

Zkouška

1. Užitím Laplaceovy transformace vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' + 2y' + y = 2e^{-t}, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = -1.$$

Na jaké množině existuje L-obraz nalezeného řešení a na jaké vlastní řešení?

2. Užitím Z-transformace vyřešte diferenční rovnici

$$\Delta^2 y_n + 2\Delta y_n - y_n = 2^{-n}, \quad y_0 = 1, \quad y_1 = 1.$$

Zapište tuto rovnici pomocí posunutých posloupností. Definujte Z-transformaci a obor její konvergence. Charakterizujte vztah mezi Z-transformací a diskrétní Laplaceovou transformací.

3. Definujte konvoluci dvou funkcí a spočítejte konvoluci vektoru obsahující dnešní datum (d d m m y y y y) s vektorem (1 2 3). Jak by vypadal multirozklad na 3 hladiny vektoru s datem s použitím Haarova waveletu. Napište, co víte o okenní Fourierové transformaci a waveletové transformaci a jejich aplikacích.

4. Je dána funkce $f(t) = t^2, t \in [0, \pi]$. Napište podmínky pro existenci Fourierova rozvoje funkce $f(t)$. Nakreslete grafy všech periodických pokračování a napište jim odpovídající Fourierovy řady v reálném tvaru.