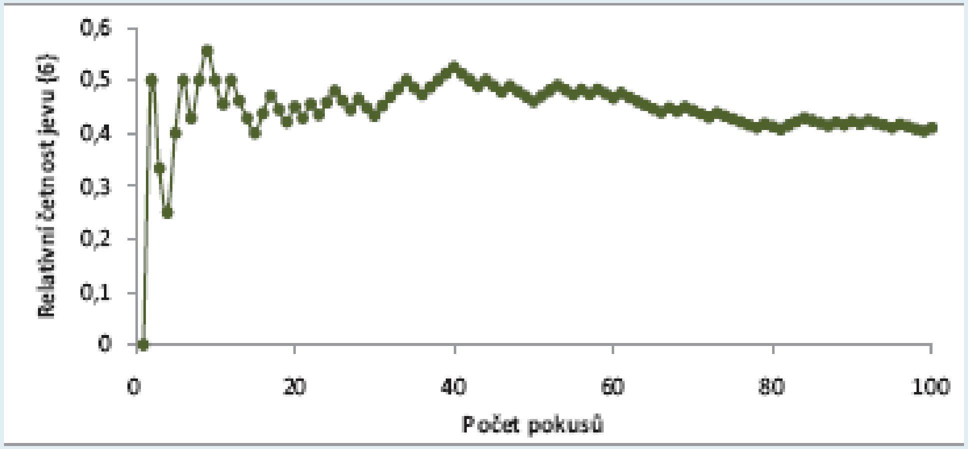
Provedeme-li n realizací náhodného pokusu, přičemž $n(A)$ realizací je příznivých jevu A, pak pravděpodobnost jevu A můžeme odhadnout jako

$$P(A) = \lim_{n\to\infty} \frac{n(A)}{n}$$

Počet realizací pokusu **příznivých** jevu A

Počet **všech** realizací pokusu

Tento odhad je tím přesnější, čím je počet realizací náhodného pokusu (n) vyšší. Statistická definice pravděpodobnosti nám například umožňuje odhadnout pravděpodobnost toho, že padne šestka na „cinknuté" kostce.



Geometrická definice pravděpodobnosti

Zobecnění klasické pravděpodobnosti pro případ, kdy počet všech možných výsledků náhodného pokusu je nespočetný.

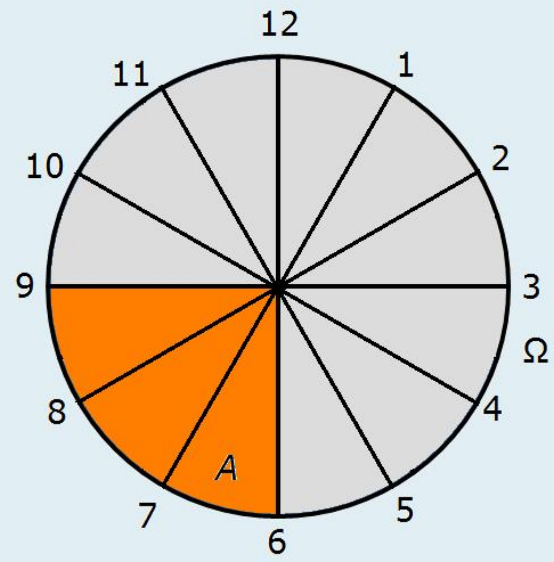
V rovině (případně na přímce nebo v prostoru) je dána určitá oblast Ω a v ní další uzavřená oblast A. Pravděpodobnost jevu A, který spočívá v tom, že náhodně zvolený bod v oblasti Ω leží i v oblasti A je:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

kde $|A|, |\Omega|$ jsou vhodné míry oblastí A a Ω. (Např. obsah)

1. Hodiny, které nebyly ve stanovenou dobu nataženy, se po určitém čase zastaví. Jaká je pravděpodobnost, že se velká ručička zastaví mezi 6 a 9?

Řešení



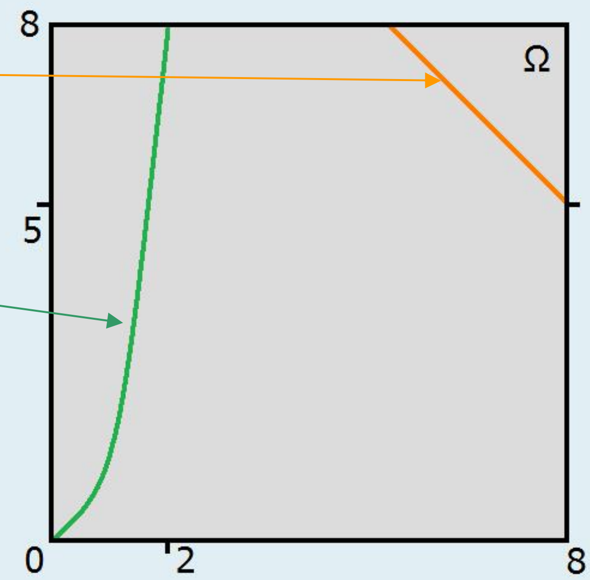
$$P(A) = \frac{3}{12} = \underline{\underline{0{,}25}}$$

2. Jaká je pravděpodobnost, že součet dvou náhodně vybraných čísel x a y z intervalu $\langle 0;8 \rangle$ je nejvýše 13 a zároveň platí, že $y \leq x^3$?

Řešení

$\boxed{x + y \leq 13}$

$\boxed{y \leq x^3}$



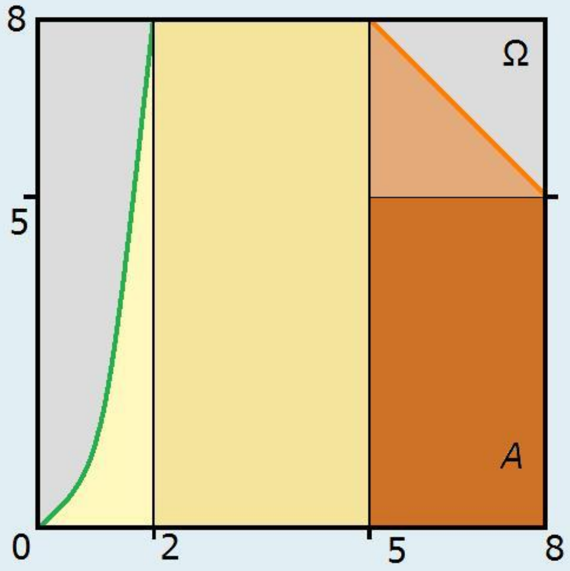
2. Jaká je pravděpodobnost, že součet dvou náhodně vybraných čísel x a y z intervalu $\langle 0;8 \rangle$ je nejvýše 13 a zároveň platí, že $y \leq x^3$?

