

# Vrstevnice

## Příklad 3.

**Zadání:**

Určete rovnice vrstevnic funkce

$$f(x, y) = \frac{1}{(x - 1)^2 + y^2}$$

a znázorněte ty z nich, které vzniknou průnikem rovin  $f(x, y) = c$ ,  
 $c = \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4, 5$ .

## Řešení:

$$D(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 1 \wedge y \neq 0\} .$$

Rovnice vrstevnic jsou ve tvaru

$$v_f(c) : \frac{1}{(x-1)^2 + y^2} = c.$$

Pro  $c < 0$  je  $v_f = \emptyset$ , protože  $\frac{1}{(x-1)^2 + y^2} \geq 0$  pro  $\forall (x, y) \in D(f)$ .

Pro  $c = 0$  je  $v_f = \emptyset$ , protože

$$\frac{1}{(x-1)^2 + y^2} = 0$$
$$1 \neq 0 .$$

Pro  $c > 0$  je  $\frac{1}{(x-1)^2+y^2} = c$ :

$$\frac{1}{(x-1)^2+y^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow (x-1)^2+y^2 = 4,$$

$$\frac{1}{(x-1)^2+y^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow (x-1)^2+y^2 = 3,$$

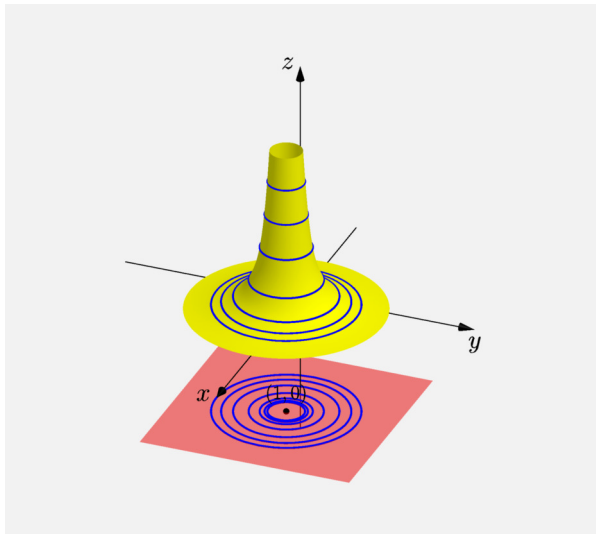
$$\frac{1}{(x-1)^2+y^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (x-1)^2+y^2 = 2,$$

$$\frac{1}{(x-1)^2+y^2} = 1 \Rightarrow (x-1)^2+y^2 = 1,$$

$$\frac{1}{(x-1)^2+y^2} = 2 \Rightarrow (x-1)^2+y^2 = \frac{1}{2},$$

$$\frac{1}{(x-1)^2+y^2} = 3 \Rightarrow (x-1)^2+y^2 = \frac{1}{3},$$

$$\frac{1}{(x-1)^2+y^2} = 4 \Rightarrow (x-1)^2+y^2 = \frac{1}{4}.$$



Obrázek 1: Vrstevnice funkce  $f(x, y)$