7 Křivky - vytvoření, rozdělení, tečna. Šroubovice.

Literatura:

(1)Poláček, J., Doležal, M.: Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie, díl 5, **Křivky a plochy technické praxe**. Skriptum VŠB-TU, Ostrava 2001
(2) Doležal, M. - Poláček, J. - Tůma, M.: Sbírka řešených příkladů z DG a KG, díl 5. - **Rotační a šroubové plochy**. Ostrava, VŠB – TU 1995.
http://mdg.vsb.cz/jdolezal/StudOpory/Geometrie/Krivky/Sroubovice/Sroubovice.html

Pojmy:
rovinná a prostorová *křivka*, matematická (analytická) a empirická(grafická) *křivka*, sečna, tečna, dotykový bod, asymptota, regulární a singulární bod, normála, binormála, tečná, oskulační, rektifikační a normálová rovina, Frenetův (průvodní) trojhran, rektifikace *křivky*, řídící kuželová plocha

7.1 Základní pojmy

Křivka je dráha (trajektorie) bodu při spojitém pohybu. Je to nekonečná množina bodů závislá na jediném parametru.

Dělení křivek:
- podle umístění bodů v prostoru:
  - rovinné
  - prostorové
- podle výtvarných zákonů:
  - matematické (analytické) – např. kuželosečky
  - empirické (grafické) – vrstevnice topografické plochy

Definice:

- **Sečna** *s* je přímka procházející dvěma různými body *A, T* křivky *k*.
- **Tečna** *t* v bodě *T* je limitní poloha sečny *AT* pro $A \to T$.
- **Asymptota** je vlastní tečna v nevlastním bodě křivky.
- **Regulární bod** křivky je takový bod, v němž existuje jediná tečna, v ostatních případech je bod
- **singulární**.
- **Normála** *n* křivky *k* v bodě *T* je přímka kolmá k tečně v regulárním bodě *T*.

7.2 Rovinné křivky

Rovinná matematická křivka má **parametrické** rovnice:

$$x = x(t),\ y = y(t),\ t \in I,\ I \subseteq R,$$

např. **elipsa**: $x = a.\cos(t)$, $y = b.\sin(t)$, $t \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

Vyloučením parametru *t* dostaneme **explicitní** rovnici křivky $y = f(x)$ nebo **implicitní** $F(x,y) = 0$.

Dělení křivek podle tvaru rovnic:

- **algebraické** $F(x,y)=\sum_{i,k} a_{ik} x^i y^k = 0$,

např. $4x^2 - 9y^2 + 2xy = 0$

- **transcendentní** např. $y = \cos(2x-5),\ y = e^{3x-1}$

Stupeň algebraické křivky je nejvyšší exponent $n = i+k$ v rovnici algebraické křivky.

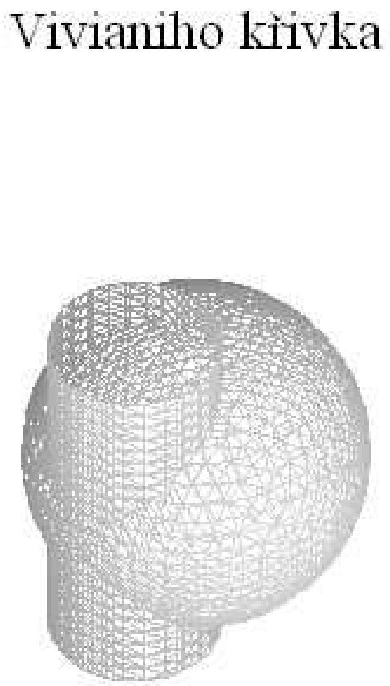
Rektifikace (rozvinutí) oblouku křivky znamená sestrojení úsečky stejné délky jako je délka rektifikovaného oblouku – např. **Kochaňskeho** nebo **Sobotkova** rektifikace oblouku kružnice.

7.3 Prostorové křivky

jsou ty křivky, jejichž body neleží v jedné rovině. **Parametrické** rovnice v pravoúhlé souřadnicové soustavě jsou ve tvaru:

$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t),\ \ t \in I,\ I \subseteq R$.