Řešení

$x + y \leq 13$

$y \leq x^3$

$|\Omega| = 8 \cdot 8 = 64$



$$|A| = \int_0^2 x^3 dx + 3 \cdot 8 + 3 \cdot 5 + \frac{3 \cdot 3}{2} =$$

$$= \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^2 + 24 + 15 + 4{,}5 = 4 + 24 + 15 + 4{,}5 =$$

$$= 47{,}5$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{47{,}5}{64} = \underline{\underline{0{,}742}}}$$

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

P(A|B) čti „pravděpodobnost, že nastane jev A nastal-li jev B“

Kolmogorovův axiomatický systém

Definuje pojem pravděpodobnosti a její vlastnosti, neudává však žádný návod k jejímu stanovení.

1. Pravděpodobnost každého jevu A je nezáporné reálné číslo.
2. Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna jedné.
3. Pravděpodobnost sjednocení konečného počtu vzájemně disjunktních (neslučitelných) jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

Vlastnosti pravděpodobnosti

1. $0 \leq P(A) \leq 1$ $P(A) = 0$ … A je jev nemožný, $P(A) = 1$ … A je jev jistý

2. $P(\emptyset) = 0$

3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
   - $A \cap B = 0 \quad \Rightarrow \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

4. $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$
   - $A, B \ldots nezávislé \quad \Rightarrow \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Vlastnosti pravděpodobnosti

5. $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

6. $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$

7. $P(A \cup B) = 1 - P\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$

8. $P(A \cap B) = 1 - P\left(\overline{A \cap B}\right) = 1 - P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right)$

9. $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

3. Celostátní pozorování manželských párů ukázalo, že pravidelně sleduje určitý pořad 30% všech manželek a 50% všech manželů. Zároveň bylo zjištěno, že jestliže pořad sleduje manželka, pak podíl manželů, kteří pořad také sledují, je 60%. Jaká je pravděpodobnost, že u náhodně vybraného manželského páru

   a) budou pořad sledovat oba manželé?

Řešení

A … pořad sleduje manžel

B … pořad sleduje manželka

$P(A)=0{,}5$

$P(B) = 0{,}3$

$P(A|B)=0{,}6$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = 0{,}6 \cdot 0{,}3 = \underline{\underline{0{,}18}}$$

3. Celostátní pozorování manželských párů ukázalo, že pravidelně sleduje určitý pořad 30% všech manželek a 50% všech manželů. Zároveň bylo zjištěno, že jestliže pořad sleduje manželka, pak podíl manželů, kteří pořad také sledují, je 60%. Jaká je pravděpodobnost, že u náhodně vybraného manželského páru

   b) bude pořad sledovat alespoň jeden z nich?

Řešení

A … pořad sleduje manžel

B … pořad sleduje manželka

$P(A)=0,5$

$P(B) = 0,3$

$P(A|B)=0,6$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,3 - 0,18 = \underline{\underline{0,62}}$$

3. Celostátní pozorování manželských párů ukázalo, že pravidelně sleduje určitý pořad 30% všech manželek a 50% všech manželů. Zároveň bylo zjištěno, že jestliže pořad sleduje manželka, pak podíl manželů, kteří pořad také sledují, je 60%. Jaká je pravděpodobnost, že u náhodně vybraného manželského páru

   c) nebude pořad sledovat ani jeden z nich?

Řešení

A … pořad sleduje manžel

B … pořad sleduje manželka

$P(A)=0{,}5$

$P(B) = 0{,}3$

$P(A|B)=0{,}6$

$$P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 1 - P\left(\overline{\overline{A} \cap \overline{B}}\right) = 1 - P\left(A \cup B\right) = 1 - 0{,}62 = \underline{\underline{0{,}38}}$$

3. Celostátní pozorování manželských párů ukázalo, že pravidelně sleduje určitý pořad 30% všech manželek a 50% všech manželů. Zároveň bylo zjištěno, že jestliže pořad sleduje manželka, pak podíl manželů, kteří pořad také sledují, je 60%. Jaká je pravděpodobnost, že u náhodně vybraného manželského páru

   d) bude-li pořad sledovat manžel, bude jej sledovat i manželka?

Řešení

A … pořad sleduje manžel

B … pořad sleduje manželka

$P(A)=0,5$

$P(B) = 0,3$

$P(A|B)=0,6$

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0,18}{0,5}=\underline{\underline{0,36}}$$

3. Celostátní pozorování manželských párů ukázalo, že pravidelně sleduje určitý pořad 30% všech manželek a 50% všech manželů. Zároveň bylo zjištěno, že jestliže pořad sleduje manželka, pak podíl manželů, kteří pořad také sledují, je 60%. Jaká je pravděpodobnost, že u náhodně vybraného manželského páru

   e) nebude-li pořad sledovat manžel, bude jej sledovat manželka?

Řešení

A … pořad sleduje manžel

B … pořad sleduje manželka

$P(A)=0,5$

$P(B) = 0,3$

$P(A|B)=0,6$

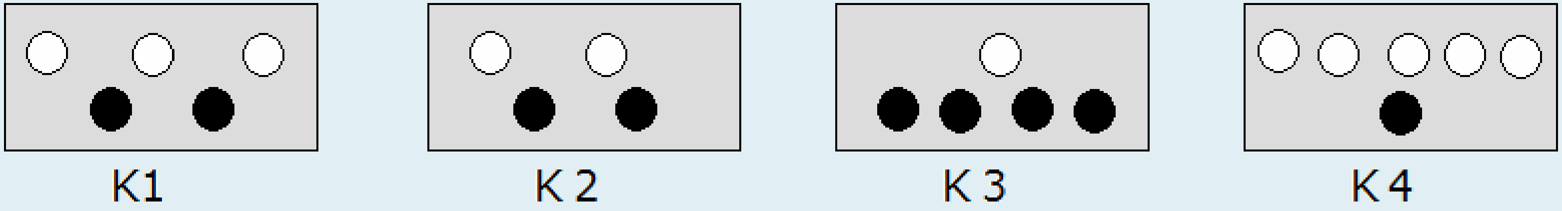
$$P\left(B\middle|\overline{A}\right)=1-P\left(\overline{B}\middle|\overline{A}\right)=1-\frac{P\left(\overline{B}\cap\overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=1-\frac{P\left(\overline{B}\cap\overline{A}\right)}{1-P(A)}=$$

$$=1-\frac{0,38}{1-0,5}=\underline{\underline{0,24}}$$

4. Máme 4 krabice. V první jsou 3 bílé a 2 černé kuličky, ve druhé jsou 2 bílé a 2 černé kuličky, ve třetí je 1 bílá a 4 černé kuličky, ve čtvrté 5 bílých a 1 černá kulička. Náhodně vybereme jednu krabici a vytáhneme 1 kuličku. Jaká je pravděpodobnost, že kulička je bílá?

