

## Zkouška - varianta 1

1. Nechť  $f = (1, 3, 2, 2, 1)$  a  $g = (2, 1, 3)$ . Spočtete konvoluci těchto vektorů  $f \star g$ . Co víte o konvoluci funkcí?
2. Je dána funkce  $f(t) = 1 - t$ ,  $t \in [0, 1]$ . Ověřte, zda lze funkci rozvinout ve Fourierovu řadu. Nakreslete grafy všech jejích periodických prodloužení. Vyjádřete  $f(t)$  obecným Fourierovým rozvojem v komplexním tvaru a převedte jej do reálného.
3. Proveďte analýzu a užitím Laplaceovy transformace řešte diferenciální rovnici

$$y'' + 2y' + y = 2e^{-t}, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = -1.$$

Na jaké množině existuje L-obraz nalezeného řešení a na jaké vlastní řešení? Ověřte správnost výsledku.

4. Vyřešte užitím Z-transformace diferenční rovnici

$$\Delta^2 y_n + 2\Delta y_n - y_n = \frac{1}{2^n}, \quad y_0 = 1, \quad y_1 = 1.$$

Zapište tuto rovnici pomocí posunutých posloupností. Definujte jednostrannou a dvoustrannou Z-transformaci a popište obory jejich konvergence. Charakterizujte vztah mezi jednostrannou Z-transformací a diskrétní Laplaceovou transformací.

5. Zapište ve formátu (d d m m r r r r) datum svého narození. Sestavte transformační matici pro diskrétní Fourierovu transformaci tohoto vektoru. Jak bude vypadat amplitudové spektrum Vašeho data narození? Popište princip algoritmu rychlé Fourierovy transformace (FFT).
6. Sestavte transformační matice pro waveletovou transformaci s využitím Haarova waveletu pro 3 úrovně rozkladu. Jak bude vypadat multirozklad a jak paketový rozklad data Vašeho narození? Vysvětlete oba pojmy a naznačte, jak jich lze využít k sestavení časově-frekvenčních spekter. Napište, co ještě víte o waveletové transformaci a jejím použití.

## Zkouška - varianta 1

1. Nechť  $f = (1, 3, 2, 2, 1)$  a  $g = (2, 1, 3)$ . Spočtete konvoluci těchto vektorů  $f \star g$ . Co víte o konvoluci funkcí?
2. Je dána funkce  $f(t) = 1 - t$ ,  $t \in [0, 1]$ . Ověřte, zda lze funkci rozvinout ve Fourierovu řadu. Nakreslete grafy všech jejích periodických prodloužení. Vyjádřete  $f(t)$  obecným Fourierovým rozvojem v komplexním tvaru a převedte jej do reálného.
3. Proveďte analýzu a užitím Laplaceovy transformace řešte diferenciální rovnici

$$y'' + 2y' + y = 2e^{-t}, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = -1.$$

Na jaké množině existuje L-obraz nalezeného řešení a na jaké vlastní řešení? Ověřte správnost výsledku.

4. Vyřešte užitím Z-transformace diferenční rovnici

$$\Delta^2 y_n + 2\Delta y_n - y_n = \frac{1}{2^n}, \quad y_0 = 1, \quad y_1 = 1.$$

Zapište tuto rovnici pomocí posunutých posloupností. Definujte jednostrannou a dvoustrannou Z-transformaci a popište obory jejich konvergence. Charakterizujte vztah mezi jednostrannou Z-transformací a diskrétní Laplaceovou transformací.

5. Zapište ve formátu (d d m m r r r r) datum svého narození. Sestavte transformační matici pro diskrétní Fourierovu transformaci tohoto vektoru. Jak bude vypadat amplitudové spektrum Vašeho data narození? Popište princip algoritmu rychlé Fourierovy transformace (FFT).
6. Sestavte transformační matice pro waveletovou transformaci s využitím Haarova waveletu pro 3 úrovně rozkladu. Jak bude vypadat multirozklad a jak paketový rozklad data Vašeho narození? Vysvětlete oba pojmy a naznačte, jak jich lze využít k sestavení časově-frekvenčních spekter. Napište, co ještě víte o waveletové transformaci a jejím použití.