Prostorovou křivku lze také vyjádřit jako průsek tvou ploch:
$f(x,y,z) = 0,\quad g(x,y,z) = 0,$ např. Vivianiho křivka je průnikem válcové a kulové plochy.



Definice: (v následujících definicích je *T* bodem *prostorové křivky*)

Tečná rovina α **v bodě** *T* je každá rovina procházející tečnou *t* v bodě *T* křivky (tvoří svazek tečných rovin s osou *t*).

Oskulační rovina τ v bodě *T* je limitní poloha tečné roviny α pro $A \rightarrow T$, kde *A* je bod křivky *k* a roviny α **.**

Normálová rovina ν v bodě *T* křivky *k* je kolmá k tečně a prochází bodem *T.*

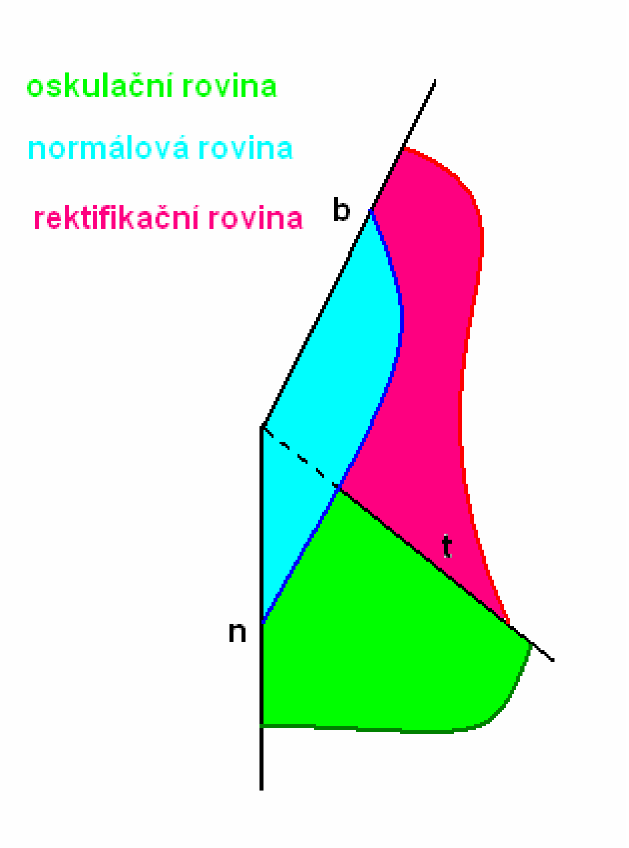
Normálou nazveme každou přímku normálové roviny, která prochází bodem *T.*

Hlavní normála *n* je normála ležící v oskulační rovině.

Binormála *b* je normála kolmá k oskulační rovině.

Rektifikační rovina ρ je určená tečnou *t* a binormálou *b* v bodě *T.*

Oskulační, normálová a rektifikační rovina jsou tedy navzájem kolmé roviny a tvoří **Frenetův (průvodní** nebo také **doprovodný) trojhran** křivky *k* v bodě *T:*



Řídící kuželová plocha tečen Φ je tvořena tečnami *t'* vedenými voleným bodem *V* rovnoběžně se všemi tečnami křivky.(viz. obrázek).

Sklon křivky v bodě *T* je odchylka φ tečny *t* v bodě *T* prostorové křivky od průmětny.

Spádem křivky v bodě *T* rozumíme $tg\,\varphi$.

Křivka konstantního spádu má pro všechny body *T* křivky *k* **konstantní** $tg\,\varphi$ a její řídící kuželová plocha je proto **rotační**.

7.4 Šroubovice

Je dráha bodu, který je podroben **šroubovému pohybu.**

Šroubový pohyb je složený ze dvou rovnoměrných pohybů:

- **rotačního** kolem přímky *o* – **osy** šroubového pohybu
- **posunutí** ve směru osy *o* .