Řešení

Jev	Definice jevu
$K1$	Vybereme si první krabici
$K2$	Vybereme si druhou krabici
$K3$	Vybereme si třetí krabici
$K4$	Vybereme si čtvrtou krabici
B	Vytáhneme bílou kuličku



4. Máme 4 krabice. V první jsou 3 bílé a 2 černé kuličky, ve druhé jsou 2 bílé a 2 černé kuličky, ve třetí je 1 bílá a 4 černé kuličky, ve čtvrté 5 bílých a 1 černá kulička. Náhodně vybereme jednu krabici a vytáhneme 1 kuličku. Jaká je pravděpodobnost, že kulička je bílá?

Řešení

1. náhodně vybíráme krabici

$P(K1)=0{,}25$

$P(K2)=0{,}25$

$P(K3)=0{,}25$

$P(K4)=0{,}25$

4. Máme 4 krabice. V první jsou 3 bílé a 2 černé kuličky, ve druhé jsou 2 bílé a 2 černé kuličky, ve třetí je 1 bílá a 4 černé kuličky, ve čtvrté 5 bílých a 1 černá kulička. Náhodně vybereme jednu krabici a vytáhneme 1 kuličku. Jaká je pravděpodobnost, že kulička je bílá?

Řešení

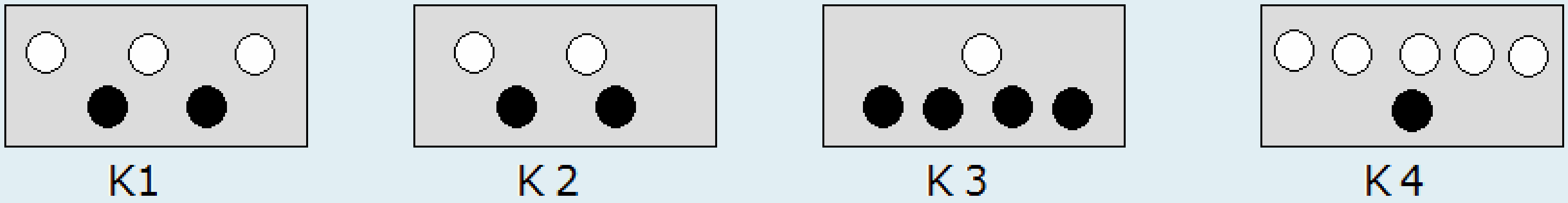
2. vytahujeme z krabice kuličku

$P(B|K1)=3/5$

$P(B|K2)=2/4$

$P(B|K3)=1/5$

$P(B|K4)=5/6$



4. Máme 4 krabice. V první jsou 3 bílé a 2 černé kuličky, ve druhé jsou 2 bílé a 2 černé kuličky, ve třetí je 1 bílá a 4 černé kuličky, ve čtvrté 5 bílých a 1 černá kulička. Náhodně vybereme jednu krabici a vytáhneme 1 kuličku. Jaká je pravděpodobnost, že kulička je bílá?

Řešení

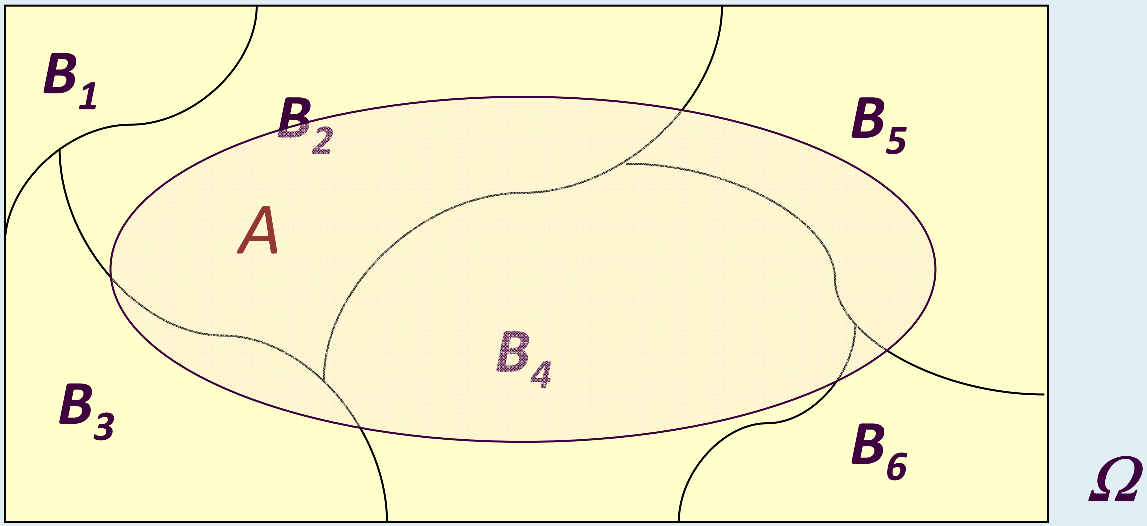
3. bílou kuličku můžeme vytáhnout z první nebo druhé nebo třetí nebo čtvrté krabice:

$$P(B \cap K1) + P(B \cap K2) + P(B \cap K3) + P(B \cap K4) =$$

$$= P(B \mid K1) \cdot P(K1) + P(B \mid K2) \cdot P(K2) +$$
$$+ P(B \mid K3) \cdot P(K3) + P(B \mid K4) \cdot P(K4) =$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{8}{15} = \underline{\underline{0{,}53}}$$

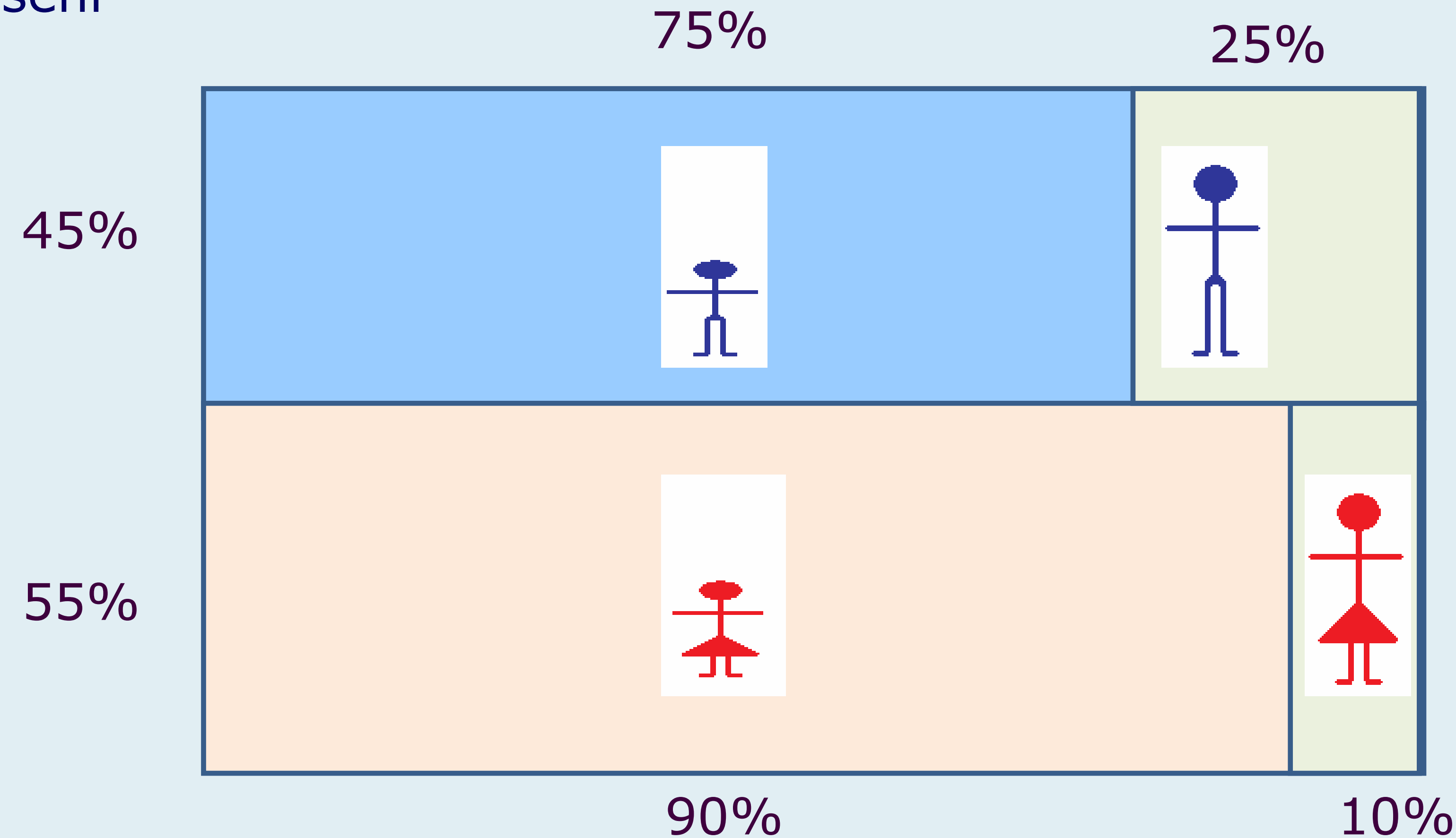
Věta o úplné pravděpodobnosti



$$P(A) = P\left(\bigcup_{(i)} (A \cap B_i)\right) = \sum_{(i)} P(A \cap B_i) = \sum_{(i)} P(A|B_i) \cdot P(B_i)$$

5. Ve společnosti je 45 % mužů a 55 % žen. Vysokých nad 190 cm je 25 % mužů a 10 % žen. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná osoba je vyšší než 190 cm?

Řešení



Pravoúhlý Vennův diagram

obsahy jednotlivých obdélníku odpovídají pravděpodobnostem

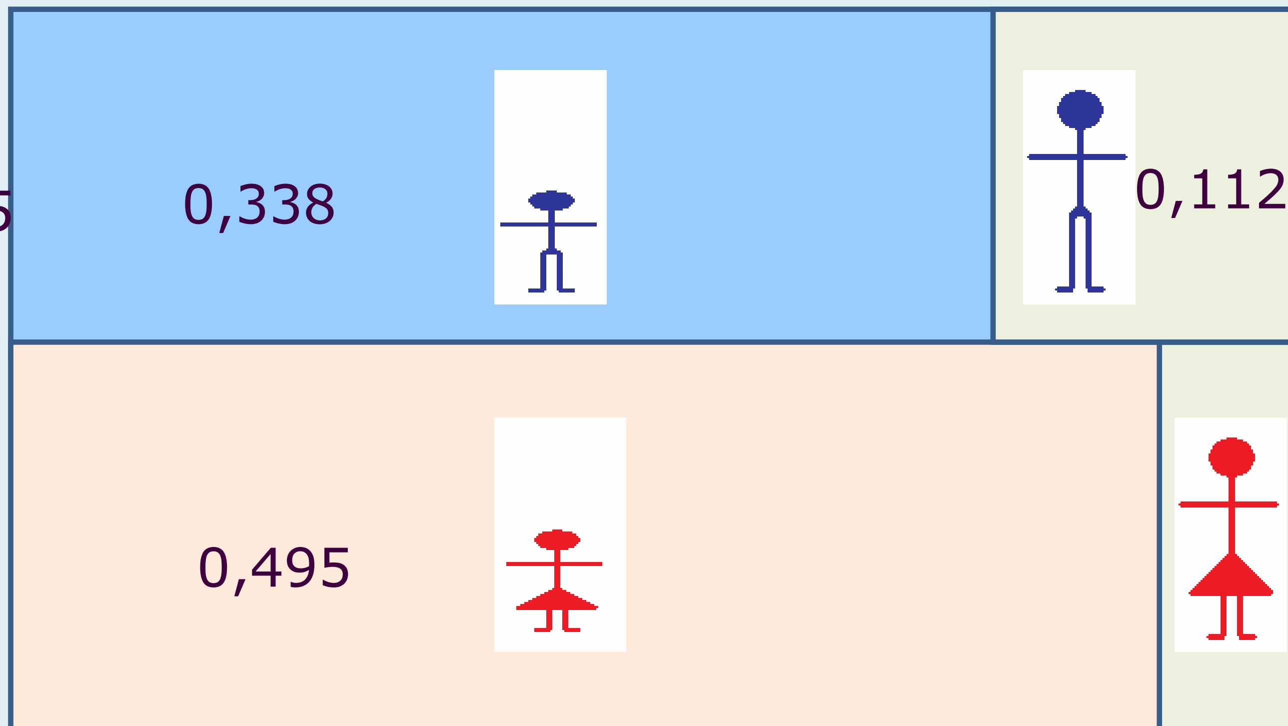
$P(A \cap B_i) = P(A \mid B_i) \cdot P(B_i)$