Podle orientace rozlišujeme šroubový pohyb **levotočivý** nebo **pravotočivý** (viz. obrázek**).**

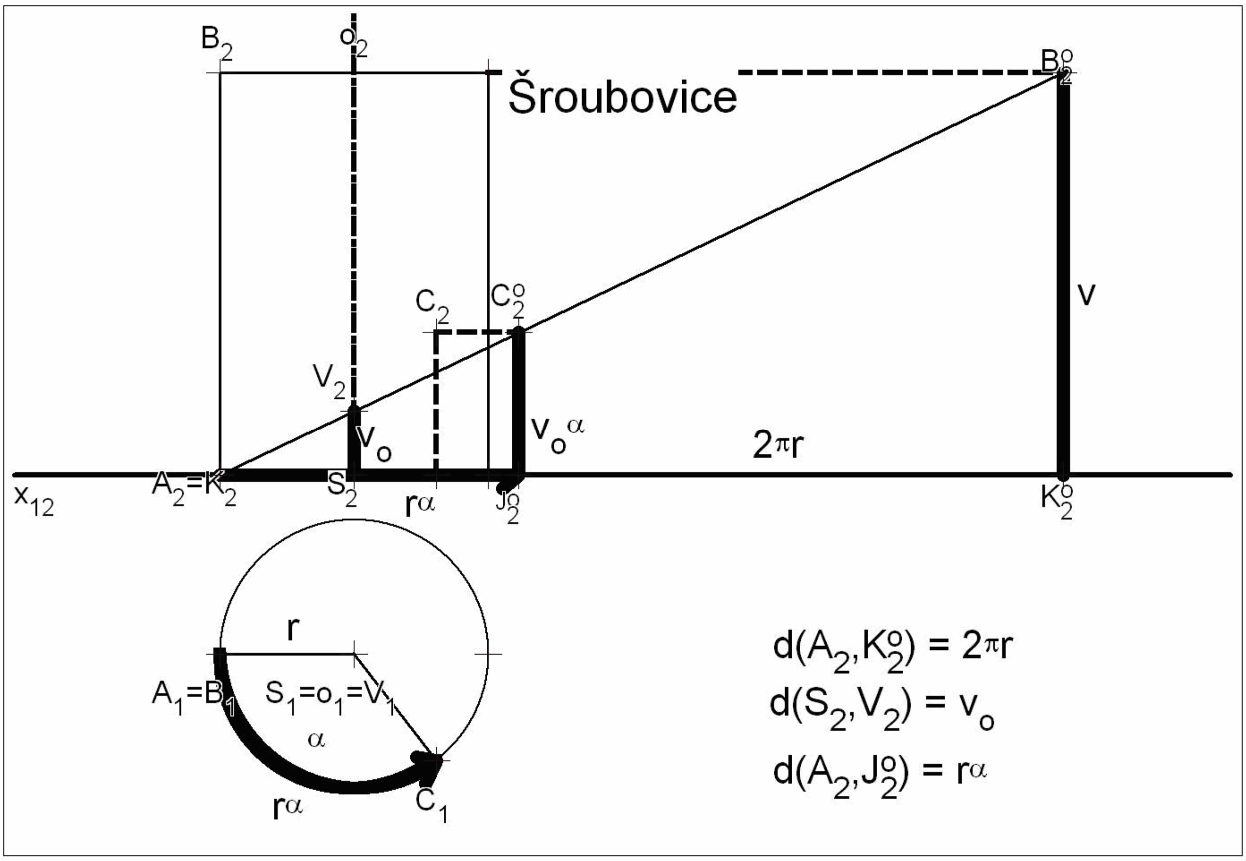
Průmět šroubovice v Mongeově promítání

Příklad 7.4.1

V Mongeově promítání sestrojte průmět části šroubovice, kterou vytváří bod *A* při pravotočivém šroubovém pohybu určeném osou $o \perp \pi$, mezi body *A* a *B.*
[A (-3; 4; 0), B(-3; 4; 9), o_1*(0; 4)]*

Řešení

Všechny body šroubovice leží na rotační válcové ploše o poloměru *r = v(A,o).* Oba pohyby (posuvný a otáčivý) jsou rovnoměrné, proto otočení o úhel $\alpha = 2\pi$ odpovídá posunutí o délku *v = v(A, B)*. Číslo ***v*** nazveme **výškou závitu. Redukovaná výška závitu** $\boldsymbol{v_0}$ je posunutí bodu *A*, které odpovídá otočení o úhel velikosti jeden radián. Z podobnosti trojúhelníků plyne: $\frac{v}{2\pi r} = \frac{v_0}{r} \Rightarrow v_0 = \frac{v}{2\pi}$. K rozvinutí kružnice je nutno použít Kochaňskeho rektifikaci.