Řešení

$P(N \mid M) = 0{,}75$ $\quad P(V \mid M) = 0{,}25$

$P(M) = 0{,}45$

$P(Ž) = 0{,}55$

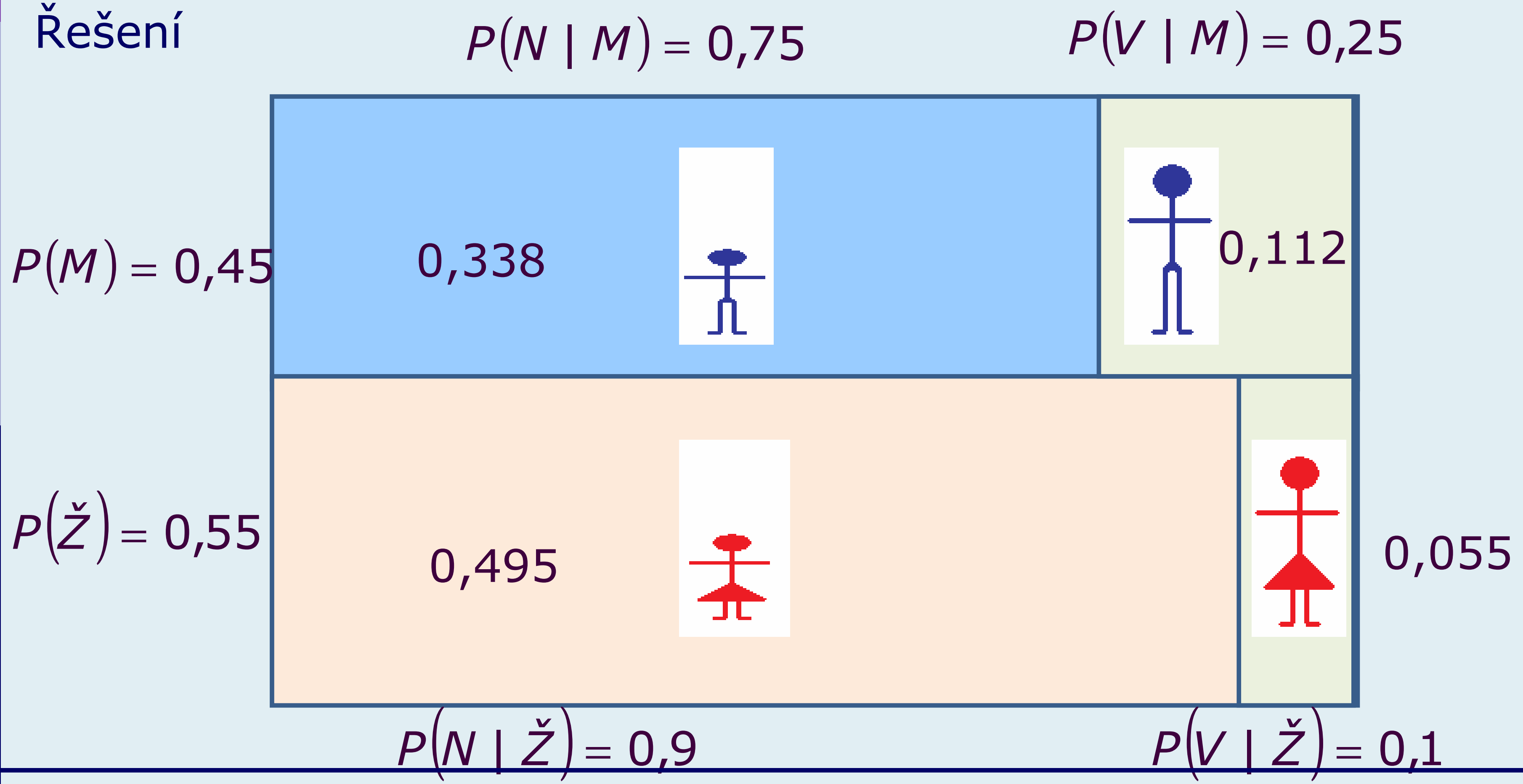


0,055

$P(N \mid Ž) = 0{,}9$ $\quad P(V \mid Ž) = 0{,}1$

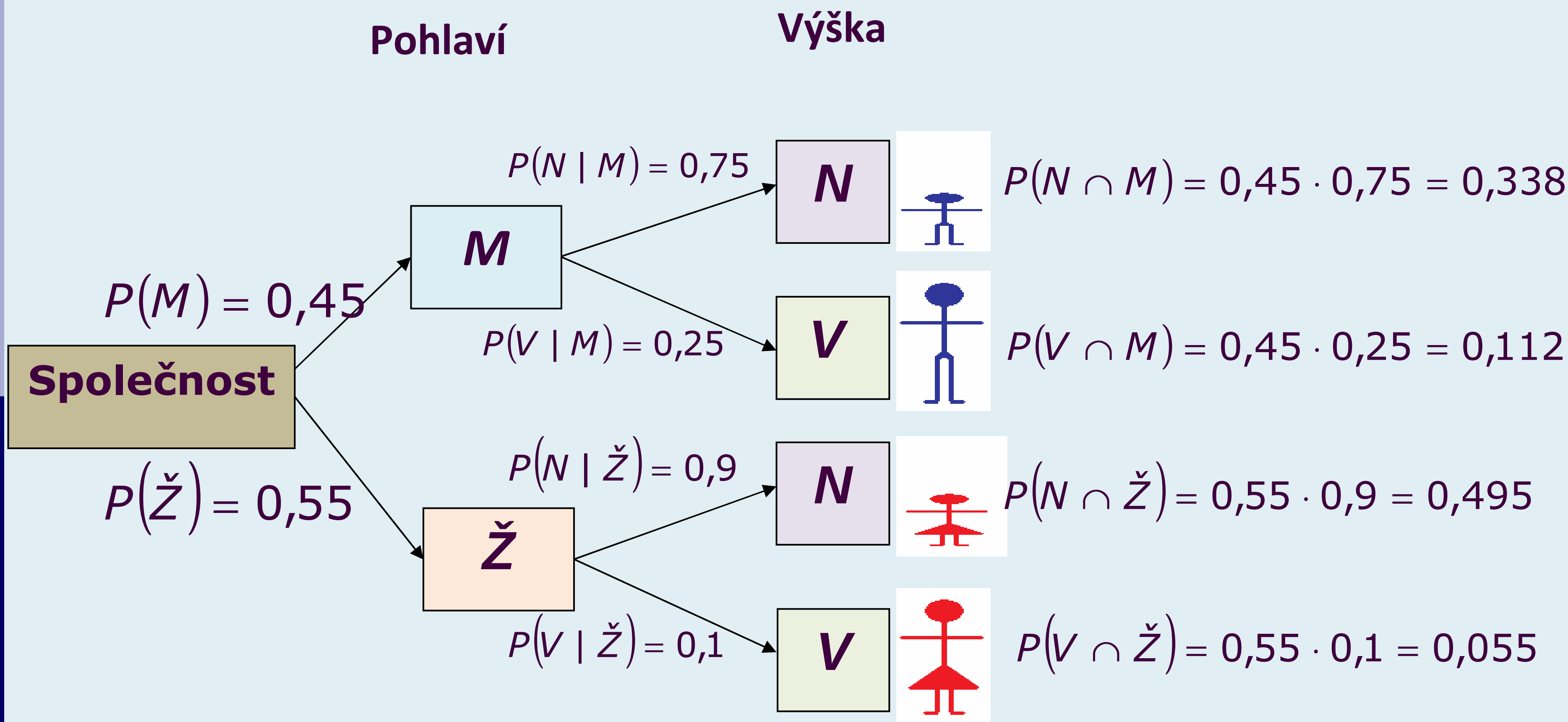
$$P(V) = P(V \cap M) + P(V \cap Ž) = P(V \mid M) \cdot P(M) + P(V \mid Ž) \cdot P(Ž) =$$
$$= 0{,}25 \cdot 0{,}45 + 0{,}10 \cdot 0{,}55 = \underline{\underline{0{,}167}}$$

Řešení



Rozhodovací strom

zobrazuje okamžiky rozhodování jako uzly větvení, větve pak představují všechny jednotlivé varianty řešení. Každá větev v rozhodovacím stromu je ohodnocena pravděpodobností, že bude příslušná varianta vybrána. Vynásobíme-li všechny pravděpodobnosti na cestě mezi dvěma uzly, získáme pravděpodobnost, že se z počátečního uzlu dostaneme do uzlu koncového.



Bayesův teorém

Bayesův vzorec udává, jakým způsobem vypočítáme **aposteriorní pravděpodobnosti** $P(B_k|A)$ jevu B_k za podmínky, že nastal jev A, jestliže známe **apriorní pravděpodobnosti** $P(B_i)$ a podmíněné pravděpodobnosti $P(A|B_i)$ pro všechny jevy B_i, $i = 1, 2, \ldots, n$.

$$P(B_k|A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B_k)}{\sum_{(i)} P(A \cap B_i)}$$

6. Ve společnosti je 45 % mužů a 55 % žen. Vysokých nad 190 cm je 25 % mužů a 10 % žen.

   Jaká je pravděpodobnost, že je náhodně vybraná osoba je žena?

55 %

APRIORNÍ PRAVDĚPODOBNOST

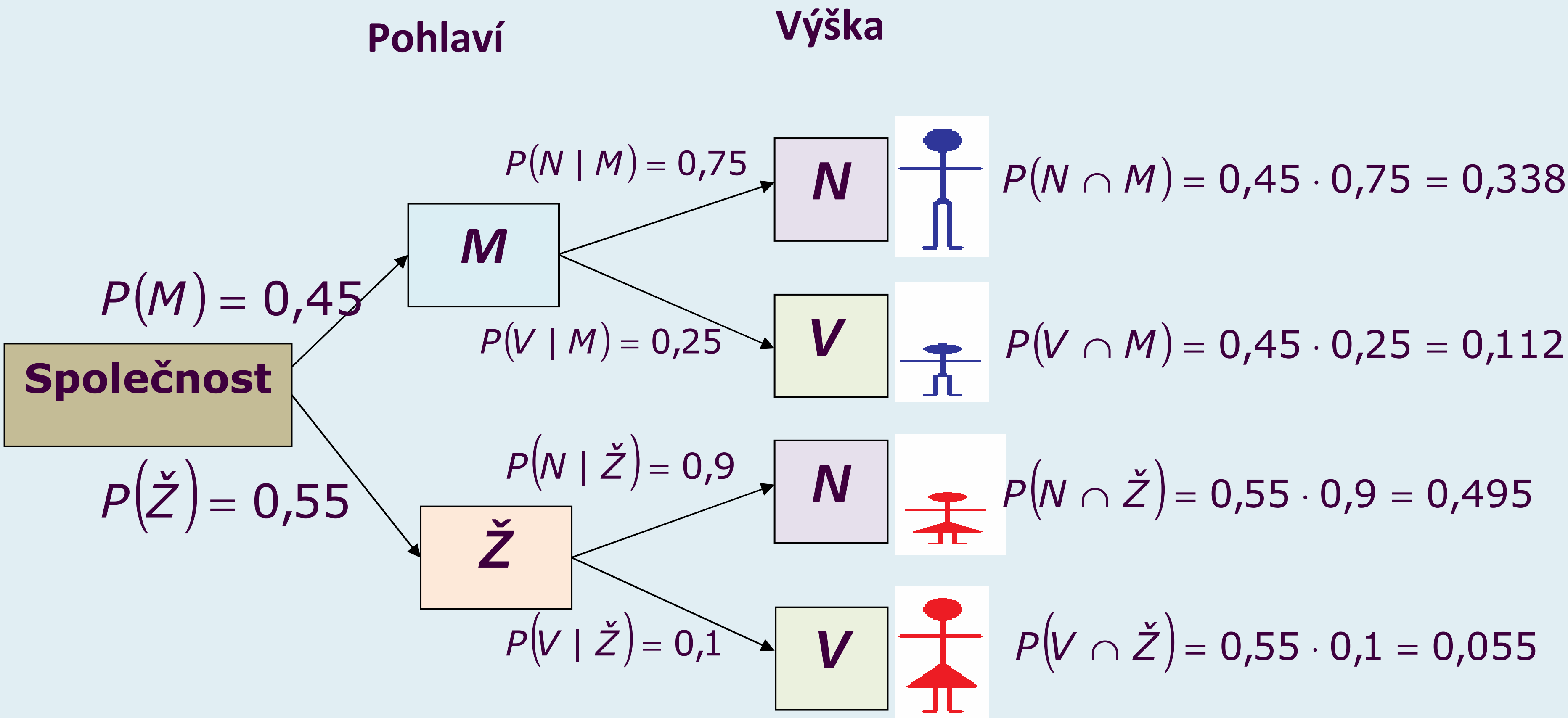
6. Ve společnosti je 45 % mužů a 55 % žen. Vysokých nad 190 cm je 25 % mužů a 10 % žen. Náhodně vybraná osoba je vyšší než 190 cm.

   Jaká je pravděpodobnost, že je náhodně vybraná osoba je žena?

APOSTERIORNÍ PRAVDĚPODOBNOST

$$P(V) = 0{,}25 \cdot 0{,}45 + 0{,}10 \cdot 0{,}55 = 0{,}167$$

$$P(\check{Z} \mid V) = \frac{P(\check{Z} \cap V)}{P(V)} = \frac{0{,}055}{0{,}167} = \underline{\underline{0{,}33}}$$



6. Ve společnosti je 45 % mužů a 55 % žen. Vysokých nad 190 cm je 25 % mužů a 10 % žen. Náhodně vybraná osoba je vyšší než 190 cm.

Jaká je pravděpodobnost, že je náhodně vybraná osoba je žena?

$$P(\check{Z} \mid V) = \frac{P(\check{Z} \cap V)}{P(V)} = \frac{0{,}055}{0{,}167} = 0{,}33 = \underline{\underline{33\%}}$$

APOSTERIORNÍ PRAVDĚPODOBNOST

Test

1. Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

a) Klasická definice pravděpodobnosti vychází ze stability relativních četností.

1. Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

~~a)~~ Klasická definice pravděpodobnosti vychází ze stability relativních četností.

PROČ

Ze stability relativních četností vychází statistická definice pravděpodobnosti. Klasická (Laplaceova) definice pravděpodobnosti vychází z počtu příznivých a všech možných výsledků nějakého jevu.

1. Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

b) Kolmogorovovy axiomy pravděpodobnosti udávají návod ke stanovení pravděpodobnosti.

1. Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

b) Kolmogorovovy axiomy pravděpodobnosti udávají návod ke stanovení pravděpodobnosti.