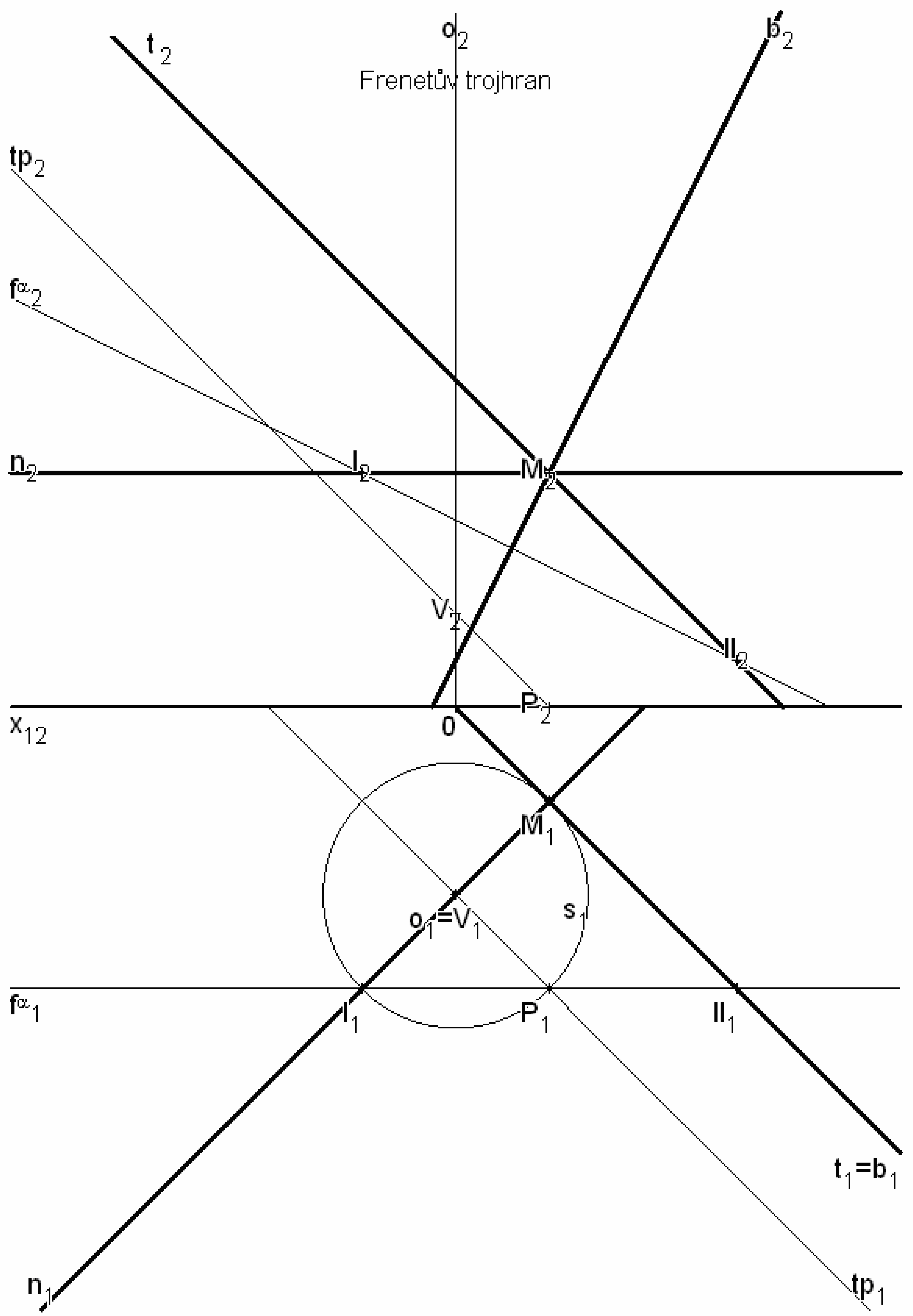


7.5 Vlastnosti šroubovice

Šroubovice je křivka konstantního spádu**, řídící (směrová) plocha tečen je rotační kuželová plocha s vrcholem *V* , výškou v_0 a poloměrem podstavy *r*.**