PROČ

Kolmogorovy axiomy definují pojem pravděpodobnosti a její vlastnosti, neudávají však žádný návod k jejímu stanovení.

1. Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

c) Je-li pravděpodobnost jevu A rovna 0,75, pak pravděpodobnost podjevu jevu A je nejvýše 0,75.

1. Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

c) Je-li pravděpodobnost jevu A rovna 0,75, pak pravděpodobnost podjevu jevu A je nejvýše 0,75.

PROČ

Z vlastnosti pravděpodobnosti:

$$A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$

1. Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

d) Jestliže pravděpodobnosti dvou jevů jsou 0,7 a 0,5, pak tyto jevy nejsou disjunktní.

1. Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

d) Jestliže pravděpodobnosti dvou jevů jsou 0,7 a 0,5, pak tyto jevy nejsou disjunktní.

PROČ

Z vlastnosti pravděpodobnosti

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- $A \cap B = 0 \quad \Rightarrow \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Pokud by jevy byly disjunktní, byla by pravděpodobnost sjednocení těchto dvou jevů vyšší než 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

1. Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

e) Pravděpodobnost, že při hodu mincí padne desetkrát po sobě „panna” je menší než pravděpodobnost, že při hodu klasickou kostkou padne desetkrát po sobě sudé číslo.

1. Určete, která z následujících tvrzení jsou pravdivá.

e) Pravděpodobnost, že při hodu mincí padne desetkrát po sobě „panna" je menší než pravděpodobnost, že při hodu klasickou kostkou padne desetkrát po sobě sudé číslo.

PROČ

Jedná se o nezávislé jevy => $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Pravděpodobnost, že při hodu mincí padne desetkrát po sobě „panna" = $(1/2)^{10}$

Pravděpodobnost, že při hodu klasickou kostkou padne desetkrát po sobě sudé číslo = $(1/2)^{10}$

2. Pravděpodobnost poruchy součástky je p. Určete pravděpodobnost poruchy bloku složeného z 10 ti paralelně zapojených součástek.
(Předpokládejme, že součástky pracují nezávisle na sobě.)

a) $p/10$

b) $10p$

c) $10/p$

d) p^{10}

e) $1-p^{10}$

f) $(1-p)^{10}$

g) $1-(1-p)^{10}$

h) $(1-p)/10$

2. Pravděpodobnost poruchy součástky je *p*. Určete pravděpodobnost poruchy bloku složeného z 10 ti paralelně zapojených součástek.

d) p^{10}

PROČ

Porucha bloku složeného z paralelně zapojených součástek nastane, jestliže dojde k poruše **všech** součástek. Vzhledem k nezávislosti poruch jednotlivých součástek můžeme říci, že pravděpodobnost, že systém nefunguje =

$$P(Poruchy)=P(p\cap p\cap p\cap p\cap p\cap p\cap p\cap p\cap p\cap p)=p\cdot p\cdot p\cdot p\cdot p\cdot p\cdot p\cdot p\cdot p\cdot p=p^{10}$$

3. Pravděpodobnost poruchy každé součástky je p. Předpokládejme, že součástky pracují nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost poruchy bloku složeného z 10 ti sériově zapojených součástek.

a) $p/10$
b) $10p$
c) $10/p$
d) p^{10}
e) $1-p^{10}$
f) $(1-p)^{10}$
g) $1-(1-p)^{10}$
h) $(1-p)/10$

3. Pravděpodobnost poruchy každé součástky je *p*. Předpokládejme, že součástky pracují nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost poruchy bloku složeného z 10 ti sériově zapojených součástek.

g) $1-(1-p)^{10}$

PROČ

Porucha bloku složeného ze sériově zapojených součástek nastane, jestliže dojde k poruše **alespoň jedné** ze součástek. Máme–li sériově zapojené součástky, je vhodné určovat pravděpodobnost, že systém funguje. Vzhledem k nezávislosti poruch jednotlivých součástek můžeme říci, že pravděpodobnost, že systém funguje => P(nefunguje) = 1- P(funguje)= $1-P(\overline{p}\cap\overline{p}\cap\overline{p}\cap\overline{p}\cap\overline{p}\cap\overline{p}\cap\overline{p}\cap\overline{p}\cap\overline{p}\cap\overline{p})=1-(1-p)^{10}$

4. Podmíněná pravděpodobnost $P(A|B)$ je rovna

a) $P(A \cap B) \cdot P(B)$
b) $P(A \cap B)/P(B)$
c) $P(A \cap B) \cdot P(A)$
d) $P(A \cap B)/P(A)$

4. Podmíněná pravděpodobnost $P(A|B)$ je rovna

a) $P(A \cap B) \cdot P(B)$

b) $P(A \cap B) / P(B)$

c) $P(A \cap B) \cdot P(A)$

d) $P(A \cap B) / P(A)$

PROČ

Z definice. Pamatovat jako:"Podmíněná pravděpodobnost je rovna pravděpodobnosti průniku lomeno pravděpodobností podmínky."

5. Mějme jevy A a B. Pravděpodobnost jevu A je $P(A)$ a pravděpodobnost jevu B je $P(B)$. Pravděpodobnost sjednocení jevu A a B je rovna

a) $P(A)+P(B)$
b) $P(A)\cdot P(B)$
c) $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
d) $P(A|B)\cdot P(B)$

5. Mějme jevy *A* a *B*. Pravděpodobnost jevu *A* je *P*(*A*) a pravděpodobnost jevu *B* je *P*(*B*). Pravděpodobnost sjednocení jevu *A* a *B* je rovna

a) $P(A)+P(B)$

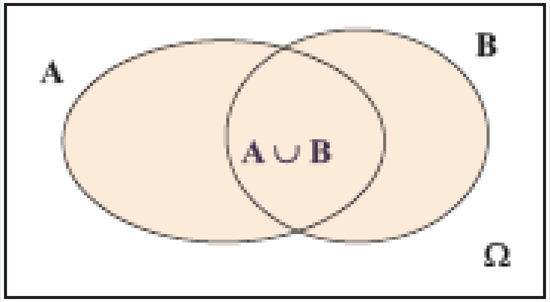
b) $P(A)\cdot P(B)$

c) $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

d) $P(A|B)\cdot P(B)$

PROČ

Sjednocení obsahuje všechny prvky z množiny *A* i *B*, pokud tyto množiny sčítáme, započítáváme prvky v průniku dvakrát (jednou jsou obsaženy v *A* a jednou v *B*), aby byly započítány do výsledku jenom jednou, musíme je jednou odečíst.



6. Mějme nezávislé jevy A a B. Pravděpodobnost jevu A je $P(A)$ a pravděpodobnost jevu B je $P(B)$. Pravděpodobnost sjednocení jevu A a B je rovna

a) $P(A)+P(B)$
b) $P(A)\cdot P(B)$
c) $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
d) $P(A|B)\cdot P(B)$

6. Mějme nezávislé jevy A a B. Pravděpodobnost jevu A je $P(A)$ a pravděpodobnost jevu B je $P(B)$. Pravděpodobnost sjednocení jevu A a B je rovna

a) $P(A)+P(B)$
b) $P(A)\cdot P(B)$
c) $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
d) $P(A|B)\cdot P(B)$

PROČ

Nezávislost jevů předešlou situaci žádným způsobem neovlivňuje.

7. Mějme disjunktní jevy A a B. Pravděpodobnost jevu A je $P(A)$ a pravděpodobnost jevu B je $P(B)$. Pravděpodobnost průniku jevu A a B je rovna

a) $P(A)+P(B)$
b) $P(A)\cdot P(B)$
c) $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
d) 0

7. Mějme disjunktní jevy A a B. Pravděpodobnost jevu A je $P(A)$ a pravděpodobnost jevu B je $P(B)$. Pravděpodobnost průniku jevu A a B je rovna

a) $P(A)+P(B)$

b) $P(A)\cdot P(B)$

c) $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

d) 0

PROČ

Jestliže jsou jevy disjunktní, nemají žádný společný prvek, z 2. vlastnosti pravděpodobnosti => $P(\emptyset)=0$.

8. Mějme jevy A a B. Jev C je průnik jevů A a B. Pravděpodobnost jevu A je $P(A)$ a pravděpodobnost jevu B je $P(B)$. Pravděpodobnost sjednocení jevu B a C vyjádřena pomocí pravděpodobností jevů A a B je rovna

a) $P(A)$

b) $P(B)$

c) $P(B)(1+P(A))$

d) $P(B)(1-P(A))$

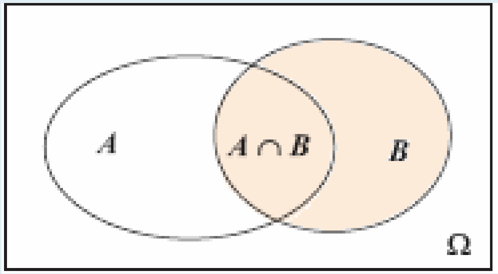
e) $P(B)(1+P(A|B))$

f) $P(B)(1-P(A|B))$

8. Mějme jevy A a B. Jev C je průnik jevů A a B. Pravděpodobnost jevu A je $P(A)$ a pravděpodobnost jevu B je $P(B)$. Pravděpodobnost sjednocení jevu B a C vyjádřena pomocí pravděpodobností jevů A a B je rovna

b) $P(B)$

PROČ



9. Mějme nezávislé jevy A a B. Jev C je doplněk jevu A. Pravděpodobnost jevu A je $P(A)$ a pravděpodobnost jevu B je $P(B)$. Pravděpodobnost průniku jevu B a C vyjádřena pomocí pravděpodobností jevů A a B je rovna

a) $P(A)$

b) $P(B)$

c) $P(B)(1+P(A))$

d) $P(B)(1-P(A))$

e) $P(B)(1+P(A|B))$

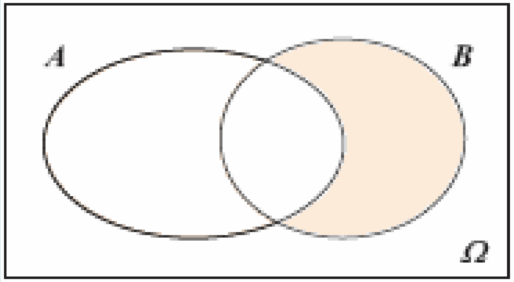
f) $P(B)(1-P(A|B))$

9. Mějme nezávislé jevy A a B. Jev C je doplněk jevu A. Pravděpodobnost jevu A je $P(A)$ a pravděpodobnost jevu B je $P(B)$. Pravděpodobnost průniku jevu B a C vyjádřena pomocí pravděpodobností jevů A a B je rovna

d) $P(B)(1-P(A))$

PROČ

$$P(B-A) = P(B) - P(A \cap B) =$$
$$= P(B) - P(A \mid B) \cdot P(B) = [\text{nezávislé jevy}] =$$
$$= P(B) - P(A) \cdot P(B) = P(B) \cdot (1 - P(A))$$



10. Vyberte 3 Kolmogorovovy axiomy pravděpodobnosti.

a) Pravděpodobnost každého jevu A je nezáporné reálné číslo.
b) Pravděpodobnost každého jevu A je menší než 1.
c) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna nule.
d) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna jedné.
e) Pravděpodobnost sjednocení konečného počtu vzájemně disjunktních jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.
f) Pravděpodobnost sjednocení jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

10. Vyberte 3 Kolmogorovovy axiomy pravděpodobnosti.

a) Pravděpodobnost každého jevu A je nezáporné reálné číslo.
b) Pravděpodobnost každého jevu A je menší než 1.
c) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna nule.
d) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna jedné.
e) Pravděpodobnost sjednocení konečného počtu vzájemně disjunktních jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.
f) Pravděpodobnost sjednocení jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

10. Vyberte 3 Kolmogorovovy axiomy pravděpodobnosti.

a) Pravděpodobnost každého jevu A je nezáporné reálné číslo.
b) Pravděpodobnost každého jevu A je menší než 1.
c) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna nule.
d) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna jedné.
e) Pravděpodobnost sjednocení konečného počtu vzájemně disjunktních jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.
f) Pravděpodobnost sjednocení jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

10. Vyberte 3 Kolmogorovovy axiomy pravděpodobnosti.

a) Pravděpodobnost každého jevu A je nezáporné reálné číslo.

b) Pravděpodobnost každého jevu A je menší než 1.

c) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna nule.

d) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna jedné.

e) Pravděpodobnost sjednocení konečného počtu vzájemně disjunktních jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

f) Pravděpodobnost sjednocení jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

10. Vyberte 3 Kolmogorovovy axiomy pravděpodobnosti.

a) Pravděpodobnost každého jevu A je nezáporné reálné číslo.

b) Pravděpodobnost každého jevu A je menší než 1.

c) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna nule.

d) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna jedné.

e) Pravděpodobnost sjednocení konečného počtu vzájemně disjunktních jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

f) Pravděpodobnost sjednocení jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

10. Vyberte 3 Kolmogorovovy axiomy pravděpodobnosti.

a) Pravděpodobnost každého jevu A je nezáporné reálné číslo.

b) Pravděpodobnost každého jevu A je menší než 1.

c) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna nule.

d) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna jedné.

e) Pravděpodobnost sjednocení konečného počtu vzájemně disjunktních jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

f) Pravděpodobnost sjednocení jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

10. Vyberte 3 Kolmogorovovy axiomy pravděpodobnosti.

a) Pravděpodobnost každého jevu A je nezáporné reálné číslo.

b) Pravděpodobnost každého jevu A je menší než 1.

c) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna nule.

d) Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna jedné.

e) Pravděpodobnost sjednocení konečného počtu vzájemně disjunktních jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

f) Pravděpodobnost sjednocení jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.