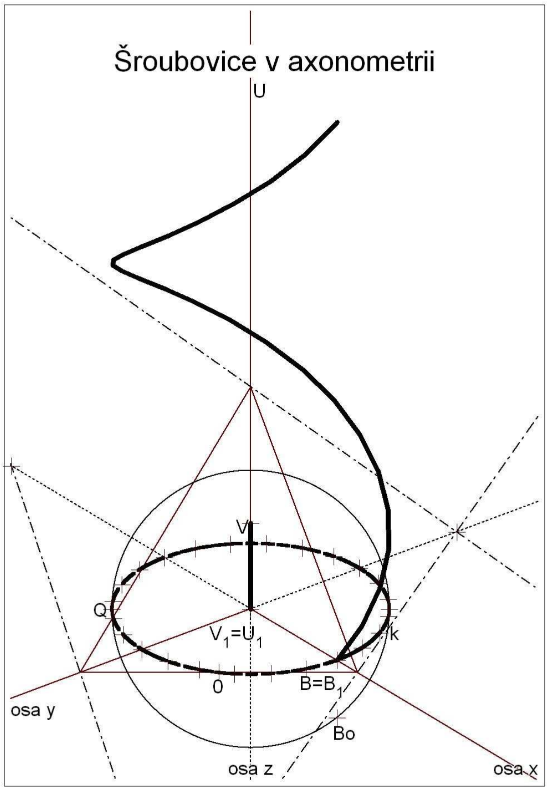
7.7.1 Příklad

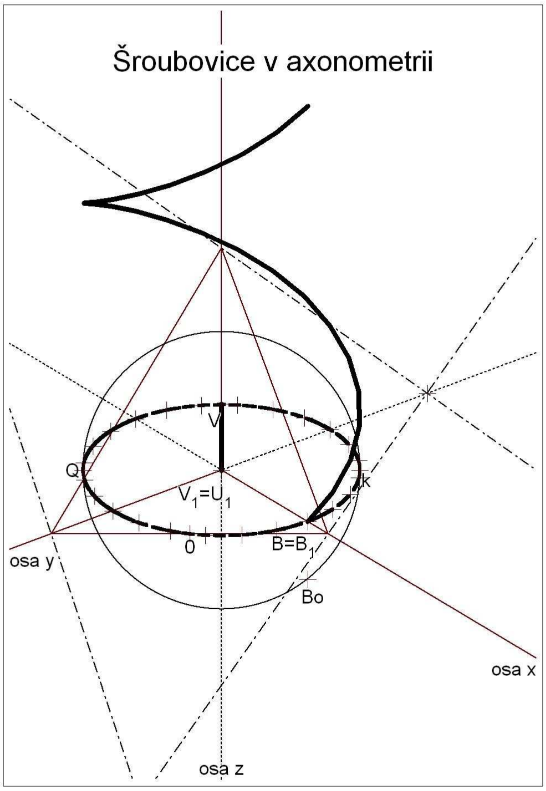
Sestrojte Frenetův trojhran pravotočivé šroubovice dané osou *o* a redukovanou výškou závitu v_0 v jejím bodě *M* (řídící kuželová plocha binormál s vrcholem *W*).

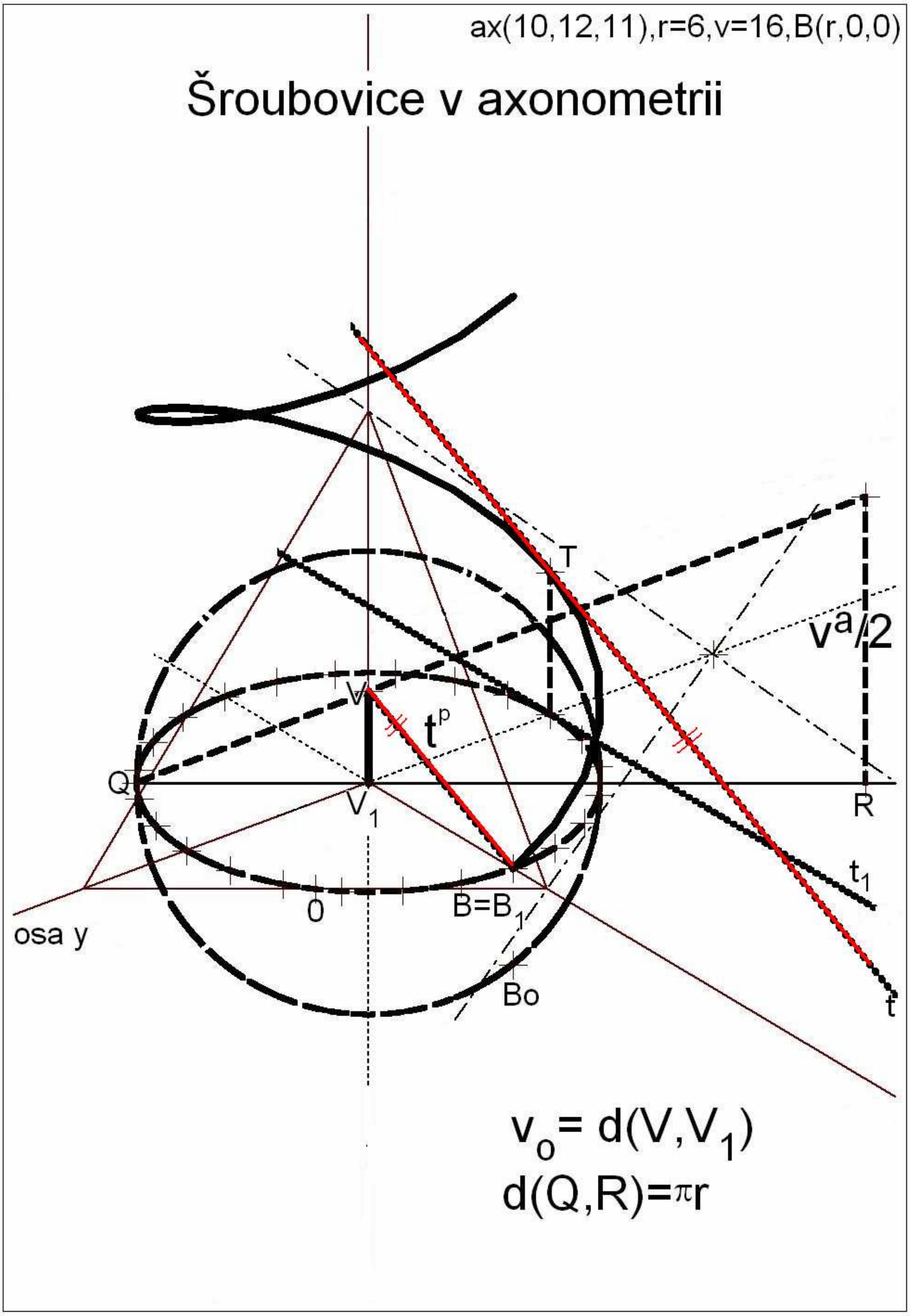


o_2
t_2
b_2
Frenetův trojhran
tp_2
f^α_2
n_2
I_2
M_2
V_2
II_2
P_2
x_{12}
0
M_1
$o_1=V_1$
s_1
f^α_1
I_1
P_1
II_1
$t_1=b_1$
n_1
tp_1

7.6 Šroubovice v kolmé axonometrii






ax(10,12,11),r=6,v=16,B(r,0,0)
Šroubovice v axonometrii
T
$v^a/2$
V
t^p
Q
V_1
R
t_1
0
$B=B_1$
osa y
Bo
t
$v_o= d(V,V_1)$
$d(Q,R)=\pi r$